
NAZIONALE
BIBLIOTECA
CENTRALE V. E. II
8
39
P
15
ROMA

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΑΝΤΑ ΣΩΖΟΜΕΝΑ.

ARCHIMEDIS OPERA QVAE EXTANT.

NOVIS DEMONSTRATIONIBVS COMMENTARIISQVE ILLVSTRATA.

Per DAVIDEM RIVALTVM A FLVRANTIA Cœnomanum, è Regia Turma sacri Cubiculi, sanctioribusque regni Consiliis & à literarum pietatisque studiis Christianissimi Gallorum & Nauarræ Regis LVDOVICI XIII. semper Augusti.

Operum Catalogus sequenti pagina habetur.









PARISIIS,

Apud CLAVDIVM MORELLVM, via Iacobæa, ad insigne Fontis.

CIↃ. IↃC. XV.

EX REGIS PRIVILEGIO.



OPERVM ARCHIMEDIS QVÆ HOC VOLVMINE CONTINENTVR ET ILLVSTRANTVR CATALOGVS.



CHRISTIANISSIMO
REGI SACRVM.

LVDOVICO XIII. HENRI. MAGN. FILIO, IN PATRIÆ, ORBIS IMO CHRISTIANI, SOLAMEN SALVTEMQ. FRANCIS, NAVARRISQ. COELITVS DATO, SVSPICIENDO DEI ANGELO, INVIOLANDO DOMINI VNCTO, MIRO DIVINARVM GRATIARVM DISPENSATORI, OB REGIAM POTESTATEM ADORANDO, DIGNITATEMQ. PRIMIGENII ECCLESIÆ HABENDO SACROSANCTO,

PRINCIPI FVTVRO BONI PROPAGATORI, MALI AVERRVNCATORI, ARMORVM LVMINI, LITERARVM COLVMINI, ARTIVM PVBLICORVMQ. ORNAMENT. PROMOTORI, DISCORDIARVM EXTINCT. PACIS ASSERT: INVICTISS. CATHOLICÆ FIDEI PROPVGNAT. SPLENDORIS GALLIARVM RESTITVTORI: IVRIVM CORONÆ VINDICI OLIM VOCANDO GERMANICO, HVNGARICO, LOMBARDICO, NEAPOLITANO, SICVLO, HIEROSOLYMITANO: OPTIMO, BENEFICENTISS.QVE REGI, PIO, CLEMENTI, SEMPER AVGVSTO, ÆTERNVMQ. FELICI, IN EMOLVMENTA PRÆSENTIVM ET IN SPEM FVTVRORVM SOLLICITISSIME CONSERVANDO CHARISSIMEQ. COLENDO:

EGO, IPSIVS NOMINI, MAIESTATIQVE DEVOTISSIMVS, ADDICTISSIMVS NVMINIS CVLTOR, ET VT PIENTISSIMVS ANIMI FORMATOR, PROPENSISSIMVSQ. STVDIORVM MODERATOR, SIC VIRTVTVM DESIDERATISSIMVS, LAVDVM ZELOTES, GLORIÆ CVPIDISSIMVS, VICTORIARVM PRÆSAGVS, PERENNIVMQVE TRIVMPHORVM MANTES: DAVID RIVALTVS A FLVRANTIA E TVRMA REGIA SACRI CVBICVLI, SANCTIORIBVSQVE REGNI CONSILIIS,

MECVM FAVSTISSIME AGI REPVTANS, SI NVLLA NON ÆTATE, DIVINÆ TANTI REGIS CELSITVDINI ANIMOQVE SVORVM, QVI ALIQVANDO FELICISSIMIS IPSIVS, FRANCICÆQVE GENTIS AVSPICIIS, ADVERSVS HVIVSCE REGNI POMERIIQVE GALLICI OPPVGNATORES, IMMORTALI HONORE FELICIQ. FATO DIMICATVRI SVNT, LABORIBVS MEIS, SVDORIBVS, SANGVINE, VITA INSERVIERO,

HOC ANTIQVI ARCHIMEDIS MATHEMATICI, SANGVINE REGIO SATI MONVMENTVM, OPVS VERE GIGANTEVM, RARVM HVMANI INGENII SPECIMEN, SPINIS ANTIQVITATIS QVIBVS A LONGIS RETRO SECVLIS OBSIDEBATVR, A ME IVVENILIBVS STVDIIS REPVRGATVM, VEPRIBVSQVE DIFFICVLTATVM QVIBVS SCATEBAT ANTE XXII. ANNOS ERVTVM, AC PATENTIORI LVCI RESTITVTVM:

DO. DICO. DEDICO.



ARCHIMEDIS VITA.



CVM veteris Heraclidis labores integri non supersint, nobis incumbit ex officio, & tanquam ex illustratoris munere, vitam Archimedis ex antiquis monumentis hinc & inde collectam & aliqua forma datam, legentibus exhibere, vt quis & quantus fuerit author, cuius opera offerimus, omnes intelligant. Heraclides quidem vt propior ætati Archimedis, ex scriptis multorum qui hominem tam celebrem prædicauerant, tum ex clariori tunc fama monumentisque recentioribus probè eum nouisse potuerat, multáque de illo posteritati relinquere, quæ nobis tempora inuiderunt, quæque referre cùm non possimus, animum ex ijs & accipere & dare quo tanti viri amore incendamur, tam fœliciter ac ille nequimus. Nihilominùs ne quid relinquamus quod cognoscendo Archimedi viro extra aleam incomparabili deseruiat, & vt maiori alacritate lector sequentia opera aggrediatur, diligentiori studio euoluat, & fœliciori labore percurrat, nonnulla hîc veluti in tabula ob oculos proponemus de eius patria, parentibus, nomine, ætate qua vixit, moribus, studijs, operibus, morte, ac tandẽ de monumento, vt Mathematicũ insignem & virum amplissimum ampliùs cognoscamus & immortalitate dignum, fœliciùs ad posteros transmittamus. Patria itaque fuit Sicilia, quæ omnium rerum quibus humana vita constat, vberrima, olim Catoni horreum populi Romani, Straboni omnium fructuum vini potissimum generosi penu, Pindaro πολύμαλος seu pecoris diues, dicta est, & nunc etiam seculi propter centuplum frumenti prouentum *Campo delle cento salme*, vulgo indigitatur: vt verissimum sit, quod scripsit Diodorus, ὅτι πασῶν τῶν νήσων καλλίστη ὑπάρχει, imo verius (hoc, ô Rex! vt perfectæ gloriæ sic iuste regnãdi auidissime tuorúmque sollicitissime vindex, ne perfunctorie audias) quod idem subiunxit, ὡς μεγάλα δυναμένη συμβάλλεσθαι πρὸς αὔξησιν ἡγεμονίας. Hoc vbero itaque solo natus est Archimedes, & quidem Syracusis, pulcherrima Græcarum omnium ciuitate, ita amœna & cœlo adeò grata, vt nunquam illic tantæ nebulæ obducantur, quin sol aliqua hora illuceat, sol inquam ingeniorum fautor, vnde literarum & musices numen, Antiquis: vt facillimum fuerit Archimedi non Hieroni soli δρέπων μὲν κορυφὰς ἀρετῶν ἀπὸ πασᾶν· ἀγλαΐζεται δὲ καὶ μουσικᾶς ἐν ἀώτῳ· Vt cecinit Pindarus, hoc est ex Scholiaste πασῶν ἀρετῶν τὸ τέλειον καὶ τὸ ἄκρον scilicet, ἀφ' ἑκάστης τὸ ὠφέλιμον καρποῦσθαι, καὶ καλλωπίζεσθαι περὶ τῆς μουσικῆς καὶ ἐπαγωγικῶς τῶν πασῶν καταριθμηθέντων καλῶν. Quanta cum laude id exercuerit Archimedes postea dicturi, addamus id de Syracusis, non sine oraculo conditas: & quidem Archiam exstructo-

Eutocius comm. in lib. περὶ τῆς τοῦ κύκλου μετρήσεως. fere innuit Heraclidem Archimedis vitam scripsisse.

Cato de re Rustica.

Strabo.

Pindarus Od. 1. in Olymp.

Diodorus Siculus fragm. l. 23.

Plinius l. 2. cap. 62.

Ibidem.

Strabo. Suidas.

rem primum licet opes petijsset, & Syracusæ ad ranrum diuitiarum cumulum euaserint, vt prouerbio locum dederinr, Decima Syracusanorum pro re amplissima sumpruosissimáque, ramen etiam salubriratem consequutum non minorem quam pro Crorone Miscellum. Syracusæ etenim fuere saluberrimæ humanis corporibus, vt nihil illis bonorum cujuscúnque generis defuerit. Hinc rot viri insignitè docti è Syracusis prodiêre, hinc delitiæ & Syracusæ mensæ, hinc denique vitæ hominum illic protractæ in longissimos annos & diururnas ætates, vt & Archimedi nostro conrigit, qui ad summam senecturē peruenit patrij soli saluberrimi argumento. Clarissimis verò natus parentibus, è regia stirpe otiginem duxerat, nempe Ἱέρωνι τῷ βασιλεῖ, (inquir Plurarchus) συγγενὴς καὶ φίλος: si tamen magnam clarirarem Archimedes ex regio stemmate perceperit, vice versa stemma illud genúsque regium, ab Archimede conseruationem deinde suam excepit. Expugnaris siquidem Syracusis confossóque contta mandatum Ducis Archimede, Marcellus diligentissime inquisitis ipsius affinibus maximum habuit honorem. Τοὺς (inquit Plutarchus) οἰκείους αὐτοῦ ἐτίμησεν: *propinquus etiam inquisitus honori* (inquir Liuius) *præsidioque nomen ac memoriam eius fuisse.* Ita verò conseruauit illæsos ab iniuria ditipientis omnia militis, & vi ferroque tollentis, ut in longa deinde sæcula Christiana pietate, sicuti antea coronis & scientijs claruerint. Qui enim vitas eorum earúmque qui in Sicilia pro Christo martyrium passi sunt, Græcè scripsêre Diuam Luciam, Diuam inquam Gallis nec minùs quàm Syracusis suspiciendam, cui purà sacro die huius regni restauratot, lumen & columen Magnus ille HENRICVS ruæ Majestatis (Domine) ærernum colendus Pater, natus est, ab antiqua Archimedis stirpe ortam memoranr, quod me primùm docuit eruditissimus Græcus Ἀλέξανδρος ὁ βασιλόπολις, cuius in Sicilia strictissima sum amicitia vsus, quique gesta Diuorum Siculorum Diuarúmque è lingua vulgari Græca, in Larinam conuertir. Ne verò ambiguitas nominis Hieronis, ertoris ansam præbear, sciamus opporter duos fuisse Syracusarum Reges huiusce appellarionis, longè ab inuicem regnis dissiti. Quod vt adnoremus & tempus interim vitæ Archimedis innotescar, Gelonúmque duotum discrimen ponamus, hic adijcere non pigebit regum Syracusanorum stemma. Anno itaque secundo Olympiadis 72. Gelo omnium non dico Syracusanorum sed penè Siculorum voris, rex creatus est, vt miret Plurarchum scripsisse Gelonem & Hieronem Siculos, & Pisisttatum Hippocratis filium nequitia (πονηρίᾳ) potitos esse regnis & secúndum virrutem ipsis esse vsos. Non potuit Gelo nequitiâ, cùm per electionem communéque suffragium regnauerir, quod illi contigit, quia licer filius Dinomeni, viri plebeij esset, erat ramen vittutum omnium arribus instructus, quæ virum principem decenr, quibus ad hoc honoris fastigium elarus est. Vir fuir summè studiosus, rerum bellicarum apprimè gnarus, vt porè cuius victoriæ regijs gestis Themistoclis, Pausaniæ, Leonidæ, & aliorum Græciæ summorum Ducum æquiparanrur. Præcipuè verò comitas ipsius cunctos alliciebat, benignam perperuò afflictis menrem declarans. Cogor authoris verba ipsissima subiungere, vt Regias virtutes vbi vbi libet connoré. ἐξ ἰδιώτου τῆς Σικελίας ὅλης ἡγεμὼν ἐγένετο, τῶν πόλεων ἑκουσίως εἰς τὴν ἐξουσίαν ἐκείνου παραδιδομένων· προσεκαλεῖτο γὰρ ἡ τοῦ ἀνδρὸς ἐπιείκεια πάντας Αν-

In Marcello.

lib. 25. ab vrbe.

De his qui ferè à Numine puniuntur.

Pausanias in Arcadicis l. 8.

Diodor. l. 11 Biblio. hist.

Verba Hermocratis dicentis de Athenensibus captiuis apud Diodor. l. 13.

θεράπους, τὸ εἰς τοὺς ἠτυχηκότας γινόμενον προσβαλοῦσα. Antea quidẽ idem Diodorus scripserat Gelonem tam benigna fortuna fuisse vsum vt cũ Themistocle cõpararetur, imò maior prædicaretur, itavt in regno honoratissimus, & populo charissimus cõsenuerit, cunctis denique charus mortem obierit senex, tãtáque apud ciues gratia valuerit, vt tribus deinceps ex eius familia imperiũ integrè conseruatũ fuerit, & heroici honores mortuo exhibiti: ὁ μὲν δῆμος (inquit) τὰ φονὰ ἀξιολόγοις ἐπιτηδεύσας ἡρωϊκαῖς τιμαῖς ἐτίμησε τὸν Γέλωνα. Moriens autem Hieroni fratrum natu maximo regnum reliquit, tertio anno Olympiadis 75. qui in Romæ conditæ 275. incidit & fuit ante Christum 477. Hic obiit Catanæ (quam ædificauerat) cùm annis tantùm vndecim regnasset, longè aliam quam Gelo imperandi rationem sequutus: auaritia enim atque violentia pessimis regnandi artibus, à fratris candore atque integritate discessit. E viuis excedens Hiero Thrasibulo fratri regnum reliquit, qui per vnum duntaxat annum regnauit, quia improbitate rursus prædecessorem superauit coegitque iniuriarum tandem impatientes Syracusanos (animaduertãt Reges) à se deficere. Thrasibulo expulso Syracusani se in libertatem asseruerunt, quam prorogarunt ad Dionysium vsque seniorem, qui tyrannidem capessit Syracusarum, anno V.C. 347. scilicet secundo Olympiadis 93. ante Christum 405. Eo mortuo filius eius Dionysius junior regnare cœpit anno V.C. 385. & ideo 1. Olym. 103. quo impetito à Timoleonte anno V.C. 408. scilicet 3. Olymp. 108. sequenti anno abdicauit se omni principatu, & deinceps vixit vt priuatus Corynthi, & Syracusani libertate vsi sunt, quoad Agatocles occupatas Syracusas militibus suis diripiendas permisit, & Tyrannum se gessit anno V.C. 436. nempe 3. Olymp. 115. & postea regnauit 28. annis, mortuúsque est natus 72. annis. Et cùm obiisset tertiò Syracusani liberi facti sunt, sed Hieroclis filius Hiero, qui fuerat Prætor 34. post annos, Rex tandẽ electus est anno 3. Olymp. 126. qui fuit v.c. 480. Hic est cui seruiuit Archimedes & ex cuius sanguine fuit. Sub hoc rege Romani in Siciliam transiere anno V.C. 489. hoc est anno 1. Olymp. 129. Anno verò sequenti pax Hieroni ab illis concessa est. Quippe bellum illi illatum est cum incredibili pene diligentia & ardore: quod hinc conijcitur quia contra illum naues 220. confectæ sunt diebus 45. vt tradidit Lucius Piso referente Plinio. Gelonem hic habuit filium, qui superstite adhuc patre regis nomen adeptus est. Geloni etenim regi, qui hic est, librum Arenarium adscripsit Archimedes. Tum Proclus Geloni regi attribuit de corona votiua diis, in cuius fabrica argentum auro immiscuit Aurifex, quod Vitruuius regi Hieroni. Et certè quanta cum authoritate ageret in regno viuente Hierone patre, summo amicitiæ vinculo cum Romanis nexo, indicat Liuius his verbis, *Gelo* (inquit) *maximus stirpis contempta simul senectute patris, simul post Cannensem cladem Romana societate ad Pœnos defecit, mouissétque in Sicilia res, nisi mors adeò oportuna vt Patrem quoque suspicione aspergeret armantem eum multitudinem & sollicitantem socios absumpsisset.* Mortuus est itaque Gelo ante Patrem, qui tandem decedens ætate ingrauescente, Nepotem reliquit Hieronymum filium Gelonis, annos natum 15. qui paulò post regnum funditus euertit, non tàm sui culpa quàm eorum quorum erat adolescentiam moderari. Causas subuersionis non contemnendas rursus notat Liuius. *Vix quidem* (inquit) *vlli bono mode-*

Scilicet lib. 11.

Pausanias.

Diodorus.

Polyb. lib. 1.

Lib. 16. cap. 19.

Lib. 23. ab V. C.

Lib. 4. ab Vrbe. *ratóque regi facilis erat fauor apud Syracusanos succedendi tanta claritate Hieronis. Verumenimuero Hieronymus velut suis vitiis desiderabilem efficere vellet auum, primo statim cõspectu omnia quam dispari a essent, ostendit. Nam qui per tot annos Hieronem filiumque eius Gelonem nec vestis habitu, nec alio vllo insigni differentes à cæteris ciuibus vidissent, conspexere purpuram & diadema, ac satellites armatos quadrigisque etiam alborum equorum interdum ex regia procedentem more Dionysij Tyranni.* Occiso itaque Hieronymo ab Indigemine totáque domo regia (res horrenda!) vtriusque sexus, rebellarunt Syracusani à Romanis, à quibus vrbs obsidione cincta est, & à Marcello anno V. C. 536. Porrò non abs re stemma hoc regium retulimus, quippe quo maxima pars Archimedeæ stirpis continetur. Etenim cùm Archimedes consanguineus esset Hieronis, vt asserit Plutarchus, sequitur & ipsum eundem ad priscum Gelonem pertinuisse, *à quo* (inquit Iustinus) *Hieronis nobilis viri* (ideóque & Archimedis) *origo fuit.* Hieronis inquam, quem deserere non possum propter eximias ipsius virtutes, collatáque in Archimedem beneficia, quin retulerim, futuri illi regni data & in cunis vagienti & in pueritia garrienti auspicia. Itaque à Gelone quidem antiquo Siciliæ Tyranno, manabat ipsius origo, sed maternum illi genus sordidum atque adeo pudibundum fuit: nam ex ancilla natus ac propterea à Patre, velut dehonestamentum generis expositus fuerat. Sed paruulum humanæ opis egentem: apes congesto circa jacentem melle, multis diebus aluêre. Ob quam rem responso Aruspicum admonitus Pater, qui regnum infanti portendi canebant, paruulum recolligit, omnique studio ad spem maiestatis quæ promittebatur, instituit. Eidem in ludo inter coæquales discenti (narrat Iustinus) lupus tabulam, in turba puerorum repentè conspectus, eripuit; Adolescenti quoque prima bello ineunti, Aquila in clypeo, Noctua in hasta consedit. Pulchritudo denique ei corporis insignis, vires quoque admirabiles: in alloquio blandus, in negotio justus, in imperio moderatus. Hæc fuêre regni signa & causæ; hinc animus quo Archimedem nostrum tantopere coluit. Ætas autem Archimedis fuit distinctis annis si Ioanni Tzetzæ credendum, 75. & aliquot mensibus, χρόνους τε ἑβδομήκοντα καὶ πέντε παρηγάγων, (inquit) ita vt quo anno natus fuerit hinc deducere facile sit. Electionis enim Hieronis in regem tempus (licet quidam varient) incidit circa annum ante Christum redemptorem 272. cùm ex calculis temporum subtilissimis fundata sit Roma anno 4. Olympiadis 6. qui in annum ante Christum 752. incidit. Mors verò ipsi nonagenario cùm regnasset 55. annis obtigit ante Dominum natum anno 217. Cúmque mors Archimedis contigerit anno post mortem Hieronis 3. scilicet ante Iesum 214. in expugnatione Syracusarum, quarum obsidio in tertium prolata fuit annum, vt ait Marcellus Syracusanis, à rebellione, scilicet Hieronymi, quæ fuit anno V.C. 535. ad annum captarum Syracusarum, qui fuit V.C. 538. obieritque senex γέρων γεωμέτρης, qualis vocatur à Claudiano & à Tzetza, non inconcinnè censebitur natus circa annum 289. ante Iesum incarnatum, qui fuit 2. Olymp. 122. scilicet V.C. 463. ita vt Archimedes, fuerit annorum circiter 73. cùm Hiero obijt. At Hiero mortuus est nonagenarius, proinde Archimedes natus est circiter annum Hieronis 17. scilicet 18. annis antequam ille regnaret. Dictus vero est Ἀρχιμήδης faustissimo nomine omineque: putà qui rectè operan-

Margin notes: Ad finem l. 14. — Chiliad. 2. hist. 35. — Liuius 24. l ab Vrbe. — Liuius l. 26 — Ibidem. — Liuius lib. 24. & 25. — Ioannes Tzetzes Chiliad. 2. hist. 35.

tium vel ſedulò curantium, vel certò ſuadentium principatum tenuit, ἀπὸ τῆς ἀρχῆς καὶ μέχρι δεῦρο καὶ μέχρι: nemo enim meliùs vnquam Archimede quicquam tentauit, diligentiùs curauit, fœliciúſque adimplendo ſuaſit. Archimenidem tamen eum vocaſſe videtur Macrobius, cùm ſcripſit. *Archimenides quidem ſtadiorum numerum deprehendiſſe ſe credidit quibus à terræ ſuperficie Luna diſtaret, à Luna Mercurius, à Mercurio Venus, Sol à Venere, Mars à Sole, à Marte Iupiter, Saturnus à Ioue. Sed à Saturni orbe vſque ad ipſum ſtelliferum cælum, omne ſpatium ſe ratione emenſum putat. Quæ tamen* (ſubjungit) *Archimenidis dimenſio à Platonicis repudiata eſt, quaſi dupla & tripla interualla non ſeruans.* Archimedes etenim diligentiſſime cœlum rimatus eſt, qua ratione eum vocat, *vnicum cæli ſyderúmque ſpectatorem* Liuius, & ſupremi corporis partes exactiſſimè metitus, ſphæram miro artificio compoſuit, vt poſtea recenſebimus. Atque hùc reſpexiſſe videtur Tullius, & dubium ſuſtuliſſe; cùm ſcripſit: *Nam cum Archimedes Lunæ Solis, quinque errantium motus in ſphæram illigauit, effecit idem quod ille qui in Timæo mundum ædificauit Platonis Deus, vt tarditate & celeritate diſsimillimos motus vna regeret conuerſio. Quòd ſi in hoc mundo fieri ſine Deo non poteſt, ne in ſphæra quidem eoſdem motus Archimedes ſine diuino ingenio potuiſſet imitari.* Ergo Archimedes eoſdem motus, eadémque interſtitia corporum cœleſtium inueſtigauit, quos Archimenides, vt idem ſit Macrobio Archimenides, qui nobis Archimedes. *Quæ autem diuina?* (ſubiungit Cicero) *vigere,* inquit, *ſapere, inuenire, meminiſſe.* Quibus quàm diuinus fuerit Archimedes ſupereſt, videamus. Tanto verò & animi & corporis vigore fuit; vt de ſe poëticum illud vſurpare etiam extremis vitæ diebus iure potuerit,

In ſomniū Scipion lib. 1. cap. 3.

Lib. 24 ab vrbe.

Tuſculan. quæſt. lib. 1.

nec tarda ſenectus
Debilitat vires animi, mutátque vigorem.

Ouid. 15. Metamorphoſ.

Etenim non tantum arma, quæ pro republica geſſit, ſicuti nulli antiquitùs ab iis excuſabantur multò minus Principes aut Regum conſanguinei, (& certe inter arma & ab armato milite interfectus, periit:) ſed quãtum viguerit, ſtudia poriſſimùm oſtendũt. Maxima quippe ſedulitas qua ſcientias perquiſiuit, diligentia qua ſtuduit, aſſiduitas qua contemplatus eſt, continuus labor quo perdurauit, acumen quo percepit; judiciũ quo inuenit, memoria deniq; qua retinuit, abundè vires vel maximas exhauriunt, niſi in robuſto corpore vigens animus operetur. His autem ſimul valuiſſe Archimedem, docent antiqua omnium authorum monumenta: qui, ſi probandum illis fuiſſet exemplo, ſummos viros duci magnarum rerum contemplatione ad cupiditatem ſcientiæ, obtulerint ſtatim in medium ardorem ſtudij qui fuit in Archimede, qui dum in puluere quædam deſcribit attentiùs, ne patriam quidem captam eſſe ſenſerit. At ſi iam ingraueſcens ætate, geometricis rebus & inſtrumentis bellicis, tàm vigenti ſtudio incubuerit, quo deſiderio purandum eſt vegetioribus annis, harum ſcientiarum, huiuſceque laboris flagraſſe? Hæc indicia ſunt: quòd cum à deſcriptionibus mathematicis vi auulſum cùm ſerui paſcerent, vngeréntque, ille interim ſtrigili lineas in ventre duxerit, ἐπὶ τῆς κοιλίας ἔγραφε τὰ σχήματα τοῖς στλεγγίσι (inquit Plutarchus;) tùm quòd ne inter lauandum quidem, mentem à contemplatione dimouerit. Cùm enim ex aquæ ſupra labrum ſolij eliſæ effluxu excogitaſſet coronæ dimenſionem, tanquam furore quodam aut diuino numine exagitatus, proſi-

Cicero lib. 5 de finib. lib 1. & mal.

Plutarchus, nō vinisuauiter secundum Epicuri decreta. — Proclus lib. 2 cap 3. — Vitruuius cap.3 lib.9. — Plutar. in Marc. — In somnium Scipion. lib. 2 cap.3.

liit vociferans εὕρηκα, εὕρηκα καὶ τοῦτο πολλάκις φθεγγόμενος ἐβάδιζεν. Ille verò tantam de se sūaq; sciētia concitarat opinionem, vt publico regioque ψηφίσματι Archimedi quodcunq; dicenti crederetur. Cùm itaque Rex Hiero, vel vt aliis placet Gelo Hieronis filius, vouisset coronam diis suis, & auro admiscuisset argentum Aurifex, placeret tamen artificium & opera, curā dedit Archimedi, deprehendendi furti sine fusione operis: quod quàm difficile esset non coniecturæ sed certitudini est, mixtura primorum metallorum. De hoc verò deprehenso furto, alibi luculentiùs; sufficiat nunc indicasse & à sua & familiari Sirene adeo demulcitum ὑπὸ οἰκείας δή τινος καὶ συνοίκου θελγόμενος σειρῆνος ὡς ἐλελῆσθαι καὶ σίτου καὶ θεραπείας σώματος ἐξέλειπεν. E quidem Sirenem rectè vocauit voluptatem quæ ex studio Philosophiæ, & maximè matheseos percipitur. Quippe si Deo canens, Siren Græco, intellectu valet, vt notat Macrobius, quidni Mathesin Sirenem non vocauerit quis? cùm ex quæ à Geometria, Astrologia, & Harmonica percipiuntur voluptates acres sint & variæ illecebræ, quibus nulla deest inescandi vis? Descriptionibus enim suis mathemata tanquam illicibus quibusdam ad se trahunt: quarum qui gustum percepit, siquidem rerum imperitus non sit, obambulat ista cantillans, μουσομανὴς δ' ἐλαφίζει δ' ἤδη καὶ τῶν ποτὶ δῆριν, ἔρχεμαι δ' ἐκ λύρας ἐκ τῶ νόμω, scilicet quam regula, quam circinus, quam leges scientiæ. At licet tot aucupiis irretiant humanos animos disciplinæ illæ, & quamuis ob inscitiam hominum imperitiamque neglectæ ὅμως βίᾳ ὑπὸ χάριτος αὐξάνονται, vt dicebat Plato, tamen vbi mentem inuenerint ad sapientiam pronam, qualis fuit potissimùm Archimedis, tot & tātas in eam voluptates infundunt, vt ea cum Ioue de perenni gaudio decertauerit, sibique Deo Sirenem cantare crediderit. Porrò opera viri, adinuentionesque qualis, quantusque fuerit produnt. In duplici verò habentur discrimine; Quædam etenim sunt meræ contemplationis, scientiæ perfectæ & completæ demonstrationis, alienæ à materia subiecta. Quædam verò mechanicæ dicuntur, manuumque opera constant, in quibus etiamsi Archimedes præstantissimus esset & ingeniosissimus, contempsit tamen primò; quia crederet pulcherrimam diuinámque sciētiam operibus diuulgatis prostitui: verùm iussus deinde ab Hierone rege, specimina artis tanta præbuit, vt ab intellectu in opera educta, stupori & admirationi fuerint. Sed quia hæc

Plutarchus.

tanquam ludens in Geometria edidit (γεωμετρίας δὲ παιζούσης ἐγεγόνει πάρεργα) fontes primum inuisamus, vnde tam abundātes riui dimanarunt. Trito quatuor partium numero Mathesin suam compleuit: nouit quippe & numerum tractare vt numerus est & item vt sonorus: nempe sub nomine cùm Arithmeticæ, tum Musicæ discretam quantitatem intellexit. Continuā verò cùm ratione quantitatis, tum indicio mobilitatis, scilicet sub notis vocabulis Geometriæ & Astronomiæ cōtemplatus est. Et tandem tam perspicaci mentis oculo vtramque rimatus est, vt vix vlla quantitatis passio, proprietas aut affectio eius obtutum effugerit. Et licet quantùm valuerit in numeris de-

Pro A. Cluentio.

prehendamus cùm ex libello qui μέτρησις τοῦ κύκλου dicitur, tum ex eo ψαμμίτης nomen est, quo artem numerandi ea arte auxit, vt per excellentiam eloquentiæ princeps Romanæ, innuens corrumpendis 16. Iudicibus ex 640. nummis, cuique 40. ex æquo cessisse, dixerit Archimedē scilicet Arithmeticæ coriphæum, nō meliùs potuisse describere. Tamen ex professo libros scripsit

de numeris ad Zeuxippum, de quibus ipſemet mentionem facit, qui ſi extarent ab ijs diſceremus, quantum etiam Archimedes muſicis numeris delectaretur. Quippe non eſt credibile partem hanc Mathematicarum diſciplinarum ſpreuiſſe, quæ inter alias maxime rationi conſona eſt, & vt ex Homero refertur οἰκειοτάτη τῇ ψυχῇ, tota rurſus florida, putà ſenſibus exhibens pulchritudinem illam quam Zeno vocauit florem τὸ κάλλος τῆς φωνῆς ἄνθος, fortaſſe ἄγει τι ἄνω θεῖν, vel potiùs ἄγει τι ἄνω τὰς ψυχὰς φέρει: effert enim & rapit præ dulcedine ſua, in cœlum mentes & dijs conſociat. Indicio verò Archimedem intactam partem hanc non reliquiſſe, ſunt *hydraulica*, muſica ſcilicet organa quæ ipſius memorantur. Nec enim μηχανικῶς quicquam tractauit quod priùs non ſciuiſſet ἐπιστημονικῶς. Tum verba Vitruuij id ſubolere cenſentur, qui vbi muſicam pluribus attigiſſet, addit. *Archimedes & Scopinas ab Syracuſis qui multas res organicas, & gnomonicas numero, naturalibuſque rationibus inuentas, atque explicatas, poſteris reliquerunt*. Numeris verò, & naturalibus rationibus Muſica conſtat. Verum omne dubium ſoluit quod de huiuſmodi hydraulicis muſicis refert Tertullianus, *Portentoſiſſimam* (inquit) *Archimedes munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot partes, tot compagines, tot itinera vocum, tot compendia ſonorum, tot commercia modorum, tot acies tibiarum, & vna moles erant omnia*. Hæc ſimul omnia concinnaſſe ad muſicos ſonos edendos, non potuit Archimedes, quin omnia muſices genera, Diatonicum, Chromaticum, Enarmonicum, omnes conſonantias, omnes modos, denique omnes ſonorum & vocum flores, eorumque rationes perfectè tenuerit. A numeris verò tranſiens ad lineas Archimedis mens, inter eas ſummè extulit caput, *quæ per ſe aëris altiora proſpicientes, memoriarum gradibus ad cælum elata, æuo immortali non modo ſententias, ſed etiam figuras eorum, poſteris cogunt eſſe notas*. Quandoquidem vt lineas, vt ſuperficies vt corpora meditatus eſt, vt ſphæram dimenſus eſt, vt circulum, vt parabolen, vt lineam elicam, denique vt proprijs operibus quæ ſequuntur hoc volumine tanquam diuinus Geometra tractauit, ea in gratiam cæleſtium ſpeculationum operatus eſt. A terra quippe, poſt tot hic exanthlatos labores, in cœlum oculos conuertens angulum illum tot linguis decantatum efformauit, quo deprehendit τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου τηλικοῦτο τοῦ μεγίστου κύκλου μέρος ὑπάρχειν, ἡλίκον ἡ γωνία τῶν τεσσάρων ὀρθῶν, & hinc exactam ſolis magnitudinem: quo etiam aberrantes ſenſus correxit ſapientum Philoſophorum: *Hæc* (inquit Tullius) *cum vera eſſe conceſſero, ſi adijciam iuſiurandum, ſapientemne prius, quam Archimedes eo inſpectante rationes omnes deſcripſerit, eas quibus efficitur, multis partibus ſolem maiorem eſſe quam terram, iuraturum putas?* In verbo itaque tanti artificis credit ac iurat ſapiens, de quibus priùs oculi, interioreſque ſenſus auocabant, & Geometricis rationibus, *quæ vim afferunt in docendo*, manus præbet. Hoc angulo totum nedum cœlum, ſed mundum vniuerſum, mundique partes menſus eſt, itinera cœleſtia, interualla, modos, rationes, & proportiones, denique molem integram didicit, ac deinde cæteros docuit: & vt totius compaginis cœleſtis ſpeciem & imaginem hominibus ſui ſæculi exhiberet, qua à ſenſibus ad intellectum faciliùs ſupremi corporis notitia tranſiret, ſphæram compoſuit, ſphæræque componendæ librum: Et hoc inſtrumento omnes motus cœleſtes, & quidquid eſt in ſuprema mole, ita affabrè imitatus erat, vt tota ne-

Initio li. de numero arena.

Plutarch in vita Homeri.

Laertius in Zenon l.7.

Cap. 1 li. 1. Architect.

Lib. de Anima.

Vitruuius l.9 cap. 3.

Li. 4. acad. quaest.

Ex Carpo teste Pappus proem. l.8.

dum Græcia ſed pene orbe, artis miraculo exceptum fuerit, & operis indu-
lib. 1. de Nat. Deor. ſtria quæ omnibus erat in confeſſo, vſus ſit Cicero ad comprimendum Epi-
cureorum de prouidentia diuina turpiſſimũ errorem. *Hi*, inquit, *dubitant de mundo ex quo & oriuntur & fiunt omnia, caſúne ipſe ſit effectus, aut neceſſitate aliqua, an ratione, an mente diuina: & Archimedem plus valuiſſe arbitrantur in imitandis ſphæræ conuerſionibus, quàm naturam in efficiendis, præſertim cùm multis partibus ſint illa perfecta, quàm hæc ſimulata ſolertiùs.* Vitreum fuiſſe iſtud αὐτόματον Claudianus innuit ſingulari hac de ſphæra epigrammate. Tales duas vidiſſe ſe Lutetiæ refert Ramus, alteram bellicis Siciliæ rapinis allatam, alteram germanico ſimiliter bello direptam. Tibi vero (POTENTISSIME LVDOVICE) binæ ſunt allatæ ab magno tuo Μηχανοποιῷ Marino Burgeſio Normano à ſe hîc in regno tuo fabrefactæ, raro ingenij ſui manúſque exemplari: prima quarum globi ſpeciem referens, ornamento eſt appenſa in inſigni Pergula tua orbis miraculo, Solis octauíque orbis ortus, occaſus, reliquáſque reuolutiones motu ſuo exactè adæquans: Altera è marmoreo laqueari dependens in ſuperbo illo atrio quod HENRICVS MAGNVS habendo conſilio deſignauerat, maior circulíſque æneis conflata, totque rotulis, & arcubus inſtructa vt Solis Lunæ, cæterorúmque aſtrorum diur-
1. Tuſcul. nas, menſtruas, annuas, longioréſque periodos, circuitiones, configurationes, adumbrationes, occultationes, apparitiones, cæteráque Phænomena ad vnguem adſimilet, vt ſi non Archimedi (*qui*, inquit Cicero, *cùm*
1. de Nat. Deor. *Lunæ, Solis, quinque errantium motus in ſphæram alligauit, effecit idem quod ille qui in Timæo Platonis, mundum ædificauit Deus, vt tarditate & celeritate diſſimillimos motus vna regeret conuerſio*) ſaltem Poſſidonio, qui tale quoque σχῆμα compoſuit, ſit tuus Burgeſius æquiparandus. Cæterùm animi ſui ſpecimina dedit inuentis innumeris quæ propriis libris docuit, cuiuſmodi ſunt ὀχούμενα,
De temperam. lib. 3. & humido inſidentia, quæ hoc opere continentur, Σύζυγα ſeu coniugata, Ἰσοπερίμετρα ſeu ambitu æqualia, quæ non extant, Πυρεῖα ſeu comburentia de quibus Galenus mentionem fecit libris περὶ κράσεων, quæque pe-
Pappus præf. in l. 8. tiere, niſi ea fortaſſe ſint quæ à Gogaua quodam emiſſa ſunt & paululum illuſtrata, mechanica demum quæ ſcripſerat libris περὶ ζυγῶν, & aliis quæ maximo noſtro damno non ſuperſunt. Nam licet contemplationi totum ſe dederit, Platonique plurimùm tribuerit, qui Eudoxum, Architam, & aliquot antiquos illuſtrantes Geometriam, & propoſitiones à demonſtratione quæ ratione & euidentia explicetur, remotas confirmantes ſuis obiectis organorum exemplis: ποικιλλόντας τὸ γλαφυρὸν γεωμετρίας, καὶ λογικῆς καὶ γραμμικῆς ἀποδείξεως οὐκ εὐποροῦντα προβλήματα δι' αἰσθητῶν καὶ ὀργανικῶν παραδειγμάτων ὑπερείδοντας, (vt inquit Plutarchus,) reprehenderit, quaſi corrumpentes τὸ γεωμετρίας ἀγαθὸν denique, primùm crediderit diuinam ſcientiam operibus diuulgatis proſtitui: tamen Socrati fidem tandem adhibens, qui ſcientiarum eos demum fructus excellentiſſimos eſſe putauit, cùm in mediam hominum vitam, opus aliquod vtile ſeu coloniam deduxiſſent, ad
Xenophon in memorabilibus. machinamenta animum conuertit, quibus tandem effecit vt Briareus alter fuerit appellatus, & audenti ſcientia problemata illa emiſerit: mouere terram dato loco, quo pes figatur: Et qualibet, data vi, quodcunque pondus mouere. Δός μοι, inquiebat, πῆ στῶ, καὶ κινῶ τὴν γῆν. Et ruſſus τῇ δοθείσῃ

δυνάμει

δυνάμει τὸ δοθὲν βάρος κινῆσαι, δυνατόν ἐστι. Cùm itaque hæc πανδυσαλέος ῥώμη τῆς ἀποδείξεως, proposuisset Hiero rex, author illi fuit constituendis machinis bellicis, elcticis, batulcis & istiusmodi, (de quibus ad librum ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν, plura dicturi sumus) quibus tamen Hiero ipse parum vsus est, cum *ferè totam vitam in otio & summa fortunæ indulgentia traduxerit*, quoniam Ro- *Liuius.* manorum erat vt amicissimus, sic charissimus. Verùm vt abiit è viuis, statim Hieronymus & ij quibus res iuuenis Principis demãdatæ fuerant, à Romanis rebellarunt, & cũ tanta animorũ iniquitate, *vt non plura per annos quinquaginta* *Liuius ab V. C. li. 25.* *Benefacta Hieronis, quàm paucis annis maleficia eorum qui Syracusas tenuerũt, Hippocratis præcipuè & Epicidis fuerint*: vnde clades Syracusarum, in qua vir vnus *Plutarch.* instructus arte ad aliquod incœptum vti par est, probè accommodata, ma- *Polibius.* gnam atque admirabilem vim habere deprehensus est. Quamquam, si Rex Hiero qui sumptus præbuerat, industriam illam atque inuentionem Archimedis aduersus Romanos cõuertendas præsciuisset, nunquam tantas machinas, Syracusanorum funestæ rebellioni præparasset. Multi authores maximi nominis obsidionem illam & giganteas Archimedis in illa obsidione operas descripserunt. Verùm inter alios Romanæ parens historiæ Liuius, his eas verbis ponit ob oculos. *Habuisset*, inquit, *tanto impetu cœpta res fortunam, nisi* *Lib. 24. ab V. C.* *vnus homo Syracusis ea tempestate fuisset Archimedes. Is erat vnicus spectator, cæli syderúmque, mirabilior tamen inuentor ac machinator bellicorum tormentorum, operúmque quibus ea quæ hostes ingenti mole agerent, ipse perleui momento ludificaretur. Murum per inæquales ductum colles, præcláráque alta & difficilia aditu, summissa quædam & quæ planis vallibus adiri possent, vt cuique aptum visum est loco, ita omni genere tormentorum instruxit. Acradinæ murum, qui vt ante dictum est, mari alluitur ex Quinqueremibus Marcellus oppugnabat, ex cæteris nauibus sagittarij funditoréſque & velites etiam quorum telum inhabile ad remittendum imperitis est, vix quemquam sine vulnere consistere in muro patiebantur. Hi, quia spatio missilibus opus est, procul muro tenebant naues, iunctæ aliæ binæ ad Quinqueremes, demptis interioribus remis vt latus lateri applicaretur: cum exteriore ordine remorum velut naues agerentur: turres contabulatas, machinamentáque alia quatiendis muris portabant. Aduersus hunc naualem apparatum, Archimedes variæ magnitudinis tormenta in muris disposuit: in eas quæ procul erant naues, saxa ingenti pondere emittebat: propiores leuioribus eóque magis crebris petebat telis. Postremò vt sui vulnere intacti tela in hostem ingererent, murum ab imò ad summum crebris cubitalibus fere cauis aperuit: per quæ caua pars sagittis, pars scorpionibus modicis ex occulto petebant hostem. Quæ propiùs quidem subibant naues, quo interioribus ictibus tormentorum essent, in eas tollenone super murum eminente, ferrea manu firmæ cathenæ illigatæ, cum injecta proræ esset, grauique libramento plumbi recelleret ad solum suspensa prora nauim in puppim statuebat, dein remissa subito velut ex muro cadentem nauim cum ingenti trepidatione nautarum ita vnda affligebat, vt etiamsi recta recederet, aliquantum aquæ acciperet. Ita maritima oppugnatio est elusa, omnísque vis est auersa vt totis viribus terra aggrederentur. Sed ea quoque pars eodem omni apparatu tormentorum instructa erat: quæ non eminus tantum, sed & cominus tela mitterent*: Romani enim rati prælongis funibus vtendum esse Archimedi quibus explicandis amplum spatium *Plutarchus.* requireretur, crediderunt tela, quod ex satis magno interuallo torquerentur, planè fore irrita. At experti sunt cùm propius accessissent Archimedem ad id

accōmodata omni interuallo tormenta præparasse, tela quidē breuiora, sed quæ mitterēt densiora, multáq; & crebra vulnera inferrēt. Scorpiones quoq; modicos, σκορπίους βραχυτόνους instruxisse qui oculos fallerēt hostiū: ita vt cùm Mœnibus successissent, iterum grando in eos missilium ingesta, saxa velut ad perpendiculum in capita oppugnantium prouoluta; sagittæ denique omni ex parte muri ingestæ fuerint. Vnde tanta strage obruti λιθομαχοῦσιν ἐοίκασιν οἱ Ῥωμαῖοι, μυρίων αὐτοῖς κακῶν ἐξ ἀφανοῦς ἐπιχεομένων. Mirum dictu quantam erga Marcellum Archimedes opinionem & sui ingenij, suæque scientiæ opinionem concitauerit, cùm Dux militum tantus ab oppugnatione coactus recedere, spem posuerit reliquam in longitudine obsidionis. Bellicorum quidem organorum & machinamentorum Hieto, vsum non habuerat: cæterorum verò quæ communi vsui esse possunt, vt quæ ferendis, deducendis, attrahendis, & omnino mouendis oneribus deseruiunt, vim & robur fuerat jampridem expertus: siue cùm nauis, principio Syracusana, deinde dicta Alexandrina cùm eam ad Ptolemęum, Hieton misisset, paucis instrumentis scilicet ex-
Athenæus lib.5.ca.11. cogitata helice (πρῶτος γὰρ Ἀρχιμήδης εὗρε τὴν τῆς ἕλικος κατασκευὴν) machina, in
Isidorus li.19. mare protracta est. Nauigium quippe istud tantæ molis erat (depingitur affabre ab Athenæo) vt omnis Sicilia ipsum in mare vix protrusisset, quibuscunque tandem puluinis vsa, nisi sua machina Archimedes juuisset Regem, effecissetque vt solus facillime tantum pondus mouisset. Helix autem, puto, machina fuit cochleata, clauiculatim spiratimque stricta, eius instar quam nos vulgò cochleam infinitam dicimus: cuius circunductu attolluntur, attrahuntur, efferuntur ingentia pondera. Quamquam helix à Cochlio distinguatur inuentionesque vtriusque separatim notet Athenæus cum ait Sentinam (ἀντλίαν) licet profundissimam nauigij ab vno quidem homine exhaustam cochlio, (διὰ κοχλίου Ἀρχιμήδους εὑρόντος inquit) cùm tamen prius Archimedem reperijsse helicem dixisset. Inuentionem quoque hanc notat Dio-
Bibliot. hist li 5. dorus, & Archimedi tribuit degenti in Ægypto, λεγομένοις κοχλίαις, οὓς Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος εὗρεν, inquit. Et certe siue vt disceret, siue vt doctrinam famamque suam toto mundo spargeret ad extraneas gentes se contulit, eas potissimum quæ scientiarum nomine illustres essent, totiusque suæ peregrina-
Suidas in vocabulo Θεοδόσιος. tionis scripsit viaticum, in quod deinde commentarium edidit Theodosius Philosophus & Mathematicus. Porrò ne nos abducat longiùs machinalis hæc descriptio, cum Plinio concludemus, grande & Archimedi Geometri-
Lib.7.cap.37. cæ ac machinalis scientiæ testimonium M. Marcelli contigisse, interdicto cùm Syracusæ caperentur, ne violaretur vnus: sed fefellit imperium militaris impudentia. Quod cùm contigisset, audijssetque Marcellus hominem tanto ingenio ac disciplina, quemque curiosissime requisierat, interfectum, vehementer doluit. Internecionis vero modum quis elegantiùs, quis Archi-
Lib.8.c.7. medis famæ conuenientiùs Valerio Maximo ediderit? *Archimedis (inquit) fructuosam industriam fuisse dicerem, nisi eadem illi & dedisset vitam & abstulisset. Captis enim Syracusis Marcellus machinationibus eius multùm ac diù victoriam suam inhibitam senserat, eximia tamen hominis prudentia delectatus, vt capiti illius parceretur edixit: pene tantum gloriæ in Archimede seruato, quantum in oppressis Syracusis reponens. At is dum animo & oculis in terram defixis formas describit, militi qui prędandi gratia domum irruperat, strictoque super caput gladio, quisnam*

esset interrogabat: propter nimiam cupiditatem inuestigandi quod requirebat, nomen suum indicare non potuit, sed protracto manibus puluere: noli (inquit) *obsecro, istum circulum disturbare, ac perinde quasi negligens imperij victoris, obtruncatus sanguine suo artus sua lineamenta confudit. Quo accidit vt propter idem studium modo donaretur vita, modo spoliaretur.* Nec tamen is modus sine controuersia est, cùm & alij velint Archimedem jussum non statim prosiluisse ad Marcellum & ideo occisum à furente milite. Alij demum sentiunt dum ferret ad Marcellum instrumenta Mathematica, horologia, sphæras, angulos, & alia, intercurrentes milites, quia aurum ferre eum in vasculo censerent, interemisse. Sine dubio verò est, eius mortem ęgerrime tulisse Marcellum, militémque qui interfecerat auersatum supplicio affecisse, propinquis sedulò inuestigatis honorem habuisse, & tandem mortuo monumentum erexisse, quod à longis deinde seculis Quæstor in Sicilia Cicero septum vndique & vestitum vepribus indagauit. *Tenebam*, inquit, *quosdam senariolos, quos in Archimedis monumento esse inscriptos acceperam, qui declarabant in summo sepulchro sphæram esse positam cum cylindro: cúmque patefactus esset aditus, ad aduersam basim accessimus. Apparebat epigramma exesis posterioribus partibus versiculorum, dimidiatis fere. Ita nobilissima Graciæ ciuitas, sui ciuis vnius acutissimi monumentum ignorasset, nisi ab homine Arpinate didicisset.* Omnes quidem conatus suos Archimedes eò contulerat præcipuè vt circularia & sphærica dignosceret: ita vt cùm diuinè in hac perquisitione egisset, petiit ab amicis & propinquis vt vita functi, cylindrum sphæram complectentem sepulchro imponerent, inscriberéntque proportionem quatenus solidum continens excedat contentum, secundum quòd demonstrauerat propositione 31. lib. 1. de sphæra & cylindro. Quod cum resciuisset Marcellus optatis demortui annuit. Hæc fuit fortuna tanti hominis: de quo superest, adnotemus qua lingua & qua demonstrandi methodo scripserit. Lingua igitur Dorica, ei fuit familiaris & ideo Eutocius τῇ Ἀρχιμήδους φίλᾳ δωρίδι γλώσσᾳ vocat: Et certè lingua hæc Dorica communis fuit priscis Siculis, qui Græcè omnes loquebantur antiquitùs. Et quamquam rudis sit & inuenusta si cùm Attica comparetur, tamen ὀξύμωρα & sententiæ ita acutè & affectatè annunciata vt fatua viderentur, hoc in idiomate probabantur. Hæc autem trita fuêre Siculis, qui cum non bene loquerentur, essent tamen acuto ingenio, miscentes non inuenustos sales cum rudi loquela, risum excitabant. Salsi verò fuêre, potissimum honestiores vt Dionysius, Hiero, Gelo & huiusmodi, adeò vt eorum ἀποφθέγματα memoriç mandarit Plutarchus. Etiam recensentur lepidissimi oratores ex Siculis, inter quos Gorgias ille fuit omnium disciplinarum professor. Archimedes autem non semper Doricè loquutus est, sed aliquando Rhodius videtur sermone qui propius ad Atticismum accedebat. Libros de sphęra & cylindro, meliori lingua euulgauit quam reliquos, & videtur in singulis singulas ætates prodere, vt nunc elegantiùs nunc negligentiùs scriberet: adeo vt hîc vocabula inueneris quæ alibi non legantur, accentus quoque suas sedes peruertant, & denique multa redoleant pessimum illum statum quo quondam in bibliotheca regia repositum est exemplar operum Archimedis, quod fuerat Georgij Vallæ sine accentibus vllis & spiritibus exaratum, præterea notulis quibusdam sparsum syllabarum & dictionum, quæ ne à Græcis quidem ipsis

Lib. 5. Tusc. quæst.

In 2. lib. 2. de sphær. & cylind.

Asteism.

Strebaus in 2. de orat.

agnoſcerentur. Methodum quidem qua nobis ſua ſcripta dederit, & demonſtrandi rationem ſubjungeremus, niſi commodius in ſequentibus prolegomenis ad libros de Sphæra & Cylindro, reiiceretur: ad quæ lectorem interim remittimus, ſi tamen priùs nonnulla quæ pro Mathematicis hic addidimus, mente & oculis perlegerit, vt eius animus auidior ad Archimedem inuiſendum & alacrior perfetatur, à quo omnia diuina prorſus communémque hominis captum excedentia expecta, (ô, beneuole lector) habe, poſſide.





NOBILIBVS GALLIS
PRO MATHEMATICIS,

Quod his disciplinis ferrum fiat propriè symbolum Sapientiæ.



ERRVM sapientiæ symbolum fuisse antiquis Hebræis & Chaldæis, primis videlicet Mathematicis, nemo non censebit præter ratione & inconsulto factum qui præteriro à paucis annis æuo, toto ferreo interiisse ferè sapientiam animaduerterit: & mediusfidius literam illam hieroglyphicã perpetua delendam litura arbitrabitur, quicumque arma nostra, Nondum expiatis vncta cruoribus, Sapientiæ infestissima fuisse meminerit, His quippe exulem sapientiam solo nostro videmus & quam supremis seculis, quibus conticuetar armorum strepitus, aliquam retinuetamus, vbi ferrum sæuiit καὶ ἐξεκαύθη πόλεμος nullam habuimus: ac nisi δῶπερ ἐπόθουμεν rediens his olim suis sedibus iure quodam postliminij restiruatur, firmissima suæ tyrannidis inter nos insipientia, inscitia, ignorantia, fundamenta iacient, ita enim feræ illæ sapientiæ hostes, in respublicas ferri præsidio non irrepere duntaxat solent, sed figere sedes: vt non nisi summa vi mentis emitti dehinc, expelli, eiici, possint. Idque eo fit difficilius, quò earum dominatione fatiscunt ingenia, grauedine, torpore, veterno iacent animi: tantámque spiritus ex diutina ferri contrectatione rubiginem contrahunt, vt ea exesi tantum abest, sufficianr exercendis summæ rationis actionibus quę prudentiam sapiunt, vt nequidem languentem fantasiam satis mouete possint, quo malum nostrum morbúmque aut sentiamus aut imaginemur: tantum abest, vt ratio resumat vires, suo maximo malo, scilicet ἀδικίᾳ, contusa, attrita & pene extincta. Quippe grassante ferro furra, latrocinia, cędes, incendia, omnis denique pernicies pro ęquo & iusto admittuntur, súntque non solum τὸ δίκαιον illud ac ius scriprum, sed maximè τὸ ἐπιεικές quod animis insidet, veluti sctipti iuris & latarum legum ac sapientum decretorum humana regula. Aut si ex nuperrima sapientię diminutione, quemdam iam spiritum ducit, post aliquot annos quibus gratissimum suauissimumque pacis aërem exspiramus, & aliqua opera collocata est in expurganda publica sanie detergendóque ac delendo publico malo, hoc illud quantulumcunque sit operis, dandum est quieti ac cessationi ab armis, à gladiis, à ferro. Quid itaque ferro cum sapientia est, quid commune habent ensis & ingenij acies? Ironicúmne vel Antiphrasticum non censebimus Hebræorum symbolum? Nihilominus maxi-

mopere nobis ab impietate ne dum errore cauendum est, cum rigidissimos illos sapientiæ antecessores inscitię insimulamus: Quippe tam seueros rerum ęstimatores, non est simile verò lapsos esse suis decretis, aut sapiēnię charactérem instituisse ferrum, quin magna fuerit inter ferrum & sapientiam affinitas: Quę etsi vulgus lateat, acerrimis tamen oculis vtriúsque naturam contemplanti, affulgebit. Tum, qua ratione culpa vacabit, qui ferrum à sapientia dicet alienum? cum non leui iniuria lacessat honoris candidatos, qui mediis flammis, gladiis, & quibuslibet periculis lethalia minitantibus vulnera, ferrea manu ferreóque pectore palmam & lauream quęritant? Nam circumspecti ferrigeri non minori animi sapientia, quam corporis robore conatus suos habent, nec desipientes & efferi in iniustas cędes proruunt. Scopulum itaque tanti erroris vitantes, quomodo fieri posit, vt ferrum sapientię conueniat, inuestigabimus, ostensuri tandē causam dissidij quod inter Martem & Mineruam visum est, non aliundè quàm ex scientiarum pręcipuè Mathematicarum, lugubri pœnitendóque contemptu, esse natam. Quod pro quantulacumque vi nostra libentius suscipimus, quò pauciores Athletę pro Mathematicis in campum prodeunt, & minus is quantumlibet imbellis, increpari possit audaciæ, qui ipsas pro virili defensurus steterit in procinctu. Piam enim causam agenti nemo est qui non fauere debeat, ipsique συμμαχίαν συνί-θεσθαι. Oculata ergo gens Hebręa, cui singularis quondam oborta est diuinę prouidentiæ lux: quæque ob cicuram longis seculis apud se sapientiam, supra cæteras nationes altissimè caput extulit: quæ docuit Ægyptios, illos scilicet quorum scholæ magister Soloni Græcos puerorum loco habuit, ob recens natam ἑλληνικὴν παιδείαν, ex qua prodiere Chaldæi: ij nimirum populi vnde oriundo Beroso ob diuinas prædictiones (inquit Plinius) Athenienses publicè in Gymnasio statuam inaurata lingua posuêre, ex qua rursus abiere Arabes, quorum scientia totum orbem peruagauit, vt hoc quoque æuo in subleuanda rei litterariæ penuria viris apprimè doctis maximè commendetur Arabicus sermo, incipiátque omnibus ferè Europæ Academiis tanquam vagire in cunis, qui si adoleuerit mirum quantum hinc respublica literaria incrementi cœperit. Ex qua denique sunt Ismaëlitæ spurio nati, qui tamen fama Saracenorum bonam terrarum partem & armis & doctrina sua infestarunt: durántque adhuc non exiguo nomine, ne in vanum cadat antiqua

Genes. 21. vers. 13. גם את בן האמה לגוי אשימנו כי זרעך הוא

hæc Dei pollicitatio: *Filium ancillæ faciam in gentem magnam; quia semen tuum est*: Gens inquam Hebręa olim omnium scientiarum & pręsertim nostrarum Mathematicarum parens, tot sapientię titulis illustris, non equidem potest abs re ferro sapientiam designasse: & quamquam vulgo, huius vetusti consilij causa non est obuiu facilis, tamen eam nos quibusdam coniecturis fortasse consequi possumus. An sapientem similitudinis ansam prębuisse potiùs, quam sapientiam ipsam dicere est? ferrum enim rude & visui ingratum, tritura pollitur, & manu artificis adeo explendescit, vt nihil videatur lu-

Hebræ להב *vel* להט

cidius, vnde nomen sortitum est inflammati, ardentis & luminosi, quo nihil oculis pulchrius offeratur. Eodem prorsus modo homo natus rudis, tardus & limosus, purgatur: & sordibus mundatur perito docentis ingenio (vt ait Beatus Dionysius) tum eruditur & maioribus subinde oborientibus illi sapientiæ radiis illustratur, leuigatur, colitur: Totus demum fit pulcher eo

modo quo excupiuit Socrates, ſic apud Platonẽ orans, ὦ φίλε πὰν τε καὶ ἄλλοι ὅσοι τῇδε θεοὶ δοίτε μοι καλῷ γενέσθαι τἄνδοθεν τἄξωθεν δ' ὅσα ἔχω, τοῖς ἐντὸς εἶ(ναι) μοι φίλια, vera ſcilicet, pulchritudine hominéque digniſſima, cuius præcipua ſedes mens eſt. Ideóque ea quę in homine exterius cernuntur, veram ſpeciẽ pulchri prę ſe non ferunt, ſed ſimulachrum quoddam & adumbratã effigiem eius quę in benè compoſita mente renidet formoſitatis, quęque ſi oculis cerneretur mirabiles amores excitaret ſui. Etenim ſapientia eſt igniculus ille candoris ęterni quo noſtri animi accenduntur & quo non humana tantum regimus ſed cœleſtia etiam ſuſpicimus, ac diuina aſpiramus, flammea acies eſt & candens ferrum, quo non corpora duntaxat ſecantur, ſed animi diſtribuuntur in ſubſtantias ſuas, qualitates & proprietates, omnia denique ita aperiuntur vt eos rimanti ingenio nihil occultetur. Hęc vero inuiſibilis pulchritudo homini qui ſeipſum norit, ſatis ſupérque eſt vt propter eam, ſapientiam depereat. nihilominus ſicuti in ferro gladij acies ſuffuſo oculis ſplendore ſignificatur: ita latentis in anima ſapientię etiam producunt ſe foras ſcintillę, quę corporeę pulchritudinis luminibus emicant, vt veriſsima ſit ſapientis Hebręorum ſententia. *Sapientia hominis decorat faciem eius*, Socratiſque haud abſimilis interrogatio apud Platonem. Πῶς δ' οὐ μέλλει ὦ μακάριε τὸ σοφώτατον κάλλιον φαίνεσθαι; Nam ſapientia hominis illuſtrat faciem ipſius & in exteriora membra diffundit ſe pulchra animę compoſitio, vt qualitercumque viſibilis forma, inuiſibilis & interna boni Idea illuceſcat. Quæ res meherele digna contemplatione eſt: ſed ne longiores ſimus, ſufficiet animaduertamus vnumquodque ea poriſsimum ratione pulchrum eſſe, qua bonum; aut turpe, qua malum: tum ſolum ſapientem bonum exiſtimari ne fortè imprudens, barbarus, rudis, nomine Boni indigniſsime donetur: cum bonus ſolus ſit diues antiquo receptiſſimoque ſapientibus axiomate: nemo vero ignaro, imperito, improbo ſit pauperior, & veri boni egentior: præterea virum bonum amore, familiaritate conſortio noſtro maxime dignum eſſe: à quibus amandari omnino debet pertinax & imperitus, quem vana delectant, tenuia & communiter impia: cui mens obſcura eſt, animus imbecillis, rudis intellectus, miſera memoria, grauis & moleſta oratio: Denique maxime amabile nihil eſſe niſi ſolum pulchrum. Ex quibus ſolum ſapientem, vt ſolum bonum, & ſolum amabilem, ſolum pulchrum dicamus oportet, non tantum interius, ſed etiam foras cum ſpecioſiſſimæ ipſius pulchritudinis flos, ὃ ἄνθος Zenoni, ex ſapientia interius vigente, tanquam ex ſemine oculis exhibeatur, & in corporis membris, in facie, in cute exoriatur. Nam ſapientia mentem moderatur, moderata mens vrget appetitum, cohibitus appetitus laudabilibus actionibus exercet corpus, quod interim tanquam ὄργανον accommodatam & decentem ipſis proportionem acquirit: Sed maximè ſuauitatem coloris quæ nõ minus ab anima temperata dependet, quam ab intemperie animæ excandeſcentis rubor, ſeu pertimeſcentis pallor ac liuiditas. Itaut optime Menander. Ὡς ἡδὺ κάλλος ὅταν ἔχῃ νοῦν σώφρονα. Sic ferrum lumine & exteriori pulchritudine cum ſapiente conuenit. At vero interius multo verior reperitur ſimilitudo. Vti quippe ferrum quanto vetuſtius eſt, tanto fit maturius, ſcilicet malleo conductibilius, ita quoque vt Hebræa fert ſententia, *in decrepitis ſapientia prævalet & intelligentia multitudine dierum perficitur*. Nec etenim

[Marginal notes: יש להם· — חכמת אדם תאיר פניו *Ecclesiast. cap. 8. v. 1.* — בישישים חכמה וארך ימים תבונה]

vnius diei opus est, non vna vigilia, non paucorum annorum labore comparatur tam prætiosa animæ suppellex: sed diuturnis curis longaque opera. Ac si quid dij nobis laboribus vendunt, certe venit apud ipsos longo sudore sapientia. Quid? magisne ferrum dulcescit, mollescit-ve quo malleis tūditur, quàm exacuitur viri sapientia qui humanæ vitæ casibus assiduisque ærumnis exercetur? At verò natura quædam, miraculo proxima, non auro, non argento, sed ferro inest, cuius gratia non à Magnete tantum, sed etiam ab Adamante gemmarum scilicet omnium pretiosissima huiusque mundi re speciosissima quæritur, allicitur, attrahitur. Quod si vnica & sola similitudine res inter se congruunt, innuit ista amicitia attractioque naturalis latentes in ferro dignitates congruas & consentientes virturibus rei quæ splendidus naturæ ocellus dici potest. Recipitur quippe libentius ætherææ naturæ in vtroque consortium, quàm Thaletis opinio, qui vt scribit Aristoteles, τὸν λίθον ἔφη ψυχὴν ἔχειν, nisi quoque dicamus, καὶ σίδηρον ψυχὴν ἔχειν. At verò virtutes illas in duritie ne repositas censebimus? quam Adamanti cum ferro adeo cōmunem nouerint primum Hebræi vt ipsum שָׁמִיר vocauerint quasi integritatis suæ perpetuum vindicem: Tum Arabes qui dicunt الماس etymo Hebræa quæ frangere est: quia cum non frangatur, cætera omnia imminuit, atterit, frangit: Demū Græci quibus est Αδάμας, quia non dometur, num in splendore qui vtrique sectionis & alleuigationis arte comparatur? An in pondere quod ambobus inest grauissimum? minime: ista duntaxat emergunt ab illa natura quæ in vtraque communis, nostros latet sensus, & ex qua non hæc solum alijs plurimis rebus communia adiuncta, sed quoque profluunt mirabiles agendi vires quas sagaciores Philosophi reconditorum naturæ penetralium scrutatores experti sunt, quęque fortassis referendæ sunt vi illi propter quam Chlorites gemma ferro insculpenda sit non alio metallo, ad prodigiosa quę exerit miracula, vt perhibuerunt Antiqui sapientes. Equidem hęc penitissime recondita essentia auro ipso multo pretiosior, optime perspecta Mecubalis illis antiquis, quibus clam fuit naturę nulla pars; meriro visa est quę sapientiam interiorum bonorum facile principem, significaret: sed pręterea σιδήρου στόμωμα & solida vis constantiam illam prę se fert, qua vir sapiens nullis cedit aduersis rebus, nullis ęgritudinibus, nulli dolori: qua integrum & immutabilem in omnibus casibus animum gerit, imo eodem vultu, parique mentis robore singula bona & mala recipit: qua demum testatur se corde adamantino munitum, quod nulla fortuna quatitur, concutitur, quassatur. Duratio perseuerantiam sapientis ponit ob oculos qui non aliquot horis vel paucis diebus sibi constat, non diuersis fluctuat erroribus, non multiplici rapitur hinc inde opinione, sed inconcussa sententia stat, nec vlla vi tormentisue à proposito dmiouetur cum illi sit ψυχῆς μέγας χαλινὸς ὁ νοῦς, victoriam denique & palmam consequitur, ac summo honoris loco positus, non minori potitur gloria, quam qui alacri incensus fortitudine ferro depugnauit, & lauream consequutus est. His itaque ferri proprietatibus, quę prima esse possunt sapientię χρήματα, primo inducti sunt Hebræorum magistri, ferro designare sapientiam. Plurima quidem alia in ferro latent quæ sapientiam affabre referant, quęque primis illis sapientibus innotuere: Verum ingenij acies intimam durissimi metalli naturam

rimari profundius non poteſt, & idcirco tantum delibantur, ea quę ſenſui fiunt obuiam crebrius & frequentiora ſunt in hominum ſocietate quęque poſſunt ijs qui ferreos enſes lateri compoſitos perpetuo gerunt, continuo obuerſari ob oculos, vt nihil indignum coniunctione ferri cum ſapientia committant, nec abſonum quid ab vtriuſque oſtendant, ſimilitudine: cuius rurſus maximum argumentum dediſſe videtur communis vſus ferri ac ſapientiæ in publica rerum adminiſtratione, cui pro decore originis ac conditionis munere deſtinantur. Etenim ſiue exercitia ferri ac ſapientiæ, ſiue vtriuſque mutuam opem, ſiue finem conſideremus, miram vbique ἀναλογίαν, & proportionem agnoſcemus. Et mehercle cum honos vtrique ſtet in præmium, nullique curtenti in republica ἡ τιμὴ βραβεύεται alij quam ferro vel ſapientia inſtructo, omnibus conueniant ſymbolis æquiſſimum eſt. Vtriuſque artes pari labore comparantur, æqua cautione exercentur, eòdem publici boni referuntur. Veriſſima quidem eſt γνώμη: ἐν μυρίοις τὰ καλὰ γίγνεται πόνοις: & ſiquidem doctrina, prudentia, ſapientia, vt mox dicebamus tanto acquiruntur ſudore, tot vigilijs, vt Hebræorum ſapientiſſimo ſint conſtactiones ac diſſolutiones ſpiritus, vehiculi ſcilicet natiui caloris ipſiuſque vitæ, Haud aliter quaſcumque fert humana vita calamitates, pœnas, anguſtias ſuffette cogitur, quicumque Marti deuouetur. Λάκωνες, ait Ariſtoteles, θηριώδεις ἀπεργάζονται τοῖς πόνοις, ὡς τοῦτο πρὸς ἀνδρείαν μάλιστα συμφέρον. Verum non apud ipſos primum, vti fingit Megillus Sparracus, venatio excogitata eſt, aut doloris tolerantia pugnis & mutuis puerorum vulneribus inflicti, vel inceſſio in hieme nudis pedibus, nudo etiam ſæpe reliquo corpore, ſolitariave diuagatio diu noctuque per omnem regionem, aut exercitationes nudorum adoleſcentum, vel denique perpeſſio caloris, frigoris, ſitis, famis: Quippe ſeculis ante plurimis Hebræi, Chaldæi, Perſæ, Ægyptij, ſed pręcipue Galli Celtæque noſtri, incredibili tolerantia bella ſummo cum honore geſſerant. Nec enim qui delicijs ac voluptatibus indulſerunt, vnquam gloriam adepti ſunt: vt ſi quid laudis ferro comparetur, magna ex parte diligentiæ, operæ, inediæ, gelu ac æſtus perpeſſioni debeatur. Ideo Pericles apud Thucydidem Athenienſes monet ne quis laborem detrectet, niſi & honorem quoque aſpernetur, meritus ſcilicet honorem labore, vt is ſciat cui maior honoris pars ceſſura ſit, ſibi quoque magis eſſe laborandum. Neque enim Imperatorum quàm militum leuior eſt pęna, niſi verum ſit quod ex Socratico Xenophōte laudabat Aphricanus, honorem videlicet labores facere leuiores Imperatorum. Porrò ſicuti fortitudo & doctrina labore comparantur, ſic ambę circumſpecta mente reguntur. Ὡς οὐδὲν ἡ μάθησις, ἂν μὴ νοῦς παρῇ, ſine iudicio vana quęlibet doctrina eſt, & vel in fucum vertitur inanem, vel craſſitudine corporis ſepulta iacet inutilis. Iudicium quippe pulchritudinem ſcientijs conciliat, vt vice verſa eo pulchriùs ac laudabiliùs operatur, quo maiori rerum agendarum cognitione illuſtratur: qua ſi fuerit deſtitutum, nec recte mouebit artis inſtrumenta quęcumque adſint, nec finem laudabiliter aſſequetur artificij. Similiter bellator cui pectus validum, animus infrangibilis, manus, vireſque robuſtiſſimæ, quid ferro pręſtabit ſi prudentia & circumſpectione ac mente vacat? Iram quidem laudant nonnulli, ſed eam quam dicunt cotem fortitudinis, non quæ effetum hominem reddat, &

רעותרוח·

Lib. 8. de repub. c. 4.

Apud Platonem de leg. l. 1.

totum extra ſeponat. Quid enim ira ac furore homini cum belluis communius? honor vero ſoli homini proprius, eas ſolum actiones ſequitur quæ ſolius ſunt hominis, & à virtute (quæ non cadit in belluas) proficiſcuntur. Non idcirco pugnacem continuo & fortem dicimus atque ὃ καλὸν δὴ ὐ ὃ θηριῶδες δεῖ πρωταγωνιστεῖν· οὐ γὰρ λύκος οὐδὲ τῶν ἄλλων θηρίων ἀγωνίσαιτο ἂν οὐδένα καλὸν κίνδυνον, ἀλλὰ μᾶλλον ἀνὴρ ἀγαθός, inquit Politicus Ariſtoteles. Denique ſi diſciplinæ ac fortitudinis idem ſit medium, tandem ferrigeri ac ſapientis vnus eſt idemque actionum ſcopus, quies nimirum, ſalus & ſplendor reipublicæ. Bellum quippe iuſtum illud ſcilicet & æquum (aliud enim omne verum latrocinium eſt;) ſuſcipitur vt nihil niſi pax quæri videatur. Tum felices habitæ ſunt reſpublicæ, in quibus regnarint ſapientes. Quod luculentiſſime & Græcis & Latinis aliorumque populorum monumentis ſignificatur. Idemque cum feliciter Hebræi norint, mirum non eſt ſi perinde habuerint ferro vel ſapientia agere. Quantò etenim diuinum in homines amorem perſpectum habuerint, tanto Deum nouerunt, & fortem & ſapientem fortiſque ac ſapientis nomina affectantem. Iam etenim apud eos ſe admirabilem conſiliarium: Iam Deum exercituum: Iam demum principem pacis prædicat. Quibus non obſcurè ſignificat miro conſilio intendere ſuas vires in pacem, exemploque proprio Reges, Magnates, Magiſtratus, Nobiles viros, monuiſſe, arma ne capeſſant ſine ſagaci prudentia, neve ferrum diuellant vnquam à conſilio. Quod vt exemplo docerent Hebræi in ſua politia ſapientiæ ſimul & ferro eiſdem præfecerunt, ſcilicet condendis legibus aut interpretando iuri & gerendo bello: ac indifferenter ⁊ ſeu manum cùm pro viribus corporis, tùm pro animi induſtria vſurparunt, ac ſi vna eademque facultate vtrumque moueretur. Doctores habuerunt eoſdem milites ac militum ductores. Et quamquam miles omnis Hebræus literas forſan nō erat edoctus, nullus tamen qui ſcientias didiciſſet à belli munere excipiebatur. Inter alios Simeonitæ ac Nephtalitæ literas capeſſerāt, publicíſque ſtudiis pręficiebantur, neutiquam tamen armorum erant immunes. Sed ſicuti cæteri Iſraëlitæ dū res offerebatur, ſacramēto militiæ addicebātur. Quin vix Leuitæ quidem, diuinis rebus addicti, excuſabātur à bellorum onere. Huiuſmodi autem literarum ſimul & armorum, ſapientiæ ſcilicet & ferri coniunctio non vtique ſingularis fuit & propria Hebræorum, verum cæterarum quoque Orientalium nationum, quæ pręcipuam artis Regię, hoc eſt militaris, partem ſapientiam eſſe cenſuerunt & ſapientes ſuos Regeſque communi nomine vocarūt. Diu quidem temporis Ægyptij reges ſuos aſſumpſerunt è ſacerdotum collegio. Hinc euectus ad thronum eſt Triſmegiſtus Hermes ὁ τῶν βασιλέων φιλοσοφώτατος καὶ τῶν ἱερέων θεοσεβέστατος. Indi neminem regno admiſerunt niſi quam eruditiſſimum, vel talem qualis fuit Hiarchus ille quem throno docentem aureo vidit & audiuit Appollonius Thyanæus. At ne ſe duntaxat reges quinetiam Deos prædicabant Brachmanes, quia, inquiebant ἐσμὲν ἀγαθοί. Et hercle ſapienter & bene agere, & regiè, & diuinè agere eſt. Eodem Naturæ nedum Gentium iure inſtructi noſtri Druidæ, & ſapientiæ fuere doctores, ſimulque arma indixerunt & attrectarunt. Tum Græci è vita pyratica ad ciuiliores viuendi ritus adducti, doctrina partim ab Hebræis, Ægyptijs, & Indis, partim à Celtis noſtris excepta, idem rurſus armorum & litera-

Eſaiæ. 9. verſ. 6.

Laertius.

rum munus constituerunt, neque cuiquam etiam literarum publico professori pepercerunt in bellico labore. Quid commemorem Socratem, qui Athenis se numquam egressum gloriabatur nisi præliaturum, & ea clade qua iuxta Aulidem Bœotiæ Athenienses deleti sunt Xenophontem æquo delapsum, è medijs telis humeris sublatum abstulit & conseruauit, obsidioni etiam adfuit Amphipoleos, & circa Potydeam naualis prælij, lauream consequutus, facile Alcibiadi concessit, satis generoso esse animo ostendens, bene egisse? Quid Platonem qui in Tanagram, in Corinthum, in Delum militauit? Quid Xenophontem qui primum sub Agesilao Lacedæmoniorum rege armis initiatus, meruit, & in Græcia & in Persia, & tandem summus militum Dux etiam inter exteros habitus est? Quid Antiphrontem? quid Bittacum qui Phrynonem singulari vicit certamine? Quid Pythagoram, Archytam Tarentinum, Epicurum ipsum, & cæteros innumerabiles Philosophos quos militasse literis proditum est? Quid item referam Poetas? Tyrtæum suppetiis præfectum, quas Lacedæmonijs miserunt Athenienses aduersus Messenos: Sophoclem qui cum Pericle imperauit aduersus Samios? Quid Oratores Callistratum ducem ab Atheniensibus sæpe constitutum? Demosthenem ense lateri composito frequenter dicere solitum? Quid demum reliquos quorum nemini licuit arma refugere? Omittam Latinos, quorum soli Senatores fuere exercituum Imperatores, & fere omnes milites, docti: sed omnes docti, milites. Hæc itaque fuit antiqua ferri & sapientiæ compositio ratioque Hebraici symboli. Quod quandiu inualuit & ferro tanquam digno charactere sapientia designata est, mirum quàm claruerint populi bellica gloria. Tunc non pluri ferro sed pluri sapientia deuictum est. Nã ferri & armorum anima sapientia est, vt sine ea ferrum sit immobile põdus. Qui ergo fit vt iã solus qui pluri ferre valeat victoria potiatur? & laurea populosiori acie solũ eximatur? sapientia scilicet emortua est, vt iam non tam motu vincatur quam pondere. Vel si sapientia est, adulterina est & fucata vel nedum antiquæ larua, quæ recti primum & iusti deposita sollicitudine, pestilentissimo malo rempublicam depopulatur. Hinc sequitur bellicæ fortitudinis corruptela. Nam exuta primum honesti specie, furor nullo consilio, nulla disciplina cohibitus, in turpia quæq; & sceleratissima facinora proruit. Hinc latrocinia, hinc incendia, hinc cædes, hinc denique mala, in quibus eiulatus, flammæ, sanguis & ruinæ passim obuersantur auribus & oculis: sed restituatur sapientia, & mox experientia discemus, quàm merito Hebræi sapientiam ferro significarint, quamque iustè Ethnici armorum ac sapientiæ vnicum numen, instituerint Palladem: quæ dum hastam quatit, librum euoluit, nec ferrum seiungit à sapientia, neque sapientiam à ferro. Quid etenim sunt leges, quid consilia, quid sapientia præterquam Aranearum telæ, eas nisi gladius tueatur, vel sontes puniat vel tardos coerceat? Verum quis est restituendi symboli modus? Heu! quis nobis tanti boni methodum δαίμων ὑποθήσεται. Equidem si mihi licuerit in tanta difficultate, qua se ægrè etiam peritissimus quilibet extricauerit, dicere quid sentiam, contrariis puto caussis sapientiam renatam iri, iis quibus penè deleta est. Duabus ipsa partibus videtur absolui παιδείᾳ καὶ εὐσεβείᾳ. Sapientem enim iure dixeris eum qui clarus doctrina piis erit & laudatissimis moribus: non verò ille qui tanquam alter Margitis πολλὰ μὲν

In 2. Alcib. ἐπίστασθαι ἔργα, κακῶς δ' ἐπίστασθαι πάντα, vti ait Socrates, ſapiens quippe nihil malè facit, tum omnes ſcientiæ reliquæ ſi abſit ſcientia boni, magis obſunt quam proſint. Probitas ideo ſcientiæ iungenda eſt. Et hæc nomen ſapientiæ, quæ mirè vbique prodeſt, mereatur. Neque is etiam qui vita quidem integerrima rerum eſt ignarus & agendi rudis ſapiens eſt habendus: cum is neque quid iubeat, neque quomodo iuſſa exequatur intelligat: quorum vtrumque nouit ſapiens. His itaque ſpretis duabus, quas animæ alas vſpiam vocat Plato, aut ipſarum neglecta altera, ſapientia haberi nullo modo poteſt. Intelligitur ergo cur defecerit ſapientia ſeculo noſtro quo perditis moribus infeſtiſſimis, nihil iis artibus quæ ingenuos homines decent inuenuſtius habetur quicquam, neque turpius. At ſi virtutes cum mirum tùm mentis, cœlo quò euolarint denuò rapuerimus & officinas Vulcani ac Martis depopulati etiam ab ipſo Ioue ciuilem peritiam exorauerimus ſeculi reparabitur infelicitas. Verùm quę ars nos efficiet Prometheos & vt fert Apologus Mercurium huc accerſet? fabulam non dicam, videar licet παραδοξολογεῖν, vnica Mathematica καὶ τὴν παιδείαν καὶ τὴν εὐσέβειαν reſtituet. Quod quam verum ſit permitte (nobilis lector) dicam paucis, ὅθεν hanc meam qui inanem putauerit, futilem quoque arguat neceſſe eſt Platonicæ ſcholæ ἐπιγραφὴν, οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Plato vtramque ſapientiæ vel ſi mauis philoſophiæ partem profitebatur & vtrique propterea Mathematicas artes neceſſarias oſtendit, ὥσπερ λαβὰς τῆς φιλοσοφίας: quas rurſus vt ſuos cogeret addiſcere, vniuerſam penè Philoſophiam mathematicis figuris explicuit, Phyſicas ſcilicet res ſeu naturales, Geometricis puta materia conſtantes cui ſoli ineſt continua quantitas: Metaphyſicas vero ac diuinas, Arithmeticis quæ licet abhorreant à linea, ſuperficie, corpore, omni denique dimenſione, numerari tamen poſſunt & vel vnitatis, vti ſummus omnipoténſque Deus, vel multitudinis & intelligentiæ ſubeunt rationem. Quæ vero ad mores pertinent, quoniam medio quodam genere ſtant inter ſuprema & infera, diuinum & terreſtre, Animum demum & corpus, vſumque corporeorum deſcribant moderatum, ac temperatum, eas ideo nunc continuis nunc diſcretis ſpeciebus præbuit. Phyſicas γενέσεις idæis, figuris diceret continuis, tradidit: Animæ vero σύνταξιν, numeris compoſuit. At verò ἀρετὰς puta δικαιοσύνην, δικαίωμα καὶ δικαιωτήρια nunc γεωμετρικῇ nunc ἀριθμητικῇ ἀναλογίᾳ exercuit: quamquam qui ex virtutibus aut vitiis voluptatis vel triſtitiæ prouentus Animæ cedunt, numeris potiſſimum

Lib 9 de repabl. metitus eſt. Iniuſti Tyranni facinora, cum legitimi regis actionibus comparans, tandem ſubducto vtriuſque delitiarum & miſerię calculo, Tyrannum

Quadrato ſcilicet cubi primi numeri impari. concludit à Rege ſuperari vitę dulcedine, Regem verò à Tyráno vinci amaritudine vitę ſecundum numerum ſeptingentorum viginti nouem. Verùm

Lib 6 de Republ. enimuero vt totam Philoſophiam ad viuum reſecaret eam Mathematicè partitus eſt hoc pacto. Cum omne quod anima comprehendit viſibile ſit aut intelligibile: vtrumque ſumpſit tanquam duas inęquales lineas eáſque diuiſit proportionaliter ſecúdum claritatem & obſcuritatem viſibilis & intelligibilis. Prima autem ſectione ſcilicet obſcuriore viſibilium ea comprehendit quę ſimulachra appellamus, ſiue in ſpeculis ſint, ſiue in aquis & ſimilibus referantur. At ſecunda videlicet clariore eas res complexus eſt quę imaginibus illiſque reprę ſentantur ſimulachris, quæque etiam ſeipſis videntur

& co-

& cognoſcuntur. Iam intelligibiliũ obſcurioti portione res ſignificauit quæ ſuppoſitionibus vtuntur pro principiis, quibus tandem mediis veræ de illis propoſitiones edicuntur. Clariori demum ſegmento ea metitus eſt intelligibilia, quorum ſpecies ſpeciebus ipſis comprehendunrur, quæque ſuppoſitionibus non indigent, niſi inſtar graduum quibus Anima aſcendit. Ita ordine ſubiecta protulit Opricæ, Phyſicæ, Mathemaricæ, Metaphyſicæ. Atque Animæ quatuot explicuit facultates, imaginationem, fidem, cogirationem, intelligentiam, totámque Philoſophiæ & Animæ προήγησιν Mathemaricis tribuit. Quod demum luculentiſſime declarat, cum ait, οἶμαι δὲ τοῦτο μᾶλλον ἐπιστήσει ἢ τοῦ ἀγαθοῦ ἰδέα μέγιστον μάθημα; πολλάκις ἀκήκοας. Idea autem illa boni qua ſcientiæ habentur nedum ſcientia, ſed principium illud eſt, quod alias ita commendat, vt ſi principium hominibus inſitum conuenienti ſibi honore afficiatur, omnia ſeruet: ac ſi vis imaginatrix ſpecierumque effectrix à natura hominibus inſita conſeruetur, rerum omnium ſcientiam humanæ mentitueatur, conuenientiſſimè reminiſcentiæ loquutus. At vero quæ ars, quæ doctrina principium illud, chariùs fouere & locupletius dirare poteſt, quàm Mathemarica, cuius eſt & abſtrahere & machinari figuras? Idem quod Plato, Ariſtoteles effecit in explicatione totius Philoſophiæ. Nihil quippe in Logicis, nihil in Phyſicis, nihil in Theologicis vel Ethicis repetias, quod non ſit veluti editum Mathematicis typis: & vix niſi Mathematicus Ariſtoteleas demonſtrationes nedum exempla pene omnia ceperit, intellexerit. Quis pręter Geometram accretionem fieri poſſe ſine alteratione intelliget ex quadrato cui gnomon additur in poſt-prædicamẽtis? Quis præter eundem diſtinctionem capiet Phyſicarum definitionum, quæ tetragoniſmo illuſtratur libro de Anima ſecundo, ſiue τετραγωνισμὸν dicatur τὸ ἴσον ἑτερομήκει ὀρθογώνιον εἶναι ἰσόπλευρον, ſiue idem dixeris μέσης εὕρεσιν? Lationum pluralitatem (verbis parcite ſignificantiſſimis) ex peculiariſſima Philoſophia Mathematicarum ſcientiarum, puta Aſtrologia conſiderandam eſſe ipſemet fatetur in Metaphyſicis lib. 12. Denique τῶν ἠθῶν, καὶ τῆς πολιτείας καὶ τῆς οἰκονομίας harmoniam tum communibus, tum ſonotis numeris perpendit, vt de ea ſoli Arithmeticus & Muſicus, idonei Iudices eſſe poſſint. Ita vt neceſſe ſit eos perpetuo caligare in Philoſophia qui ἀγεωμέτρητοι ipſam profitentur, omninóque eos abeſſe à ſcopo Philoſophico, ac ſanctum eſſe etiam Ariſtoteleæ ſcholæ decretum ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Hic etenim venit ſapientia ζυγῷ καὶ ἡμιζυγίῳ Mathematico ἀπαρτίοις Arithmeticis, & Agina Geometrica, & niſi huiuſmodi trutina inſtructus, peripateticam ſapientiam nullus tutò emere poſſit. Neque eſt quod alibi matheſeos ignari ſapientiam quærant. Quid? ad Stoicos aut Academicos confugient? At ipſi omnino Platoni in Philoſophandi modo addicti ſunt. Quid ad Pythagoricos? Procul, ô procul eſte prophani. Etenim Pythagorica ſymbola Mathematicis obſerata clauſtris, haudquaquam vobis aperientur. Primus Philoſophus Pythagoras antequam de ſapientia aliquid ederet, in eo opere quod πολιτικὸν appellauit, aliud in lucem emiſit παιδευτικὸν opus, in quo quicquid dici poterat de numeris, figuris & harmoniis explanauit: Nam ſuos ita Mathematicos eſſe volebat vt lingua pure Mathematica loquerentur, figuris ſcilicet Geometricis, Arithmeticis & muſicis vterentur tanquam literis hieroglyficis, quoties de natura vel naturæ authore age-

Lib. 6. de Republ.

rent. Hinc est cur in Pythagorica Physica habeatur, ex tetragono nasci cubum solidissimum & stabile corpus: Pyramidem & cubum ex eodem tetragono prodijsse, cuius idea sit τετρακτύς: pyramidis & cubi accidisse coniugium: Dodecahedro in mundi compositione, Deum esse vsum, sexcentaque similia, quorum rationes haudquaquam intelligentur ab eo qui figuratum naturas ignorauerit. Pendet etenim ab earumdem proprietatibus vt pyramis forma, cubus materia, Dodecahedrum compositum dicatur. Iam à mundo sensibili ad insensibilem si cõuertamur totam Pythagoreorũ Metaphysicam Mathematicis decoram ornamentis, intuebimur: moralia quoque symbola si percenseamus, cortice velata apparebunt, ex qua erui nisi à Mathematico nucleus nullo modo poterit. Sed vno verbo concludam: omnia reduxisse Pythagoram ad Mathematicas proportiones. Et sapientiam quidem quæ in Republica vsui est trigono, quæ in priuata re tetragono mensurauit. Sed quę in diuinis adhibetur, cubo adfirmauit. Ergo Aristippe vel Mathematum hostis, Pythagorica sapientia interdicêris. An ad Ephecticos te conferes? At illi omnia in dubio habent, & tamen tanta dubitationis aura fluctuantes, nihil magis quam Mathematica probant: Et si quę apud eos σκεπτικὰ vel dubitans habetur sapientia, sola Mathematica arte percipitur. E-
Cic. 4. Tusc. picurum quidem si consulas, mentemque tuam subeat tanta socordia, à discipulis audies falsam Geometriam & demum totam mathesim inanem: sed ipsi inaniter quoque & impiè ἀγεωμέτρητοι Philosophati sunt. Tum à pręceptore Epicuro, nihil te ejusmodi percepturum existima; puta cuius doctrinam dextra traditam, sinistra manu auditores acceperunt. Vt enim vita continentissima, tenuissimóque victu longè aliam quam sui voluptatem probauit, sic Philosophatus assiduè & theatrales musicos compitatim sequutus, suorum περίληψιν περὶ τῆς μουσικῆς καὶ τῶν πάντων μαθημάτων explosit. Talis verò si fuerit etiam ipse magister pretiosissimæ artis spureator vti vulgus putat: pro decore ac veritate Mathemarum actum esse puto, vt spurcissimi impiique hominis scholam nusquam ingressæ sint disciplinæ. Et mehercle Epicurus Mathemata si contempserit, mirum non est si Deum nõ agnouerit. Etenim Deum suspicere, confiteri, colere nemo potest, nisi qui mentem à terrenis ad cœlestia extulerit. At vero ab infimis statim ad suprema, à caducis ad æterna, à naturalibus ad diuina euehi non potest intellectus, nisi media quadam via deducatur, scilicet Mathematica, quæ cum Physicis materiam quadam ratione agnoscit, cum incorporeis quodammodo despicit. Ideo qui laudabilius naturæ sphæram contemplando egressi sunt, læta mente primum, auidóque studio his artibus incubuerunt, vt paulatim assuefacti fieri leuiores & à terris in lucidiorem aërem Mathematicæ abstractionis pennis euolare, tandem Aquilis perniciores in summum æthera irrumperent. Quò veteres Hebręi; licet diuinæ lucis fulgore corusci, vt felicius ascenderent, Deíque teuelationes quas habebant naturę lumine assequerentur, sapientiam denique perfectam sibi compararent, fundamenta seu stramenta, quę vocant, primum didicerunt: Dialecticam scilicet Physicam & disciplinas. Rati enim erant, vt docet director dubitantium Moses Ægyptius, necesse esse sibi accipere vera & fidelia antecedentia, pręuia spiritualium rationum. *Nam* (inquit) *antecedentia sumpta ex scientiis Geometria & Arithmetica inducunt de-*

monſtrationes eorum quæ remouent à Deo, neceſſarias ad acquirendam notitiam regiminis Dei, & ad agnoſcendum quia ipſe verè eſt: itaut qui ſpeculatur ſtramentorum expers, ſimilis ſit properanti alicubi, qui currendo incidit in profundam foueam vnde exire nequeat. Equidem qui ſapientiam quęrit ſine anſis (docti viri verbo vtar) Philoſophię, in perplexas paſſim incidit anxietates & obſcuros difficultatum gyros, quibus eximere ſe non poteſt. Ideo autem ſcientias illas ſtramenta vocant, quia ſterni videntur oborientibus in via difficultatibus, vt ipſis animus incedat mollius, & vt à labore contemplationis mens releuetur, & recreetur: vel etiam quia ſint veluti ſtrata fundamenta exſurrecturæ in anima ſapientię. Quo ſenſu partes Mathematicę quatuor, Rabi Salomon magni doctor nominis, radices ſapientię vocat. Verum ne longiùs excurramus in antiquos illos & multis inuios teſtimoniorum receſſus, correctionem quam ſapiens commendat interpretabor Mathematicas. Nam hę ſuo calculo & menſura omnia emendant, corrigunt, prouerbiúmque vſurpabo. *Audi conſilium & addiſce Mathematicas vt ſis ſapiens in nouiſſimis tuis.* Quod mihi concluſionis vice aſſumerem, niſi interim breuiſſimè monendum eſſet quantum omni artifice Mathematica ipſa digna ſit: Theologo primum qui cœlum aſsiduè intuetur & ardenti ſtudio intelligibilia aucupatur. Nam homo eſt qui ſe à terrenis auellere non poteſt, vt in ſedes aſcendat æthereas, niſi ſtramenta Hebręorum habeat, ſeu μαθήματα Gręcorum: neceſſaria rurſus ob cognitionem pręſertim temporum, quorum ignoratione, multę irrepere in religionem diſcordię ſolent. Et multis ſeculis Orientalis Eccleſia ex vnico temporis apice, aſtronomico ſphęromate non ſatis perpenſo, ab Occidentali deſciuit in rebus grauiſsimis, & in erroris periculoſiſſimos ſcopulos impegit: qui potuiſſent Mathematica arte vitari. Cõſulamus viros illos graues & ſeueros humanę ſapientię vindices, & videamus num Iuriſprudentia vacare Matheſi poſsit? Ecce controuerſia quacumque propoſita, ſpatia temporum & locorum, quibus quęque res acta, pacta, conſtituta, locata eſt, dicundo iuri ſciri debent; hæc vero Aſtrologiam, Coſmographiam, Chronologiam, Geometriam omnino & Arithmeticam requirunt, quæ difficultates quoque natas ex diſſoluenda vorſura, æſtimanda noxia, conſtituendo prætio, compenſandis fructibus, partiundis bonis, diſtribuendo lucro, & huiuſmodi dirimendis litibus conſilio ſunt, imo ius dicunt. Quid? nonne agri metiendi, diuidendæ hęreditates, adiudicandæ fluuiaticæ inſulæ & alueo enatæ, partiendi fructus arboris in confinio ſtantis, pondera appendenda, vaſa menſuranda, imo menſurarum tum liquidorum, tum aridorum emendenda æquitas, Mathematicarum rationum momentis? Denique Aſtræa ipſa pro Tribunali ſedens, & diſtributiuæ & commutatiuæ iuſtitiæ Matheſim neceſſariam adiudicat, ratumque habet antiquum illud Diocletiani Imperatoris edictum, quo ſanciuit intereſſe reipublicæ vt Geometria publicè doceretur & exerceretur. Cęterum Oratoria ars quæ iuris iuſtitięque miniſtro non decus ſolum & verborum ornatum, ac lenocinium profert, ſed animorum æquanimitatem & indagandę veritatis artificium præbet, ſuplex orat vt non parui fiat Muſica, ea ſcilicet ſcientia, ſine qua tribunalia obmuteſcerent & fora ſilerent. Refert ex Pſello μουσικῷ συνέχεσθαι τὸ πᾶν: Tum μουσικῷ Mathematica ſignificatione comprehende-

[Margin notes: פרכיים vel פרבצים. — שרשים החכמה. — In logica ſua. — מוסר — Prouer. 19. ליסוד יה.]

re proportionis cuiuslibet ordinem, tam in sermone, cantu, sono, saltu, quam in omni gymnastici ludi genere: sed potissimum in temperandis animis. Quæ ratio fuerit antiquis vt mystico sensu Musicæ numina coluerint Musas, Apollinem, Bacchum: quoniam à Musis haberetur motionis animorum consonantia, ab Apolline concentum in verbis & cantilenis: A Baccho demum decora in membrorum tripudio festiuitas. Iungitque illa facundia, bellicæ quoque artis ornamentum, aliunde se non mutuari in dicendis seriem, in voce modestiam, in casu rythmum, in gestu denique & actione decus: imo iudices tam forenses quam castrenses non alia quam musicæ symphonia sibi temperare animos, cum vel ira, vel misericordia impetuntur: adeo vt si Musica juris subsellijs eliminetur, nulla patrono dicendi, nulla iudici ex æquo sententiam ferendi, vis relinquatur. Quis ergo musicæ necessitatem suo calculo non comprobauerit? Atque hoc senatusconsulto emendata est hospitis sententia qui apud Platonem in politico, ita de Mathematicis sentit; ἆρ' οὖν οὐκ Ἀριθμητικὴ μὲν καὶ τινὲς ἕτεραι ταύτῃ συγγενεῖς τέχναι, φιλαὶ τῶν πράξεών εἰσι, τὸ δὲ γνῶναι παρέχονται μόνον. Nihil enim impedit postquam excepta sunt mathemata, & abstractionis beneficio, mentem subierunt, quominus ad corpora referantur denuò, à quibus primum deducta sunt: sed ad ea eo discrimine redeunt, vt cum ipsis prius immergerentur, & mutationi ac errori essent obnoxia, iam materia singularique imbecillitate mancipata, intellectum perficiant, rationem illustrent, & facultates omnes agendo corroborent. Quamquam non inficior formas illas natura quidem corporeas, vbi spiritales factæ sunt & mole liberæ, sursum cōscendere, & diuina ac æterna fieri alacrius. (τοῦ γὰρ ἀεὶ ὄντος ἡ γεωμετρικὴ γνῶσίς ἐστιν) quam ex æternis & vniuersis, singularia, qualia sunt in operibus externis & machinamentis, ad quæ propterea non nisi vi detruduntur, quando superiores hominis potentiæ, Ratio & intellectus, inferioribus negotijs peragendis occupantur. Itaque γνῶναι μὲν παρέχονται, ἀλλὰ μὴ μόνον. Quinimo meritissimo iure Plato legem tulit, qua iubebantur pueri, partes omnes Matheseos addiscere, si quid vnquam honoris & laudis essent adepturi: Honos vero non contemplando solùm, sed agendo quoque inter arma potissimum, comparatur. Tum vt honestiores reipublicæ ciues hortaretur ad disciplinas facilius discendas, interesse omnino ait Geometriam: imò multo rationum pondere & verborum elegantia, totam mathesim vsui esse asserit militibus, ducibus ac omni omnino magistratui. Μάθημά τι οὖν ἀναγκαῖον πολεμικῷ ἀνδρὶ θήσομεν, μᾶλλον ἢ λογίζεσθαί τε καὶ ἀριθμεῖν δύνασθαι. Πάντων γ' ἔφη μάλιστα, εἰ καὶ ὁποιοῦν μέλλει τάξεων ἐπαΐειν, μᾶλλον δ' εἰ καὶ ἄνθρωπος ἔσεσθαι· sic de Arithmetica. At de Geometria paulo post πρὸς γὰρ τὰς στρατοπεδεύσεις, καὶ καταλήψεις χωρίων, καὶ συναγωγὰς, καὶ ἐκτάσεις στρατείας, καὶ ὅσα δὴ ἄλλα σχηματίζουσι τὰ στρατόπεδα ἐν αὐταῖς τε ταῖς μάχαις, καὶ πορείαις διαφέροι ἂν αὐτὸς ἑαυτοῦ γεωμετρικός τε καὶ μὴ ὤν. Multis tandem persequutus, quam sint Musica & Astronomia necessariæ homini inter arma vitam degenti, tandem mathematica instrumenta, communia esse ferri & sapientiæ arma, concludit: ὧν ζητοῦμεν ἄρα ὡς ἔοικε μαθημάτων ἂν εἴη· πολεμικῷ μὲν γὰρ διὰ τὰς τάξεις ἀναγκαῖον μαθεῖν ταῦτα· Φιλοσόφῳ δὲ διὰ τὸ τῆς οὐσίας ἁπτέον εἶναι γενέσεως ἐξαναδύντι ἢ μηδέποτε λογιστικῷ γενέσθαι. Verum præter summi Platonis authoritatem & totius Græciæ, imo magnanimæ Romanorum Gentis qui suis mi-

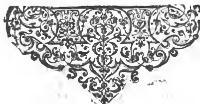
Plato.

Lib. 7. de legib.

Lib 7. de Repub.

litibus nedum ducibus, Vegetij & Polybij testimonio, Mathematicarum politiorumque literarum cognitionem requirebat: ex eorum quoque qui sv vltimi belli & communis nostri mali participes esse voluerunt, recenti memoria repetere possumus quantum Mathematica in bello subsidio est, quodque præstet in castrorum munitione, immensorum ponderum aductione, vrbium obsidione, cuniculis ducendis, explicandis turmis, distribuendo milite, ordinandis aciebus, commeatibus porrigendis, & sexcentis huiusmodi, in quibus cæcutiunt duces & artifices, nisi artium numerandi dimetiendique periti sint. Componendis autem magni mundi tumultibus, vt multum operæ & studij nauant Mathematicæ artes, sic (adeo se diffundit lata harum scientiarum necessitas) non desunt medendis parui mundi morbis, & ex Hippocratis, Galeni cæterorumque cum antiquorum tum recentium medicorum experientia notius est quam vt dici debeat. Artibus vero quæ manu tractantur metallicis, nummularijs, fabrilibus textorijs, ædificatricibus, cæterisque, quibus magna humani animi vis renidet, mirum dictu quantum mathesis industriæ contulerit, non tam illustris quidem disciplinæ contemptu, quam vberrimi prouentus testimonio: ne quis idcirco eam deturpatam censeat: quin potius miretur quomodo prudentiæ humanæ nulla pars, siue contemplatione definiatur, siue actione perficiatur, Mathematicis vacare queat. Atque tandem desinant Epicurei canino dente rodere artem, sine qua non constaret vita nostra. Quin & discant Aristippi in Rhodiorum quondã littus tempestate deiecti, testimonio, Geometricas figuras vera esse hominum vestigia: mecum denique reputent id causę fuisse cur oraculo Grçci iussi fuerint duplicare cubum. Vt scilicet pacatis rebus monerẽtur luci restituere iacentes humi & puluere squallidas artes, quibus mores cõponuntur, & sapientia perficitur. Tunc sęuiebant arma crudelisque & sęuo marte iura omnia susque dęque ferebantur: quę mala vt desinerent aliquando, Gręci vocati sunt ad Mathematicas. Galli diutino & funestissimo bello supremis annis fracti, quassati, stupefacti, languentis vires animi reparabunt Mathematico studio, & tãdem efficient vt ferrũ restituto sibi pristino splendore, verum fiat nobis vti quondam Hebræis, sapientiæ symbolum. His enim excultis artibus quæ tam in humanis quam in diuinis rebus philosophandi λαβαὶ præbent, quæ motibus rationis frænum petræqua proportione tribuunt, quæ dicundo iuri regulas tradunt, quæ arma tractare docent, quæ denique omnes humanæ vitæ partes ordine ac debita serie complent: animis nostris veritas oborietur, iuste, candide, honeste quisque aget: imo extinctis simultatibus & discordiarum fomitibus, nemo iam inter nos scelus anhelabit, furet audacia, ferrum flammámque minitabitur. Atque si denuo vel ob iniustam occupationem, vel pertinacem detensionem aliámque acceptam iniuriam imminénsve periculum, Principis nutu, penes quem solum arma sunt, bellum gerendum sit, ea sapientia Galli metientur iram, furorem, cędes & incendia: tùm eo furore studium & sapientiam accendent, vt armati censeantur philosophari & contemplantes armari. Quo modo quondam Gręci, felicius Romani orbe potiri sunt, & immortali gloria. Cęterum hoc addam, non parui momenti ad promouendas has artes, quod ex antiquo doctissimo Varrone Equite Romano, retulit Au-

cap 18. lib. 16. lus Gellius; *Mathematicas aut omnino non discimus, aut prius desistimus quàm intelligamus, cur discendæ sint. Voluptas autem aut vtilitas talium disciplinarum in post-principiis existit, cum perfectæ absolutaque sunt: in principiis vero ipsis ineptæ & insuaues videntur.* Hinc malum harum scientiarum: quas vix vllus perfectè sciuit: quod autem imperfectum est nulli esse vsui potest: has vero si quis feliciter nouerit, nec difficultas eum deterruerit, facilia sibi omnia reddiderit: *Quis ignorat* (inquit sapientissimus Consul & Imperator Romanus) *ij* Cicero lib. 1. de Orator. *qui Mathematici vocantur, quanta in obscuritate rerum, & quam recondita in arte & multiplici subtilique versentur? quo tamen in genere ita multi perfecti homines extiterunt, vt nemo fere studuisse ei scientiæ vehementius videatur, quin quod voluerit consequutus sit.* Consequi autem quod in votis, nonne summo honori est? Viam ergo ad honorem quæris? Confer te ad Mathematicas.



IN ARCHIMEDEM COMMENTARIIS ILLVSTRIS VIRI D. D. FLVRANTII, REGIS A SANCTIORIBVS CONSILIIS, SAPIENTISSImique Pręceptoris, locupletatum.

INTENTVS formis descriptis puluere, captâ
Vrbe senex Siculus militis ense cadit:
Nobilis, Illustri FLVRANTIVS arte Mathesis
Clarus, ab interitu vindicat artificem.
Roma Geometram perimit, dat Francia vitam,
Sic Româ armatâ plus, LODOICE, potes.

Ioannes Baptista de Machault Patricius Parisiensis, atque Senat.

AD ARCHIMEDEM A CLARISSIMO VIRO FLVRANTIO, REGI CHRISTIANISSIMO à Consilijs & Institutis, explanatum & illustratum, FED. MORELLI Professorum Reg. Decani, Senarij Iambici.

O Magne vir, Mathematum primum decus,
Summe Archimedes, fabricarum autor potens:
Te Sphæra, te Cylindrus agnoscunt suum
Et vindicem atque illuminatorem optimum:
Te arena numeri suspicit gnarum sui:
Romana virtus cessit ingenio tuo.
An tu stupendam non putas industriam
Flurantij Clarissimi Galli viri?
Qui Galliarum Regis animum Lodoici
Præceptionibus imbuit pulcherrimis:
Et scripta tua, quæ iure fiunt plurimi,
Luce Meridiei clariora reddidit,
Sua beatus sorte, felix publica:
Dum profuturas alteri seclo arbores
Nostróque serit, & disciplinas Principi
Omnesque virtutes amicas efficit.

ΕΙΣ ΤΑ

ΔΑΒΙΔΟΣ ΡΙΒΑΛΤΟΥ ΦΛΥΡΑΝΖΙΟΥ

Ἀνδρὸς ἐπισήμου, Συμβούλου τῶν βασιλικῶν, καὶ τῆς
τοῦ Βασιλέως παιδείας Καθηγητοῦ,
εἰς Ἀρχιμήδην ὑπομνήματα.

ΛΗΜΜΑΤΑ σιγαλόεντα Συρηκοσίοιο γέροντος,
Ἆθλα γεωμετρίης καὶ ἀφαμαρτοεποῦς,
Κείμενα σητοβρῶξι πάλαι κλυτὰ δόγματα βίβλοις,
Λυγρὸν ἀμηχανίης ἀμφεκάλυψε νέφος.
Ἀλλὰ διοτρεφέος ΦΛΥΡΑΝΖΙΟΣ ὄζος Ἀθήνης,
Φροντίδος ἀργαλέης φωτὶ καθηλίασεν·
Δείξατο δ᾽ ἀτρεκέως σφαίρας λόγον ἠδὲ κυλίνδρου,
Ἄντυγα τ᾽ εὐστεγέος ἐμβαδὸν ἠδὲ κύκλου·
Κωνοειδῶν δὲ, ἑλίκων τε δυσαύλακα συρμὸν ἐλάσας,
Θεσμοθέτης ῥοπικῶν ἔπλετο βελθοσυνῶν·
Ὑγροβαφὲς μέτρησε βάρους μέρος ὑδροβατοῦντος·
Ψαμμίτῃ ῥητοῦ πλῆθος ἐφεῦρε λόγῳ.
Ζηλὸς γὰρ Γαλάτου βουληφόρος ἠδ᾽ ὀαριστής,
Βασιλικῶν αἴγλης κηδόμενος πραπίδων,
Πυθαγόρου νοεροῖσιν ἀγαλλόμενος ποτ᾽ ἀώτοις
Ῥῖμφα μαθηματικὴν χερσὶν ὄρορε κόνιν·
Λειριόεσσι λόγοισι κλυτὸν Βασιλῆα διδάσκων
Μήδεα κοιρανίης, ἔργα γεωμετρίης.
Ἀκρόπολιν πολέμοιο διηνεχέος ἕρκος ἐγείρειν,
Ἠδὲ κεραυνοβρόμοις χώματ᾽ ἄθραυστα βόλοις,
Καὶ τυφόεντι νίτρῳ πολεμηΐου ἄστυ δαΐζειν
Νέρθεν ὑποχθονίοις σκαπτέμεν ἠδὲ πόροις·
Γυροδρόμοις ἱππῆας ἐφ᾽ ἓν ξίφος ξυναλίζειν,
Εἴ, τε διαπλώσειεν ἰλαδὸν ἐν πεδίῳ,
Εἴ, τε φαλαγγηδὸν πεζῶν στρατὸν αἰχμητάων,
Ἢ ἀστερηδὸν ἄγειν καὶ κατὰ τάγμα χρεών.
Καὶ, ΒΑΣΙΛΕΥ, σύ γε δουρί, γεωμετρίῃ τε πεποιθώς,
Ἴχνεσιν ἐν πατρικοῖς ἐμπεδὸν ἱστάμενος,
Κομπῶδες πρόβλημα πέρασον, Ἀρηΐου ἔργον,
Γαῖαν ὅλην ὅπλοις κινύμενος σφετέροις.

DE MACHAVLT.

ΕΙΣ ΤΑ ΤΟΥ
ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΣΩΖΟΜΕΝΑ ΕΠΑΝΟΡΘΩ-
θέντα καὶ ἐξερμηνευθέντα ἀκριβεστάτως, ὑπὸ τοῦ ΔΑΟΥΙΔ
ΡΙΟΥΑΛΤΟΥ ΦΛΥΡΑΝΣΣΟΥ τοῦ
ΛΟΔΟΙΚΟΥ τῆς Φραγκίας βασιλέως,
διδασκάλου ἐνδοξοτάτου.

Ξεῖνε Συρακοσίου, ἐρικυδοῦς λεύσατε γέροντος,
οὐ τι δέμας μερέων, ἀλλὰ χάραγμα νόου;
Ἄμβροτα ῥ' ἔργα νόοιο, τὰ μὴ λύε Μαρκέλου ἔγχος,
πλεῖστα κυλινδομένων, μηδ' ἀφανίσατ' ἐτέων.
Καὶ πολὺ τοῦσθ' ἧσσον δηλήσειε παμφάγος αἰὼν,
νῦν τῇ Φλυράνσου λαμπάδι λαμπόμενα.

Στέφανος Σίμων ἰητρός.

Eiusdem in Eadem.

Longis die ſenex jacuerunt jam obſita ſeclis,
Præclara ingenii tot monimenta tui.
Quinetiam mendis paſsim conciſa jacerent,
Et cinis obrueret dilacerata ſuus;
Hæc niſi RIVALTVS tandem Podalyrius alter,
Docta ſanaſſet vulnera tanta manu.

AD CLARISSIMVM VIRVM D.
DAVIDEM RIVALTVM DE FLVRANCE,
Archimedis interpretem & illu-
ſtratorem eximium.

EPIGRAMMA.

Vaſta Syracuſio quod debuit Æolis antè
Inſula, RIVALTO nonne Syracuſius?
Artibus ille, ſuis hoſtes, mortémque fugabat;
Vindicat hic ſcriptis morte Syracuſium.

Pontius Priuatus Tharaſconenſis.
Φιλιατρὸς καὶ Φιλομαθηματικός.

ő



ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΤΟΥ
ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ
ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ.

ARCHIMEDIS DE
SPHÆRA ET CYLINDRO.

ΠΡΟΛΕΓΟΜΕΝΑ.



VLTA sunt de quibus admonitum vehementer cupimus lectorem horum operum Archimedis, antequam ad hoc discrimen subeundum accingatur; rati ex illis aliquantum ad rerum quæ sequuntur intelligentiam, lucis accessurum, tum fore vt alacrior & à dubiis securior, etiam animo propensior laborem hunc suscipiat, qui tanti viri nomini faueat scientiámque aucupetur. Dicamne? malum quo non velocius vllúm Mobilitate viget, viréſque acquirit eundo: famam nempe, nomen quidem Archimedis ad astra Aeneid. 4. *tulisse: sed adeo incredibilem occupare hominum aures, vt vix multi sentiant nos vllum huiusce hominis possidere opus: & tantum Authori tribuisse vt operibus detrahat. Equidem sunt qui nullo modo sibi vnquam persuaserint libros qui passim Archimedis nomine manibus teruntur, tanti viri esse, & id pertinacissime negant: verùm duo sunt quæ eos euidentissima inscitiæ conuincant: antiquorum testimonium, & horum librorum opera. Multi veteres etiam non Mathematici agnoscunt, sæpissimeque citant Archimedis scripta, Pappus, Proclus, Strabo, Eutocius, aliíque, & quanquam solus Plutarchus velit nihil in Mechanicis edidisse Archimedem, eundem tamen testatur in speculatiuis plurimum studium collocasse,* ἀλλὰ τὴν, *(inquit)* περὶ τὰ μηχανικὰ πραγματείαν καὶ πᾶσαν ὅλως τέχνην χρείας ἐφαπτομένην, ἀγεννῆ καὶ βάναυσον ἡγησάμενος, ἐκεῖνα καταθέσθαι μόνα τὴν αὐτοῦ φιλοτιμίαν, οἷς τὸ καλὸν καὶ περιττὸν ἀμιγὲς τοῦ ἀναγκαίου πρόσεστιν, ἀσύγκριτα μὲν ὄντα τοῖς ἄλλοις, ἔριν δὲ παρέχοντα πρὸς τὴν ὕλην τῇ ἀποδείξει, τῆς μὲν τὸ μέγεθος καὶ τὸ κάλλος, τῆς δὲ τὴν ἀκρίβειαν καὶ τὴν δύναμιν ὑπερφυῆ παρεχομένης. *Speculatiua quidem æternæ & immutabilis veritatis, præposuit rebus inuentionibúsque materia constantibus, non tamen ab his abhorruit & mechanicas dici censuit potiùs, quia manu tractantur & in vsum educuntur, quam propterea quod nullis regulis aut arte nulla effectus suos exerant. Etenim suà etiam infallibilia præcepta habent, suáque certa principia, quibus tota* τεχνικὴ *scientia stabilita conclusiones perpetuæ certitudinis elicit, quarum gratia non dubitarim Archimedem de Mechanicis etiam scripsisse libros, maximè cum eos ipsemet suis speculatiuis non vno* Proposit. 6. & 10. lib. de quadra. parabo. *solo loco citet: & quamquam non supersint, magnóque hominum dispendio perierint,*

Chil. 2 histor. 35. *tamen legisse Ioannes Zetzes videtur insinuare his verbis.*

Ἐξ ὧνπερ ἀνεγνώκειμεν κατοπτρικὰς ἐξάψεις,
Καὶ πᾶσαν ἄλλην μάθησιν τῶν μηχανικωτάτων
Βαρουλκὸν, πνευματικὴν, ὑδροσκοπικάς τε
Κἀκ τούτων δὲ τοῦ γέγραφε τὴν βίβλον Ἀρχιμήδους.

τῶν βίβλων, *inquit*, καὶ ἀνεγνώκειμεν, *profert. Et certè non ad aliam Matheseos partem quam ad mechanicam pertinent libri quos habemus de æquiponderantibus, & de insidentibus humido, tum alij qui desiderantur* περὶ ζυγῶν, περὶ σφαιροποιίας, περὶ πυξίων, περὶ ὑδροσκοπικῆς *& alij quos* ἐξωτικούς *postea dicemus. Cæterum opera & contextura horum librorum, genius denique qui totus ipsis illucet, Archimedis fama super astra noti ingenium ita redolent, vt quando nomen vultu non circumferrent, ipsius tamen esse non alius cuiusquam agnoscerentur. Vt enim senex ille Geometra eò famam eximiæ virtutis opere, extulit; quò nullus alius antiquorum, sic his libris incomparabile mentis acumen, visque impar cæteris, imò series omnino alia & inconfusum demonstrandi robur cerni possunt, quibus Archimedei animi certa vestigia apparent. Animæ cuiusquam facies est quæ lineamenta sua nunc oculis aliorum, nunc auribus, nunc menti offert, & pulchritudinem suam vel bene compositа partium corporis serie colorúmque suauitate, vel concinna sonorum mixtione vocúmque flore, vel delicato, aut robusto, subtili, acutóque loquendi & scribendi stylo, patefacit. Primis duobus modis quam pulcher fuerit Archimedes, haud nobis innotescit, cum eum nec videamus nec audiamus: sed tertio non minus eum aut intuemur aut auscultamus, denique cognoscimus, quam si vel coram alloqueretur vel audientiam nobis faceret, vt dicere eum non esse qui scripserit aut enarrauerit, sensui & intellectui omnino sit ire inficias, iudicióque rationis contradicere. Tum sermo Doricus & Syracusanus penitúsque Siculis familiaris, eum prodit: quamquam aliquibus magis, alius vero minus Doricè loquatur. Certe libris de Sphæra & Cylindro purior est sermo, quam reliquis, puta qui non primus scriptus sit, licet primo prodeat. Quod statim proœmio ostendit, cum antequam scriberet de Sphæra & Cylindro, propositionésque demonstrasset imò inuenisset, quæ hoc opere editæ sunt, iam de portione comprehensa sub recta linea & rectanguli Coni sectione ediderat: quod nempe sesquitertia esset trianguli habentis eandem basin ac portio, eandémque altitudinem; Hoc vero habetur demonstratum libro de lineis spiralibus propos. 17. & 24. Et certè, cum aliquid tentare animo definimus, non quod ordine naturæ primum est prius aggredimur, sed quod nobis est facilius: At cum hoc deprehenderimus ad ea quæ difficiliora sint progredimur, & gradibus veluti quibusdam asperitatis emensis, ad altiora paulatim euehimur. Eiusmodi est doctrinæ methodus, eáque rectè & feliciter inueniendi ratio. Scopus autem Archimedis fuerat Sphæram scrutari, Cylindrúmque rimari oculis mentis: quod vt facilius perficeret & feliciori euentu, multa emisit priùs quorum velitatione, errorum pericula vitaret hostiúmque difficiles impetus obtunderet & tandem victoria potiretur, qua tandem parta triumpho ordine procedente, singula prodeũt suo loco. Primo educũtur quæ de Sphæra & Cylindro edomuit, tum quæ de circuli dimensione, sine qua nec sphæram ipsam cognosceremus, postea ponderum grauitas perpenditur & ponderandi seu æstimandi ratio, qua ignorata multa de dignitate solidorum clã nobis essent. His subiunguntur quæ de Conoidibus & sphæroidibus miro ingenio Archimedes inuenit, quæ etiam pertinent ad naturam sphæricæ figuræ quam potissimum venabatur: Cui quoniam adstipulatur plurimum linea spiralis seu Helix, locus illi quintus tribuitur; vt sextus parabolæ, cuius hic ingeniosissimè qua-*

dratura prius μηχανικῶς *tùm* ἐπιστημονικῶς *docetur: vt ineptè Ramus librum hunc ad stereometriam pertinere dicat. Hanc sequitur Arenarius & ars mira numerandi ac numeris exprimendi quancumque multitudinem propositam. Iam quæ præcedunt paulo deficiunt ab illa syncera ac pura geometria qua præcedentia nitent, sed ad materiam humidi paululū degenerant, attamen certißimarum demonstrationum nitore splendent. Verum quæ deinceps veluti gregatim obueniunt, exotica dicuntur, quæ licet nō indigna sint quæ triumpho deferantur, tamen postremo loco collocantur, vt* μηχανικὰ, *quorum est ancillari, non propter se expeti. Veruntamen decentißimè hic adiunguntur, quia sphæricam figuram vel saltem circularem præ se ferūt, ac si omnia sphærica edidisset, & hoc opere sola orbicularis forma contineretur. Corona sphærica est, Cochlium, helice, trochleæ trispasti, circulares sunt, tollenones & omnino machinamenta bellica sphærica specula vstoria sectionis conicæ figura deformantur, tubi demum & canaliculi quibus constant pneumatica & hydraulica, rotundi sunt: ac demum sphæræ materialis cōfectione labor totus desinit, vt à* sphæra *Archimedes initium ducat & finem. Cæterum his libris de Sphæra & Cylindro clariùs & elegantiùs animum suum protulit quam quibuslibet aliis; siue materiam de qua hic agitur spectes difficilem & arduam, siue conclusiones quæ de corporibus sphæricis eruuntur consideres, è penitißimis nempe latebris obscurißimarum figurarum petitas, quæ salebrosas & penè inuias proprietates habent, quas multi ante Archimedem quæsierant, sed non consequuti erant. Adeo vero feliciter in eis operam suam contulit, vt ratus se nullo alio inuento æquum honorem promeruisse, quam eo quo sphæræ & Cylindri rationes & analogiam ostenderat, petierit ab amicis & propinquis vt vita functo, cylindrum sphæram complectentem sepulchro imponerent, inscriberéntque proportionem quatenus solidum continens excedat contentum. Verba Plutarchi sunt,* πολλῶν δὲ καὶ καλῶν εὑρετὴς γεγονὼς λέγεται τῶν φίλων δεηθῆναι καὶ συγγενῶν, ὅπως αὐτοῦ μετὰ τὴν τελευτὴν ἐπιστήσωσι τῷ τάφῳ τὸν περιλαμβάνοντα τὴν σφαῖραν ἐντὸς κύλινδρον, ἐπιγράψαντες τὸν λόγον τῆς ὑπεροχῆς τοῦ περιέχοντος στερεοῦ πρὸς τὸ περιεχόμενον. *Hanc verò proportionem quam monumento adscribi rogauit Archimedes, demonstrauit propositione 31. lib. 1. huius operis sequentéque manifesto quod libri nonum est. Atque huiusmodi inuentum rationis cylindri & sphæræ, nempe sesquialteræ cylindri bases æquales habentis maximo qui in sphæra circulo & altitudinem parem diametro eiusdem sphæræ, eo nomine tanti fecit Archimedes, quia sit hæc ratio non tantum solidi ad solidum, sed superficiei ad superficiem. Etenim vt cylindricum corpus sphæricum sesquialterū est,* καὶ ἡ ἐπιφάνεια κυλίνδρου μετὰ τῶν βάσεων, ἡμιολία ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. *Quod certè in Geometria rarum admodum est: vix enim rationem solidorum sequuntur superficies. Hoc libro insigne theorema demonstrauerat Archimedes, nimirum quod* πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ: *verum ad solam sphæram pertinebat, nec quippiam erat in rem cylindri: propterea non tanti fecit, quia sphæram & cylindrum simul hic cōtemplatur. Methodus autem qua nobis sua scripta dederit, & demonstrandi ratio, non caruerunt Aristippis & reprehensoribus qui eas seuerè carperent.* Methodo tamen (*dicebat Ramus*) & tota docendi via perobscurus Archimedes, licet inuentione iudicióque rerum singularum summus fuerit, & Plutarchus valdè facilem iudicet, libris tamē ipsis obscuritas arguitur. *Profecto de rebus sublimibus & natura sua abstrusis, seiunctísque à communi hominum captu, non potest quisquam quicquam præcipere, quod perobscurū non sit, scilicet si statim obuiū vno aut altero verbo excipiatur. Sensus ad insolita horrent, imaginatio hebescit, intellectus obtunditur, & iudicium*

Prooemio Math. lib. 2.

Plutar. in Marcello.

Manif. 9. lib. 1.

Propos. 25.

Prooemio Math.

difficilè assentitur, vnde obscuritas æstimatur. Præterea res eximiæ, propria methodo tradi debent, ne si faciliùs quam par sit offerantur, contemptui sint. Raritas rerũ, & acquirendi difficultas illis pretio sunt, vt meritissimo iure præstantes viri diuinas suas adinuentiones & Archimedeis similes, emittant decora quadam & venerabili facie, tamen seuera, quæ primo intuitu honorem sibi & reuerentiam conciliet, ne spernantur. Quantum vero attinet ad modum demonstrandi, nemo præteritis sæculis tam iniquus fuerat aduersus Archimedem, quàm nostro æuo sese gesserit, summus alioqui vir ac de bonis literis meritissimus, Iosephus Scaliger, qui nunc eum erroris accusat, nunc eius conuellit demonstrationes. Et quoniam pluribus in hominem inuehitur singula persequi, & omnibus respondere quæ effutiit in eum superuacaneum esse iudico, satisque fieri
Coll. 1 propos. 5 elemẽ in 2. cyclor. *Archimedeæ doctrinæ & simul scientiis Mathematicis, si ostendero Scaligerum prauo iudicio vocasse Archimedis* παραλογιστικὴν τὴν εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγὴν, *qua & vsi sunt omnes prisci & recentiores Mathematici potioris nominis, & quam analysis dialectica maximè commendat. Artificium deductionis ad impossibile adstruitur tota Dialectica & ratiocinandi scientia, cuius duo sunt potissima instrumẽta, syllogismus ostensiuus, & is quo aduersarius ad absurdum deducitur. Vterque autem hoc innititur fundamento, hoc inquam, quod & Aristoteles demonstrationis cuiuscumque basim statuit,*
1. cap lib. 1. poste. anal. πᾶσα διδασκαλία, καὶ πᾶσα μάθησις διανοητικὴ ἐκ προϋπαρχούσης γίνεται γνώσεως. *Non enim iam intuitiuè & in instanti cognoscimus res, sed quamdiu anima nostra, im-*
In axiocho. *mortale scilicet animal, in hoc mortali ergastulo detinetur*, ἐν θνητῷ, *ait Plato*, φρουρᾷ κατείργεται, *causas rerum videt earúmque progressus, antecessiones inquirit, similitudines comparat, rebúsque præsentibus adiungit atque annectit futuras; demum conclusiones colligit, ex antecedenti cognitione, & veritatem ignotam ex nota deducit arte*
Ibid. Arist. *analytica. Et hoc potissimum in Mathematicis:* αἵ τε γὰρ μαθηματικαὶ τῶν ἐπιστημῶν διὰ τούτου τοῦ τρόπου παραγίνονται, *inquit Aristoteles, qui proinde vult nos cum ratiocinamur partim conclusiones scire, partim nescire: quod interpretantur Philosophi, nos intellectiua virtute qua pollemus, & discendi auiditate quæ in nobis est, quodãmodo sci-*
Themistius in hunc locum Arist. *re quæ syllogismo inuestigamus, formaliter tamen & perfectè nescire. Primæ autem veritates ex quibus abstrusiores mutuamur, induuntur nobis vel à natura quæ scientiarum omnium igniculos inseuit animabus nostris, vel à sensibus qui primi vt externi in cognoscendo nobis vsui sunt. Mathematicæ autem disciplinæ primas illas veritates statim obiiciunt, & vel naturales apprehensiones, vel sensibiles notiones proponunt pro axiomatis & dignitatibus quibus non assentiri inanis est esse iudicij, qualis fuit fortassis pertinax ille Carneades, qui ne illud quidem quod est omnium euidentissimum concessit esse cre-*
Galenus de optimo docendo genere. *dendum, quod magnitudines vni cuipiam æquales sint etiam inter se æquales. Positis itaque primis veritatibus, artis est logisticæ eruere conclusiones quæ scientiam pariant. Nec enim Dialectica egemus vt intelligamus* γραμμῆς πέρατα, σημεῖα εἰσί, *vt fert terminorum lineæ definitio: vel* ὅτι τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι: *Lumine enim naturæ statim percipimus partem nõ esse æqualem toti. At vero deducere cum ex terminis, tũ ex ratione totius ad partem, lineam propositam alia proposita maiorem esse, id verò à ratiocinatione est: quod vel ostensiuè* καὶ δεικτικῶς, *efficit, vel deductione ad absurdum seu ad impossibile*, τῇ εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῇ. *Discrimen vero quod est inter vtrumque syllogismum, tale statuitur ab Aristotele* ὅτι ἐν μὲν τοῖς δεικτικοῖς κατ' ἀλήθειαν ἀμφότεραι τίθενται
Ibidem. αἱ προτάσεις, ἐν δὲ τοῖς εἰς τὸ ἀδύνατον ψευδὴς ἡ μία. *In ostensiuo quippe, Conclusio est vera & gignit scientiam, nempe certam & æternam. At in syllogismo deducente ad absurdum, falsum concluditur. At vero ea vis est & natura veritatis, vt mediante proba*

analysi, ex ea nihil consequatur nisi verum. Ex mendacio vero & falso, verum quidem sequi possit, sed etiam falsum: Ἐξ ἀληθῶν μὲν οὐκ ἔστι ψεῦδος συλλογίσασθαι, ἐκ ψευδῶν δ' ἔστιν ἀληθές, *inquit dialecticæ parens, qui proinde, si quid absurdi deducatur ex syllogismo vel ex enthymemate* ψεῦδος τὸ ὑποτεθὲν *concludit. Imo sceptici ipsi & Pyrrhoniarum Hypotyposeωn defensores potiùs Diodoro assentiunt (si cuiquam illis fuerit assentiendum) qui incipientem à vero non posse desinere in falsum autumabat, quam Philoni qui minimè vitiosum asserebat esse connexum quod à vero incipiens desineret in falsum. Quis enim lumini naturæ contrarium admitteret? Cum itaque proposuisset, verbi gratia, Archimedes circulum æqualem esse triangulo rectangulo, cuius radius est par vni eorum quę sunt circa rectum angulum: circumferentia verò basi, & hoc sibi negato supposuisset triangulum exposito circulo minorem: tum fuisset argumentatus, ea vi vt figuram inscriptam circulo concluserit maiorem simul & minorem dato triangulo: Quis increpauerit eum quòd cum hoc sit absurdum, & naturæ repugnans, collegerit ipse falsam hypothesim qua supposuerat triangulum circulo minorem? Hoc enim consequutus est ex ratiocinationis legibus, iis scilicet quibus homines humanitus viuimus, & sine quibus figurã hominum solam retinemus, cæterum vt bruta animãtia hoc æuo fruimur. Porro vim argumenti deducentis ad impossibile, hinc cõiectari possumus, quod argumenta ostensiua in omnibus figuris confirmentur deductione ad impossibile, vt si quid lucis maioris inesse debeat in iis quibus probamus, quam sit in his quę probantur, certum quoddã lumen naturæ nostræ conuenientibus necesse sit illucescat* ἐν τῇ πρὸς ἀδύνατον ἀπαγωγῇ, *tantum abest vt paralogistica sit & sophistica. Ista autẽ confirmatio quæ fit in tribus Dialecticæ figuris docetur Philosopho cap. 11., 12. & 13. lib 2.* ἀναλυτικῶν προτέρων *& inde ait lib prior c. 29.* ὃ γὰρ δείκνυται δεικτικῶς καὶ διὰ τοῦ ἀδυνάτου ἔστι συλλογίσασθαι, καὶ διὰ τῶν αὐτῶν ὅρων, καὶ ὃ διὰ τοῦ ἀδυνάτου καὶ δεικτικῶς. *Quid ergo intercedit discriminis inter vtramque probationem, cum vnumquoque & ostensiuè & per impossibile possit demonstrari, imò iisdem terminis? Tantum non reducimus ad impossibile vt clarius fiat, quod ex hypothesi euincitur, quoniam non tam veluti ex syllogismo quàm ex conuentione & consensu fit probatio. In confessu autem adeò euidens est conclusio vt clarior dari nequeat. Vt si quis sectionem parabolicam efficere lineam rectam in superficie coni putauerit, erroris conuincetur ex hypothesi cui assentietur, duas lineas rectas spatium non comprehendere. Sectionem enim parabolicam aut aliam conicam animaduertens comprehendi recta linea tanquam basi, & linea quæ in coni superficie deformatur, concedet statim sectionem eiusmodi non esse rectilineam figuram. Et nihilominus videtur huius probationis tota vis ex absurdi indecoro dependere. Nec enim hoc in dubio mens conquiescit aliam ob rationem, quàm ne in absurdum incidat, ac ne cogatur indecore & absurdè hypothesi contradicere, qua concesserat duas lineas rectas spatium non comprehendere. Hinc est cur ait Aristoteles,* ἐνταῦθα δὲ καὶ μὴ προδιομολογησάμενοι, συγχωροῦσι, διὰ τὸ φανερὸν εἶναι τὸ ψεῦδος. *Cæterum ibidem distinguit inter syllogismos qui per impossibile concludunt, & deducentes ad impossibile: & certè longa est eorum ars & alius loci. Verum hæc de ambobus dicere possumus, vtrosque familiarius & nobis accommodatius confirmare, quàm ostensiuos: Tum eos saltem qui per impossibile concludunt rationem subire illorum qui dicti sunt per hypothesim, quod propter claritatem illis conceditur. Certè qui tantum deducunt ad absurdum resolui possunt ad impossibile, quia (inquit Aristoteles) syllogismo probantur: sed eo propius accedunt ad lumen hypotheseos, quo magis conuenit inter homines, nihil absurdi aut falsi fateri: & quo minus ambigimus de iis quę primo vel sensibus*

cap. 2. lib. 2. prior. anal.

Ibi cap. 11.

Sextus Philoso Pyrrho Hypoty lib. capite 11.

Cap. 44. 1. anal.

vel primis scientiarum axiomatibus contraria sunt. Conuersionem autem in Mathematicis & resolutionem facilem tres ob causas Philosophi norunt. Primam quia semper vera conclusio ex veris deducitur, ex axiomate Dialectico & Metaphysico: secundam, quia vtitur ex his quæ conuertuntur per se & propter quod vnumquodque hoc ipsum est: tertiam quæ est Auerrois, quia Mathematicæ conclusiones sunt ex sibi proportionatis. Porro, propterea demonstrationes ostensiuæ in Mathematicis non censentur potiores quàm deducentes ad absurdum, quia non vtuntur illæ disciplinæ causis rei, sed causis cognitionis rei. Propos. 30 lib. 1. de Sphær. & Cyl. *Cum exempli causa, probat Archimedes* ὅτι πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ, *conscribit & inscribit figuras solidas extra & intra sphæram, quarum artificio concludit superficiem expositæ sphæræ æqualem esse quater maximo eorum qui sunt in ea circulo. Hæ vero descriptæ figuræ non sunt causæ cur illa æqualitas superficierum sit, sed rationes sunt, quibus illa cognoscatur. Vnde fit vt quodcumque cognitioni fuerit magis consentaneum, Mathematicis magis conueniat. At cognoscimus facilius quæ absurda sunt impossibilia, falsa, & rationi repugnantia, quam quæ vera: adeo veritates abstrusæ sunt & errores ex aduerso passim obuij, & absurda perceptibilia vt putà hypothesibus & sententiis communibus facillimis & veritatis apertissimæ, contraria. Qua ergo fronte, quo iudicio errori verterit Staliger Archimedi, quod vsus fuerit deductionibus ad absurdum, viderint scientiarum & veritatis amantissimi. Verum ne qua deinceps ratio apud Archimedem dubiè vel detur vel sumatur, superest animaduertamus num veritati sit consentaneum, omne quod aliquo nec maius est nec minus, sit illi æquale. Nec enim hoc Scaliger indubitater admittit. Equidem omnes quæ sensus aut cogitatio recipere potest penes quantitatem habitudines, sunt à maiori vel minori vel æquali. Præter has differentias nullas alias quisquam vnquam agnouit. Et si quidem A. non fuerit æquale B. erit illi inæquale: atqui inæqualitas à maiori vel minori est. Et si fuerit A. maius vel minus quàm B. certè erit ipsi inæquale. Nec enim maius aut minus quicquam quoquam est, quin sit inæquale, ne simul æquale & inæquale idem eidem sit, & tandem ne quid simul sit & non sit quod à natura rerum abhorret. Quare ergo si circulus nec excedat triangulum rectangulum cuius basis sit æqualis periferiæ circuli & cathetus par semidiametro eiusdem, nec ab eo excedatur, hoc est nec maior sit eo nec minor, Archimedes æqualem circulo triangulum non concluserit? Quia si circulus triangulo non est æqualis, est in alterutro aliquid quo inæqualitas nitatur. Illud ergo excedit in alterutro, & in altero deficit. Ergo alteruter maior est, alter minor. Quod enim excedit aliud, eo alio maius illud agnoscimus naturali lumine, cui nemo prudens inficias ierit. Cum & hoc negare sit principiis obsistere, quod desipientis est & à mente alieni, virisque potius cedendi, quàm rationibus oppugnandi Dixerit vero aliquis: angulo* κερατοειδεῖ *seu contactus quem vocant, non dari angulum rectilineum æqualem, licet maior ipso itidémque minor dentur; proptereáque triangulum quidem maiorem circulo dato minorémque assignari posse, æqualem vero non posse. Tum posse hac argumentandi formula Archimedis committi in Euclidem: demonstrarique angulum rectum angulo semicirculi æqualem esse.* Si enim non sit *(inquit Mathematicorum qui fuit nostro tempore* Scholio ad 4 libro 8. respons. *Corypheus illustris Vieta)* æqualis, aut erit maior aut minor. Sit primum maior, & sumatur angulus rectilineus minor quidem recto, sed maior angulo semicirculi, & statim deprehendet id fieri non posse. Esse enim adsumpto quoque rectilineo maiorem angulum semicirculi, demonstrabit. Sit autem minor, & sumatur angulus rectilineus, maior quidem recto, sed minor angulo semicirculi: & statim quoque deprehendet id fieri non posse. Esse

enim adſumpto quocumque obtuſo minorem angulum ſemicirculi demonſtrabit. Itaque concluder randem ſecundum propoſitum aduerſus Euclidem Euclideorumve ſententiam. *Verum qui hanc argumentationem obiecerit Archimedi, & inde concluſerit omnes ipſius demonſtrationes non minus hac quæ eſt aduerſus Euclidis oſtenſa, inanes eſſe, habet Archimedes vnde ſe tueatur. Etenim multo diſpar ratio eſt. Hic enim incidit comparatio quantitatis ad quantitatem, cum qua nulla illi proportio eſt. Etenim eæ quantitates nullam inter ſe rationem habent ſecundum Euclidem, quarum altera quantolibet numero ſibi ipſi addita, numquam alteram excedit. Angulus vero cornutus ſeu contactus qui hic intercidit, quantacumque multitudine ſibi ipſi additus, numquam excedet vel minimum angulum rectilineum, vt nec angulus ſemicirculi ſua figura manens, angulum rectum. Nulla ergo ratione ſunt inter ſe angulus contactus & rectilineus, vt nec angulus ſemicirculi & angulus rectus. Non ergo conferri inter ſe poſſunt, nec illic valet argumentatio Archimedea. At vero numquam Archimedes contulit inter ſe quantitates quæ vacarent proportione, & quarum altera alteram non poſſet excedere. Triangulus quippe rectilineus quicumque dari poſsit minimus, multoties ſibi ipſi additus, quemcumque circulum exſuperabit. Rurſus quæcumque recta linea minima, quamcumque curuam, finitam additione ſui ipſius excedet, vt nemo dicere poſsit curuam & rectam lineas ſiue iiſdem definiantur terminis, ſiue diuerſis, nulla eſſe inter ſe analogia. Inter eas itaque valet ratiocinatio Archimedea, quamuis illegitima ſit inter angulos rectilineum, & κερατοειδῆ, ſeu ſemicirculi, & rectum. Stent ergo ſartæ tectæque Archimedis ratiocinatio, & fama, nec quis incomparabili viro quicquam inuidioſè detrahat. Et certè nemo in Archimedem inuehetur qui Dialecticè agere ſcierit; quod vel homines primi nominis non ſatis norint, quia dum negligunt quæ vulgò requiruntur & veluti omnibus obuia ſunt, vix fundamenta ſcientiarum ſibi comparant: vnde illis tot deinde errores, in quos ne pueri quidem impingerent; & dum giganteas operas moliuntur, vel mi...ſsimi ſoricis ſubſtructione ſubuerſas ſuas ſentiunt moles. Quid? illis Dialectica nimis trita eſt, eam ideo cenſent minus decentem tantos viros: non animaduertentes ſcientiam eſſe tanto ſummis ingeniis digniorem quanto verior eſt cæteras ſciendi modus, imo apex & finis, ſi Plato ſit audiendus ἄρ' οὖν (inquit) δοκεῖ σοι ἔφην ἐγώ, ὥσπερ θριγχὸς τοῖς μαθήμασιν ἡ διαλεκτικὴ ἡμῖν ἐπάνω κεῖσθαι, καὶ οὐκέτ' ἄλλο τούτου μάθημα ἀνώτερον ὀρθῶς ἂν ἐπιτίθεσθαι, ἀλλὰ ἤδη τέλος τὰ τῶν μαθημάτων. Spernentes itaque ſcientiarum habendarum methodum, nullam habent cum omnes habere ſe putent, aut ſi poſsideant, tamen modo habendi, experiundi vtendi, carentes, etiamſi, v.g. ἀγεωμετρησίας, vix committant, tam frequenter ἀδιάλεκτοι videntur vt mali geometræ cenſeantur: adeo nullus in ſcientiis laudandus artifex qui Dialectica vacet. Ratio hinc eſt: quia ἃ πάντη γίγνεται ἐν τοῖς ὀλίγον διαφέρουσι (ait Platonicus Φαῖδρος) at rerum vel exiguæ differentiæ arte Dialectica internoſcuntur. Cæterum tam perfecta eſt in Archimedis operibus Dialectica, & tam ſagax vbique ratiocinatio, vt licet τριώβολος fuiſſet Geometra, non Geometrarum facile princeps, nunquam inſcius in Geometria erraſſet. Nam felicius, qui Dialectica præmunitus eſt, licet ſit ἀγεωμέτρητος, quàm Geometriæ peritiſsimus ſed ἀδιάλεκτος, Geometriam tractauerit. Verum cum Archimedes in vtraque fuerit perfectiſsimus, ab eo neque παραλογισμόν, neque ἀγεωμετρησίας ſuſpicare, imo validiſsimas rationes & concluſiones veriſsimas expecta.* Equidem fatebor Archimedem aſſumpſiſſe multa quæ Geometricè nondum inuenta eſſent, cuiuſmodi eſt inuentio duarum linearum media ratione proportionalium inter duas datas, ſeu cubi duplicationem, propoſitione

Propoſ. 16. lib. 3 Elem.

lib. 5 elem. defini. 5.

Platon. Z

Plato in Phædro.

1. lib. 2. sequentis operis: tum à puncto dato lineam ducere, itaut pars ductæ intercepta duabus propositis lineis, altera curua, altera recta, sit æqualis propositæ, nẽpe proposit. 5. libri de spiralibus & huiusmodi. Hæc verò etsi Geometricè non perficiantur, sed mechanicè tantum & organis quibusdã alienis à pura Geometria, vti locis illis ostendemus, nihilominùs hoc verti dedecori summo viro non potest, cùm non tam velit docere quomodo hæc problemata absoluerentur, quæ nemini Geometrarũ adhuc innotuerant, quàm quæ ex ipsis notis sequerentur, & quò promoueretur Geometria, si quodam felici sciẽtiæ fato 1. propo lib. 2. de Sphæ. & Cyl. *hæc inuenirentur. Equidem asserere nollemus Archimedem nouisse solutionem Deliaci problematis, (de quo deinde agemus,) nec quemquam alium antiquorum, cùm fuerit huc vsque profundissimis ignorantiæ tenebris offusum: nihilominus ausus fuerim dicere multa quæ nos lineis Conchoide, Cissoide, seu hederacea & similibus conficimus, ipsum Geometricè absoluisse, nec pauca nobis inuidisse tempus, quæ illi diuinum ingenium suppeditauerat; quæque cùm scriptis fortasse mandauisset, periere cum lemmatibus, Isoperimetris, Coniugatis, Mechanicis, Sphæropœia, & aliis plurimis quæ posteritati reliquerat, vt nobis fidelissima monumenta testantur. Deinde omnes eius conatus potius nos in theoremata & in rei cuiusdam cognitionem, in qua animus conquiescat, quam in problemata vel confectiones quarundam figurarum quas perficere quæramus. In Theorematibus autem multò libentius aliquid supponi potest & admitti tãquam ex hypothesi, potissimum si quacumque via non impossibile ostendatur (cùm Mathematicus tantum causis vtatur cognitionis) quàm in problematibus. In scientiis enim abstrahentem vel quod possibile est supponentem, non contingit propterea errare aut in absurdum labi: at problemata conficere non possumus, si quid in eorum κατασκευῇ impossibile ceciderit: nec est recipienda ὑπόθεσις quæ quid ἀδύνατον, ἄγνωστον, ἄδηλον καὶ ἀδιάγνωστον supponit, quando scilicet in confectione problematis quiescere nec vltra progredi est animus. Archimedes vt cæteri antiqui in soluendis problematis, cum in hos difficultatum scopulos, incidit quadruplici via eos vitare nititur, vel analysi seu resolutione, vel compositione, vel mechanico experimento, vel linearum inuentione per organa. Resolutio est cum posito iam factum esse problema, ex hac hypothesi fit sagax perquisitio eorum quæ sequuntur, vt his deinde positis tanquam principiis, scopulum vitando, scopus attingatur. Hac ratiocinatione vtitur multis propositionibus lib. 2. de sphæra & cylind. vt illic annotabimus. Compositio non differt à resolutione, nisi in eo quod cum in analysi, diuidendo deducebatur aliquid ab aliquo; hic componendo & ex consequentibus simul iunctis, tanquam ex antecedentibus, aliquid cõcludendo viam nobis aperimus soluẽdi quod proponitur. Vix autem has vias seiunctas inueneris nec simul non mixtas. Experimentum mechanicum est à materiali quadam executione, cùm siue rem numerando, siue appendendo, siue resecando siue coniungendo, aut quodam alio modo rem subiectam attrectando mechanicè, experimur propositum. Hoc pacto Archimedes primùm inuenit quadraturam paraboles, & hoc experimento tanquam præuia face accensus, deinde Geometricè rem demonstrauit. Tandem organis inueniuntur lineæ Helica, Quadrataria, Parabolica, Hyperbolica, Elliptica, Conchois, Cissois, & huiusmodi quibus tan-* Ad 1 lib. 2. de Sphæ. & Cyl. & proœmio de æquip. ac de Conoid. & Sphæ. & alibi passim. *dem, ἀδυνάτως γεωμετρικῶς problemata soluuntur μηχανικῶς. De his lineis postea acturi sumus. Equidem eas non inuenimus in libris Archimedis: verùm quia antiqui his vsi sunt, hunc virum ab earum vsu nõ abhorruisse censemus. Porro ex assumptione harum linearum multiplici, problemata dicta sunt antiquis quædam γραμμικὰ & linearia, quædam ἐπίπεδα & superficialia, demum quædam στερεὰ, & solida. Prima sunt in quibus soluendis lineæ assumuntur, quę varium & transmutabilem ortum habẽt: tamen ex*

ſolo linearum ductu naſcuntur: cuiuſmodi ſunt Helix, quadrataria ſeu τετραγωνίζουσα, Conchois, Ciſſois & ſimiles. Secunda ſunt quæ vt ſoluantur egent ſimul lineis diuerſis, vt linea recta & circuli circumferentia, cum hæ in plano ortum habeant & planum comprehendant. Tertia requirunt lineas quæ ex corporum ſectione naſcuntur, quales ſunt parabole, hyperbole, Ellipſis, quas in plano deſignare difficile aſſerit Pappus. Et certè ex Coni ſectionibus oriuntur. Hinc veteres difficile problema offerentes vt ſolueretur, addere ſolebant cuiuſnam generis eſſet, an lineare, an planum, an ſolidum: quamquam multa hac ratione varia eſſent, cum variis lineis ſoluerentur. Sciendū verò priores Geometras, plurima Elementorum vice ſcripſiſſe, licet aliis nominibus putà Euclidis δεδομένων καὶ πορισμάτων Apollonij, λόγου ſeu χωρίου ἀποτομῆς καὶ ἐπαφῶν καὶ τόπων ἐπιπέδων, & huiuſmodi, quę Archimedes habens ſuo tempore, multa reticuit, aut tanquam demonſtrata paſsim aſſumpſit. Verum cum hæc noſtro æuo lateant, oportuit ea lemmatum appellatione reſtituere, ne demonſtrationes mancæ & imperfectæ remanerent. Eiuſmodi multa hic & illic poſuimus vel à nobis vel ab aliis, quæ lucem demonſtrationi ſequenti præbent. Equidem multa adiunximus quę fortaſſe trita videbuntur, nihilominus, pauca quæ alibi legantur: quæ non duximus omittenda cum Elementa hæc Archimedis velimus clara & aperta omnibus, non dicam doctis, ſed rudibus in Geometria & diſcentibus relinquere, vti officij illuſtratoris eſſe videtur. Dico Elementa Archimedis, Proclum imitatus qui libro 2. eum inter Elementarios numerat, ἐν τοῖς (inquit) περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. Verùm non tantum Elementa propoſuit Archimedes Sphæræ & Cylindri, ſed magis æquiponderātium, magis Conoideωn & Sphæroideωn, magis etiam ſpiralium, imo & cæterorum quæ contemplatus eſt.

Ad prop 4. lib. 3. vide eundē proœmio lib. 7.

Porrò tædet nos errorum qui negligentiſsimè acciderunt ex typis: cum vix pagina ſit quæ non erretur, vt niſi lector beneuolus ignoſcat, & ferat patientiſsimè, à primis ſtatim foliis animum deſpondeat, & abeat malè erga nos affectus. Qui ſpontaneè [illegible]rit, aut culpa vacet oportet, aut ſi lapſus fuerit indecore veniam deprecatur, puta qui potuit abſtinendo à propoſito non peccare. Attamen currentem in aliorum opem, ſi exciderit, irridere aut dānare nimis crudele eſt, licet libere cucurrerit. Patria enim & amicis, imo humano generi non ſolis nobis nati ſumus, & qui neminem iuuare ſtudet, non meretur vt quis ipſi opituletur: at quis aliorum auxilio deſtitutus vixerit? Archimedis opera vt primum legimus, difficultatibus plurimis quibus aſpera ſunt, deterruiſſent nos primùm, & vultu quidem rigido abegiſſent à ſe, niſi nos tanti hominis fama plurimum mouiſſet. Cumque celebre adeo nomen ad laborem adegiſſet, etiam in prima adoleſcentia, mens fuit amicis manum ſi qui eguiſſent præbere, & propriis vigiliis ferre opem. Non enim vt iā diximus doctis ſcribimus, quibus ſi loquuti eſſemus, multa reliquiſſemus quæ illis futilia ſunt aut ſaltem inutilia, quæque eorum doctrina facillimè ſupplet: ſed Mathematicarum artium rudibus, iiſque qui ſummo animo incipiunt colere has ſcientias, aliquid lucis afferre nitimur, ne fortaſſe tam grauem authorem præ moleſtia intelligendi deſerant, vel ne in eo excolendo longum tempus impendant. Porrigentes itaque dexteram, & hoc noſtro iuuenili labore quas poſſumus ferentes ſuppetias, ſi næui exciderint, excudendo operi, eo minus noſtra culpa eſt, quominus alio auocati, intereſſe prælis potuimus. Omnia etenim reponere in alio coacti & correctori fidem habere, qui mentem noſtram ſæpiſsimè non cœperit, poſt abſolutum opus vt maculis conſperſum, tamque fœdum partum edidiſſe grauiſsimè doluimus. Hinc Græca peruerſa peßiméque ſuis notata accentibus, illinc Latina pueriliter deturpata: multa etiam aut negligenter relicta, aut inutiliter addita, legeris. Male quidem deſcriptum exemplar noſtrum excuſa-

tioni locum artifici prabuit, quod prototypum fuit nec secundo exscriptum, cum tempus nec otium superesset, ideóque plurimis literis & dispunctionibus scatebat, futurisque difficilibus concinnabatur, quibus falli fuit facillimum. Demum potuimus adhuc expectare, & tempus occasionémque præstolari: verum quidam pruritus qui ingenia sollicitat, vicit: quod precor æqui bonique consulas: & si nos ac teipsum ames, quia mendorum ordinem digeßimus,

Antequam legeris, emenda.

ERRORES TYPOGRAPHICI.

Pag. 7. figura vltima duc lineam E. C. quæ deest.
Pag. 13. lin. 1. Græca μηγῆναι, lege μιγῆναι & multis aliis deinceps locis.
Pag. 46. in textu propositionis Latino, *altera subtendens minimas dimidiarum* lege, *subtendens dimidium vnius ex minimis.*
Pag. 51. in figura adde B. ad lineam A. B.
Pag. 54. in centro figuræ adde X.
Pag. 74. in figura duc ab A. ad 3. lineam.
Pag. 91. lin. 34. *quadratum G. H.* lege *quadratum C. D. ad quadratum G. H.*
Pag. 92. lin. 11 *Geometria* lege *Geometra.*
Ibid. lin. 16 ποιεῖν, lege ποιεῖ.
Pag. 93. lin. 24. dele *interuallum.*
Pag. 94. in figura est B. pro R. & L. pro V.
Pag. 95. lin. 17 F. H. A. lege, F. H. M.
Pag 96. lin. 19. *&*, lege *vt.*
Pag. 102. lin. 1. *Non.* lege *Nam.*
Pag. 105. lin. 29. *vt rationes*, lege *vt rationis.*
Pag. 106. lin. 18. *& transuersim*, lege *vt transuersum.*
Pag 115. in secunda figura adde C. è regione A.
Pag. 112. *efferes laudibus* τῶν τῆ ἀρετῇ, lege *efferres laudibus* τῶν τῆ ἀρετῆ.
Pag. 126. lin. 20. *in opinione*, lege *sui opinione.*
Pag. 128. lin. 5. τῷ, lege τῶ
Pag. 130. lin. 49. A. D. lege B. D.
Pag. 131. in figura ad lineam Q. A C. M. D. adde B. T. Tum in lineis 17. ὰ, lege ὰα. 28. *triangulus*, lege *triangulos*: 54. *segmentibus* lege *sequentibus.*
Pag. 132. lin. 30. A. C. D. B. lege E. F. H. G.
Pag. 139. lin. 18. πεπηδήσει, lege πεπηδήσα.
Pag. 143. lin. 49. παραφεύγει συναλλαγαῖς, lege οἷον παρασχοῦσι.
Pag. 145. lin. 20. θαυμάζονται, lege θαυμάζονται, & in margine, *in Mathematicis*, lege *in Mechanicis.*
Pag. 146. lin. 4. *manium*, lege *nauium*: lin. 22. ὑδροσκόπιον, lege ὑδροσκοπικοῦ, lin. 24. διηγεῖσθαι, lege διηγήσασθαι, lin. 29. πεσόντα lege πεσόντων.
Pag. 147. *imposition* tribus locis, lege *impeniur.*
Pag. 152. in 2. petitione *tendet*, lege *pendet*: in Græco μόνως, lege μόνος.
Pag 155. in 4. petitione ἀφαιρετῶ, lege ἀφαιρεθῇ.
Pag. 170. lin. 4. idem emenda.
Pag. 172. linea Græca 1. συνθεωρούμενα, lege συνθεωρουμένων.
Pag. 205. deest in figura linea F. seorsim ducenda aut æqualis aut paulo minor quam sit linea H. E.
Pag 248. linea 22 *definitionis* lege *sectionis.*
Pag. 259. lin. 31. *A. D. ad diametrum E. F.* lege *E. F. ad diametrum A. D.*
Pag. 260. lin. 35. *maior quia*, lege *maiorem, qua*: & linea sequenti *minor*, lege *minorem.*
Pag. 313. linea 20. *Hyperbole*, lege *Parabole.*
Pag 314. linea 5. adde hæc verba. *Cæterum non quidem ex similitudine Conoidum colligitur æqualitas, verum ex similitudine cum axium æqualitate, qualem supposuimus.*
Pag. 335. lin. 41. & 42. pro M. sobstitue P.
Pag. 344. lin. 26 *duplam*, lege *duplicatam.*
Pag. 349. lin. 1 *linea* lege *linea*: & lin. 35. *pertranserit* lege *pertransierit.*
Pag. 353 lin. 29. *æqualia*, lege *inæqualia.*
Pag. 361. lin. 24. *Arietem*, lege *Aquarium.*
Pag. 363. lin. 25. *quadrato*, lege *cum quadrato.*
Pag. 364. lin 3. *ad C. F.* lege *ad C. D.* & in maximo figuræ linea. vbi D. pinge B.
Pag. 389. in figura pro Q. pone G.
Pag. 402. in figuræ linea A. B. adpinge G. in sectione interioris circuli.
Pag. 403. lin. 1. A. B. lege A. D.: item linea 33. *facere*, lege *facile.*
Pag. 404. lin. 16. pro *si.* lege *si.*
Pag. 415. in figuræ linea K. L. pinge literam H. vbi secat parabolam.
Pag. 416. vltima linea lemmatis *inclusum*, lege *inclusam*: atque in figura lemmatis, vbi est ω fac π, sicuti vbicumq; eadem figura repetitur.
Pag. 418. lin. 25. ad *H. E.* lege ad η ξ.
Pag. 421. in figuræ linea punctulis notata, quæ in superiori linea habet D., debet habere in fine N.
Pag. 422. lin. 43. lege iam non parallela sed perpendicularis.
Pag. 485. lin. 52. Ἀναίδη, lege Ἀναίδα: & linea sequenti ἀναπτυσσόμενον, lege ἀναπτύξαι.
Pag. 491 lin. 3. *in aqua*, substitue *in humido.*

Hæc sunt quæ primo intuitu apparuerunt: cætera quæ inuenies, æqui bonique consulas, precor. Cæterum quidem alij errores, qui acciderunt in libro cui titulus ψαμμίτης, *vna cum aliquibus notis, reijciuntur ad finem commentariorum in hunc ipsum librum, pag. 486.*



ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΤΟΥ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ.

ARCHIMEDIS DE SPHÆRA, ET CYLINDRO.

ΤΟ ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ ΛΕΙΠΕΙ.

Η πρώτη γὰρ σελὶς τοῦ αὐτογράφου ἀφανὴς ἦν, ὡς ὁρᾷς.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩι ΕΥ ΠΡΑΤΤΕΙΝ.



ΠΡΟΤΕΡΟΝ μὲν ἀπέσταλκα τὰ ὑφ' ἡμῶν τεθεωρημένα, γράψαντες αὐτῶν ἀποδείξεις· ὡς ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον· νυνὶ δὲ τινῶν περιπεσόντων θεωρημάτων πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις, ἅ ἐστι τοιαῦτα. πρῶτον μὲν ὅτι σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλάσια ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ. δεύτερον δὲ ὅτι παντὸς τμήματος

PROOEMIVM DEFICIT.

Prima etenim pagina exemplaris imperfecta extat, vt vides.

ARCHIMEDES DOSITHEO BENE AGERE.



NTEA QVIDEM ad te misi *quædam à nobis animaduersa, quorum scripsimus demonstrationes: veluti* quod omnis portio [a] comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione sesquirertia est trianguli habentis eandem basim ac porrio, candemque altitudinem: *nunc quorundam* occurrẽrium theorematũ fec*imus* demonstrationes, *cuiusmodi sunt hæc. Primum quidem quod* [b] Superficies sphæræ quadrupla sir maximi circuli eorum qui in ipsa sunt. *Secundum vero quod* [c] cuiuscumque porrionis

[a] propos. 17 & 24 libri de lineis spiralibus.

[b] propositione 31 huius libri.

[c] prop. 40. huius libri.

A

sphæræ superficiei æqualis fuerit circulus, cuius radius par sit rectæ lineæ ductæ à vertice in superficiem circuli, qui basis sit ipsius portionis. Adhæc quòd a omnis sphæræ, cylindrus sesquialter sit, qui basim quidem habet maximo qui sit in sphæra circulo, altitudinem vero æqualem diametro sphæræ: b Superficies vero ipsius cylindri sesquialtera superficiei sphæræ. Hæc *quidem demonstrata natura* præcesserant circa dictas figuras, *non tamen fuerant ab his qui* ante nos circa Geometriam versati erant, *animaduersa*. Quia harum figurarum *nondum fuerat exculta scientia, & qui* contulerit ista *cum antiquis, nondum ea reperiet* considerata. Quamquam demonstrata plurima *fuerint eorum* quæ ab Eudoxo circa solida contemplata sunt: *veluti* c: Quòd omnis pyramis tertia pars sit prismatis basim habentis eandem cum pyramide, parémque altitudinem d. Et quod omnis conus tertia pars sit Cylindri basim eandem habentis cum cono, & eandem altitudinem. Hæc etenim natura præexistentia in his figuris, non vni dumtaxat sed multis qui ab Eudoxo extiterunt, præstantibus Geometris, nouisse contigit. Licebit verò iis qui potuerint, eadem diligentius scrutari. Tum debemus Conone viuente ipsa emittere in vulgus. Hunc enim accepimus talia potissimùm posse deprehendere, & ipsis accommodatam proferre demonstra-

a prop. 32. huius lib.

b corollario à 32. huius libri deducto.

c per 7. lib. lib. 12. Elementorum.

d per 10. lib. 12.

σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος. πρὸς δὲ τούτοις, ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιος ἐστὶ τῆς σφαίρας. καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἡμιολία. ταῦτα μὲν τεθεωρημένα τῇ φύσει προϋπῆρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα, οὐ μέντοι γέγονεν ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρείαν ἀνεσκεμμένων νενοηκότα, ὅταν τούτων τῶν σχημάτων ταῖς ἀποδείξεσιν ἀντιπαραβάλει αὐτὰ τὰ τεθεωρημένα. καίπερ τὰ δόξαντα πολλὰ τῶν ὑπὸ τοῦ Εὐδόξου περὶ τὰ στερεὰ θεωρηθέντων, οἷον· ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον. καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον. καὶ γὰρ τούτων προϋπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ τοῦ Εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμετρῶν συνέβαινεν τὸ πάντων εἰδέναι, μηδ' ὑφ' ἑνὸς κατανοηθῆναι. ἐξέσται δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυνησομένοις. ὤφειλε μὲν οὖν Κόνωνος ζῶντος ἐκδίδοσθαι. ταῦτα τῆνον γὰρ ὑπολαμβάνομεν που μάλιστα δύνασθαι κατανοῆσαι. ταῦτα καὶ τὴν ἁρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφανσιν ποιή-

σασθαι. δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδιδόναι τοῖς αὐτοῖς οἰκείοις τῶν μαθημάτων, ἀποστέλλομέν τοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες, ὑπὲρ ὧν ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις ἐπισκέψασθαι. ἔρρωσο.

Γεγράφονται πρῶτον τά τε ἀξιώματα, καὶ τὰ λαμβανόμενα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν.

tionem. Arbitrati itaque rectè se habere, si hæc inuenta impertitus fuerim iis, qui colunt mathemata, mittimus tibi quas scripsimus demonstrationes, quasque licebit omnibus qui in Mathematicis versantur, perpendere. Vale.

Scribuntur autem primùm axiomata & hypotheses quæ conueniunt sequentibus demonstrationibus.

ΟΡΟΙ.

Α.

ΕΙΣΙ΄ τινες ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλαι γραμμαὶ πεπερασμέναι, αἳ τῶν τὰ πέρατα ἐπιζευγνυουσῶν αὐτῶν εὐθειῶν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ ταὐτά εἰσιν, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

Β.

Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλην καλῶ τὴν τοιαύτην γραμμήν· ἐν ᾗ ἐὰν δύω σημείων λαμβανομένων ὁποιωνοῦν αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσιν τῆς γραμμῆς, ἢ τινὲς μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινὲς δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

DEFINITIONES.

I.

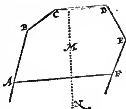
SI fuerint aliquot in plano curuæ lineæ determinatæ, quarum extrema iungant rectæ lineæ, aut sunt totæ in easdem partes, aut nihil habent in alias.

II.

Voco autem lineam cauam in easdem partes: in qua duobus quibuslibet assumptis punctis, quæ sunt rectæ inter assumpta puncta, vel omnis in easdem partes lineæ puncta iungentis cadunt, aut aliquæ quidem in easdem partes, quædam secus rectam lineam iungentem puncta, nulla vero in alias partes.

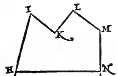
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedi hîc cum de cauis lineis loquitur, minimè tantum sermo est de lineis circularibus: sed de figuris potissimum rectilineis, quæ cauitatem quandam angularem componunt. Quod satis intelligitur ex lineis, quas esse vult inter assumpta puncta rectas. Habet enim αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι. Si quippe de circularibus loqueretur, non occurrerent rectæ omnes inter assumpta puncta. Sit itaque lu-

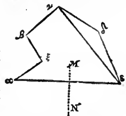


cis gratia linea caua A. B. C. D. E. F. in qua assumantur puncta A. & F. quæ iungantur recta A. F. & huius rectæ notentur partes læuæ puncto M. dextræ signo N. Cum enim rectæ A B, B C, C D, D E, E F. comprehensæ inter assumpta puncta A. F. fe rantur omnes versus M. seu in læuam partem lineæ A. F. dicetur assumpta linea caua in easdem partes.

At proponatur linea caua hæc alia H. I. K. L. M. N. in eáque rursus excepta puncta H. N. iungantur recta H. N. In læuam quidem lineæ H. N. ferentur H. I. N. M. M. L. verum I. K. L. K. in dextram & aduersam partem tendent. Propterea non dicetur proposita hæc linea caua in easdem partes. Denique in easdem partes caua linea est, quando anguli omnes, & linearum inclinationes intra cauitatem sunt, vt in expositarum prima. At vbi est angulus externus, vt in exposita secunda, cauitas non dicitur esse in easdem partes. Cæterum si fuerit quæpiam ex intermediis lineis parallela lineæ iungenti assumpta puncta, quæ nec in alterutram ipsius partem tendat: non efficiet quominus tota proposita linea in easdem partes caua dicatur. Nec enim C. D. in exposita prima, ducta παράλλη-λον iungenti A. B. speciem cauæ in easdem partes toti expositæ detrahit. Et hic sensus est verborum ἐπὶ δὲ κατ' αὐτῆς, quæ secunda definitione habentur.

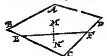


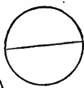
Cæterum Archimedes quando duo puncta proponit, & lineam tanquam amussim examinis cauitatis in easdem partes, non intelligit satis esse examen absolui à duobus quibusdam punctis, sed præterea requirit vt quibuslibet assumptis punctis cauitas tentetur. Etenim sit linea α. ξ. β. γ. δ. ε. Et iungantur puncta α. & ε. linea, α. ε: ratione huius rectæ α. ε. tota illa linea in easdem partes caua est: omnes etenim partes ipsius recedunt hinc inde ab ipsa versus partem M. quousque pertigerint punctum γ. At vero si cœperimus puncta γ. & ε. lineamque addamus γ. ε. tunc excurret ξ. ad vnas partes, & ξ. α. ad alteras: & inde patebit defectus. Si itaque in aliqua linea notari possunt puncta quomodolibet constituta, & hæc iungenti rectæ quædam illius portiunculæ abeant hinc, quædam vero illinc, non dicitur linea in easdem partes caua pure & simpliciter, quamuis respectu cuiusdam lineæ talis dici queat.



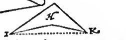
Nutmam vero nostram si addideris, statim quid non conueniat deprehenderis. Etenim vbi minimum conspexeris à recta deflexum in partem externam, iudicabis cauitatem non esse ad easdem partes: vt quia deflexus est externus in puncto ξ. propositam lineam in easdem partes esse cauam primo intuitu inficiaberis. Hac demum norma celerius quam perpendiculo Authoris experieris num ambitus cuiuscumque figuræ fuerit in easdem partes cauus, necne. Hic enim tentare non videtur lineas in se redeuntes vel extremitatibus coniunctas: alioqui hoc ipsius examine nulla linea in easdem partes caua diceretur. Non hæc A. B. C. D. cuius si iungantur assumpta puncta E. & F. recta E. F. partes E. B. A. D. F. abeunt in partem ipsius M. reliquæ in contrarium N. Non circuli periferia, cuius semissis altera hinc diametri est, altera illinc. Et nihilominus vtraque linea, & vterque ambitus in easdem partes cauus est quia nullus est in ipsis ad extra deflexus. Tum è contrario quædam lineæ dicerentur ad easdem partes cauæ, quæ tamen longè ab hoc situ absunt. In lineis H. extrema puncta I. K. iungantur recta I. K. videbuntur omnes partes illarum cauæ, ad easdem partes rectæ I. K. Atque equidem in his libris de lineis cauis tantum agit quæ resectæ sunt à toto ambitu figuræ. At libris de æquiponderantibus, de ambitibus figurarum in easdem partes cauis acturus est. Quos tamen statim experieris ea angulis externis vel externu deflexu. Etiam tentare poteris, recta à duobus vbicumque assumptis punctis ducta. Si enim quædam ipsius particula extra figuram inciderit, nun est ambitus in easdem partes cauus. Contra sic est cauus, si tota infra figuram fuerit. Figurarum A. ambitus non est vniformiter cauus. Nam linea iungens B. C. partim extra figuram cadit.

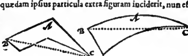
Hoc experimentum est Guidi-Vbaldi.











Γ

Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπιφάνειαί τινές εἰσι πεπερασμέναι, αὐταὶ μὲν οὐκ ἐν ἐπιπέδῳ, τὰ δὲ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ. Καὶ τοῦ ἐπιπέδου ἐν ᾧ τὰ πέρατα ἔχουσιν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἔσονται, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

III.

Similirer etiam superficies quædam sunt terminaræ, non quidem in plano, sed rerminos habenr in plano. Et plani in quo terminos habent, aut tota vergunt in easdem partes, aur nihil habenr in alteras.

Δ.

Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλας καλῶ τὰς τοιαύτας ἐπιφανείας, ἐν αἷς ἂν δύο σημείων λαμβανομένων, αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτει τῆς ἐπιφανείας, ἢ τινὲς μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινὲς δὲ κατ' αὐτῆν ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

IV.

In easdem vero partes cauas superficies voco, in quibus si duo sumantur puncta: rectæ lineæ inter puncta mediæ, aut omnes cadunr in easdem parres superfidiei, aut quædam in easdem partes, quædam vero secus eandem partem: nulla vero in parres conrrarias.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quæ dicta suor de lineis io easdem partes cauis, intelligenda sunt iridem de soperficiebus. Dicuotur quippe cauæ io easdem partes, quando concauitas soperficialis rerminator planis, quæ omnia & tota io eaodem partem lineæ iungentis econcepta puncta, abeant: aut salrem parallela sinr dictæ iungenri lineæ, angulósque planos interiores efficienr omnes, oullom exteriorem: loquitur aurem Archimedes de concauiraribus etiam quæ planis continentur, non dumraxat de sphæricis. Eius enim verba soot, quæ superius αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι. Rectæ vero lineæ ooo io sphæricis superficiebus, sed io planis tantum duci possuor.

E.

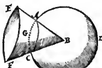
Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὰν σφαῖραν κῶνος τέμνει, κορυφὴν ἔχων πρὸς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου.

V.

Frustum solidum appello figuram, quæ vbi sphæram Conus secuerit habens verticem in centro sphæræ, comprehendetur tàm à superficie Coni inrra sphæram demersa, quàm à superficie sphæræ intra conum contenta.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sit sphæra A. C. D. quam secet Conus E. B. F. τὴν κορυφὴν habens, seu verticem in centro B. sphæræ, lateráque producens extra sphæram vsqoe ad basim E. F. : τομέα στερεὸν seu frustum solidum vocat A. G. C. B. cootentum partim superficie Coni A. B. C. demersa intra sphæram, partim superficie sphæræ A. G. C. iotra conum excepta. Ita vt huiusmodi frustum componatur ex cono & sphæræ portione. Siquidem intellige planum agi recto per puncta A. C. Hinc fiet Conus A. B. C. a cuios basis erit circulus descriptus diametro A. C. Illinc vero sectio sphæræ A. G. C.



a per 1. lib. sphær. Theo defi.

VI.

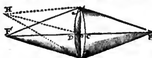
Rhombum vero solidum appello figuram ex duobus conis (Isoscelibus) deformatam, quando habuerint ambo eandem basim, conuersos vero vertices in contrarias partes plani basis: ita ut eorum axes iaceãt in rectam lineam.

ς.

Ῥόμβον δὲ καλῶ στερεὸν, ἐπειδὰν δύο κῶνοι τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες τὰς κορυφὰς ἔχωσιν, ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου τῆς βάσεως, ὅπως οἱ ἄξονες αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ὦσι κείμενοι· τὸ ἐξ ἀμφοῖν τοῖν κώνοιν συγκείμενον στερεὸν σχῆμα.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sit quidam circulus A. C. B. D. cui tamquam communi basi innitantur ambo Coni A. E. B. & A. B. F. vertices proiicientes in partes contrarias plani A. C. B. D. alter quidem ad læuam, alter ad dextram, ita ut amborum axes G. E, G. F. linea recta producantur: Erit figura ambobus deformata conis ῥόμβος στερεὸς, seu rhombus solidus. Requiritur vero vt Coni sint ambo Isosceles, aliter axes non abirent in rectam lineam. Sit enim scalenus conos A. H. B. eandem basim habens A. B. axem vero G. H. qui cum diametro basis ex definitione scaleni coni angulum constituat H. G. A. acutum: Non erit linea E. G. H. recta, ne committatur contra 13. τοῦ πρώτου στοιχείου. His autem definitionibus hanc addere necesse est.



VII.

Sphærarum portiones similes sunt quæ ex similibus circulorum portionibus nascuntur.

Assumo autem ista.

Λαμβάνω δὲ ταῦτα.

HYPOTHESES.

I.

Omnium linearum eadem puncta seu terminos habentium minimam esse rectam.

ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ.

Α.

Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν, ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

a in quæstionibus Platonicis, quæst. 4.

b in Parmenide.

Plutarchus lineas rectas priores fuisse curuis probat a. Quod si res simpliciores minorésque præcesserint compositiores, maioresque: bene sequitur, rectam lineam minorem esse curua quæ easdem cum ipsa similes habet. Hinc ἡ ἐξ ἴσου κρίσις: quæ rursus incidit in 4. definitionem primi τοῦ στοιχείου, quæ est quoque Platonis b. Cæterum velle hoc suppositum probare ἀναπόδεικτον puto, quoniam peccetur necesse est ἐν τῷ αἰτήματι τῆς ἀρχῆς, cum fiat probatio à posterioribus.



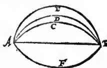
II.

Aliarum vero linearum in plano existentium si iisdem terminentur punctis, easdem esse inæquales.

Β.

Τῶν δὲ ἄλλων γραμμῶν ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ οὖσαι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχωσιν, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Sint puncta A.B. termini aliquot linearum quarum sola A.B. sit recta omniumque breuissima, per præcedentem hypothesin. Reliquæ A.C. B, A.D. B, A.E. B. dicuntur hic inæquales. Vnde patet subintelligendum esse, loqui Archimedem de curuis in easdem partes. Quippe in diuersas ductæ A.C. B. & A.F. B. iisdemque terminatæ punctis A. & B. possunt contingere æquales.

Γ.

Ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται, ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας * ἐπιφανείας, καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα ᾖ τῆς περιλαμβανομένην.

III.

Quando vero duæ extiterint vtræque in easdem partes cauæ, & vel altera tota comprehensa fuerit [vel altera ipsarum] ab alterius * superficie & recta linea eosdem cum ipsa fines habente: vel aliquæ quidem ipsius partes complexæ fuerint, aut aliquas habuerit communes: minorem esse comprehensam.

* περιοχίας ambitu.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

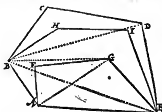
Multa in hoc textu subreptitia, quædam mutata censeo. Etenim ab re sunt ista, ἡ ἑτέρα αὐτῶν, & sensum interturbant: tum pro ἐπιφανείας & latitudine, cuiusmodi non reperitur in lineis, legendum potius περιοχίας & ambitum. Ita ut hoc assumptum his concipias verbis: Quando vero duæ extiterint vtræque in easdem partes cauæ, vel altera earum tota cõprehensa fuerit ab alterius ambitu & recta linea, eosdẽ cum ipsa fines habente, vel aliquæ quidem ipsius partes cõplexæ fuerint: aut aliquas habuerit cõmunes, minorem esse comprehẽsam. Sic assumpto exposito, exhibeantur duæ lineæ in easdẽ partes a cauæ A.B.C.D.E. & A.F.G.E. binis iisdemque punctis A. & B. terminatæ, quarũ prima secundam comprehendat: Supponit Archimedes inclusam A.F.G. E. minorem esse includente A. B. C. D. E. Siquidem ducantur lineæ quæ punctis formantur: Erunt b A. F, F. G. minores A.B, B.G: vtrisque iungatur G.E. fient rursus A.F, F.G, G. E. minores quam A.B, B.G, G.E. Atqui B.G, G.E. c deficiunt à duabus B.D, D.E. Tum B.D. d superatur à binis B.C, C.D. Igitur B.G, G.E. minores sunt tribus B. C, C. D, D.E. Et ex consequenti linea A. F. G. E. minor est alia A. B. C. D. E. vti supponitur. Eadem ratione A. B. H. I. E. cuius solæ partes B. H. I. E. includuntur, portioque B. A. communis est includenti, minor ostendetur quàm eadem A. B. C. D. E. includens. Oportet autem ambas lineas iisdem terminari punctis, vt supponit hic Archimedes, & proponit Euclides vigesima prima propositione Elementi primi.

a per 4. definitionem huius.

b per 21. lib. 1.

c per eandem.

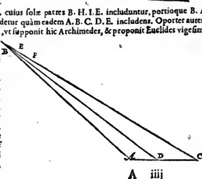
d per 20. lib. 1.



Aliàs inclusa posset esse maior includente, vt demonstrat Eustochius hoc modo. Includat A. B. C. linea aliquod spatium cum basi A. C. quæ includentem terminet punctis A. & C. Et agatur B. D. quæ subtendens angulum A. ex hypothesi obtusum, maior e sit quam B. A. excessu B. F. Bifariam dirimatur excessus in E. ducatúrque E. C. Etenim includetur D. E. C. maior includente A. B. C. Nam C. E, E. B. seu C. E, E.F. f maiores sunt, latere B. C. vtrique parti addamus æquales, nempe duabus B. E,

e per 19. lib. 1.

f per 20. lib. 1.

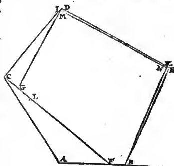


E. C. reliquum F. D, lateri vero B. C. aliud B. A. superet rursus inclusa D. E, E. C. maior includente A. B. C. Idem contingere potest si pluribus ambæ constent lineis. Sit enim angulus B. A. C. obtusus, quem subtendat F. C. maior quàm A. C. quantitate C. L. Diuidatur C. L. bifariam in G. vt sit F. G. maior eadem A. C. a Agatur perpendicularis C. D. & rectum angulum subtendat G. D. cui rursus in punctoD. ad normam sit D. E. Et quia G. D. b excedit C. D, sit excessus M. D. qui sectus æqualiter in I. relinquat G. I. adhuc maiorem quam C. D. Et à puncto I. producatur ὑποτείνουσα I. E. maior D. E. tota N. E. quæ bifariam secta in K. exhibet I. K. longiorem adiuncta D. E. Denique à puncto E. ducatur E. B. πρὸς ὀρθὰς ad I. E. & angulum rectum subtendat K. B. excedatque propterea perpendicularem E. B. c Sic enim inclusa F. G. I. K. B. gignitur maior includente A. C. D. E. B. quia diuerso eiusdem lineæ A. B. puncto terminatur.

a per 19. lib. 1

b per 47. lib. 1.

c per eandem 47.



IV.

Similiter & superficierum eosdem habentium limites, si in plano fines habuerint, minorem esse planam.

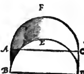
Δ.

Ὁμοίως καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ἔχωσιν, ἐλάσσονα εἶναι τὸ ἐπίπεδον.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

d Ex definit. 6 li. 1.

Sint duæ superficies, altera A. B. C. D. plana, quæque d ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται: altera curua B. E. D, C. F. A. quæque ex æquo non iaceat intra suas rectas, habeantque ambæ eosdem limites nempe, lineas rectas A. B. & C. D. Curua erit maior quam plana ex simplici elementarique definitione.



V.

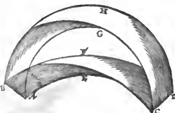
Alias vero superficies habentes eosdem fines, si in plano terminantur, omnes esse inæquales.

E.

Τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Definiantur binis lineis A. B. C. D. & à lateribus parallelis planis ambæ superficies curuæ E. F, G. H. in easdem partes cauæ: Assumit Archimedes eas esse inæquales. Possumus subiungere includentem maiorem esse inclusa, vt latepatentem. Quod longiori probatione velle statuere, impedit simplex nudaque συγχώρησις. Vide autem ne intelligas suppositum de superficiebus in contrarias partes cauis: Etenim posset contingere vt duæ essent æquales, sicuti de lineis diximus.



VI.

Si quãdo vero fuerint ambæ in

ϛ.

Ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ

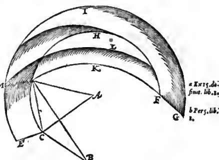
αὐτὰ κοῖλα, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἑτέρα ἐπιφάνεια, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχει, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

easdem partes cauæ, & vel altera superficies comprehensa tota ab altera, & plano habente cum ipsa eosdem limites, vel aliquæ partes contentæ, aut aliquas haberit communes: minorem esse contentam.

·ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc hypothesis non potest intelligi de sphæricis seu globosis aut perfecte circularibus superficiebus. Etenim hæ nullas partes communes habere possunt: Si etenim duarum huiusmodi superficierum partes aliquæ essent communes, in vnam ambæ totæ reciderent. Se itaque duntaxat secare possunt.

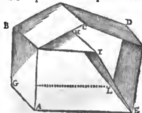
Sint verbi gratia Superficies sphæricæ aut cylindricæ E. M. I. G. F. H. C. & E. M. I. G. F. K. D. C. terminatæ linea F. G. iisdemque à lateribus parallelisque planis, partemque habeant, si fieri potest M. E. C. D. communem. Prioris centrum sit A. Posterioris B. Tum ducantur à centris lineæ ad partem communem A. D, A. C, B. D, B. C. Erunt etenim A. D. A. C. æquales, a iunctaque D. C. angulus A. D. C. b par angulo A. C. D. proindeque minor angulo D. C. B. At vero eadem ratione angulus B. C. D. æqualis est angulo B. D. C. & minor ideo angulo A. D. C. Vnus ergo idemque A. D. C. angulus est, & minor & major eodem B. C. D. quod est rationi omnino dissentaneum. De alijs ergo superficiebus curuis loquitur



a Ex 15. definit. lib. 1.

b Per 5. lib. 1.

Archimedes. nimirum de planis potissimum, quæ sibi inuicem inclinatæ, cauitatem comprehendunt: cuiusmodi sunt includens A. G. C. D. E. & inclusa A. G. I. F. quibus pars est communis A. B. quæque cum tendant in eandem partem terminantis plani G. E. prima maior est quam secunda. Quod eodem prorsus argumento probari potest, quo tertio supposito demonstrauimus lineas includentes maiores esse inclusis. Lineæ siquidem metiuntur longitudines superficierum. Intellige igitur per lineas diagrammatis hypothesis tertiæ, duci plana, & eadem ostendes de ipsis quæ de lineis: scilicet requiri vt ambæ eodem terminentur plano, alioqui posse fieri vt inclusa excedat includentem.



Σ.

Ἔτι δὲ τῶν ἀνίσων γραμμῶν καὶ τῶν ἀνίσων ἐπιφανειῶν, καὶ τῶν ἀνίσων στερεῶν, τὸ μεταξὺ τοῦ ἐλάσσονος ὑπερέχειν τοιούτῳ, ὃ συντιθέμενον ἑαυτὸ ἑαυτῷ δυνατόν ἐστι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος τῶν πρὸς ἄλληλα λεγομένων.

VII.

Adhuc verò & inæqualium linearum, & inæqualium superficierum, imparium denique solidorum maius excedere minus, eo quod sibi ipsi sæpius additum possit superare quamcumque dictarum, & inter se collatarum magnitudinem.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc patet ex conuersa primæ τοῦ δεκάτου στοιχείου. Additionis etenim & detractionis contrariæ sunt consequentiæ. Siquidem propositis duabus inæqualibus magnitudinibus eiusdem generis A. maiori, B. minori: toties detrahi potest ab A. dimidium sui (proponit tamen Euclides plusquam dimidium, μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, inquit: at de dimidio etiam probatur additis corollarijs) vt pars remaneat minor minore B. Noretur ergo excessus maioris A. supra minorem B, sitque C. potest sibi ipsi C. toties addi, vt quamcumque congeneam magnitudinem exsuperare valeat. Etenim A. si ponatur maior C. potest a per tot bisectiones minui, vt reliquum tandem minus fiat ipso C. Quot ergo contigerint bisectiones, toties addatur C. sibi ipsi: productum maius erit A. Vt enim quælibet pars maioris A. fuerit ad totam A. b sic erit C. ad productum, & c vicissim vt pars totius A. defecerit à C. sic A. à producto deficiet.

a Per 1 lib. 10 & coroll. eius. b Per 15 lib. 5. c Per 16 lib. 5.

VIII. — H.

His suppositis, si circulo inscribatur figura multangularis: manifestum est, ambitum inscripti poligoni minorem esse circũferentia circuli.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων, ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ, φανερὸν ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ἐλάττων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vnaquæque enim (subiungit Archimedes) figuræ costa minor est parte circumferentiæ quam resecat. ἑκάστη γὰρ τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τῆς ἀπὸ τῆς αὐτῆς ἀποτεμνομένης. In circulo itaq; ἑξάγωνον ἐγγεγράφθω A. B. C. D. E. F. a Quodlibet latus, quia recta linea est, vt A. B. minus est arcu quem subtendit. b Totus ideo ambitus quadrati deficit à circuli periferia, vt supponitur.

a Per 15 lib. 1. b Per 1. hypothesin huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic addere possumus non tantum τὴν περίμετρον, sed etiam τὸ χωρίον circuli maius esse plano inscriptæ figuræ: continens enim maius esse contento æquè notum est, ac totum esse maius sua parte. Ponamus ergo & hanc hypothesin pro sequentibus.

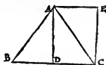
IX. — Θ.

Continens planum maius est contento.

Τὸ περιέχον χωρίον μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου.

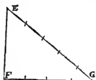
ΣΧΟΛΙΟΝ.

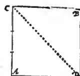
Quod quidem ita tandem admitti debet, si continentis ambitus contenti ambitum inuoluat & complectatur. Nec enim, si proponantur duo plana inæqualis ambitus, statim sequitur maius esse illud cuius maior ambitus fuerit. Sit etenim Isosceles triangulus A. B. C. quem diuidat κάθετος A. D. Et ex A. D. D. C. perficiatur rectangulum D. E. Aio dico. Cum enim anguli B. & A. D. B. duobus D. C. A. & A. D. B. æquales sint, c reliqui in A. sunt æquales d Et propterea vt A. B. e æquale est lateri A. C. sic basis B. D. est æqualis basi D. C. Atqui sunt D. C. & A. E. f æqualia: duobus proinde D. C. & A. E. basis sola B. C. æquiualet. Sed quodlibet reliquorum A. D. E. C. rectanguli quolibet aliorum A. B. A. C. trianguli minus g est. Ambitus ergo trianguli B A. C. maior est ambitu rectanguli D. E. Et nihilominus h ἴσον ἐστὶ τὸ παραλληλόγραμμον τῷ τριγώνῳ. nec maior est triangulus quadrangulo. Rursus ἐν τοῖς ἰσοπεριμέτροις vulgare est triangulum minus esse quadrangulo. Sit quadratum A. B. isoperimetrum



c Per 5. lib. 1. d Per coroll. 32. lib. 1. e Per 4. lib. 6. & 16. lib. 5. f Per 34. lib. 1. g Per 47. lib. 1. h Per 41. & 42. lib. 1.

trianguli rectanguli E. F. G. sitque latus quadrati v. g. 5. qualium E. F. est 3. F. G. 4. & ex consequenti i E. G. 5. Bisecetur vero quadratum dimetente C. D. l Ἀπόδειξις. Erit E. F. G. ad C. A. D. vt F. G. ad A. D. m quia altitudines E. F. & C. A. sunt æquales, At F. G. minor est quàm dupla basis A. D. Ergo triangulus E. F. G. minor est quam duplus trianguli C. A. D. cuius tamen duplum est quadratum. n Proinde quadratum maius est triangulo.





i Per 47. lib. 1.
l Per 34. li. 1.
m Per 1 lib. 6.

Denique & illud notum est, non esse rationem eandem superficiei ad superficiem quæ lateris ad latus: quinimo in similibus figuris dupla ratio o est plani ad planum quæ costæ ad costam. Intellige ergo hypothesim de ijs, quorum ambitus vnius ambitum alterius complectitur, vt omnis tollatur ambiguitas.

n Per 41. li. 1.
o Per 19. & 20 lib. 6.





ARCHIMEDIS DE SPHÆRA ET CYLINDRO LIBER I.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΒΙΒΛΙΟΝ Α.

PROPOSITIO I. THEOREMA I.

SI figura multorum angulorũ circulo conscribatur: ambitus conscriptæ figuræ maior erit periferia circuli.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Α. ΘΕΩΡΗΜΑ Α.

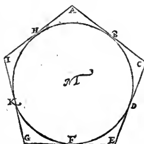
ΕΑΝ περὶ κύκλον πολύγωνον περιγραφῆ, ἡ τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Detur circulus M. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ. conscribatur ipsi verbi gratia Pentagonum [a] A: C. E. G. I. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ: Dico ambitum Pentagoni conscripti, aut cuiusuis alius figuræ multorum angulorum circulo dato conscriptæ, maiorem esse circumferentia circuli. ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Inter duos quoslibet contactus puta H. & B. continetur pars circumferẽtiæ circuli, minor duabus lineis rectis vt H. A, B. A. quæ eandem includunt. [b] Nam ex hypothesi figura cõscribitur, & ideò comprehendit circulum. Idem est de reliquis circuli & figuræ conscriptæ partibus. Ergo totus Pentagoni ambitus [c] maior est circumferentia circuli, vt propositum fuit.

[a] Per 12. lib. 4.

[b] Per 3. hypothesim huius.

[c] Per 1. & 12. lib 5.



PROP. II. PROBLEMA I.

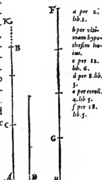
DVABVS magnitudinibus inæqualibus datis, possibile est duas rectas lineas inuenire, quarum maior habeat ad minorem rationem minorem, quàm maior datarum quantitatum ad minorem.

ΠΡΟΤ. Β. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α.

ΔΥΟ μεγέθων ἀνίσων δοθέντων, δύνατον ἐστὶν εὑρεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ΥΠΟΘ.

ΥΠΟΘΕ. Dentur magnitudines A. B. maior, & D. minor. ΚΑΤΑΣ. Ex maiori A. B. portio secetur [a] æqualis minori, quæ sit C. B. multiplicetur deinde reliquum A. C. per tantum numerum, sibique toties addatur vt producatur A. K. maior [b] D. seu B. C. Demum vt [c] A. K. ad A. C. sic ponatur F. G. ad G. H. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico quantitates seu lineas petitas esse F. H. & F. G. ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. A. C. [d] maiorem habet rationem ad D. vel ad B. C. æqualem, quam habeat ad A. K. maiorem. Est verò F. G. ad G. H. vt A. K. ad A. C. [e] conuertendo G. H. est ad G. F. vt A. C. ad A. K. Proinde G, H. est ad G. F. in maiori ratione quàm sit A. C. ad D. vel ad C. B. & [f] coniungendo F. H. minorem habet rationem ad G. F. quam A. B. ad C. B. vel ad D. scilicet quàm maior datarum ad minorem. Sunt ergo petitæ quantitates F. H. & G. F. quas inuenisse fuerit operæpretium.



a per 2. lib. 1.
b per vltimam hypothesim huius.
c per 12. lib. 6.
d per 8. lib. 5.
e per coroll. 4. lib. 5.
f per 18. lib. 5.

ΠΡΟΤΑ. Γ. — PROPO. III.

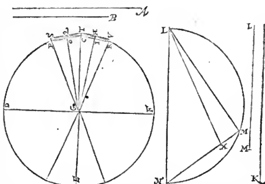
ΠΡΟΒΛ. Β. — PROBL. II.

ΔΥΟ μεγέθων ἀνίσων δοθέντων καὶ κύκλου; δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὅπως τοῦ περιγραφομένου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

DATIS binis magnitudinibus inæqualibus & circulo, possibile est in ipso figuram multilateram, sed æquilateram, inscribere, eidemque aliam conscribere, ita ut latus conscriptæ minorem habeat rationem ad inscriptæ latus, quàm maior datarum magnitudinum ad minorem.

ΥΠΟΘ. Exponantur magnitudines A. maior, B. minor, & circulus E. D. C. F. ΚΑΤΑΣ. Habeat [g] K. maior ad M. L. minorem, minorem rationem quàm A. ad B. Tum diametro K. vel æquali L. N. semicirculus describatur, cui accommodetur L. M. [h] & iungatur M. N. Ducantur postea dimetientes C. E, D. F. dirimentes se normaliter in centro [i] G. Adhæc secetur angulus C. G. D. bifariam, [l] tum semissis bifariam, & rursus quarta bifariam, sequaturque huiusmodi partium aliquotarum, & cum toto commensurabilium bisectio, quoad inueniatur angulus, cuius semissis [m] minor sit angulo N. L. M. sitque C. G. P. Agatur demum C. P. in quam perpendiculari acta [n] G. O. & peracta ad vsque circumferentiam in Q. tangat [o] T. S. circulum in Q. eamque secent in T. & S. productæ G. P, G. C. Denique capiatur C. R. arcum æqualem arcui C. P. cumque subtendat C. R. tangatque in H. incidens T. V. in G. R. productam puncto V. & addatur G. H. ΣΥΜΠΕ. Aio S. T. latus conscriptæ figuræ ad C. P. alius figuræ inscriptæ, minorem habere rationem, quàm habeat A. ad B. ΑΠΟΔΕΙΞ. Quoniam angulus C. G. P. rectum C. G. D. commensurat, etiam arcus C. P. quadranti C. D. commensurabilis est: [p] & ideo [q] toti circumferentiæ cui quadrans commensuratur. Linea ergo C. P. latus est figuræ quæ inscribi posset circulo, vti T. S. [r] alius quæ posset circumscribi, essentque hæc & illa æqualium quæque laterum & angulorum; [s] Nam arcus quos latera inscriptæ subtendunt, & anguli ad basim triangulorum, in quos figura diuiditur, sunt [t] æquales, vt Isoscelium. Deinde triangulorum O. C. G, I. C. G. latera O. C, C. G. sunt æqualia lateribus I C, C. G cum I. C, C. O. sint æqua

g per præcedentem.
h per 1. lib. 4.
i per 1. lib. 3 & 11. lib 1
l per 9. lib. 1
m per coroll. prop. 1. lib. 10.
n per 12 l. 1
o per 13 l. 3.
p per 33 lib. 6. & 10. lib 10.
q per 12. lib. 10.
r per 1. & 2 definit. lib. 4.
s per 29 l. 3
t per 5 lib 1



a Per 2. lib. 3. lium P. C. C. R. semisses: a tum O. G. & I. G. ex 47. τῶ πρώτου στοιχείου ostendentur pares & proinde angulus O. C. G. æqualis angulo G. C. I. Sic demum omnes demonstrabuntur æquales ad bases triangulorum, in quas figura inscripta dispescitur, & proinde bini binis æquabuntur, & tandem anguli figuræ cuiusmodi est P. C. R. æquales inter se videbuntur, conscriptæ autem latera erunt æqualia. Cum enim ad O. & Q. anguli sint recti, b parallelæ sunt S. T, P. C. c & trianguli G. S. Q, G. Q. T. sunt æquianguli inter se cum sint duobus æquiangulis G. P. O, G. O. C. æquianguli. Latera ergo S. Q. Q. T. sunt æqualia: d Deinde triã-guli Q. G. T. & G. T. H. latus T. G. habent commune, à quorum quadrato (cum sint rectanguli) si tollas quadratum Q. G. superest e quadratum Q. T. Vel si auferas quadratum G. H. remanet quadratum T. H. Vt igitur quadrata radiorum Q. G. & H. G. sunt æqualia, sic paria sunt quadrata duarum Q. T, T. H. f Lineæ ergo Q. T, T. H. sunt pares, & proinde totum latus S. T. toti lateri T. V. æquatur. Anguli vero probabuntur æquales eodem prorsus argumento, quo in inscripta vsi sumus. Similes autem esse conscriptam & inscriptam patet. Nam cum sint O. C. G, Q. T. G. anguli pares, g tum alij I. C. G, H. T. G toti Q. T. H. & O. C. I. supersunt æquales. Idem de reliquis esto iudicium. Latus autem S. T. est ad P. C. vt T. V. ad C. R. scilicet æqualia, ad æqualia & vicissim. Cæterum ex fabrica anguli C. G. P. semissis minor est angulo N. L. M. hoc est angulus C. G. O. positusque est X. L. M. ipsi C. G. O. æqualis: cumque anguli L. M. X. & G. O. C. sint recti, manent reliqui M. X. L. & G. C. O. pares. Vt est igitur L. X. ad L. M. sic est C. G. seu Q. G. ad O. G. At vero L. N. maior quàm L. X. m maiorem habet rationem ad L. M. quàm habeat L. X. ad eandem L. M. sequitur ergo E. G. habere ad O. G. hoc est S. T. n latus conscriptæ ad P. C. latus inscriptæ, minorem rationem quàm habeat L. N. seu K. ad L. M. multoque minor quàm A. ad B. quod fuit ἐπίταγμα seu iussum, vt ait Archimedes.

b Per 2. & 28. lib. 3. c Per 28 li. 1. d Per 29. lib. 1. d Per 4 lib. 6. e Per 47. li. 1. f Per 3 com. sent. lib. 1. g Per 29 li. 1. i Per 32. li. 1. l Per 4. li. 6. m Per 19. lib. 1. & per 8. lib 5. n Per 4. lib 6.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Videtur autem idem posse exequi, si primo vtamur datis A. B. sicuti duabus K. L. M. vt enim cõcludimus S. T esse ad P. C. in minori ratione quàm sit K. ad M. L. sic statim consequeremur latus conscriptæ ad inscriptæ latus minorem habere rationem quàm A. ad B. Verum vestigijs Archimedis quantum poterimus insistemus.

COROLLARIVM I.

Hinc nobis facillimum sumimus, circulo cuiuis dato vel circuli sectioni inscribere & conscribere figuram æquilateram & æquiangulam, cuius latera quaternario numero mensurentur. Nam diuiso primum circulo duobus dimetientibus normaliter; tum vnoquoque quadrante in quotlibet o partes & inter se æquales ipsis: aut diuiso primum arcu portionis circuli bifariam, tunc partes bifariam singulas & ita consequenter, inscribemus vel conscribemus latera, vt in superiori structura factum est, quæ similiter omnia demonstrabimus æqualia, tum angulos æquales. Deinde quaternarius qui primum diuisit circulum, aut secundo arcum portionis totum laterum numerum metietur, per numerum in quem singuli quadrantes diuisi sunt, vel singulos arcus portionis quartæ.

o Per 32 li. 3.

COROLLARIVM II.

Hinc quoque manifestum est: quod si duæ similes figuræ planæ fuerint circulo eademue circuli

portioni altera circumscripta, altera inscripta, latus circumscriptæ esse ad latus inscriptæ vt est diameter circuli ad perpendicularem ductam à centro circuli in latus inscriptæ. Ostendimus enim ex triangulorum G. Q. T. & G. O. C. p similitudine, Q. T. esse ad O. C. hoc est S. T. ad P. C. vt Q. G. ad O. G. p Per 2. & 4. lib. 6. q Per 15. lib. 5.

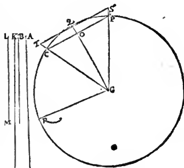
ΠΡΟΤΑ. Δ. — PROPOS. IV.

ΠΡΟΒΛ. Γ. — PROBLE. III.

Πάλιν δύο μεγέθων ἀνίσων ὄντων καὶ τομέως, δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν, πρὸς τὴν ἐγγεγραμμένου πλευρὰν, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

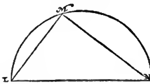
Rursus duabus datis inæqualibus quantitatibus & sectore: possibile est figuram multilateram & equilateram conscribere, & aliam inscribere sectori, ita vt latus conscriptæ lateri inscriptæ sit in minori ratione, quàm maior quantitatum datarum, eatundem minori.

ΥΠΟΘ. Dentur A. maior, B. minor, homogeneæ & inæquales quantitates & sector cuiusque circuli R. G. P. ΚΑΤΑΣ. Fiant eadem quæ in superiori propositione, exerceanturque bisectiones in sectore, quæ vsui fuere illie in circulo. Sintque latera C. P. inscriptæ, & T. S. conscriptæ sectori. ΣΥΜΠ. Conclusio erit, latus T. S. in minore ratione esse ad latus C. P. quam sit A. ad B. Demonstrabiturque paribus omnino argumentis, vt non sit opus ea repetere.

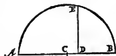


LEMMA. I.

Inter duas inæquales quantitates media proportionalis neutri æqualis est: Et ratio primæ ad tertiam vt dupla, maior est ratione primæ ad secundam vt simplici.



ΥΠΟΘ. Inter A. D, D. B. media sit proportionalis D. E. a ΣΥΜΠ. D. E. neutri ambarum A. D. D. B. æqualis est: haberque A. D. ad D. B. maiorem rationem qua A. D. ad D. E. ΑΠΟΔ. Quoniam D. non est centrum circuli sed C. b est D. E. minor quàm A. D. sed maior quam D B. ideoque neutri æqualis. Et propterea c A. D. maiorem habet rationem ad minorem D. B. quàm ad maiorem D. E. Verum ratio A. D. ad D. B. dupla est eius quam habet eadem A. D. ad D. E. d Proinde ratio dupla maior est simpliee.



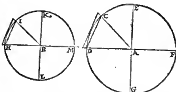
a Per 13. lib. 6. b Per 7. lib. 3. c Per 8. lib. 5. d Per 10. definit. lib. 5.

ΣΧΟΛΙΌΝ.

Lemmata Archimedis si extarent præ manibus, (& habentur Romæ lingua Persica in bibliotheca Medicea: eaque vidi apud Ioannem Baptistam Raymundum linguarum dum viueret orientalium studiosissimum, quorum etiam vt mihi copiam faceret, idem quod penderent auri pondus obtuli, sed negauit) plurimum mihi vsui essent in sequentibus propositionibus. At quia denegantur, ea supplere operæ pretium est, si demonstrationes constare velimus.

LEMMA II.

Si circulo figura multorum laterum & æqualium vel conscripta vel inscripta fuerit: possibile est alij circulo aliam figuram vel conscribere vel inscribere, parium numero laterum, & præcedenti similem.



ΥΠΟΘ. Proponantur duo circuli A.B. inæquales binis diametris, ambo quadrifariam diuisi: in quorum primo A. inscripta sit figura, cuius latus D.C. æqualium laterū & angulorū. K. A. T. Quantus fuerit angulus D. A. C. tantus ponatur [a] H. B. I. & ducatur H. I. ΣΥΜΠ. Erit H. I. latus inscribendæ figuræ circulo B. simili inscriptæ in circulo A. ΑΠΟΔ. Anguli 4. recti ad A. sunt æquales quatuor rectis qui ad B. Vt igitur [b] D. A. C. metitur 4. illos, etiam angulus H. B. I. æqualis, hos quatuor metietur, & pari numero. & præterea arcuum D.C, H. I. suam quisque merietur circumferentiam pari quoque numero. Sunt igitur D. C. & H. I. latera figurarum parium numero laterum. Sunt autem anguli H.B. I. & D. A. C. æquales ex fabrica, qui proinde reliquunt binos A. C. D, A. D. C. æquales binis B. H. I. & B. I. H. proindeque singuli singulis, [d] cum trianguli sint Isosceles. Qui ex consequenti erunt laterum proportionalium. [e] Quod cum probari possit de reliquis triangulis, in quos ambæ figuræ dirimuntur, sequitur totam figuram toti figuræ esse similem. [f] Idem prorsus de conscripta & conscribenda figura demonstrabitur.

a Per 23. li. 1.
b Per 33. li. 6.
c Per coroll. prop 32. li. 1
d Per 5 lib. 1.
e Per 4. lib. 6.
f Per 1. def. lib. 6.

PROPO. V. PROB. IV.

Dato circulo, duabusque magnitudinibus inæqualibus, poligonum conscribere circulo, eidemque aliud inscribere, ita vt conscriptum habeat ad inscriptum minorem rationem, quàm maior magnitudo ad minorem.

ΠΡΟΤ. Ε. ΠΡΟΒ. Δ.

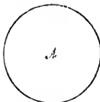
Κύκλου δοθέντος καὶ δύο μεγέθων ἀνίσων, περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι· ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ΥΠΟΘ. Detur circulus A. dentur & magnitudines E. maior, F. minor. ΚΑΤΑΣ. Fiat C. ad D. [g] in minori ratione quam E. ad F. & G. inueniatur media proportionalis inter C. & D. Tum circulo [i] conscribatur figura, aliaque inscribatur, ita vt conscriptæ latus ad inscriptæ latus minorem habeat rationem quam C. ad G. ΣΥΜΠΕ. Dico conscriptam fore ad inscriptam in minori ratione quam sit E. ad E. ΑΠΟΔΕΙ. Ra-

g Per 2. huius.
i Per 23. li 6
l Per 3. huius.

tio C. ad D. minor eſt quam E. ad F.[m] ergo ratio C. ad G. ſimplex[n] & minor[o] quàm ſui dupla, quæ eſt C. ad D. eſt quoque minor quàm E. ad F. Atqui latus conſcriptæ figuræ ad latus inſcriptæ eſt rurſus minor quàm C. ad G.[a] Tota vero figura conſcripta eſt ad totam inſcriptam in ratione dupla[b] lateris conſcriptæ ad inſcriptæ latus. Ergo rurſus in minori quàm ſit C. ad D. Si fuerit quippe ſimplex minor ſimplice, dupla minor dupla erit.[c] Ergo & in multo minore quàm ſit E. ad F. quod fuit probandum.

m Per fabr.
n Per 10. defnit lib. 5
o Per 1. lemma huius.
a Ex fabrica.
b Per 20. lib. 6.
c Per 15 li 5



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Rurſus ſi inter datas magnitudines E. & F. media proportionalis poneretur, tum fabricæ reliquum perageretur abſque C. D. aliarumque quantitatum inuentione, poſſet erui concluſio.

ΦΑΝΕΡΟΝ Α.

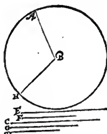
Ομοίως δὴ δείξομεν, ὅτι δύο μεγέθων ἀνίσων δοθέντων καὶ τομέος, δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὅμοιον αὐτῷ, ἵνα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

MANIFESTVM I.

Similiter oſtendemus: quòd duabus magnitudinibus inæqualibus datis & ſectore, poſſibile eſt circa ſectorem multangularem figuram conſcribere, & aliam ſimilem eidem inſcribere, ita vt conſcripta ad inſcriptam minorem habeat rationem, quàm maior magnitudo ad minorem.

ΥΠΟΘ. Dentur duæ magnitudines inæquales E. F. Et ſector circuli A. B. H. ΚΑΤΑΣ. Habeat[d] C. ad D. minorem rationem quam maior E. ad minorem F. Sitque G.[e] media proportionalis inter C. & D. Tum ſectori[f] conſcribatur figura alia que inſcribatur. Ita vt latus exterioris ſit ad latus interioris in minori ratione quàm C. ad D. ΑΠΟΔ. Conſcripta figura demõſtrabitur eſſe ad inſcriptã in minori ratione quàm ſit E. ad F. per eandem prorſus argumentationem, qua in ſuperiore propoſitione vſi ſumus.

d Per 1. huius.
e Per 13 li. 6
f Per 4 huius.



ΦΑΝΕΡΟΝ Β.

Φάνερον δὲ καὶ τοῦτο ὅτι ἐὰν δοθῇ κύκλος, ἢ τομέος καὶ χωρίον τι, δυνατόν ἐστι ἐγγράφοντα εἰς τὸν κύκλον ἢ τὸν τομέα πολύγωνα ἰσόπλευρα, καὶ ἔτι ἀεὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα, λείπειν τινὰ τμήματα τοῦ κύκλου ἢ τομέος, ἅπερ ἔσται

MANIFESTVM II.

Manifeſtum & illud eſt, quòd ſi detur circulus vel ſector, & aliquod ſpatium: poſſibile ſit inſcriptas haberi & conſcriptas figuras circulo vel ſectori æquilateras, tum reliquis partibus ſemper alias, donec ſegmenta ſuperſint circuli vel ſectoris, quæ ſint

minora ſubiecto plano. Hæc enim in Elementis tradita ſunt.

ἐλάσσονα τῦ ὑποκειμένυ χωρίυ. ταῦτα γὰρ ἐν τῇ στοιχειώσει παραδέδωται.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Iſtud quidem directè non habetur apud Euclidem: verum deduci poteſt ex I. decimi Elementi, hoc pacto:

Ἔκθεσις. Detur circulus A. ſectorue & ſpatium P. Συμπέρασμα. Dico poſſe inſcribi circolo vel ſectori dato figuram tot quidem laterum, vt circulus vel ſector minoribus ſimul particulis ſuperet figurã inſcriptam, quam ſit ſpatium P. Rurſus aliam poſſe conſcribi tot etiam lateribus contentam, vt figora ſuperet circulum minoribus ſui ſegmentis, quàm ſit idem planum P. Κατασκευή. Etenim ſit latus inſcriptæ cuiuſdam figoræ B. C. Verbi gratia quadrati, ſitqoe ſegmentum ſub circumferentia B. D. C. & recta B. C. vnum ex quatuor reſiduis. Illa quippe 4. eruot minora plano P. vel maiora aut æqualia. Si minora, conſequimur optatum. Alias diuidatur arcus B. D. C. biſariam [a] linea A. D. biſariam ſecante B. C. & rectò, & iungantur lineæ B. D, D. C. Et per punctum D. [b] agatur tangens E. F. parallelaque ipſi B. C. [c] cum efficiat [d] rectos ad lineam A. D. perficianturque parallelogramma rectangula E. R, R. F. Sint rurſus conſcriptæ figuræ duo latera G. H, G. I. quæ tangant in K. & L. circulum. Diuidator deinde arcus L. O. K. biſariam linea A. G. incidente in G. quia laterum partes L. G, G. K. ſunt æquales, vt probare poſſumus eodem argumento, qoo oſtendimus propoſit. 3. huius lineas, Q. T, T. H. eſſe pares: per punctum verò O. ducatur adhuc tangens N. M. & ſecans latera G. H, G. I. in punctis N. M. Ἀπόδειξις, Triangulus B. D. C. eſt dimidium parallelogrammi B. F. [e] maiotis ſegmento B. S. D. T. C. vt includentis, & proinde maior eſt dimidio eiuſdem ſegmenti B. S. D. T. C. Ipſum ergo auferendo ex ſegmento, abſtulerimus plus quàm dimidium. Simili modo poſſumus auferre pluſquam dimidium ex reſiduis ſegmentis B. S. D. & D. T. C. Hac itaque reſectioné maioris dimidio partis reliquorum ſegmentorum, deueniemus taodem ad partem reſiduam minorem, quantitate [f] P. Lineæ verò qoibus ſectiones fiunt vt B. D. & D. C. [g] ſunt æquales: ſicque figura fit inſcriptus ſpatium latetum, quam circulus reſiduis ſuperat mioonibus quàm ſit propoſitum planum P. Similiter à ſegmentis quibus conſcripta ſuperat circulum, auferri qnoque poteſt pluſquam dimidium. Exempli cauſa, ex figura mixta L. G. K. O. L. linea N. M. aufert pluſquam dimidium. Nam O. M. M. k. rurſus probabuntur æquales ſuperiori argumento propoſitionis tertiæ huius. Sed G. M. eſt maior quàm O. M. [h] & ideo maior quàm M. k. vel ſic probabimus G. M. maiorem quàm M. k. ſi intellexerimus à puncto k. demitti perpendicularem in ſemidiametrum O. A. quæ ſit k. Q. Etenim parallela erit [i] ipſi O. M. Tum A. G. erit [l] ad G. O. vt A. O. ad O. Q. & proinde G. O. maior foret ipſa O. Q. Vnde ſequetur G. M. maiorem eſſe quàm M. k. Itaque triangulus G. O. M. excedit [m] triangulum M. O. k. multóque magis mixtam figuram contentam arcu O. k. & rectis O. M. M. k. Idem probabitur de N. O. G. quod ſcilicet excedat mixtam figuram L. N. O. & proinde triangulus N. G. M. totus maior eſt quam dimidium ſegmenti L. O. k. G. Eodem modo auferetur magis quàm dimidium à reliquis ſegmentis O. M. k. & O. L. N. & ex reliquis, donec venerimus ad particellas reliquas minores plano propoſito P. [n] Lineæ autem quibus reſectiones fient qualis eſt N. O. M. omnes ſunt æquales, vt dicta ſuperiori ratione demonſtratur. Circulo ergo vel ſectori conſcribi & inſcribi poſſunt figuræ, ita vt reſiduæ partes de maiori, minores ſuperſint plano propoſito, quod Archimedes repetebat ex Elementis.

a per 2. & 29. lib. 3.
b per 17. lib. 3.
c per 28. li. 1.
d per 18. lib. 3.
e per. 31 lib. 1.
f per 1 lib. 10.
g per 29. li. 3.
h per 47 li. 1.
i per 1 lib. 6
l per eãdem 1. lib. 10.
m per 18. li. 1. & 19. lib. 1.
n per 37 li. 1 conic. Apollo.

Cæterum boc manifestum, non tantum de Circulo vel circuli sectore, sed etiam de quauis alia figura, cuius ambitus sit linea obliqua, in easdem tamen partes caua, demonstrabitur, si tamen excipias æqualitatem laterum figuræ conscriptæ vel inscriptæ, quæ equidem in alijs figuris præter circulum seruari vix potest. Γράφης Offerantur ergo v. g. Ellipsis seu acutiaoguli coni sectio O.B.C.k. & parabole seu rectanguli coni sectio C. O. X (de ijs fusissime agemus aa suo loco. Κατασκευή. Ducatur io vtraque prioùm B. C. latus figuræ quadrilateræ, quæ bifariam diuidatur in R. Et à centro Ellipseos A. cadat in sectionem A.D. per R. Ducta a enim per D. linea E.F. tangens, sectionem parallela erit bb ipsi B.C. In parabola verò diuidatur C.B. bifariam in R. ducaturque Diameter sectionis b R.D. & tangens E.D.F. quæ parallela sit cc ipsi B.C. Perficiatur in vtraque parallelog. E.C. iunganturque lineæ B.D, C.D. Ἀπόδειξις. Rectang. E.C. maius est cc segmento B.S.D.T.C.R. Atqui triangulus B.D.C. dimidium est k rectanguli E.C. Ergo plusquam dimidium est segmenti. Hoc pacto à reliquis rursus segmentis auferetur plusquam dimidium. Et proinde fient tandem reliquæ ex tota sectione partes minores proposito plano P. Quatum autem attinet ad figuras circumscriptas, tangant ccc figuras lineæ G.L, G.k. angulum G. continentes ad diametrum. Et quooiam rursus quadrilaterum ex hypothesi circumscribimus, tactus fiant m in k. & L. apicibus portionum parabolæ B L. O. & O. k. Q. quos ostendunt diametri A.L, A.k. dirimentes bifariam bases B O. & O.Q. seu latera qoadratæ figuræ inscriptæ. Iungantur tandem lineæ L. O, O. k. & à punctis L. & k. cadāt ordinatim lineæ in sectiooom diametros. Harum vna sit L. V. Nam in parabola V. O. est c æqualis ipsi O.G. sed linea quoque cadens à k. secat rursus partem diametri æqualem ipsi G.O. Ergo cadunt ab ambobos punctis L. & k, lineæ ordinatim in idem punctum V. & proinde est d L.k. recta linea, & suot L. V. V. k. æquales ex definitione diametri: Idem est de Ellipsi, cùm semper lineæ illæ ordinatim ductæ resecent e partes in A.O. quæ ad O.G. habent eandem rationem. Denique per puoctum O. ducatur N.M. parallela ipsi L.k. Ἀπόδειξις. Quoniam in Ellipsi vt A.G. ad G.O. ita f A.O. ad O.V. sequitur g G.O. esse maiorem quam O.V. proinde G. N. maior est quam N.L & triangulus G.N.O. maior triangulo L.N.O. & ergo multo maior quam mixta figora contenta arcu L.O. & lineis L.N. N.O. Similiter G.O.M. maior est mixta figura O.K.M. Idcirco sublato triangulo N.G.M. ex mixta figura L.G.K.O. tollitur ex hac mixta figura plusquam dimidium. Idem sequetur in parabola, quia licet G.O, O.V. sint æquales tum lineæ h G.N, N.L. & trianguli i G.N.O. N O.L. tamen N.O.G. maior est mixta figura L.O.N. & totus N.M.G. maior mixta figura contenta sub arcu L.O.K. & lineis tangentibus G.L, G.K. Possumus ergo à circumscripta figura his sectionibus tollere semper plusqoam dimidium, & proinde minuere l quousque minus ex illis remaneat, quàm sit planum propositum. Quod fuit probandum. Imo hoc de hyperbola etiam probabitur, & alijs figuris quibuslibet.

aa Lib. de Conoidibus & sphær. ac de æquipend.
a per 34. li. 1. Conic.
bb per 6 li. 2. Conic.
b per 33. l. 1. Conic.
cc per 7. li. 2.
cc per 9. nomin sent.
k per 34. l. 1
ccc per 49 l. 2. Conic.
m per 11. ac fine ab 1 Conic.
c per 35. li 1 Conic.
d per 14 l. 1
e per 36. l. 1. Conic.
f Demonstratur in 37. l. 1. Conic.
g per 14 l. 1
h per 2. li. 6.
i per 1. l. 6.
l per 1. l. 10.

COROLLARIVM.

Hinc verò tanquam Corollarium deducimus ab Ellipsi tolli posse plusquam dimidium, & semper à residuis tolli plusquam dimidium. Κατασκευή. inscribatur Ellipsi figura qoadrata A.B.C.D. aliáque circomscribatur E.F.G.H. Tum in segmento B.I.C. triangulus habeatur B.I.C. & per I. ducatur K.L. parallela ipsi B. perficiatúrque parallelogramum B.L. Ἀπόδειξις. Conscripta figura E.G. maior est Ellipsi. Atqui ipsius dimidia est inscripta B.A.C.D. Ergo B.A.C.D. maior est quàm dimidia Ellipseos. Tum rectangulum K.C. maius est residuo ex Ellipsi B.I.C. Verum triangulus B.I.C. dimidius est parallelogrammi k.C. Ergo maior est dimidio residui B.I.C. ita esset de reliquis triangulis in residuis ab Ellipsi inscriptis.

Etiam deducimus, conscriptæ Ellipsi figuræ dimidio maiorem esse Ellipsim. Nam Ellipsis inscripta sibi figura A. B.C.D. maior est: sed hæc est semissis circumscriptæ. Ergo Ellipsis maior est dimidio circumscriptæ sibi figuræ. Huic demum figurarum descriptioni hoc etiam Lemma subijciemus.

ΛΗΜΜΑ.

In data Ellipsi figuram describere similem alij in alia Ellipsi descriptæ. Hoc est, quæ ad suam Ellipsim eandem habeat rationem quàm prima ad suam Ellipsim.

ΥΠΟΘ. In Ellipsi A.B.C.D. describatur primo quadrangulũ parallelogrammum A B.C.D. ductis lineis ad diametrorum sese rectò secantium extremitates: Huius latera secentur bifariam in punctis T.V.X. Y. per quæ & centrum E. agantur lineæ quæ sectionis axes diametri fiant, ᵃ qui rursus eum præcedentibus iungantur lineis, ita vt figura Ellipsi inscribatur A.L.B N.C.O.D.M. quæ rursus augeatur similiter, si requiratur. Eodem modo in alia Ellipsi inscribatur figura F. P. G. S. H. R. I. Q. ΣΥΜΠΕΡ. Dico figuras esse similes, seu esse figuram ad suam Ellipsim, vt figura est ad suam. ΚΑΤΑΣ. Fiant rectangula sub Diametris Ellipsium, vel sub semidiametris E.D.δ.A. & K. H.θ.I. ducanturque semidiametri E.D. & K.θ. Cùm enim lineæ E.M. & k.R. secent bifariam diametros rectangulorum A.D. & I. H. erunt & ipsæ diametri eorundem rectangulorum: Lineæ denique tangentes ducantur ᵇ à punctis M. & R quæ incidant in diametros productas punctis α.γ.& ν.κ. ΑΠΟΔ. Quoniam vt rectangulum sub Diametris A.B C.D. seu ᶜ semidiametris A E E.D. hoc est rectang. A.D. est ᵈ ad rectang. H. I. vt Ellipsis A.B.C.D. ad Ellipsim F.G.H.I. sic quoque triangulus A.E.D. ad k. H. I. Et ergo quadrata figura A.B.C.D. quadrupla triãgli A.E D. est ad quadratam F.G.H.I. quadrupla quoque trianguli F.k.I. vt Ellipsis ad Ellipsim. Iam quia E.δ. est ᵉ ad δ. M. vt M. E. ad M. V. erit ᶠ diuidendo E. M. ad M.D. vt E.V. ad V.M. & triangulus ᵍ A.E.M. ad triangulum A. M.δ. vt A.E.V. ad A. V.M. Eodem argumento probabimus triang. k. R.I esse ad I.R.θ. vt k.β I. ad I.β.R. Similiter ergo trianguli A.V.δ.& I.β.θ. dirimuntur lineis M.D. & I.R. ita ut quæ pars sit A.V M. trianguli A.E.V. vel A.V.δ. eadem sit pars I β.R. trianguli k B.I. seu I β.θ. Vt igitur est A. E.V. ad k β. I. hoc est vt Ellipsis ad Ellipsim, sic A.V.M. ad I.β.R. Et sic ʰ totus A E.M. ad k I. R. seu tota figura A.M.D.O.C.N.B.L. ad aliam & vicissim figura est ad Ellipsim suam, vt alia ad suam. Cæterum de conscribenda simili idem erit iudicium: nam triangulus α.ι γ. est æqualis quadrangulo A.E. D. δ. quia trianguli ι.M.δ. & A ι α. sunt ⁱ æquales: vtrique addatur trapezium A.V.M.ι erit quadrangulum α V. æquale triangulo A.V.δ. sic erit æquale M V.D γ triangulo δ. V.D. & proinde totus triãgulus α. E γ. est æqualis rectãgulo A E. D δ. Ergo sic conscripta est ad conscriptã, vt Ellipsis ad Ellipsim Et rursus probabũtur aliæ esse in eadẽ ratione eo argumẽto, quo vsi sumus in inscriptis. Notabis verò similitudinẽ hic esse rãtũ penes eãdẽ rationẽ, nõ penes angulorũ æqualitatẽ & laterũ proportionalitatẽ vt in figuris regulari-

ᵃ per 47. & 47. ab 1. Conic.

ᵇ per 49. li. 1. Conic.

ᶜ per 15. li. 5

ᵈ per 7. & de Conoid. & sphær.

ᵉ per 36. li. 1. Conic.

ᶠ per 8 li. 5.

ᵍ per 1. l. 6.

ʰ per 14 l 5

ⁱ per 1. l 3. Conic.

bus, nisi fuerint Ellipses similes, habuerintq; diametri inter se parem rationẽ. Sit enim A. C. ad B. D. vt F. H. ad G. I. erit[k] A. E. ad E. D. vt H. K. ad K. I. & quia anguli ad E. & K. sunt recti, trianguli A. E. D. & F. K. I. sunt æquianguli, laterumque reliquorum proportionalium: quod cum possit ostendi de reliquis triangulis, quia quadrilateras figuras constituunt, sequitur similes esse æquiangulas & laterum proportionalium figuras A. B. C. D. & F. G. H. I. Deinde vt A. E. ad A. D. sic K. H. ad H. I. Tum A. D. est ad A. V. vt H. I. ad H. β. Ergo vt[m] A. E. ad A. V. sic K. H. ad H. β. vt autem A. V. ad V. E æquales ad æqualem sic H. β. ad β. K. Et proinde rursus A. E. est ad E. V. æqualẽ ipsi A. V. vt & H K. ad K β. parem ipsi H. β trianguli ergo A. E. V. & K. H. β. sunt[n] laterum proportionalium, & inde æqualium angulorum: ita vt sint æqui A. V. E. & K. β. H. aliique ad verticem D. V. M. & I. ϵ. R. Atqui iam ostendimus E. V. vel æqualem ipsi D. V. esse ad V. M. vt K. ϵ. seu vt I. ϵ. ad ϵ R. Trianguli itaque M. V. D. & I. β. R. sunt[l] æquianguli laterumque ideo proportionalium, nempe D. M. ad M. V. vt I. R. ad R. β. Verum eodem argumento probabimus æquiangulos esse A. M. V. & H. B. R. esseque V. M. ad M. A. vt ϵ. R. ad R. H. Idcirco ex æquo erit D. M. ad M. A. vt I. R. ad R. H. cumq; anguli bini ad M. & R. ostensi sint æquales, ambo A. M. D. & I. R. H. toti sunt æquales. De reliquis figurarum angulis & lateribus idem esto iudicium. Figuræ ergo sunt æquiangulæ, laterumque proportionalium.

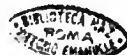
k per 15. E. 5
l per 6 lib. 6
m per 22. lib. 5.
n Per 5. li. 6
o Per 15. lib.

ΠΡΟΤ. Σ. ΠΡΟΒΛ. Ε.

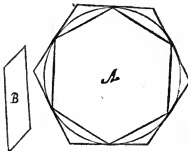
Δεικτέον δὲ ὅτι καὶ κύκλου δοθέντος, ἢ τομέως καὶ χωρίου, δυνατόν ἐστι περιγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν κύκλον ἢ τομέα, ὥς τε τὰ περιλειπόμενα τῆς περιγραφῆς τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου.

PROP. VI. PROBL. V.

Demonstrandum est, quod dato circulo vel sectore & plano: possibile sit circulo vel sectori conscribere figuram, ita vt circumsepta à circumscripta & circulo segmenta, minora sint plano dato.



ΥΠΟΘ. Detur circulus A. & planum B. ΚΑΤΑΣ. Intra circulum[a] figura æquilatera inscribatur, circa vero circulum alia conscribatur, ita vt conscripta ad inscriptam minorem habeat rationem quam circulus & planum B. simul, ad circulum. ΣΥΜΠΕ. Segmenta circumsepta circulo & figura conscripta minora erũt plano B. complebitúrque propositio. ΑΠΟΔΕΙ. Vt conscripta figura maior est circulo, sic & minor est inscripta:[b] Continens etenim contento maior est: Proinde conscripta minorem habet[c] rationem ad circulum quàm ad inscriptam figuram: Atqui conscripta ad inscriptam minorem habet rationem quàm circulus cum plano B. simul ad circulum[*] Ergo conscripta ad circulum multò minorem habebit rationem quàm circulus simul cum B. ad circulum. Et ideo diuidendo[d] partes seu segmenta circumsepta circulo & conscripto poligono, sunt ad circulum in minori ratione quàm B. ad eundem circulum. Vnde patet dicta segmenta minora esse plano B. ἔστω δὲ ἐπὶ κύκλων δεῖξαι, μεταγαγεῖν τὸ ὅμοιον λόγον καὶ ἐπὶ τῶν τομέων. inquit Archimedes. Quæ etenim de circulo demonstrata sunt, eadem de sectore patent ex superioribus.



a Per 5. huius.
b Per 9. hypothesin additam huius.
c Per 8. li. 5.
* Ex fabrica.
d per 17. lib. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Obijciet quispiam rationem circuli simul cum plano ad circulum non cognosci, nec ob id posse quemquam ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα. Verum sciat oportet, Archimedem hoc duntaxat eniti, vt ostendat non repugnare à parte rei quin id fiat, sectionésque suppetere, quibus iam exigua fiant residua segmenta, vt minora sint plano proposito. Ex his etenim quorum præcisio nulla est, scopum tamen intendens collimat, conclusionésque certas & euidentissimas colligit. Deinde nihil impedit, quominus ratione hic proposita non perspecta, alia tamen cognoscatur minor. Etenim κατά τι καθολικὸν τῆς ἀνισότητος [illegible], propositis duabus magnitudinibus circulo cum plano simul & circulo solo, a maiori potest auferri minor, nempe circulus à circulo & plano, residuumque nempe B. planum toties multiplicari, vt exuperet circulum seu minorem ex magnitudinibus datis, scilicet si fiat v. g. æquale quadrato diametri circuli. Tandem potest haberi tertia quantitas, quæ sit ad aliam quartam, vt foret illa producta seu quadratum illud diametri, ad planum B. His autem datis tertia & quarta quantitatibus, complebuntur quinta propositio huius & corollarium sequens. Et sic ποιεῖται τὸ ἐπίταγμα. Atque hæc tandem ratio est, cur Archimedes in tertia & quinta præcedentibus curauerit duas alias inueniri quantitates, quæ in minori ratione essent quàm primæ propositæ, cum sine his potuisset hoc præsens problema nonnihil facessere laboris.

PROP. VII.

THEOREMA II.

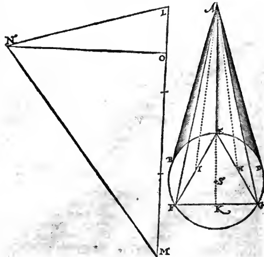
Si in cono Isoscele pyramis inscribatur, æquilateram habens basim: superficies ipsius sine base, æqualis est triangulo basim quidem habenti æqualem ambitui basis, altitudinem vero perpendiculari demissæ à vertice in vnum ex lateribus basis.

ΠΡΟΤ. Ζ.

ΘΕΩΡ. Β.

Ἐὰν ἐν ἰσοσκελεῖ κώνῳ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἰσόπλευρον ἔχουσα βάσιν, ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τριγώνῳ, βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῆς βάσεως κάθετον ἀγομένην.

ΥΠΟΘ. Sit Conus cuius basis B. G. D. E. circulus, altitudo A. S. nempe acta perpendicularis ab acumine coni in centrum basis: circulo inscriptus sit triãgulus æquilater G. E. F qui sit basis pyramidis triangularis, eandemque cum cono altitudinem habentis. Trium pyramidis cono inscriptæ facierum altitudines sint perpẽdiculares A. K. A. I. & A. H. Sit denique triangulus L. M. N. cu-



ius basis L. M. tribus lateribus trianguli E. F. G. sit æqualis, altitudo vero N. O. par communi altitudini vt A. I. ΣΥΜΠ. Dico triangulum L. M. N. æquale esse superficiei inscriptæ pyramidis excepta basi E. F. G ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Superficies pyramidis sine basi tribus constat triangulis. F. A. G, F. A. E. & A. E. G. quorum altitudines sunt æquales. Etenim cum pyramis sit æquilatera, [a] A. F, & A. E. sunt pares. Et proinde tria latera A. F, F. I, I. A. sunt æqualia tribus A. I, I. E, E. A, ideoque anguli ad I. recti: similiter anguli ad H, probabuntur recti. Sunt ergo trianguli A I, E. A. E. H. rectanguli: cumque duo latera I. E, E. A. duobus H. E, E. A. æquentur, illorum etiam quadrata paria sunt eorum quadratis. Et proinde quadratum I. A. [a] æquale est quadrato A. H. & linea I. A. lineæ A. H. Idem probabitur de A. K & A. I. ita vt altitudines trium triangulorum pyramidis demonstrentur æquales. Cum itaque basis L. M. æqualis sit tribus basibus illorum trium triangulorum, & N. O. altitudo par altitudini singulorum, sequitur triangulum N. L. M. æquiualere illis tribus, [b] quod fuit probandum.

a Ex hypothesi: ponuntur enim conus Isosceles.

a Per 47 l. 1.

b Per 1 l. 6. & 38. lib. 1.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

En vides hoc pacto triangulum haberi posse æqualem non modo superficiei pyramidis quæcũque tandem fuerit trilatera, quadrilatera, vel alia, tum æqualium laterum vel inæqualium regularis vel irregularis: sed etiam basi ipsius? Quid enim impedit triangulo triangulum addi, nempe trigono L. N. M. basim B. F. G. etiam remanente trianguli altitudine, basique protracta.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ

Sit enim triangulo A. B. C. triangulus D. E. F. addendus. ΚΑΤ. facio F. G. æqualem basi E. F. & triãgulum D. E. G. duplum trigoni D. E. F [c] Tum produco B. C. in H. & A. C. in I. Atque in angulo B. C. I. pono [d] rectangulum k. l. æquale triangulo D. E. G. & denique ad lineam A. C. in angulo A. C. H. æquali ei qui κατ᾽ κορυφὴν est B. C. I. pono [e] rectangulum A. H eidem trigono D. E. G. æquale, & duco dimetientem A. H. ΑΠΟΔ. Siquidem A. C. H. [f] triangulus æqualis est triangulo D. E. F: nam duorum æqualium æquales sunt semisses. Et proinde triangulo A. B. C. additus est triangulus D. E. F. protracta basi B. C. sed manente eadem trianguli altitudine. Ex vtroque fieri æquale vtrique quadratum, notius est, quàm vt dici queat. Deinde si trianguli similitudo fuerit necessariò seruanda, in promptu est ex 25. Elementi sexti, triangulo A. B. C. similem, & alteri A. B. H. æqualem triangulo constituere.

c per 1. li. 6.

d per 42. lib. 1.

e Per 44. li. 1.

f Per 34 li. 1. & 15. li. 5

MANIFESTIOR ALIA DEMONSTRATIO. — ΣΑΦΕΣΤΕΡΟΝ ΑΛΛΩΣ Η ΔΕΙΞΙΣ.

Archimedes secundam hanc subiungit demonstrationem. Perpendiculares A. I, A. H, A. k. sunt æquales (hoc demonstrauimus.) Deinde quod continetur rectangulum sub F. E & A. I. duplum est triangulo A. F. E. [a] Idem est de rectangulo sub E. G. & A. H. quod etiam duplum est trianguli A. E. G. Demum quod sub F. G, A. k. bis

a per 41 l. 1.

continet triangulum A.F.G. Ergo quod fiet rectangulum ex linea æquali ambitui trigoni E.F.G. & altitudine A.I. hoc est, ex L.M, & N.O, duplum erit trium triangulorum F.A.E, E.A.G, & F.A.G. Atqui duplum quoque est trianguli L.N.M. Ergo illa tria trigona, simul huic sunt æqualia, vt vult propositio.

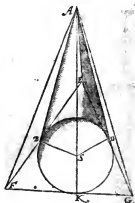
ΠΡΟΤΑ. Η. — PROPO. VIII.

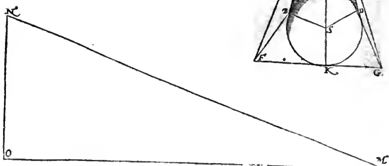
ΘΕΩΡ. Γ. — THEO. III.

Ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

Si circa Conum Isoscelem Pyramis conscribatur: superficies Pyramidis sine base, æqualis est trigono, basim quidem habenti æqualem ambitui basis, altitudinem verò lateri coni.

ΥΠΟΘ. Sit Conus Isosceles A. B.K.D. à cuius vertice decidant duo lateta in circumferentiam basis A.B, A D. æqualia ex hypothesi Isoscelis coni. Circa hunc conum descripta ponatur A.F.E.G. pyramis, cuius latera basis tangant basim coni in punctis B.K.D. Sit denique triangulus N.O.M. cuius basis O.M sit par ambitui basis pyramidis, altitudo verò N.O. æqualis lateri Coni A B. ΣΥΜΠΕΡ. Dico triangulum N.O M. æqualem esse superficiei pyramidis, si basim substuleris. ΚΑΤΑΣ. A centro S basis coni a-
b per 18. lib. 3. gantur rectæ S.B, S.D. perpendiculares [b] ad E.F, E.G. ΑΠΟΔ. Quoniam Isosceles est
c per 8. li. 5. & defin. 10. Conus, Axis ipsius A.S. est perpendicularis ad basim: nam latera A.B, B.S. cum sint æqualia lateribus A.D, D.S. & sit S.A, communes anguli ad S. [c] sunt æquales & recti.





Et sunt

Et ſunt plana in quibus trianguli A. B. S, A. D. S. conſiſtunt perpendicularia, *a* ad baſes tàm coni quàm pyramidis, proinde B. A. ad lineam E. F. tum A. D. ad lineam E. G. perpendiculares ſunt. *b* Etiam concludi poteſt lineam A. K. incidere ὀρθογωνίως in F. G. Latera ergo coni ſunt altitudines laterum pyramidis. Eadem idcirco ratione qua ſuperiùs, ſequitur triangulum N. O. M. æqualem eſſe ſuperficiei pyramidis excepta baſi: quod fuit probandum. Idem omnino ſequetur de quadrangulari pyramide, & quacumque alia circa conum conſcripta.

a Per 18. li. 11.
b per 4. lib. 11.

ΠΡΟΤΑ. Θ.
ΘΕΩΡ. Δ.

Ἐὰν κώνου τινὸς ἰσοσκελοῦς εἰς τὸν κύκλον, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπέσῃ, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων αὐτῆς εὐθεῖαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου, τὸ περιληφθὲν τρίγωνον ἀπό τε τῆς ἐμπεσούσης καὶ τῶν ἐπιζευχθεισῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν, ἔλασσον ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου.

PROP. IX.
THEOR. IV.

Si in coni cuiuſdam Iſoſcelis circulum, qui coni ſit baſis, ceciderit linea recta, à cuius extremitatibus protrahantur lineæ rectæ ad verticem coni: triangulus definitus & ab incidente & à lineis actis ad verticem, minor eſt ſuperficie coni, quæ eſt à vertice inter protractas.

ΥΠΟΘ. Sit Iſoſceles conus A. B. C. D. per cuius baſim trahatur linea B. C. à cuius extremis punctis B. & C. iungantur lineæ B. A, C. A. ad verticem A. ſuper coni ſuperficie: Per has rectas A. B, A. C. agatur planum conſtituens triangulum A. B. C.

ΣΥΜΠ. Proponitur triangulum A. B. C. minorem eſſe conica ſuperficie comprehenſa exterius inter lineas A. B, A. C. & baſis circumferentiam B. D. C.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Triangulus, cum ſectione B. D. C, nempe ſuperficies plana, eoſdem limites habet cum ſuperficie conica quæ non plana eſt & ſectione B. D. C. *c* Ergo ſublata hinc & inde ſectione baſis B D. C. remanebit triaugulus minor dicta conica ſuperficie.

c per 4. hypotheſim huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Aduerſus hanc demonſtrationē opponi poteſt, triangulum A. B. C. & conicā ſuperficiem nō habere eoſdem limites vt fert hypotheſis 4. ſed inter vtramque ſuperficiem, reperiri ſectionem B. D. C. Et propterea longiori apparatu propoſitionem demonſtrat Archimedes. Diuidit arcum B. D. C. in duo æqua & ducit lineas B. D., D. C. & B. A.. D. A, C. A. vt fiant trianguli, actis per lineas planis, B. A. D. & D. A. C. maiores triangulo B. A. C. ſcilicet ſuperficie H. ſuppoſita, Quæ quidem H. ſuperficies, aut minor erit ſectionibus baſis B. F. D, & D. E. C. cōprehenſis rectis B. D D. C. & arcubus B. F. D. & D. E. C. aut non minor, ſi primo ponatur non minor: cum ſit triangulus B. A. D. minor quam conica ſuperficies B. A. D. cum ſectione B. F. D. tum triangulus A. D. C. minor conica ſuperficie D. A. C. cum alia ſectione D. E. C., ſequeur dictas conicas ſuperficies B. A. D. & D. A. C. hoc eſt totam B. A. C. cum ſuperficie H., maiorem eſſe triangulis B, A. D. & D. A. C. hoc eſt triangulo B. A. C. cum H. & proinde ſublata H. vndiquaque, remanere conicam ſuperficiem triangulo B. A. C. maiorem. Si ſecundo H. ponatur minor ſectionibus, diuidit arcus in F. & E. & facit ſectiones B F, F. D, D E., E. C. & rurſus alias, quoutque ſint ſectiones minores H. Sic etenim (ait) cum trianguli B. A, F, F. A. D, D. A. E, E. A. C. minores ſint ſuperficiebus conicis ſeu tota B. A. C. cum ſectionibus comprehenſis lineis B. F., F. D, D. E., E. C. & arcu B. D. C. ſequitur eandem conicam ſuperficiem cum H, loco ſectionum maiorem eſſe triangulis 4. prædictis, & multo maiorem

duobus B. A. D, D. A. C. hoc est triangulo B. A. C. cum H. Et tandem H. vndiquaque sublata Conicam superficiem manere maiorem triangulo B. A. C. Quod si fuerit hoc osteodendom ex conica superficie conteota lineis A. B., A.C. & basis arcu B.K.C, sectiones debeot fieri in parte basis B. K. C.

PROB. X. THEO. V.

Si ducantur tangentes circulum qui sit basis coni, & quidem in eodem quo circulus plano existant, & in se mutuo incidant, à punctis vero contactuum & mutuæ intersectionis ad coni verticem lineç protrahantur: comprehensa triangula à tangentibus & lineis ad verticem coni protractis, maiora sunt superficie conica inter ipsa comprehensa.

ΓΡΟΤ. I. ΘΕΟΡ. E.

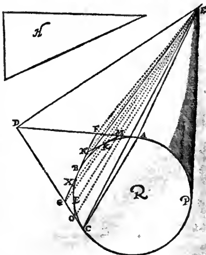
Ἐὰν ἐπιψαύουσαι ἀχθῶσιν τοῦ κύκλου ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι τῷ κύκλῳ, καὶ συμπίπτουσαι ἀλλήλαις. ἀπὸ δὲ τῶν ἁφῶν καὶ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου εὐθεῖαι ἀχθῶσι. τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν, μείζονά ἐστι τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν.

ΥΠΟΘ. Sit coni A.P.C.B.E basis circulus cuius centrum R. quem lineæ D. A, D. C. ab eodem productæ puncto D. & in eodem existentes plano cum circulo R tangãt in punctis A. & C. postmodum intelligantur actæ C. E, A. E, D E. ad verticem quarum duæ primæ in superficie sunt coni, vltima vero extra superficiem.

ΣΥΜΠΕ. Triangula duo D. E. A. & D. E. C. maiora erunt ab ijsdem inclusa conica superficie C.E. A. B.

ΑΠΟΔΕΙ. Triangula prædicta eosdem cum ipsa superficie conica limites habent, posita basi, comprehensa sub lineis C. D, D. A. & arcu C. B. A., communi, includûntque conicam superficiem. Ergo maiora [a] sunt conica superficie, vndiquaque basi sublata.

a Per 6. hypothesim huius.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Haud aliter qoam io præcedenti longiori sermone adstruit demonstrationem Archimedes.

ΚΑΤΑΣ. Diuidit arcum A. B. C. [b] bifariam in B. lineamque tangentem ducit [c] G. F. & à punctis G. B. F rectas producit ad E. Tum rursus arcus B. A, B. C. bisseccat agitque tangentes in sectionum punctis K. L. lineas X. O. N. M. & demum à punctis O. X. N. M. ad verticem E. tendit lineas.

b Per 30. lib. 3.
c Per 17. li. 3.

ΑΠΟΔ Hinc factum vult, vt cum bases D. C, D. A. maiores sint basibus C. G. G. F, F. A. (nam G. F. minor est duabus G. D, D. F. [d] proinde si vtrique parti iungantur communes G. C, F. A. adhuc manebunt D. C, D. A. maiores tribus C. G, G. F, F. A.) triangula duo C. E. D, D. E. A. maiora sint tribus C. E. G.

d Per 20. li. 1.

α. E. F, F. E. A. Nam altitudo communis est latus coni, vt supra ostendimus: & ideo trigona sunt vt bases. [a] Excessum ponit esse H. ita vt duo maiora trigona, tribus minoribus cũ H. æquentur. Deinceps sic ratiocinatur. quantitas H. minor est aut nõ minor partibus cõprehensis rectis lineis C. G, G. B, B. F, F. A, & arcu C. B. A. Primo ponatur nõ minor. Sic enim erũt duę superficies, prima nimirũ pyramidis, cuius basis fuerit quadrãgulum C. G, F. A, vertex vero in E. & secunda, nẽpe conica ijsdem limitibus cõprehensa. Illa quoniam comprehendit hanc, maior est etiam sine triangulo C. E. A. qui intra conum est: δῆλον (inquit) ὡς ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τοῦ β α. ε. γ. τριγώνου μείζων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας μετὰ τοῦ τριγώνου τοῦ ε α. β. γ. (hic recurrit ad præcedentem hypothesim, [d] hincque fundamentum statuit suæ demonstrationis, quod à principio posuisse æque iustum est.) Tum sic persequitur. Communis tollatur sectio A. B. C. erunt reliqua triangula A. E. F, F. E. G, G. E. C. cum residuis A. F. B, B. G. C. contentis sub rectis lineis & circuli arcu A. B. C. maiora conica superficie quæ est inter E. A. & E. C. lineas. His autem residuis non minus est H. planum. Proinde eadem triangula A. E. F, F. E. G, G. E. C. cum H. maiora sunt eadem conica superficie inter A. E, E. C. contenta. At eadem triangula cum H. sunt æqualia duobus A. E. D. & D. E. C. triangulis: hæc ergo duo maiora sunt dicta superficie conica. Iam sit H. minus residuis A. F. B, & B. G. C. describaturque circa sectionem A. B. C. tale poligonum sectis [e] bifariam arcubus, & ductis tangentibus, vt residua minora sint plano H. Sint eius latera A. M, M. N, N. X, X. O, O. C. à quorum extremis ad E. lineæ ducantur. Simili modo vt superius erit superficies poligonæ pyramidis maior conica superficie: tandémque concludit Archimedes eodem artificio, τρίγωνα τὰ α. ε. δ, δ. ε κ. μείζονα ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν α. ε. κ. εὐθειῶν. quod vult propositio.

a Per 1 li. 6.
b Hoc est A. E. C.
c Hoc est A. B. C.
d Nempe 5. huius.
e Per coroll. 2. prop 5. huius.

ΠΡΟΤ. ΙΑ. PROPO. XI.

ΘΕΩΡ. ϛ. THEOR. VI.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ ὀρθοῦ κυλίνδρου δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου μεταξὺ τῶν εὐθειῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου εὐθειῶν, καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν.

Si in superficie recti cylindri duæ rectæ lineæ fuerint; superficies cylindri inter duas rectas, maior est parallelogrammo comprehenso duabus rectis lineis in superficie cylindri ductis, & lineis earum extrema iungentibus.

ΥΠΟΘ. Sit rectus cylindrus A. B. D. C. in cuius superficie duæ rectæ sunt A. C, B. D. per quas agatur planum constituens rectangulum A. C. D. B. ΣΥΜΠ. Rectangulo huiusmodi maior est superficies, cylindrica comprehensa ijsdem lineis A. C, D. B. & circumferentijs basium C. F. D. & A. E. B. ΑΠΟΔ. Rectangulum A. D. planum eosdem limites habet ac cylindrica superficies, nempe duo plana circulorum C. D. F, A. B. E. & lineas A. C, D. B: ergo cylindrica superficies [f] maior est plano rectangulo, vt vult propositio.

f Per 4. hypothes. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vt in superioribus, Archimedes ampliori argumentatione vtitur.

ΚΑΤΑΣ. Diuidit [g] arcus A. E. B, C. F. D. bifariã in F. & E. ductisq; lineis A. E, E. B. g Per 30. 3.

C. F, F. D, cum diuisis reliquis arcubus bifariam in H. K, L. M, ducit adhuc lineas, A.H, H.E, E.K, K.B, D.M, M.F, F.L, L.C, rursusque easdem arcuum sectiones linearumque productiones alias fieri consentit, si opus sit. ΑΠΟΔΕΙ. Inde sic ratiocinatur: rectangula C.E, E.D, maiora sunt[a] rectangulo C.B, quia bases A. E, E.B. sunt maiores basi A.B. & altitudo est omnium eadem, nempe ea quæ cylindri. Excessus sit G. planum, quod minus vel non minus erit segmentis C.L.F, F.M.D. & A.H.E, E.K.B. Sit primo non minus. Nam quia rectangula C. E, E. D. in eandem partem caua sunt, ac superficies conica lineis C.A, D.B. definita, & illa ab hac comprehenduntur, hæc illis maior est[b] ἣ ἐπέχει (inquit) τὴν ἐπέχει ἀπολαμβάνει, καὶ ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι εἰσί, μείζων ἐν ἔσται ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια. Quod æque verè à principio conclusisset. Ergo superficies cylindrica cum segmentis A.E, E.B, C.F, F.D, maior est rectangulis A.F, F.B, cum ijsdem segmentis. Tollantur segmenta communia, ab vtraque parte, remanebit sola cylindrica superficies, maior solis rectangulis A.F, F.B. Sed his ipsis rectangulis minus est rectangulum A.D, toto plano G. Ergo multo maior erit dicta cylindrica superficies, rectangulo A.D. Iam ponatur G. minor dictis segmentis sub A.E, E.B, C.F, F.D. & basium arcubus A.E, B.C, F.D, totiesque[c] auferatur ab ipsis plus quàm dimidium, vt residua segmenta minora sint plano G. contineatúrque sub lineis A.H, H.E, E.K, K.B, & C.L, L.F, F.M, M.D. sic probabuntur rectangula C.H, H.F, E.M, M.B. cum segmentis, minora cylindrica superficie cum ijsdem segmentis. Et hic vtrinque ablutis segmentis, remanebit rursus cylindrica superficies maior dictis 4. rectangulis. Atqui hæc 4. rectangula maiora sunt duobus A.F, F.B, & hæc duo solo A.D. hoc itaque solo A.D. multo maior est cylindrica superficies, quod fuit probandum.

[a] per 1. li. 6
[b] per 6. hypoth. huius.
[c] per coroll. 2. prop. 5. huius.

LEMMA.

In duobus circulis æqualibus si duæ lineæ agantur æquales, diametris minores, à quarum extremis punctis lineæ ducantur tangentes circulos, ab eodem latere concurrent, & erunt tangentes vnius circuli æquales tangentibus alterius. Ab extremitatibus vero diametri non possunt duci tangentes quæ concurrent.

ΥΠΟΘ. Sint circuli quorum centra A. B. æquales, in quibus duæ ducantur pares lineæ C.D, E.F. & à quarum terminis agantur tangentes[f] C.H, H.D, E.G, G.F. ΣΥΜΠ. Dico tangentes concurrere ab eodem latere, & esse inter se æquales. ΚΑΤΑΣ. Agantur lineæ A.C, A.D, & B.E, B.F, à centris. ΑΠΟΔ. Erenim cum sint anguli A.C.H, A.D.H, recti, minores sunt[g] rectis, duo D.C.H, H.D.C, proinde concurrent C.H, D.H. [h] Eodem argumento occurret E.G. ipsi F.G. Deinde anguli C.A.D, E.B.F, sunt

[f] Per 17. li. 3.
[g] Per 9. commu. sent. lib. 1.
[h] per vltimam com. sent. lib. 1.

æquales [a] quia arcus C. D, E. F. æquales lineæ pares C. D, E. F. subtendunt:[b] proinde reliqui duo æquales ad basim [c] C. D. reliquis duobus æqualibus ad basim E. F. æquantur: & proinde singuli singulis. Si ergo à rectis A. C. H, B E. G. tollantur pares A. C. D, B. E. F. remanebunt quoque pares D. C. H. & F. E. G. Similiter ostenduntur ęquales C. D. H. & E. F. G. Et tandem reliquus H. reliquo G.[d] basis C. D. sit æqualis basi E. F. erit quoque C. H. æqualis ipsi E. G.[e] & reliqua D. H. reliquæ G. F. Denique si ab extremitatibus diametri I. K. tangentes duxeris, eas secans diameter angulos vtrinque interiores faciet duobus rectis æquales: [f] numquam proinde concurrent [g] rectæ tangentes, vt vult Lemma.

a per 27. li. 3. b Per 28. li. 3. c Per 5. li. 1. d Per 3. commun. sent. e per 32. lib. 1. f Per 4. lib. 6. g Per 18. li. 3.

ΑΛΛΩΣ.

ΚΑΤΑΣ. Fiant anguli C. L. D, E. M. F æquales [h] in æqualibus portionibus.; ΑΠΟΔ. Quoniam anguli æquales C. L. D, & E. M. F. sunt pares [i] duobus C. D. H. & E. F. G. alter alteri: hi quoque sunt inter se æquales.[m] similiter ambo H. C. D, G. E. F. iisdem [l] ad L. & M. æquales [n] sunt. Proinde bini H. C. D, & H. D. C. sunt pares inter se sicuti alij G. E. F, & G. F. E. & illorum alter horum alteri æquatur: Latera vero C. D, E. F æqualia sunt: proinde reliqua latera sunt identidem paria, [o] quod vult lemma.

h per 29. li. 1. i per 27. li. 3. l Per 28 li. 3. m Per 32. li. 3. n per commun. sent. lib. 1. o per 29. li. 3.

ΠΡΟΤ. ΙΒ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων τῶν εὐθειῶν ἀχθῶσιν τινὲς ἐπιψαύουσαι τῶν κύκλων, αἵ εἰσι βάσεις τοῦ κυλίνδρου ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῶν οὖσαι, καὶ συμπέσωσι, τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπό τε τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονά ἐστι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς μεταξὺ τῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου.

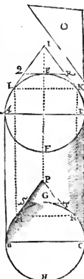
PROP. XII.

THEOR. VII.

Si in superficie cuiusdam cylindri recti capiantur duæ lineæ rectæ, à quorum extremis punctis educantur lineæ rangentes circulos qui bases sunt cylindri, existantque in eodem cum circulo plano, & simul concurrant: parallelogramma compræhensa sub tangentibus & cylindri lateribus, maiora sunt cylindrica superficie, quæ est inter rectas ductas in superficie cylindri.

ΥΠΟΘ. Sit cylindrus A. B. C. D. rectus, in cuius superficie sumantur duæ rectæ L. M, K. N. perpendiculares ad bases, & ideo inter se parallelæ & æquales. [a] Has iungant lineę M. N, L. K. minores diametris, vt possit compleri hypothesis propositionis. Etenim ab extremitatibus diametri non possunt duci duæ lineæ circulum tangentes, quæ vnquam concurrant. [b] à punctis ergo I. k. actæ sint [c] tangentes L. I, k. I. occurrentes sibi inuicem in I, [d] in eodem scilicet plano, in quo tangitur A. E. D. circulus: tum à punctis M. N. aliæ duę tangentes æqualẽ circulũ B. H. C. concurrentes in P. etiã in plano tacti circuli. Et quia hæ tangentes illis tãgentibus sunt æquales & parallelæ, scilicet in planis parallelis, ductæ lineæ ipsas iungentes L. M, I. P, k. N. constituent parallelogramma M. I, I N. ΣΥΜΠΕ. Hæc duo parallelogramma maiora sunt conica superficie definita lineis L. M, k. N. & arcubus L. E. k, M. G. N. ΑΠΟΔ. Duo parallelogramma & conica superficies eosdem prorsus limites habẽt, nempe lineas I. M, N. D. & plana in quibus sunt vertex & basis cylindri, & in eãdem partem cauæ sunt, illáque hanc comprehendunt. Ergo illa sunt [e] hae maiores.

a Per 18 & 34 lib. 1.
b Per lemma precedens.
c Per 17 lib. 3
d Per lemma precedens.
e Per 6 hypot. huius.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Qui volet longiorem argumentationem, ratiocinetur eodem prorsus modo quo fecimus scholio decimæ huius.

MANIFESTVM III.

His ergo demonstratis, ex dictis patet, quod si in isoscele cono pyramis inscribatur, superficies pyramidis sine base minor erit conica superficie.

ΦΑΝΕΡΟΝ Γ.

Φανερὸν ἐπὶ μὲν τῶν προειρημένων, ὅτι ἐὰν εἰς κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς ἐγγραφῆ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας.

ΑΠΟΔ. Vnaquæque enim pars superficiei conicæ subtensa cuilibet lateri pyramidis, latere maior erit. [f] Et proinde tota simul conica superficies omnibus simul pyramidis lateribus, seu tota pyramidis superficie etiam maior erit. Sed vide vt semper bases excipias.

f per 9. huius.

MANIFESTVM IV.

Et quod si circa conum Isoscelem pyramis conscribatur: superficies pyramidis sine base maior est superficie coni sine base quæ illi contermina est.

ΦΑΝΕΡ. Δ.

Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῆ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ.

ΑΠΟΔ. Ratio pendet ex 10. huius, vt non sit opus maiori demonstratione.

ΦΑΝΕΡ. Ε.

Φανερὸν δὲ ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, ὅτι τε ἐὰν εἰς κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

MANIFEST. V.

Ex iisdem demonstratis manifestũ, quod si in recto cylindro prisma inscribatur, superficies prismatis ex parallelogrammis composita minor est superficie cylindri sine base.

ΑΠΟΔ. Vnumquodque siquidem parallelogrammorum ex quibus constat superficies[a] prismatis, minor est subtensa[b] sibi cylindrica superficie excepta basi. Proinde omnia simul, hoc est, tota prismatis superficies minor est tota cylindri superficie. a per 13. defini. l. 11. b per 11 huius.

ΦΑΝΕ. ϛ.

Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

MAN. VI.

Etiam, si circa rectum cylindrum prisma conscribatur, superficies prismatis quæ constat parallelogrammis, maior est cylindrica superficie sine base.

ΑΠΟΔΕΙ. Hoc rursus constat: quia quælibet prismatis bina dimidia parallelogramma[c] superficie sibi respondente cylindri maiora sunt, & proinde omnia simul absque base, totam cylindri superficiem excedunt. c per 12. huius.

ΠΡΟΤΑ. ΙΓ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Παντὸς κυλίνδρου ὀρθοῦ ἡ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου, καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου.

PROPOS. XIII.

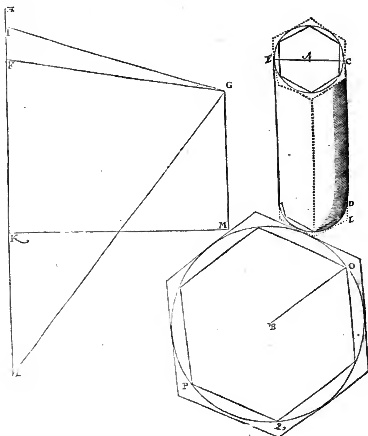
THEO. VII.

Omnis cylindri recti superficies sine base, æqualis est circulo cuius ea, quæ ex centro, media proportionalis est inter latus & diametrum basis cylindri.

ΠΡΟΘΕ. Sit cylindrus E.D. altitudinis C.D. & basis cuius diameter E.C. Inter C.D. & E.C. medius sit proportionalis radius B.O.[d] cuius interuallo descriptus sit circulus O.P.Q. qui deinceps dicetur B. d per 13. l. 6.

ΣΥΜΠΕ. Dicit Archimedes circulo B. æqualem esse cylindri E.D. superficiem excepta base.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam si proposita cylindrica superficies non est æqualis circulo B. maior sit aut minor necesse est: positoque primo circulo minore, inscribamus[e] ipsi figu- e per 5. huius.



ram, aliamque conscribamus similem, ita ut conscripta ad inscriptam minorem habeat rationem, quàm superficies cylindrica, extremis vertice & base exceptis, ad circulum B. Tum circa verticem cylindri & circulum A. conscribatur [a] similis figura precedentibus, à cuius angulis demittantur perpendiculares in planum basis, [b] per quas plana acta describant circa cylindrum prisma parallelogrammis constans. Praeterea sumatur linea F.G. aequalis omnibus lateribus figurae circulo A. conscriptae, cui ad angulos rectos erigatur [c] F.H aequalis diametro E.C. diuidaturque [d] bifariam in I. ut I.F. radio A.C. aequiualeat, & iungatur I.G. qui constituat triangulum I.F.G. aequalem conscriptae figurae circulo A. [e] cum basim habeat ambitui ipsius aequalem, ὕψος verò I.F. parem altitudini triangulorum, in quos figura diuidi potest. Rursus eidem F.G. iungatur πρὸς ὀρθὰς F.K. aequalis altitudini C.D. cylindri perficiaturque parallelogrammum k. G. vel duplicetur F.k. in L. agaturque linea L.G. quae triangulum F. L. G. componat parem rectangulo k. G. & ideò prismatis superficiei, cylindro conscripti. Nam ipsimet superficiei rectangulum k.G. aequale est, [f] cùm basim habeat F.G. aequalem basibus omnium parallelogrammorum, quibus prisma constat, & altitudinem parem ipsorum altitudini, hoc est cylindri.

[a] per lemma 2. ad 5. huius.
[b] per 11. 11.
[c] per 11. 11.
[d] per 10. 1.
[e] per 38. lib. 1. & 1. 6.
[f] per 1. lib. 5.

ΑΠΟΔ. Linea H.F.bifariam secta est in I. tum F. L. bifariam diuisa in k. proinde est H.F.ad I.F.sicuti F.L.ad F k. & ideò rectangulum sub H F, F.k.[a] æquale erit rectangulo sub I.F, F.L. Atqui rectangulum sub H.F, F.k. æquale est quadrato B.O. [b] Ergo eidem quadrato B.C.par est rectangulum sub I.F, F.L. Et ideo I.F. est[c] ad B.O. vt radius B.O.ad F.L. & quadratum I.F. ad quadratum B.O. vt linea I F ad tertiam proportionalem F.L.[d] hoc est in ratione dupla lineæ I.F. ad lineam B.O. At verò figuræ circum duos circulos A.& B, descriptæ sunt similes, & earum latera sunt sicut A.C. hoc est I., F. ad B. O. Ergo figura conscripta circulo A. seu triangulus I.F.G figuræ æqualis est ad figurã conscriptã circulo B.in ratione dupla I.F.ad B.O. hoc est in ratione lineæ I.F.ad F.L. seu vt triangulus I.F.G.ad triangulum F.L.G.[f] Eandem ergo rationem habet triangulus I.F.G.ad figuram circulo B. conscriptam , quam ad triangulum F.L.G. Est [g] proinde conscripta circulo B. æqualis triangulo F.L G. hoc est quadrangulo k.G.seu prismati circa cylindrum descripto , quod æquale est ostensum dicto rectangulo k. G. exceptis vertice & basi. Atqui figura conscripta circulo B. est inscriptæ eodem B.circulo in minori ratione quàm cylindrica superficies (basi semper & vertice exceptis) circulo B.ex fabrica: Ergo etiam prisma conscriptum cylindro in minori ratione est inscriptæ circulo B.quàm cylindrica superficies circulo B. Ergo rursus idem prisma eidem circulo B. vt [h] maiori quàm sit dicto circulo B inscripta figura, in minori ratione est quàm eadem cylindrica superficies ipsi circulo B. Sed prisma maius est cylindrica superficie,[i] vtrobique sublatis vertice & base. Ergo maior quantitas ad eandem minorem rationem haberet, quam minor, contra Geometriæ decreta.[l] Absurdum itaque est dicere cylindrica superficie circulum esse minorem.

Iam ponatur maior circulus B.conica superficie. ΚΑΤΑΣ. Circulo B. conscribatur figura, aliaque similis inscribatur,[m] ita vt maior ad minorem rationem minorem habeat quàm circulus B. ad cylindricam superficiem. Tum cylindri vertici A. similis præcedentibus [n] inscribatur quoque figura, à cuius angulis ducantur perpendiculares in basim cylindri,[o] per quas & latera inscriptæ figuræ acta, plana describant intra cylindrum prisma rectangulis planis constans. Huius figuræ vertici A. cylindri inscriptæ, perimetro æqualis ponatur F.G, vt reliquis manentibus quæ superius acta sunt, probetur triãgulus I.F.G. maior inscripta [p] circulo A. figura , quia altitudo triangulorum in quæ dirimetur, minor est radio A.C seu linea I.F. æquali : tum k.G.seu triangulus F.L.G. æqualis quoque inscripto prismati intra cylindrum, base & vertice exceptis , cum bases & altitudines sunt æquales. ΑΠΟΔΕΙ. Nam quia inscriptæ & conscriptæ figuræ tam circulo A.quàm circulo B. sunt similes , inscripta circulo A.est inscriptæ circulo B.in ratione dupla radij circuli [q] A.hoc est I.F.ad radium B.O.seu lateris illius ad latus huius. Sed prius ostendimus I.F.esse ad B.O.vt B.O.ad F.L. Proinde I.F.erit ad F.L.hoc est [r] triangulus I.F.G.ad triangulum F.G.L. in ratione dupla lineæ I.F. ad radium B. O.& proinde vt [s] inscripta circulo A. ad inscriptam circulo B. Ergo vt triangulus I. F. G.maior est inscripta figura circulo A.[t] ita triangulus F. L. G. maior erit inscripta figura circulo B. Atqui conscripta figura circulo B. inscriptæ eidem B. minorem habet [u] rationem, quàm circulus B ad cylindricam superficiem. Et cum circulus B.minor [x] sit quàm sibi conscripta figura: minorem rursus [y] rationem habet B. ad inscriptam sibi figuram, quàm conscripta sibi, ad eandem sibi inscriptam. Ergo multo minorem rationem habet circulus B. ad sibi figuram inscriptam, quàm ipsemet B. habeat ad cylindricam superficiem. Figura proinde circulo B. inscripta maior est cylindrica superficie. Est autem priùs ostensum figuram inscriptam circulo B. minorem esse triangulo F.L. G. cui prisma cylindro inscriptum æquale demonstrauimus. Ergo idem prisma (base semper & vertice exceptis) multo maius est cylindrica superficie: quod est rursus absurdum.[z] Igitur omnino inconueniens est & rationi dissentaneum, dicere circulum B.minorem esse vel maiorem cylindrica superficie, quod fuit demonstrandum.

[a] per 16. l.6
[b] per 17. li. 6.
[c] per 17. li. 6. partem secundam.
[d] per 10 definit li. 5. & 20. prop. l.6.
[e] per 4. l. 6.
[f] per 1. li.6.
[g] per 7. l.5.
[h] per 8. l.5.
[i] per 5. hypothesim huius & corollarium 4. prop. 12. huius
[l] contra 8. li.5.
[m] per 5 huius.
[n] per Lemma 2. ad 5. huius.
[o] per 11. l. 11.
[p] per 1 l 6.
[q] per 20. lib 6.
[r] per 1 6
[s] per 11. li 5
[t] per 14. l.5.
[u] per fabricam.
[x] per additam hypothesim.
[y] per 8. li.5.
[z] per 4. coroll prop. 12 huius.

ΠΡΟΤΑ. ΙΔ.

ΘΕΩΡ. Θ.

Παντὸς κώνȣ ἰσοσκελȣ̃ς χωρὶς τῆς

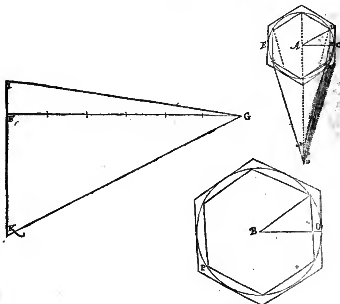
PROPO. XIIII.

THEO. IX.

Omnis coni Isosceli superficies

sine base, æqualis est circulo, cuius radius medius est proportionalis inter latus Coni & radium circuli, qui est coni basis.

βάσεως ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.



ΤΗΟΘΕ. Sit Conus E.D.C. cuius vertex D. Basis circulus A. cuius radius A.C. Inter quem & latus Coni D.C. media sit proportionalis B.O.[a] cuius interuallo deformetur circulus O.P.Q. quod in posterum dicetur circulus B.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico circulum B. æqualem esse superficiei conicæ excepta basi.

ΚΑΤΑΣ. Si non sit B. æqualis conicæ superficiei, minor erit aut maior. Primò ponatur minor. Ac intra & circa circulos B. & A. describantur[b] figuræ similes, sitque conscripta circulo B. figuræ eidem B. inscriptæ in minori ratione quàm conica superficies excepta basi ad circulum B. Tum ab angulis conscriptæ & inscriptæ circulo A. demittantur rectæ ad apicem Coni D. vt tam extra quàm intra conum habeantur pyramides. Prætérea capiatur F.G æqualis τῇ περιμέτρῳ figuræ circulo A. conscriptæ, cui rectò stet F.I.[c] æqualis radio A.C. altitudini nimirum omnium triangulorum, in quæ figura circulo A. conscripta dirimitur. Ita ut triangulus I.F.G. ponatur[d] æqualis toti figuræ circulo A. conscriptæ. Rursus producatur I.F. recto in K. & fiat F. K. æqualis lateri cylindri E.D. nimirum altitudini triangularium superficierum, quibus circumscripta cylindro Pyramis constat. Ita vt trigonus F.K.G constituatur par toti superficiei pyramidis externæ, semper base excepta.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam figuræ circulis A. & B. conscriptæ, sunt similes, in duplicata sunt ratione laterum homologorum,[e] & conscripta circulo A est ad conscriptam circulo B. in duplicata ratione radij A.C. seu I.F. ad radium B.O. Atqui duplicata ratio I.F. ad B.O. est I.F. ad C.D. latus cylindri seu ad ipsi æqualem F.K. Ergo con-

a per 13. lib. 6.

b per 5. huius & lemma 2. ipsi propositum.

c per 11. l. 1.

d per 1. li. 8.

e per 20. lib. 6.

f per 4. l. 6.

ſcripta A. eſt ad conſcriptam B. vt I. F. ad F. K. hoc eſt vt triangulus I. F. G. *a* ad triangulus F. k. G. Vt ergo conſcripta A. eſt æqualis triangulo I. F. G. ita eſt *b* conſcripta B. æqualis triangulo F. k. G. hoc eſt pyramidi conſcriptæ cylindro, baſe excepta. Atqui conſcripta B minorem habet *c* rationem ad inſcriptam B. quàm ſuperficies coni ad circulum B. Ergo pyramidis ſuperficies habet ad inſcriptam B. minorem rationem quàm conica ſuperficies ad circulum B. Eſt autem eadem pyramidis ſuperficies ad circulum B. vt ad maiorem *d* in minori ratione *e* quàm ad inſcriptam B. minorem circulo. Ergo multo minorem rationem habet pyramidis ſuperficies ad circulum B. quàm conica ſuperficies ad eundem circulum B. quamquam maior eſt pyramidis ſuperficies conica ſuperficie: Ergo maior ad eundem circulum B. minorem rationem haberet, quàm minor, contra auguſtiſſima decreta Geometriæ. Iam ponatur circulus B. maior conica ſuperficie.

a per 11. l. 5. *b per 14. l. 5.* *c per fabricam.* *d per 9 hypothesim huius.* *e per 8. l. 5.*

ΚΑΤΑΣ. Et intelligatur conſcripta ad inſcriptam circulo B. in minori ratione quàm ſit circulus B. ad conicam ſuperficiem: ſimiliſque ponatur inſcripta circulo A. quæ ſit baſis pyramidis intra conum deſcriptæ. Inſcriptæ A. latus ſit L. R. in quod perpendicularis decidat A. N. à quo puncto N. ducantur primùm N. D. nempè perpendicularis & altitudo ſuperficierum triangularium, quibus conſtat interior pyramis, tum N. M. parallela lateri coni C. D. decidens in axem coni A. D. Exiſtimetur demum F. G. æqualis ambitui inſcriptæ figuræ A. E. tùm I. F. æqualis altitudini A. N. & F. K. altitudini N. D. vt triangulus I. F. G. æquetur inſcriptæ figuræ circulo A. tum F. K. G. ſuperficiei pyramidis cono inſcriptæ A.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Sic enim figura rurſus inſcripta circulo A. eſt *f* ad figuram inſcriptam circulo B. in ratione duplicata A. L. ſeu A. C. ad B. O. ſed ratio duplicata A. L. ad B. O. eſt *g* A. C. ad C. D. nam B. O. eſt media proportionalis inter A. L. vel A. C. & C. D. Ergo inſcripta circulo A. ad inſcriptam circulo B. eſt vt A. C. ad C. D. Atqui A. C. eſt ad C. D. vt A. N. ad N. M. *h* & A. N. ad N. M. in maiori ratione, quàm eadem A N. ad N. D. *i* maiorem *l* ipſa N. M. vt ſubtendentem angulum obtuſum N. M. D. Ergo A. C. eſt ad C. D. in maiori ratione quàm ſit A. N. ad N. D. ſeu quàm I. F. ad F. K. vel demum quàm *m* triangulus I. F. G ad triangulum F. K. G. vel denique quàm inſcripta circulo A. figura, ad ſuperficiem inſcriptæ cono Pyramidis. Idcirco demum inſcripta circulo A. figura, ad inſcriptam circulo B. figuram, maiorem rationem habet quàm ad ſuperficiem inſcriptæ cono Pyramidis. Et propterea inſcripta circulo B. figura, minor eſt ſuperficie inſcriptæ cono Pyramidis. Eſt autem conſcripta B. ad inſcriptam B. *n* in minori ratione quàm circulus B. ad ſuperficiem conicam. Ergo conſcripta B. erit *o* ad minorem nempè ſuperficiem Pyramidis cono inſcriptæ in multo adhuc minori ratione quàm ſit circulus B. ad conicam ſuperficiem. Atqui circulus B. ad ſuperficiem inſcriptæ pyramidis vt ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad conicam ſuperficiem quæ maior eſt. Ergo rurſus conſcripta circulo B. in minori ratione eſt ad ſuperficiem inſcriptæ cono pyramidis, quàm circulus B. ad eandem pyramidis ſuperficiem. At verò circulus B. minor eſt ſibi conſcripta figura. *p* Et proinde maior quantitas ad eandem quàm minor, minorem haberet rationem, contra τὰ ἐπὶ τῆς γεωμετρίας ἀξιώματα. Circulus itaque B. nec minor eſt nec maior propoſita conica ſuperficie, ſed æqualis: quod fuit oſtendendum.

f per 20. l. 6. *g per 10. definit. l. 5.* *h per 2. l. 6.* *i per 8. l. 5.* *l per 19 l. 1.* *m per 1. l. 6.* *n per fabricam.* *o per 8. l. 5.* *p per additam hypot. quæ 9 eſt.*

ΠΡΟΤΑ. ΙΕ.

ΘΕΩΡ. Ι.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ κώνου.

PROPOS. XV.

THEO. X.

Cuiuſcumque coni Iſoſcelis ſuperficies ad baſim, eam habet rationem, quam latus Coni ad radium circuli qui baſis eſt coni.

ΥΠΟΘ. Sit Conus H.B.C.

ΣΥΜΠ. Dico superficiem coni esse ad basim, cuius centrum C. vt H. B. latus Coni ad B.C. radium basis.

ΚΑΤΑΣ. Inter H.B.& B.C media reperiatur a proportionalis D.E. cuius interuallo describatur circulus.

a per 13. l. 6. ΑΠΟΔ. Circulus cuius centrum C. seu basis coni, se habet b ad circulum cuius centrum D. vt quadratum C. B. ad quadratum D.E. hoc est c in ratione dupleata C. B. ad D. E. Sed ratio duplicata C. B. ad D. E. est d C. B. ad tertiam B. H. Ergo circulus basis se habet ad circulum D. hoc est ad superficiem Coni circulo D. e æqualem, vt C. B. ad B.H. Ergo inuertendo f superficies Coni est ad basim vt latus H.B. ad radium B.C. quod fuit demonstrandum.

b per 2. l. 12. c per 20. l. 6. d per 10. defin. l. 5. e per prœcedentem. f per coroll. 4. lib. 5.

LEMMA I.

Si duæ rectæ prima & secunda secentur: rectangulum comprehensum sub vtraque, æquale erit tribus rectangulis, primo sub prima parte primæ, & prima parte secundæ: secundo sub secunda parte primæ, & eadem prima secundæ: tertio sub secunda parte primæ & tota secunda.

ΥΠΟΘ. Sint duæ lineæ, prima A.B. secunda A.C. diuisæ in E. & G. ex his fit rectangulum A.D. g

g per 1. defin. l. 2.

ΣΥΜΠΕ. Dico rectangulum A.D. esse æquale tribus: nimirum primo sub A. E.& A G. secundo sub E. B. & eadem A. G. Tertio sub E. B. & tota A.C.

ΚΑΤΑΣ. A punctis E.& G. sectionum agantur parallelæ h oppositis lateribus E. I. & G. H. dimetiensque A. D. i

h per 17. l. 3. i per 26. l. 6.

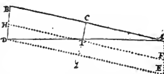
ΑΠΟΔΕΙ. Rectangulum A.D. l si intelligatur sola A. B. secta, componitur ex duobus rectangulis E. C. sub E. A.& A. C. & E. D. sub E.B, B D. seu A C. Atqui rectangulum E.C. componitur rursus ex duobus, nimirum ex E.G. comprehenso sub A. E. prima parte primæ, & A. G. prima parte secundæ: & ex G. I æquali m alteri complemento E. H. quod continetur sub E. B. secunda parte primæ, & E. F. seu A. G. prima etiam parte secundæ. Tum demum rectangulum E. D. comprehenditur sub E. B. secunda parte primæ & B. D. seu A. C. tota secunda. Ergo rectangulum A. D. æquale est tribus E. G, E. H. seu F. C. & E. D. quod fuit probandum.

l per 1. l. 2. m per 43. l. 1.

COROL-

COROLLARIVM.

Hinc deduco, dati trianguli A.B.D. secti linea C. P. basi B.D. parallela, ita se habere latera vt rectangulum sub A.B , B.D. æquale sit rectangulo sub A.C, C.P. & rectangulo comprehenso sub C.B. lineaque composita ex B. D, C.P.



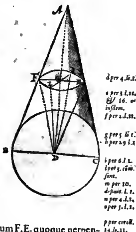
ΚΑΤΑΣ. Perficiatur ex A B, B.D. rectangulum, producaturque C.P. in G. & ducatur H.F. per P. parallela ipsi B.A.

ΑΠΟΔ. A.B, & B.D, secantur in C. & H. Ergo rectangulum A. D. æquatur[a] tribus A.P, E.P. seu B.P. & E.H. sumpta A E. linea pro prima, & A.B. pro secunda Atqui rectangulum A.D. continetur sub A.B, B D. Tum F.C, sub A. C, C.P. & gnomon C.D. F. æquale est rectangulo sub C.B. & linea conflata ex duabus C.P. & B.D. Nam rectangulum sub C.B. bis & duabus partibus B. D. ac C.P. æquale est[b] rectangulo sub C.B, & conflata ex duabus simul B.D. & C.P. Atqui rectangulum sub C.B. & B.D. est C.D. cum aliud rectangulum sub C.B. & C.P. est C.H. hoc est[c] P.E. amboque simul gnomonem complent. Ergo rectangulum sub A.B, B.D. æquale est duobus, primo sub A. C, C.P. secundo sub B. C. & linea composita ex duabus B.D , C.P, quod fuit probandum.

[a] per lemma proximum. [b] per 1. l. 2. [c] per 43. l. 1.

LEMMA II.

Si conus Isosceles plano secatur basi parallelo, intersectione fit circulus.



ΥΠΟΘ. Sit Conus Isosceles A. B. C. qui secetur in F.E. plano parallelo basi B.C.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico F.I.E.L. esse circulum.

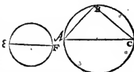
ΚΑΤΑΣ. A centro D. per planum F.I.E.L. axis ducatur D. G. A. qui sit necessario perpendicularis, cum conus sit Isosceles, & facile probentur trianguli A.B.D. & A.D.C. æquianguli.[d] Per ipsum proinde axem agatur planum, quod secet conum bifariam secundum latera A.B, & A.C. planumque F.I.E.L. secundum rectam lineam[e] F. E. quæ cum sit in plano secante, in quo est axis A. D.[f] secet ipsum axem. Producantur rursus D.F, D.E, D.L, D.I.

ΑΠΟΔΕΙ. Anguli A.B.C, A.C.B. trianguli Isoscelis A.B.C. sunt æquales,[g] & iisdem pares sunt A.F.E , A.E.F.[h] quia F.E. basi B.C. est parallela, scilicet quisque cuique, & propterea inter se sunt pares, ac latera[i] A. F, A.E. paria. Sublata proinde ex A.B, A.C. relinquent F. B , E C. æqualia.[l] Atqui B.D. & D.C. sunt radij[m] æquales. Basis ergo F. D.[n] basi D.E. est æqualis. Et triangulus F.D.E. Isoscelis, angulique D. F.E, F.E. D. sunt pares.[o] Sunt verò anguli ad G. recti.[p] Cùm enim G. D. ad alterum duorum planorum parallelorum sit perpendicularis, nempe ad basim, ad reliquum F.E. quoque perpendicularis erit. Ergo F.G , G.E. sunt æquales. Similiter L G, G.I. ostendentur æquales. Itaque punctus[q] G. est centrum circuli & circulus F.I.E.L. quod fuit probandum.

[d] per 4. li. 1. [e] per 3. l. 11. & 16. eiusdem. [f] per 1. l. 11. [g] per 5 li. 1. [h] per 29 l. 1. [i] per 6. l. 1. [l] per 3. com. sent. [m] per 10. defi. l. 1. [n] per 4. l. 1. [o] per 5. l. 1. [p] per coroll. 14. li. 11. [q] per 9. l. 3.

LEMMA III.

Circulum ex circulo auferre vt remaneat circulus.



ΥΠΟΘ. Sit minor circulus E. F. auferendus ex maiori A.B.C. vt remaneat circulus.

ΚΑΤΑΣ. A puncto A. maioris circuli accommo-
a per 1. l. 4. do [a] intra circulum diametrum E.F. minoris, & sit A.B. tum duco B.C.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Circulus quippe descriptus diametro B C. erit differentia circuli A.B.C. supra minorem E.F.

ΑΠΟΔ. Angulus A.B.C. est rectus in semicircu-
b per 31. l. 3. lo: [b] proinde excessus quadrati A.C. supra quadratum A. B. seu E.F. est [c] quadratum B.
c per 47 l. 1. C. Atqui linearum vt se habent quadrata, ita [d] se habent ab ijsdem tanquam diametris
d per 2. l. 12. descripti circuli. Ergo circulus cuius diameter B. C. est excessus circuli A.B.C. supra circulum E.F. qui fuit inueniendus.

PROPO. XVI.

THEO. XI.

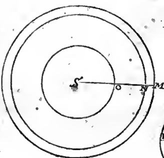
Si conus Isosceles plano secatur basi parallelo: superficiei coni mediæ inter plana parallela, æqualis est circulus, cuius radius medius est proportionalis inter partem lateris coni comprehensam parallelis planis, & lineam æqualem radijs duorum circulorum, qui habentur in planis parallelis.

ΠΡΟΤΑ. ΙϚ.

ΘΕΩΡ. ΙΑ.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς τε πλευρᾶς τοῦ κώνου, τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, καὶ τῆς ἴσης ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, τῶν ἐν τοῖς παραλλήλοις ἐπιπέδοις.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Sit conus Isosceles A.B.C. sectus plano E.F. parallelo basi B.C. cuius ideo sectione fiat
a per 2. demma proximum. circulus: [a] Axis coni sit A. D. per quem agatur planum findens conum secundum triangulum Isosceelem A. B.C. circulumque E.I. F. L. per lineam E.F. parallelam diametro
f per 16. l. 11. basis B.C. [f]





ΣΥΜΠ. Dicitur partem coniæ superficiei comprehensam duobus circulis planis basi B.R.C. & E. I. F. L. esse æqualem circulo, cuius radius medius fuerit proportionalis inter lineam E.B. & lineam conflatam ex duabus E.G.B.D.

ΚΑΤΑΣ. Inueniatur media[a] proportionalis inter A E, E.G. quæ sit S.O. cuius radio circulus describatur S O. Rursus inueniatur media proportionalis inter E.B. & compositam ex B D, E.G. sitque radius circuli S.N. Denique reperiatur media secundum rationem inter A.B & B.D. qua tanquam radio fiat circulus S.M. *a per 13 l. 6.*

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim cum sit circulus E.I.F.L. parallelus basi B R.C. conus est Isosceles A.E.F. cuius ideò superficiei[b] æqualis est circulus S.O. semper base excepta. Etiam superficiei coni A.B.C. æqualis est circulus S.M. Si ergo tollatur circulus S.O. ex circulo S.M. remanebit pars conicæ superficiei comprehensæ inter duo plana parallela. Sed remanebit circulus S.N. Nam rectangulum sub A.B, B.D. hoc est[c] quadratum S.M. est[d] æquale duobus rectangulis sub A.E, E.G. & sub E.B. lineaque conflata ex duabus E.G, B.D. hoc est æquale est duobus quadratis ex S.O. & S.N. medijs proportionalibus, inter latera horum rectangulorum. Ergo si ex quadrato S.M. quadratum substuleris lineæ S O. remanebit quadratum lineæ S.N. Atqui vt se habent quadrata linearum, ita se habent[e] & circuli ab ijsdem lineis descripti. Ergo circulo S.O. sublato ex circulo S.M. remanet circulus ex S N. & hic proinde æqualis est parti conicæ superficiei contentæ inter parallela plana, quod fuit demonstrandum. *b per 14. huius. c per 17 l. 6. d per corollarium lemmatis 1. superiorum. e per 2 l. 12.*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod si contigerit sectio secundum lineam E.F. tam prope basim, vt superficies media inter basim & planum secans minor fuerit superficie coni A.E.F. excepta base, accidet circulus S.N. minor circulo S.O. Sed nihilominus procedet demonstratio secundum propositionem.

ΛΗΜΜΑΤΑ.	LEMMATA.
A.	I.
Οἱ κῶνοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς βάσεσι.	Coni æqualem habentes altitudinem eam inter se rationem habent, quàm bases.

Hoc demonstratur ab Euclide propositione 11. τῷ στοιχείῳ ΙΒ.

B.	II.
Κῶνοι δὲ ἴσας ἔχοντες βάσεις, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσι.	Coni verò habentes æquales bases, eam inter se rationem habent quàm altitudines.

Hoc ibidem operis demonstratur ab Euclide propos. 14.

Γ.	III.
Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παρὰ τὴν βάσιν, ἔστιν ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, ὡς ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.	Si Cylindrus plano secatur parallelo ad basim: cylindrus est ad cylindrum, vt axis ad axem.

Hoc habetur demonstratum apud Euclidem eodem elemento 2. propos. item 14.

IV.

Coni qui easdem bases habent (& altitudines) cum cylindris, in eadem sunt ratione quàm cylindri.

Δ.

Τοῖς δὲ κυλίνδροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν οἱ κῶνοι, οἱ ἔχοντες τὰς αὐτὰς βάσεις, (καὶ τὰ αὐτὰ ὕψη) τοῖς κυλίνδροις.

Duplex esse potest sensus huius lemmatis. Etenim si non addideris ἴσα ὕψη, quæ non addit Archimedes, sensus erit, conos se habere sicuti altitudines, & recidit in 14. propos lib.12. Elementorum. Si verò & altitudines iunxeris, intelligitur conum esse ad conum, vt cylindrus ad cylindrum, quod demonstratur ex 10. lib. eiusdem 12. Element. & 15. lib.5.

V.

Et æqualium conorum reciprocæ sunt bases altitudinibus: Atque quorum reciprocæ fuerint bases altitudinibus, ipsi æquales sunt.

E.

Καὶ τῶν ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· Καὶ ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσί.

Consule Euclidem ibidem duodecimi Elementi propos.15.

VI.

Et Coni quorum diametri basium eandem rationem habent, quàm axes, seu quàm altitudines: se habent inter se in triplicata ratione dimetientium quæ in basibus.

ϛ.

Καὶ οἱ κῶνοι ὧν αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς ἄξοσι, τουτέστι τοῖς ὕψεσι, πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

Hoc est, similes coni iuxta 24. definit. lib.11. Elemento. sunt in triplicata ratione dimetientium quæ in basibus, per 12. lib.12. eorumdem Elementorum: Hæc autem solum proponit Archimedes, quia vt ipse ait, ταῦτα πάντα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη, & antiquiores Archimede Geometræ hæc demonstrauerant.

PROPO. XVII.

THEO. XII.

Si fuerint duo Coni Isosceles, & fuerit alterius superficies æqualis basi alterius; linea verò à centro basis educta perpendiculariter in latus coni, altitudini exstiterit æqualis: coni erunt æquales.

ΠΡΟΤΑ. ΙΖ.

ΘΕΩΡ. ΙΒ.

Ἐὰν ὦσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς· ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει· ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου κάθετος ἀγομένη, τῷ ὕψει ἴση ᾖ, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι.

ΥΠΟΘΕ. Sit conus A.B.D. Iſoſceles inter cuius latus A.D.& radium baſis A. C. medius ſit [a] proportionalis I. G. quo interuallo deſcriptus ſit circulus æqualis conicæ [b] ſuperficiei A.B.D. qui baſis ſit coni F.H.G. cuius rurſus altitudo I. H. æqualis ſit perpendiculari C. E. demiſſa à centro baſis alterius coni in eiuſdem latus.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico ambos conos eſſe æquales. ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam baſis F. L. G. eſt æqualis conicæ ſuperficiei A. D. B. ambæ ad eandem baſim [c] A. E. B. eandem rationem habent: Atqui ſuperficies conicæ A. D.B. ad baſim ſuam eſt, [d] vt latus D.B. ad radium B.C. hoc eſt vt D.C. ad C. E. [e] ſeu ad I H. æqualem. Ergo baſis F.L.G. eſt ad baſim A.E.B. vt altitudo C.D. ad altitudinem H.I. reciprocè. Coni proinde ſunt [f] æquales, vt proponebatur.

[a] per 13.l. 6.
[b] per 14. huius.
[c] per 7.l.5.
[d] per 15. huius.
[e] per coroll. 8 li 6.
[f] per 5 lemma proximum & 15. lib. 12.

ΠΡΟΤΑ. ΙΗ.
ΘΕΩΡ. ΙΓ.

Παντὶ ῥόμβῳ ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένῳ, ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου κώνου τῶν περιεχόντων τὸν ῥόμβον. ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου.

PROPO. XVIII.
THEO. XIII.

Cuilibet rhombo ex Iſoſcelibus conis compoſito, æqualis eſt conus, qui baſim habeat æqualem ſuperficiei alterius coni eorum qui rhombum componunt: altitudinem verò æqualem perpendiculari à vertice alterius coni, in vnum latus primi illius deductæ.

ΥΠΟΘ. Sit Rhombus ex binis conis conſtans æquicrurijs A.B.C.D. quorum communis baſis ſit B.C. altitudo A.D. Sit item alius conus H. G. k. cuius baſis ſit æqualis [g] ſuperficiei vnius ex conis Rhombum componẽtibus, ſcilicet coni A.B.C. altitudo verò æqualis perpendiculari D.F. demiſſæ [h] à vertice alterius coni B.D.C. in A.B. Latus primi A.B.C. recto productum.

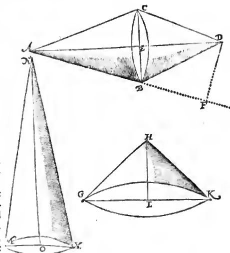
ΣΥΜΠΕ. Proponitur H. G.k. æqualis rhombo A.B. D.C.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur conus M. N. X. baſi & altitudine æqualis Rhombo.

ΑΠΟΔ. Quoniam N.O. & A.D. ſunt æquales, vt eſt

[g] per 14. huius.
[h] per 12. 12.

a per 7. l. 5. A.D.ad A.E. ita est a N.O. ad A.E. Atqui A. D.est ad A.E. vt Rhombus totus ad A.C.B. conum (nam quia coni rhombum componentes sunt in eadem basi, vt est conus B.D.C ad conum
b 2. lemma- te praecedente & 14 prop. lib. 12. B. A. C. sic est b altitudo E. D. ad altitudinem E. A. Et
c per 18. l. 5. componendo c vt rhombus totus ad conum B. A.C. sic altitudo tota A.D.ad A.E.) Ergo N.O. est ad A.E. vt Rhombus ad conum A.C. B. Verùm bases M.O.X.& B.E. C. sunt ex fabrica æquales: proinde conus N. M. X. cono A.B.C. est vt N.O.ad A.E. Et sic Rhombus & conus M.N.X. ad eundem conum A. C. B. eandem habent rationem, nempe N O.ad A.E Sunt
d per 7. l. 5. itaque d æquales. Iam sunt duo trianguli A.B E & A F.D. quorum anguli ad E. & F. ex fabrica sunt recti, angulus D.A.F. vtrique communis est: reliqui proinde A.B.E. & A.D.F. sunt e æquales. Pro-
e per 32. l. 1.
f per 4. l. 6. pterea recte f inferimus, A.B.esse ad B E vt est A.D.ad D F.seu N.O.ad H.L. Demum quoniam basi G L K. posita est æqua superficiei coni A B.C. & sunt rursus bases M.
g per 16. l. 5. X C B.æquales: Est basis vicissim g G L.k. ad basim M X.vt superficies coni A B.C. ad
h per 15 huius. basim B.C. Atqui vt conica superficies ad basim, sic est h A.B.ad B E. hoc est a A.D. ad
a per 32. l. 5. D F. seu N.O. æqualis ipsi A. D.ad H.L. æqualem ipsi D.F. Ergo basis S.k. est ad basim M.X vt reciproce N.O altitudo ad altitudinem H.L. Quidni itaque conos S.H.
l per 14 lib. 12. & 2 lemma praecedentis. k. & M N. X. quorum ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, dixerimus l æquales? Quidni rursus rhombum, quem demonstrauimus parem cono N.M.X. etiam cono S.H.k. æqua-
m per 5. comm. sent. lem m prædicauerimus? Hoc verò vult propositio.



PROPOS. XIX.

THEO. XIV.

Si conus æquicrurius plano æquidistanti basi secetur: tum à circulo facto conus contrascribatur, verticem habens centrum basis, factusque rhombus auferatur à toto Cono: residuo æqualis est conus qui basim habeat æqualem superficiei coni mediæ inter parallela plana: altitudinem verò æqualem perpendiculari ductæ à centro basis in vnum latus.

ΠΡΟΤΑ. ΙΘ.

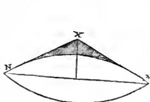
ΘΕΩΡ. ΙΔ.

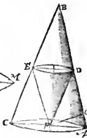
Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει. ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὸν κέντρον τῆς βάσεως· ὁ δὲ γενόμενος ῥόμβος ἀφερεθῇ ἀπὸ τοῦ ὅλου κώνου, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων· ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

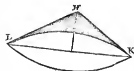
ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit conus A. B. C. qui secetur plano E. D. basi C. A. parallelo, cui proinde fiat circulus intra coni superficiem. aa Intelligatur vero huiusmodi circulus radijs vndiquaque diffluere in centrum F. quo diffluxu nascatur conus E. F. D. verticem nactus in F. Iungatur hic conus superiori E. B. D socia base E. D. & fiat rhõbus ex æquicrurijs conis B. E, F. D. Diuellatur hic rhombus à toto cono A. B. C. Habeatur vero conus L. H. K. cuius basis sit æqualis conicæ a superficiei, contentæ inter parallela plana A. C, D. E. altitudo vero perpendiculari F. G. à centro propositi coni in latus demissæ.

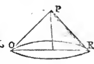
aa per 2. lemma prepositum ad 16. huius.

a Per 16 huius.









ΣΥΜΠΕ. Dico conum hunc L. H. K. esse æqualem residuo ex cono A. B. C. deducto Rhombo B. E, E. D.

ΚΑΤ. Sit basis coni N. X. M. æqualis b coni A. B. C. superficiei: tum basis O. P. R. par c conicæ superficiei B. E. D. altitudo vero vtriusque sit rursus æqualis perpendiculari F. G.

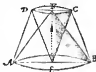
ΑΠΟΔ. Basis coni O. P. R. æquatur superficiei coni B. E. D. d tum basis coni L. H. K. residuæ superficiei mediæ inter plana parallela C. A, E. D. e est etiam æqualis. Proinde ambæ bases conorum L. H. K. & O. P. R. superficiei coni A. B. C. sunt pares. Et ideo quoque æquales sunt f basi N. M eidem conicæ superficiei A. B. C. æquali. Atqui tres coni N. X. M, L. H K, O. P. R. sunt in eadem altitudine. g Sunt ergo sicuti bases inter se. Atque vt basis N. M. æquiualet basibus L. K, O. R. sic conus N. X. M. æqualis est duobus conis L. H. K, O. P. R. Est autem N. X. M conus par cono A. B. C. f Ergo coni similiter L. H. K, O. P. R sunt cono A. B. C. pares Sed O. P. R. conus æqualis est rhombo B. E. F. D. g Ergo reliquis L. H K. residuo quod ex A. B. C. cono superest, post rhombi B. E. F. D. auulsionem æqualis est, quod proponebatur.

b Per 14. huius. c per fabricam. d per 1. com. sent. e per 11 lib. 12 & lemma proximum. f per 17. huius. g per præcedentem.

ΛΗΜΜΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΚΟΝ.

LEMMA PROBLEMATICVM.

Duorum conorum inuersim sumptorum in trunco Coni secto plano parallelo basi, eandemque habentium cum trunco altitudinem, differentiam notare.



ΥΠΟΘ. Sit truncus coni A. B. C. D. plano D. C. parallelo basi A. B. secto: in quo sumantur inuersim duo coni D. E. C. & F. A. B. habentes inuersas bases parallela plana.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur G H. linea æqualis diametro A. B. qua rursus diametro semicirculus fiat G I. H. in quo accommodetur diameter D. C. minor ex hypothesi ipsa A. B. Et ducatur I. H.



ΣΥΜΠΕ. Dico conum qui basin habuerit descriptam diametro I. H. & altitudinem F. E. tam trunci quàm

duorum conorum inuerſim ſumptorum eſſe differentiam qua conus A. F. B ſuperat conum D. E. C.

a per 2. li. 12. b per 11. li. 12. ΑΠΟΔ. Circulus G. H. æqualis eſt a circulis G. I. & I. H. Ergo ſi eadem altitudine tres coni deſcribantur his baſibus, b erit deſcriptus ſuper circulo G. H. hoc eſt conus A. F. B. æqualis duobus reliquis. Atqui qui fit ſuper circulo G. I. æqualis eſt cono D. E. C. Ergo conus I. H. duorum conorum vniuerſim ſumptorum in trunco differentia eſt.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Cæterum horum conorum ſi quando vſus fuerit, alter nempe F. A. B. dicetur conus F. ad baſim; alter nimirum D. E. C. appellabitur nobis conus ad verticem, vt pluribus verbis parcatur.

PROP. XX.

THEOR. XV.

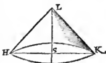
Si rhombi ex æquicrurijs conis compoſiti alter conus plano ſecetur parallelo baſi: à circulo verò sũ facto conus deorſum deſcribatur verticem habens eandem quam alter conus: à toto verò rhombo diuellatur factus rhombus: reſiduo æqualis erit conus habens baſim æqualem ſuperficiei coni, mediæ inter parallela plana: altitudinem verò parem perpendiculari à vertice huius coni in illius coni latus demiſſæ.

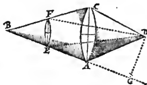
ΠΡΟΤ. Κ.

ΘΕΩΡ. ΙΕ.

Ἐὰν ῥόμβου ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένου, ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει· ἀπὸ δὲ τοῦ γινομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ, κορυφὴν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ ἑτέρῳ κώνῳ· ἀπὸ δὲ τοῦ ὅλου ῥόμβου ὁ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων· ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

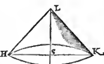
ΥΠΟΘ. Proponatur rhombus A. B. C. D. ex duobus æquicrurijs conis conflatus, quorum alter A. B. C. plano F. E. parallelo communi baſi C A. ſecetur: Et quia ſectio c per lemma 2. ad 16. huius. circulus eſt, c ab eo intelligatur in apicem ſuperficiei fluxum fieri, in punctum D. verticem

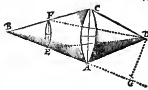
















alterius coni, vt generetur conus F. E. D. rhōbusque fiat E. B, F. D. qui diuellatur à toto rhōbo A. B. C. D. Sit rursus conus H. L. K. cuius basis æqualis sit ª superficiei conicæ inter bases seu parallela plana F. E, C. A. contentæ: altitudo vero perpendiculari demissæ à vertice D. in latus B A. productum. (a Per 16. huius.)

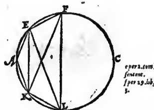
ΣΥΜΠ. Conus H. L. K. æqualis est parti rhombi A. B. C. D. residuæ ab eo postquā rhombus E. B, F. D. fuerit auulsus.

ΚΑΤΑΣ. Fiat ᵇ M. N. X. conus base æquali superficiei coni A. B. C. altitudine vero pari D. G. Tum O. P. R. constituatur, qui basim habeat æqualem conicæ superficiei B. E. F. altitudinem vero eidem perpendiculari G. D. (b Per 14. huius.)

ΑΠΟΔ. Hoc pacto M. N. X. æqualis est, ᶜ rhombo A. B. C. D. & O. P. R. rhombo E. B, F. D. Deinde basis M. X. æqualis est duabus O. R. & H. K. quia hæ æquales sunt simul toti superficiei conicæ A. B. C. cui etiam par est basis M. X. Atque altitudines horum trium nempe L. S, P. T. & N. V. sunt æquales, singulæ scilicet pares vni D. G. perpendiculari. Se habent ᵈ ergo coni vt bases: & sicuti basis M. X. est æqualis duabus H. K. & O. R. etiam conus M. N. X. est æqualis duobus H. L. K. & O. P. R. Hi ergo duo sunt quoque pares rhombo A. B. C. D. Itaque si ab vtraque parte tollantur æquales, nempe hinc rhombus E. B, F. D. illinc vero conus O. P. R. residuum ex rhombo A. B. C. D. æquabitur cono H. L. K. quod fuit probandum. (c Per 15. huius.) (d per 1. lemma præcedentium, & 11. lib. 12.)

LEMMA I.

Binæ quælibet rectæ lineæ circulo descriptæ, quarum extrema distant æqualibus arcubus, sunt inter se parallelæ.



ΥΠΟΘ. Sint duæ rectæ E. K. & F. L. in circulo A. F, C. L. quarum extrema iungant arcus æquales E. F, K. L.

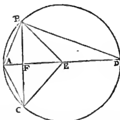
ΣΥΜΠ. Dico ambas esse parallelas.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur E. F, K. L. lineæ, tum K. F, E. L.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam arcus E. F, K. L. sunt æquales, vtrique iungamus E. A. k fient ᵉ ambo arcus F. E. k, E. k. L. æquales. Et proinde lineæ F. k. E. L. patefient ᶠ æquales sicuti duæ E F, k. L. arcubus paribus subtensæ in triāgulis E. F. k, E. L. k. Sic duo latera vtius E. F, F. k æqualia erunt duobus k. L, L. E. alterius: Cum ergo E. k. sit vtriq; commune, anguli amborum ᵍ singuli singulis sunt pares. scilicet E. k. L. æqualis est alteri F. E. k. Atqui duo oppositi anguli E. k L. & E. F. L. quadranguli E. k. L. F. duobus rectis æquiualent. ʰ Ambo proinde k. E. F, E. F. L. etiam duobus rectis æquantur, nempe interiores ad easdem partes. Vnde monet lineas E k. & F. L. esse parallelas, ⁱ quod fuit probandum. Similiter demonstrabuntur lineæ A. E, k. F. parallelæ, & quælibet aliæ æqualibus arcubus distinctæ. (e per 2. com. sentent.) (f per 29. lib. 3.) (g per 8. lib. 1.) (h per 22. lib. 3.) (i per 28 lib. 1.)

LEMMA II.

Si à puncto in circumferentia circuli capiantur duo arcus æquales, quorum extrema iungantur recta linea: diameter à puncto sumpto ducta per centrum circuli, hanc lineam iungentem arcuum extrema bifariam diuidet & ad angulos rectos.



ΥΠΟΘ. In circumferentia circuli capiatur punctus A. & vtrinque arcus æquales sint A. B, A. C. quos iungat linea B. C.

ΣΥΜΠΕ. Dico diametrū A. D. diuidere bifariā B. C.

ΚΑΤΑΣ. Agantur B. E, C. E.

ΑΠΟΔ. Arcubus æqualibus A. B, A. C. subtenduntur, [a] anguli æquales A. E. B. & A. E. C. suntque [b] latera B. E, E. A. æqualia lateribus A. E, E. C. Proinde reliqui anguli vt B. A. E, & C. A. E triangulorum B. A. E. & B. C. E. sunt [c] æquales. Sed rursus A. B. C. æqualis est [d] angulo A. C. B. cum A. C, A. B. tam arcus quàm lineæ sunt æquales. Ergo in triangulo B. A. F duo anguli ad B. & A. sunt æqui duobus ad A. & C. trianguli A. F. C. proinde reliquus A. F. B est æqualis reliquo A. F. C. Atque A. F. D. secat perpendiculariter lineam B C. & ideo bifariam, [ee] quod fuit demonstrandum.

a Per 21. lib. 3. & 33. lib. 6.
b Per defin. 10. lib. 1.
c Per coroll. 32. lib. 1.
d Per 21. & 29 lib 3 ac 5. lib. 1.
ee per 3 lib. 3.

COROLLARIVM

Perfecto triangulo ex A B, A D. ductaque linea B D. erit [e] B. D ad B. A. vt B F. ad F. A. scilicet semissis lineæ iungentis ad partem diametri inter punctum sumptum & lineæ sectionem. Quod ex triangulorum A. B. D. & A. B. F. similitudine conuincitur [f]

e per 4. li. 6
f per 8. li. 6.

PROP. XXI.

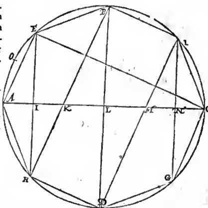
THEO. XVI.

Si circulo multangularis, parilatera, & æquilatera figura inscribatur: atque agantur rectæ iungentes latera figuræ, ita vt parallelæ sint vni ex his quæ duobus figuræ lateribus subtenduntur: omnes iungentes, ad circuli diametrum eam habēt rationem, quam altera subtendens minimas dimidiarum, habet ad multangularis figuræ latus.

ΠΡΟΤ. ΚΑ.

ΘΕΩΡ. Ις.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ ἀρτιόπλευρον τε καὶ ἰσόπλευρον, καὶ διαχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπιζευγνύουσαι τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὥς τε αὐτὰς παραλλήλους εἶναι μιᾷ ὁποιαοῦν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν, αἱ ἐπιζευγνύουσαι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τοῦτον ἔχουσι τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾶς ἐλάσσονας τῶν ἡμίσεων πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.



ΠΡΟΘ. In circulo A.B.C.D. describatur figura multorum angulorum & laterum parium parique numero, quæ deinde lineis rectis bina iungantur, inter se parallelis ὡς ἰδεῖξαμεν:[a] sitque figura A. E, B. F, C. G, D. H.

ΣΥΜΠ. Dico lineas iungentes latera figuræ, nempe E. H, B. D, F. G. esse ad diametrum A. C. vt est E. C. subtendens alteram semissem minimam E. I. ad E. A. figuræ latus.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur H. B, D. F.

ΑΠΟΔ. Lineæ E. H, B. D, F. G. sunt inter se parallelæ,[b] sicut duæ B. H. & F. D. sunt inter se. Tum A. C. diameter diuidit[c] E. H, B. D, F. G. bifariam & rectò: proinde anguli A. I. E,[d] & I. E. A.[e] trianguli A. I. E. sunt æquales angulis H. I. K, & I. H. K. trianguli I. H. K. Et proinde reliquus I. A. E. reliquo I. K. H. æqualis quoque est.[f] Idem probabitur & iisdem rationibus de triangulis I. H. k, k. B. L. Tum de k. B. L. & L. D. M. denique de L. D. M, M. F. N. ac N. G. C. Itaque latera sunt proportionalia:[g] & vt est E. I. ad I. A. sic est H. I. ad I. k. vtque H. I. ad I. k. sic B. L. ad L. k. & sic D. L. ad L. M. Et F. N. ad N. M. Et demum G. N. ad N. C. Ergo omnes[h] antecedentes E. H, B. D, F. G. sunt ad omnes consequentes quæ in A. C. vt vna antecedens E. I. ad vnam consequentem I. A. Atqui vt E. I. ad I. A. sic est[i] E. C. ad E. A. latus. Ergo omnes coniungentes E. H, B. D, F. G. ad diametrum A. C. sic[l] E. C. subtendens E. I. vnum ex minimis dimidijs ad latus E. A. quod fuit probandum.

a Per lemma 1. proximum.
b per lemma 1. proximũ.
c Per 2. lemma proximum.
d per 15 li. 1
e Per 29. li. 1.
f Per 32 lib. 1.
g Per 4 li. 6
h per 12 li 5
i per coroll. proximum.
l per 11. li. 5.

ΠΡΟΤ. ΚΒ.

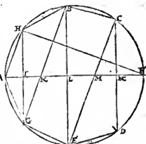
ΘΕΟΡ. ΙΖ.

Ἐὰν εἰς τμῆμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῇ τὰς πλευρὰς ἔχον χωρὶς τῆς βάσεως ἴσας καὶ ἀρτίους· ἀχθῶσιν δὲ εὐθεῖαι παρὰ τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὰς πλευρὰς ἐπιζευγνύουσαι τοῦ πολυγώνου· αἱ ἀχθεῖσαι πᾶσαι καὶ ἡμίσεια τῆς βάσεως πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἐπιζευγνυμένη, πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευράν.

PROP. XXII.

THEOR. XVII.

Si in sectione circuli poligonum inscribatur, latera habens sine base æqualia, & numero pari: agantur vero rectæ parallelæ basi, coniungentes figuræ latera: omnes hæ ductæ lineæ cum dimidio basis ad altitudinem sectionis, eandem rationem habebunt quam habet linea ducta ab extremitate diametri in figuræ latus, ad ipsum figuræ latus.



ΤΡΟΘ. Sit sectio A. B. C. D. E. circuli A. B. F. E. in qua multangularis figura C. B. H. A. G. E. D. æqualium & pari numero laterum descripta sit, cuius latera iungant H G. B. E. parallelæ[a] basi C. D.

ΣΙΜΠ. Dico H. G, B. E. vna cùm C. N. dimidio basis C. D. se habere ad A. N. altitudinem sectionis (nam A.N. est perpendicularis)[b] ductæ ab extremitate F. diametri, in latus A. H. ad idem latus A. H.

ΚΑΤΑΣ. Iungantur G. B, E. C.

ΑΠΟΔ. Quoniam sunt parallelæ H. G, B. E, C. D.[c] & perpendiculares diametro A. F. simili argumento quo superius vsi sumus, est[d] H. I. ad I. A. vt G. I. ad I. k. Et sic quoque B. L. ad L. k, E. L. ad L. M. & C. N. ad N. M. Et ex consequenti[d] omnes antecedentes H. G, B E, C. N. ad omnes consequentes A. N. vt vna H. I. ad vnam I. A. Atqui vt H. I. ad I. A. sic est[e] F. H. ad H. A. Ergo vt H. G, B. E, C. N. ad N. A. altitudinem sectionis, sic est[f] F. H. ad H. A. quod fuit probandum.

a per lēma 1 præcedenti præfixum.
b per 2. lemma proximum.
c per præcedentia lemmata.
d per 12. li. 5.
e per proximum lemma.
f per 11. li. 5.

COROLLARIVM.

SIT in sphæra maximus circulus α. β. γ δ. & inscribatur in ipso polygonum æquilaterum; multitudinem verò laterum ipsius mensuret quaternarius. Diametri sunt α. γ, β. δ. Si igitur manente α. γ. diametro conuoluatur circulus α. β. γ. δ. habens multangularem figuram: manifestum quòd circumferentia ipsius secundum sphæræ superficiem feretur: anguli vero polygoni, ijs exceptis qui sunt ad puncta α. γ. secundum circulos circumuolutos ferentur in superficie sphæræ descriptos rectósque ad circulum α. β. γ. δ. Diametri autem ipsorum erunt rectæ lineæ, quæ iungunt angulos polygoni, parallelæ existentes ipsi β. δ. Polygoni verò latera secundum quosdam conos efferentur. Et quidem hæc α. ζ, α. ν. secus superficiem coni, cuius sanè basis est circulus descriptus diametro

ΠΟΡΙΣΜΑ.

ΕΣΤΩ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ α. β. γ. δ. καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον· τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· αἱ δὲ α. γ, β. δ. διάμετροι ἔστωσαν. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς α. γ. διαμέτρου, περιενεχθῇ ὁ α. β. γ. δ. κύκλος, ἔχων τὸ πολύγωνον· δῆλον ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια αὐτοῦ κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐνεχθήσεται· αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου γωνίαι χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς α. γ. σημείοις κατὰ κύκλων περιφερειῶν ἐνεχθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γεγραμμένων καὶ ὀρθῶν πρὸς τὸν α. β. γ. δ. κύκλον. Διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔσονται, αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, παρὰ τὴν β. δ. οὖσαι· αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου πλευραὶ κατά τινων κώνων ἐνεχθήσονται· αἱ μὲν α. ζ, α. ν. κατ' ἐπιφανείας κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ζ ν.

τὴν ζ. ν. κορυφὴ δὲ τὸ α. σημεῖον. αἱ δὲ ζ. η, μ. ν. κατά τινος κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται· ἧς βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν μ. η· κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ ζ. η, μ. ν. ἀλλήλαις τε καὶ τῇ α. γ. αἱ δὲ β. η, μ. δ. πλευραὶ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν β. δ. ὀρθὸς πρὸς τὸν α. β. γ. δ. κύκλον· κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ β. η, δ. μ. ἀλλήλαις τε καὶ τῇ α. γ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν περιφανειῶν οἰσθήσονται, πάλιν ὁμοίων ταύταις. ἔσται δή τι σχῆμα ἐγγεγραμμένον τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον τῶν προειρημένων, οὗ ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἔσται τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. Διαιρεθείσης γὰρ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν β. δ. ὀρθοῦ πρὸς τὸν α. β. γ. δ. κύκλον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου ἡμισφαιρίου, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶν τοῦ κύκλου ἡ περιφέρεια, τοῦ περὶ διάμετρον τὴν β. δ. ὀρθοῦ

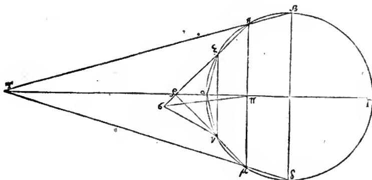
ζ. ν. verticemque habet punctum α. Illa vero ζ. η, μ. ν. secus aliquam conicam superficiem euehentur, cuius basis quidem est circulus qui fit diametro μ. η. & vertice puncto in quod concurrunt productæ ζ. η, μ. ν. in se inuicem, & quidem cum linea α. γ. At β. η, μ. δ. latera iuxta conicam superficiem ferentur, cuius basis quidem est circulus descriptus circa diametrum β. δ. rectusque ad circulum α. β. γ. δ. vertex vero punctum in quod concurrunt productæ lineæ β. η, δ. μ. mutuo cum linea α. γ. Similiter & in alio semicirculo latera ferentur secus conicas superficies rursus similes illis. Erit ergo aliqua figura descripta in sphæra, & comprehensa sub dictis conicis superficiebus, cuius superficies minor erit superficie sphæræ. * Diuisa etenim sphæra plano secundum lineam β. δ. recto ad circulum α. β. γ. δ. Superficies alterius semicirculi, & superficies figuræ quę in eo descripta est, eosdem limites habent in vno plano. Ambarum enim superficierum limes est circuli superficies, qui circa diametrum β. δ. rectus

* a per 6. hy poth. huius.

est ad circulum α. β. γ. δ. Et sunt ambæ in easdem partes cauæ, & ipsarum conuoluitur altera ab altera superficie cum illa habente eosdem plani terminos. Pariter & in alio semicirculo figuræ superficies minor est semicirculi superficie. Et tota igitur superficies figuræ quæ in sphæra, minor est superficie sphæræ.

πρὸς τὸν α. β. γ. δ. κύκλον· καὶ εἰσὶν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι· καὶ περιλαμβάνεται αὐτῶν ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ· Ὁμοίως δὲ καὶ τοῦ ἐν ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ σχήματος ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφανείας· καὶ ὅλη οὖν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

Quæ hoc potismate proponuntur, clara sunt & perspicua: hoc vnum videtur demonstrandum, lineas ζ. ε, ε. μ. seu ε. β, μ. δ. productas concurrere mutuò & in linea α. γ.



ΚΑΤΑΣ. Producantur lineæ μ. ν, ζ. ε, α. ι, β. ε, δ. μ. Et si fieri potest recto producantur ζ. ε. & μ. ε. in ε. Iungaturque ε. π.

ΑΠΟΔ. Quoniam arcus ζ. ε & ε. μ. sunt ex hypothesi æquales, vtrique iuncto arcu ζ. α, ε. fiunt[a] arcus ε. α. ζ. ε. & ζ. α. ε. μ. pares. Et ideo in æqualibus arcubus anguli ζ. ε. μ. & ε. μ. ε. sunt[b] æquales. Tum sectio ζ. ε. β. δ. μ. est maior semicirculo: ex quo fit vt angulus ζ. ε. μ. minor sit[c] recto: qualis & proinde est ε. μ. ε. Productæ ergo concurrent[d] ζ. ε, ε. μ. à parte α. à qua nimirum cũ ε. μ. angulos faciũt minores duobus rectis. Quod si non concurrent in ρ. aut in alio puncto lineæ α. γ. productæ, fiat in ε. concursus: Et sit triangulus ε. ε. μ. cuius anguli quoniam ad ε. & μ. sunt æquales, latera μ. ε. ε. & ε. ζ.

a per 2. com. sent.
b per 27. l. 3.
c per 31. l. 3.
d per vltimam com. sent.

sunt ᵃ æqualia. Sed & æqualia sunt ν. π. & π. μ. ᵇ latus denique ο. π. est commune: sequitur angulos ο. π. μ. & ο. π. ν. æquales esse ᶜ & rectos. Atqui recti quoque sunt ᵈ α. π. μ, α. π. ν. Ergo pars erit æqualis toti, quod abhorret ab omni philosophia. Proinde non concurrent extra lineam α. γ. Simili argumento ostendemus latera ν. β. & μ. δ. concurrere in τ Cæterum exemplaria græca porisma hoc tanquam αἴτημα κγ. notant: quod ægrè admitterem, cùm neque textus propositionis sit vllus, nec formam propositionis habeat, nec demonstrationis absolutam ab Archimede figuram. Malui propterea πόρισμα dicere, vt & aliud sequens post 26. propositionem.

a per 6. li. 1. b per lemma 2. proximè præcedens. c per 8. li. 1. d per idem lemma 2.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

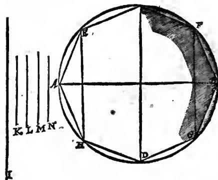
Aliter notandum est Archimedem propriis vocabulis distinguere figuram sphæræ conscriptam vel inscriptam, à figura circulo inscripta vel conscripta. Atque illam quidem vocat σχῆμα, quod vbiq; fere verti figuram solidam: hanc vero πολύγωνον, quod reddidi planam figuram. Hoc pacto vbique planam circulo reddes, solidam figuram sphæræ tribues.

ΠΡΟΤ. ΚΓ.
ΘΕΩΡ. ΙΗ.

Η τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς πλευρᾶς τοῦ σχήματος καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὡς τετράπλευρα γίνεσθαι αὐτῷ, καὶ παραλλήλους οὔσας τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ.

PROP. XXIII.
THEO. XVIII.

Inscriptæ in sphæra figuræ superficies æqualis est circulo, cuius radius potest rectangulum comprehensum sub latere figuræ & linea æquali omnibus iungentibus latera figuræ, ita vt fiant quadrilatera in ipsa, existentibusque parallelis, rectæ lineæ duo latera figuræ subtendenti.



ΥΠΟΘ. Sit sphæra A. C. B. D. cuius maximus circulus sit A. C. B. D. in quo descripta sit plana figura, plurium quidem numero laterum, sed pari, nempe quaternario, quæ sit A. E. C. F. B. G. D. H. Bina eorum singula iungant rectæ E. H, C. D, F. G. Intelligatur vero reuolui hemicyclium sphæræ super immobili diametro A. B. Ita vt iuxta porisma præcedens, intra sphæram figura inscribatur solida, superficiebus complexa conicis. Sit vero circulus radio I. descriptus, cuius quadratum sit æquale rectangulo contento sub latere planæ figuræ F. B. & linea composita ex illis F. G, C. D, E. H. latera figuræ iungentibus, & ipsi E. H. subtendenti duo figuræ latera parallelis. ΣΥΜΠΕ. Dico solidæ figuræ intra sphærã descriptæ superficiem æqualem esse circulo ex radio.

a per 13. li. 6 ΚΑΤ. Fiat K. media a proportionalis inter F. B. & semissem lineæ F. G. & sit circulus ex ipso K. descriptus tanquam radio, æqualis co-
b Per 14. huius. nicæ superficiei b F. G. B. nêpe coni qui basim haberet circulum descriptum diametro F. G. & verticem in B.
c per 16. huius. Deinde fiat c L. æqualis radio circuli, qui æqualis esset conicæ superficiei contentæ inter circulos parallelos, quorum diametri essent C. D. & F. G. Hoc est sit L. a media proportionalis inter latus C. F. vel F. B. & lineam compositam ex semissibus linearum C. D. & F. G. Similiter sit M. c radius circuli æqualis conicæ superficiei contentæ inter circulos E. H, C. D. vel sit M. a in proportione media inter E. C. latus seu F. B. & lineam conflatam ex dimidijs C. D, E. H. Denique N. a inueniatur media secundum proportionem inter E. A. seu F. B. & semissem E. H. vt sit b eius interuallo descriptus circulus æqualis superficiei coni E. A. H.

d per 17 l 6. ΑΠΟΔ. Quadratum lineæ I. æquale est d rectangulo sub latere F. B. & linea conflata ex F. G, C. D. & E. H. cum sit inter ipsas lineas media proportionalis. Atqui ex his duabus lineis F. B. & composita ex tribus F. G, C. D, E. H. Secunda hęc diuiditur in 4. partes: quarum prima est semissis F. G. atque rectangulo sub prima F. B. & hac prima parte: secundę d est ęquale quadratum K. Secunda autem constat altera semisse F. G. & semisse C. D. deinde rectangulo sub eadem F. B. & hac secunda, est d æquale quadratum L. Tertia est altera semissis lineę C. D. cum semisse E. H. rectanguloque contento sub hac tertia & F. B. æquatur d quadratum M. Quarta denique est altera semissis lineæ E. H. sub qua & F. B. rectangulum contentum par est d quadrato N. proinde
e per 1. l. 2. quatuor quadrata ex K. L, M. N. sunt e ęqualia rectangulo sub F. B. & linea composita ex F. G, C. D. & E. H. hoc est quadrato I. Atqui vt se habent quadrata, ita & sunt
f per 2. l. 12. f circuli. Ergo circuli quorum radij essent K L, M. N. sunt æquales circulo cuius radius esset I. Verum quatuor illi circuli ex K. L. M. N. sunt pares conicis superficiebus,
g per fabricam. ex quibus constat superficies figurę solidę in sphęra inscriptę. g Ergo quoque circulus ex radio I. superficiei solidę figurę, sphęrę inscriptæ æqualis est, quod fuit probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Aliter legunt vulgares typi, aliter manuscriptus codex regius, textum propositionis. Sic illi ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου (τετραπλεύρου) συζευγνύουσαι ἴσας τῇ ὑπὸ δύο πλευράς, &c. Hic vero ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου τετραγώνου ἴσας τῇ ὑπὸ δύο πλευράς, &c. Ex qua varia lectione locum corruptum credidi, sensumque planiorem esse, si ita legeretur, vt in propositione adposuimus. ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὡς τετράπλευρα γίνεσθαι ἐν αὐτῷ ἢ συζευγνύναι, &c. Cæterum ἐν τῷ κατασκευῇ iubet Archimedes laterum figuræ planæ numerum quaternario mensurari, οὗ (inquit) αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετρῶνται, vt latera vnius semicirculi rectius alterius lateribus è regione respondeant, partésque conorum Isoscelium constituantur in solida figura. Etenim rectissime accidet, quanquam solus binarius eundem laterum numerum metitur: vt latera lateribus respondeant. Quot enim latera ducentur in semicirculo, tot & contingent in altero.

Sit circulus A. C. B. F. in quo ἐγγεγράφθω ἰσόπλευρον ἢ ἑξάγωνον, vt latera metiatur par numerus: Reuoluto quidem circulo super A. B. immoto, figura constituetur solida intra sphæram. At non conicis superficiebus complexam (sed etiam
h per 29 l. 3 cylindricis. Cum enim sit perfecte
i per 15 li 5. rectangulum F. D. (nam C. F. & D.
l per lemma 2. propositionis 22. huius. E. sunt h æquales, earumq; semisses i pares: quæ cum constituant angulos ad diametrum rectos, l sequi-
m per 34. l. 1 tur in punctis C. D. E. F. esse m re-

ctos,) productæ C.D. & F. E. nūquā a concurrent, nec ideo coni perficiēt latera, aut reuolutæ conicā ſuperficiem ſed cylindricam complebunt. At conicas ſuperficies quærimus, & ſolidam figuram componere quæ ταῖς κωνικαῖς ἐπιφανείαις περιλαμβάνεται. requiritur ergo ὡς τὸ πολύγωνον τρίς πλευρὰς ὑπὸ τετράδος μετρῆσθαι. Quod ſi conicas ſuperficies non quæreremus cum Archimede κατ' αὐτὸς demōſtraretur propoſitio. Etenim ſint rurſus I. K. L. M. Et I. media b proportionalis inter D. B. ac ambas ſimul D. E. C. F. Deinde K. media inter D. B, D. G. tum L. inter C. D. ſeu D. B. & totam C. F. hoc eſt duas ſemiſſes G. E. & C. H. demum M. inter H. F. & latus A. F. ſeu idem D. B. Etenim quadratum I. erit rurſus æquale c quadratis K. L. M. & circulus ex radio I. d æquiualebit circulis ex radijs K. L. M. At vero circulus K. conicæ ſuperficiei e E. B. D. tum L. cylindricæ f C. E. denique M. conicæ g F. A. C. Proinde totius figuræ ſuperficiei æqualis erit circulus cuius radius I. vt volumus.

a per 28 l. 1. & vltimum com. sent. b per 13 lib. 6. c per 1. lib. 2. & 17. lib. 6. d per 14 huius. e Per 13. huius. f Per 2 lib. 12. g per 14 huius.

ΠΡΟΤΑ. ΚΔ. — PROP. XXIV.

ΘΕΩΡ. ΙΘ. — THEOR. XIX.

Τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἡ ἐπιφάνεια ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

Figuræ in ſphæra inſcriptæ ſuperficies comprehenſa ſub conicis ſuperficiebus, minor eſt quàm quadrupla maximi circuli eorum qui ſunt in ſphæra.

ΥΠΟΘ. Sit cuiuſpiam ſphæræ maximus circulus A. D. B. C. in quo figura plana æqualium laterum, & quorum numerus quaternario menſuretur, deſcribatur, ſitque A. E. C, F. B. G, D. H. conuoluatur immoto diametro A. B. ita ut circulus ſphæram, at figura plana figuram ſolidam intra ſphæram perficiat. h

ΣΥΜΠΕ. Superficies figuræ ſolidæ intra ſphæram deformatę, & conicis complexæ ſuperficiebus, minor eſt quadruplo circuli maximi A. D. B. C. qui in ſphæra.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur circulus, cuius radius I. media ſit proportionalis inter latus E. A. planæ figuræ, & lineam compoſitam ex iungentibus ſimul E. H, C. D, F. G. Tum ducatur E. B.

h Iuxta porisma præcedens.

ΑΠΟΔ. Vt eſt linea compoſita ex E. H, C. D, F. G. ad diametrum A. B. ita eſt B. E. ad E. A. l Ergo rectangulum ſub illa compoſita & A. E. hoc eſt quadratum ex I. æquale eſt m rectangulo ſub A. B. B. E. Atqui rectangulum ſub A. B, B. E. eſt minus quadrato n A. B. quia E. B. eſt minor diametro A. B. Ergo quadratum ex I. minus eſt quadrato ex A. B. Et quadratum ex duplo I. o ſcilicet totius diametri circuli cuius I. eſt radius, minus eſt quadrato duplæ A. B. Atqui quadratum duplæ A. B. conſtat p ex quatuor quadratis lineæ A. B. Ergo quadratum totius diametri cuius I. eſt radius minus eſt quatuor quadratis diametri A. B. Verum vt ſunt quadrata linearum ita ſunt q earundem inter ſe circuli. Ergo circulus cuius radius I. (hoc eſt r ſuperficies ſolidæ figuræ intra ſphæram deſcriptę,) minor eſt quatuor circulis ex A. B. ſeu quadruplo circuli qui in ſphæræ maximi, vt vult propoſitio.

i per 3. l. 2. l per 21 huius. m per 16 l. 6. n per 1. l. 6. o per 15. l. 5. p per 20. l. 6. q per 2. l. 12. r per præcedentem.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Eadem prorſus ſequetur concluſio de figura ſolida in ſphæra deſcripta, licet eius latera quaternario

non constant numero, superficiésque non conicis tantum, sed etiam cylindricis superficiebus contineatur. Nam ex scholio præcedentis, circulus cuius radius 1. similiter ostendetur æqualis superficiei figuræ solidæ, & propterea eadem superficies minor quadruplo maximi qui in sphæra circuli.

PROP. XXV.

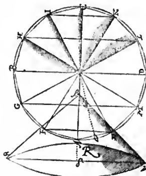
THEOR. XX.

Inscriptæ in sphæra figuræ comprehensæ sub conicis superficiebus, æqualis est conus qui basim quidem habeat circulum æqualem superficiei figuræ inscriptæ in sphæra: altitudinem vero æqualem lineæ à centro sphæræ in vnum ex lateribus figuræ planæ perpendiculariter eductæ.

ΠΡΟΤ. ΚΕ.

ΘΕΩΡ. Κ.

Τῷ ἐγγραφομένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγραφέντος ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.



ΥΠΟΘ. Exponatur sphæra A. B. C. D. in eaque inscripta figura solida ex præcedentis porismatis præscripto, cuius latera quaternario mensurentur. Sit rursus conus R. cuius basis sit æqualis a superficiei solidæ figuræ; altitu-
a per 23. huius. do vero æqualis perpendiculari X O. decidenti b à centro sphæræ in latus planæ figuræ
b per 12. li. 1. circulo sphæræ maximo inscriptæ.

ΣΥΜΠ. Dico conum R. expositæ figuræ solidæ æqualem esse.

ΚΑΤΑΣ. Ex circulis quorum dimetientes sunt lineæ F. N, G. M, B. D, H. L, I. k. fiant coni, qui vertices habeant in centro sphæræ.

c per 18. huius. ΑΠΟΔ. Rhombo A. N. X. F. æqualis est c conus qui basim habeat æqualem superficiei coni A. N. F. altitudinem æqualem perpendiculari X. O. decidentem à vertice alterius coni in latus primi. Rursus alius offertur Rhombus conflatus ex cono G. M. X. habente basim circulum G. M. & alio, qui quoque basim haberet eundem circulum G. M. & latera lineas G. F. M. N. productas. Hic vltimus conus decurtatus est plano du-
d per lemma proximum. e per 20 huius. cto per F. N. d parallelo ipsi G. M. & à toto rhombo rhombus sublatus est, cuius alter conus est N. F. X. Ergo residuo M. N. X, G. F. æqualis est e conus, cuius superficies par esset superficiei conicæ contentæ inter parallela plana acta per N. F, M. G. altitudo vero æqualis perpendiculari æquali vni X. O. nempe deductæ ex X. puncto in latus F. G. vel N. M. Denique conus est cuius basis est circulus ex diametro D. B. sectus plano per M. G. ducto æquidistanter circulo basis D B & ab eo rhombus est allatus, cuius alter conus est M. X. G. Proinde residuo D. B. G. M. æqualis est f conus qui
f per 19. huius. basim habeat æqualem mediæ superficiei inter parallela plana acta per D. B. & M. G. altitudinem vero æqualem perpeodiculari X. O Idem prorsus censenduin de reliquo hemicyclio Atqui conus qui basim habeat æqualem basibus omnium conorum supradictorum, quibus partes inscriptæ in sphæra solidæ figuræ ostensæ sunt æquales, & al-

titudinem æqualem, illis omnibus est [a] æqualis, sicuti etiam magnitudini cui ipsi æquantur, quoque par est. [b] Ergo conus R. qui basim habet æqualem basibus omnium illorum conorum, hoc est toti superficiei inscriptæ in sphæra solidæ figuræ, altitudinemque æqualem eorumdem altitudini, nempè perpendiculari X.O. æqualis est toti inscriptæ figuræ in sphæra, quod fuit probandum.

a per 1 lemma præfixorum 17. huius & per 11. lib. 12. b per 1. comment. sent.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In gratiam sequentium ostendendum est Conum R. esse ambligonium. ΚΑΤΑΣ. Secetur enim plano per axem, & fiat triangulus α β γ. Quoniam enim conus basim habet æqualem toti superficiei inscriptæ figuræ, ipsa basis maior est [c] maximo sphæræ circulo, & proinde radius δ α. maior est radio sphæræ X.B. multoque maior perpendiculari X. O. seu δ.β altitudine coni R. Idcirco rectangulum sub α δ, δ.γ. maius est quadrato β.δ. Vnde fit vt conus R. sit ambligonius. Ex Pappo [d] enim conus esset rectangulus, si rectangulum ex α.δ, δ.γ. æquaretur quadrato β.δ. Ambligonius est cum sit maius: Acutiangulus demum, si minus esset, diceretur.

c per 4. comm. sent. huius. d per 13. prop. l. 7.

ΠΡΟΤΑ. ΚϚ.

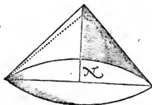
ΘΕΩΡ. ΚΑ.

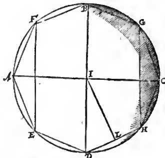
Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

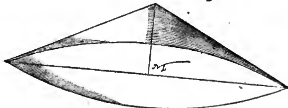
PROPOS. XXVI.

THEO. XXI.

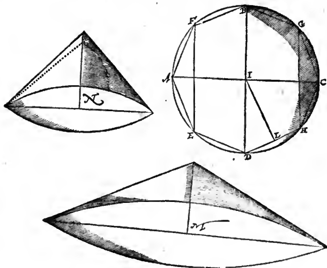
Inscripta sphæræ figura solida, comprehensa sub superficiebus conicis, minor est quàm quadrupla coni, qui basim quidem habeat æqualem maximo circulo eorum qui sunt in sphæra; altitudinem verò æqualem radio sphæræ.







ΥΠΟΘ. Sit sphæra A.B.C.D. in eaque figura solida inscripta lateribus quaternatio commensurabilibus, ex lege præcedentis porismatis. Sit item conus N. cuius basis sit æqualis circulo sphæræ maximo, cuiusmodi est A.B.C.D. altitudo verò æqualis radio sphæræ.



a per praecedentem. ΣΥΜΠΕ. Dico sphæræ inscriptam figuram minorem esse quadruplo coni N.

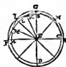
ΚΑΤΑΣ. Ponatur conus M. æqualis [a] inscriptæ in sphæra figuræ, hoc est, cuius basis sit æqualis superficiei inscriptæ figuræ: altitudo verò æqualis perpendiculari I.L. ductæ à centro sphæræ in latus figuræ planæ D.H.

b per 24 huius. *c per 19. & 27. l. 1.* ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Basis coni M. est [b] minor quàm quadrupla basis coni N. Altitudo verò coni N. est maior altitudine coni M. nam I L. est minor [c] radio I.D. Si itaque poneretur N.O. altitudo æqualis altitudini coni M. illaque altitudine N. O conus describeretur super basi N. essent coni M. & N.O. in eadem altitudine. Et propterea conus M. esset [d] minor quadruplo coni N.O. cum sit basis M. minor quadruplo basis N. sed conus N. totus est [e] maior cono N.O. Proinde multo minor est conus M. quàm quadruplum coni totius N. Ergo etiam figura inscripta quæ est cono M. æqualis, etiam deficit à quadruplo coni N. vt vult propositio.

d per 11. l. 12. *e per 14. l. 12. & 2. lemmate eorum quæ præmisit Archimedes.*

LEMMA.

Figuræ æquilateræ & æquiangulæ circulo conscriptæ, circulum conscribere eodem cum primo centro.



f per coroll. prop. 3. huius. ΥΠΟΘ. Sit circulo A.B.C. D. inscripta [f] figura æquilatera & æquiangula F.I.G.N.H.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur ad angulos figuræ E.G, E.I, E. F. punctaque contactuum E K, E.M. & centro E. ac interuallo vnius ex ductis ad angulos vt E.G describatur circuli circumferentia.

ΣΥΜΠ. Dico hanc circumferentiam transire per omnes conscriptæ figuræ angulos.

ΑΠΟΔ Ex his quæ demõstrauimus tertia propositione huius, F.M, M.I, I.K, K G sunt æquales. Ergo E. K, K. I. lateribus æqualia, & anguli ad K. sunt recti [g] Hypothenusæ ergo E.G, E.I. sunt pares. [h] Eodem argumento E.I, E F. æquantur, vt & cæteræ quæ à centro E. ad angulos conscriptæ ducuntur. Ergo E. est [i] centrum circuli qui figuræ circumscriberetur, quod fuit probandum.

g per 18. lib. 3. *h per 4. l. 1.* *i per 9 li. 3.*

COROLLARIVM.

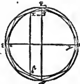
Idem omnino cenſendum de figura conſcripta circuli portioni. Nam valet ſemper demonſtratio.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ α.β.γ.δ. περὶ δὲ τὸν α.β.γ.δ. κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσογώνιόν τε καὶ ἰσόπλευρον. Τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Τὸ δὲ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένον πολύγωνον κύκλος περιγεγραμμένος περιλαμβανέτω, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος τῷ α.β.γ.δ. μενούσης δὴ τῆς ε.η. περιενεχθήτω τὸ ε.ζ.η.θ. ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τό τε πολύγωνον καὶ ὁ κύκλος. Δῆλον οὖν ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ α.β.γ.δ. κύκλου κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας οἰσθήσεται. ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ ε.ζ.η.θ. κατ᾽ ἄλλης ἐπιφανείας σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθήσεται. Αἱ δὲ ἁφαὶ καθ᾽ ἃς ἐπιψαύουσιν αἱ πλευραί, γράφουσι κύκλους ὀρθοὺς πρὸς τὸν α.β.γ.δ. κύκλον ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ· αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πολυγώνου χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς ε.η. σημείοις, κατὰ κύκλων περιφερειῶν οἰσθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς μείζονος σφαίρας γεγραμμένων, ὀρθῶν πρὸς τὸν ε.ζ.η.θ. κύκλον. αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, κατάπερ ἐπὶ τοῦ πρὸ τοῦ. Ἔσται οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κω-

COROLLA.

Sit in ſphæra maximus circulus hic α.β.γ.δ. circa verò α.β.γ.δ. [a] circulum deſcribatur figura æquiangula & æquilatera: numerus verò laterum ipſius menſuretur à quaternario. Hanc autem circulo conſcriptam figuram circulus circumſcriptus inuoluat [b] eodem deſcriptus centro, quo factus eſt α.β.γ.δ. Manente tum ε.η. reuoluatur planum ε.ζ.η.θ. in quo figura eſt multangularis & circulus. Manifeſtum igitur quod ſuperficies circuli α.β.γ.δ. ſecus ſuperficiem ſphæræ feretur: At ſuperficies plani ε.ζ.η.θ. ſecundum ſuperficiem alterius ſphæræ habentis idem centrum cum minori, rotabitur. Contactus verò in quibus latera tangunt, deſcribunt circulos rectos ad circulum α.β.γ.δ. in minori ſphæra: Anguli verò figuræ, ijs exceptis qui ſunt ad puncta ε.η. ſecundum circumferentias circulorum portantur, in ſuperficie minoris ſphæræ deſcriptorum, & rectorum quidem ad circulum ε.ζ.η.θ. Latera rurſus figuræ ſecundum conicas ſuperficies euehuntur, quemadmodum in priori.[c] Eſt igitur ſolida figura comprehenſa à ſuperficiebus co-



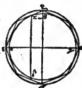
a per coroll. prop. 3. huius.

b per lemma proximum.

c Figura nempè solida sphæra inscripta iuxta [illegible] primum.

ἐπὶ τοῦ προτοῦ. in vulg. imp.

nicis, circa minorem ſphæram deſcripta, in maiori verò inſcripta. Quod autem ſuperficies conſcriptæ figuræ ſolidæ maior ſit ſuperficie ſphæræ, ſic demonſtrabitur. Sit enim κ. δ. diameter alicuius circuli eorum qui in minori ſunt ſphæra, exiſtentibus κ. δ. punctis in quibus tangunt circulum α. β. γ. δ. duo latera circumſcriptæ figuræ. Et diuiſa ſphæra aliquo plano ſecundum lineam κ. δ. recto ad circulum α. β. γ. δ. Etiam ſuperficies circumſcriptæ circa ſphæram ſolidæ figuræ diuidetur à plano. Et patet quod eoſdem limites habent in plano. Ambarum enim ſuperficierum limes eſt circuli ſuperficies, qui circa diametrum κ. δ, recti ad circulum α. β. γ. δ. Et ſunt ambæ in eaſdem partes cauæ, & altera earum inuoluitur ab altera ſuperficie, & à plano, quod quidem habet eoſdem limites. Minor[a] igitur eſt inuoluta portionis ſphæræ ſuperficies, ſuperficie ſolidæ figuræ circa ipſam deſcriptæ. Similiter verò & reliquæ portionis ſphæræ ſuperficies minor eſt ſuperficie ſolidæ figuræ circa ipſam conſcriptæ. Clarum igitur eſt, quòd tota ſuperficies ſphęræ minor eſt ſuperficie ſolidæ figuræ circa ipſam deſcriptæ.



[a] per 6. hypot. huius.

νικῶν, περὶ μὲν τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν περιγεγραμμένον· ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένον. Ὅτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, οὕτω δειχθήσεται. Ἔστω γὰρ ὁ κ. δ. διάμετρος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, τῶν κ. δ. σημείων ὄντων, καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ α. β. γ. δ. κύκλου αἱ δύο πλευραὶ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου. διῃρημένης δὴ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν κ. δ. ὀρθοῦ πρὸς τὸν α. β. γ. δ. κύκλον. Καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, διαιρεθήσεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου. καὶ φανερὸν ὅτι τὰ πέρατα αὐτὰ ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ. Ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον τὴν κ. δ. ὀρθοῦ πρὸς τὸν α. β. γ. δ. κύκλον. Καὶ εἰσὶν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης. Ἐλάσσων οὖν ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια, τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. Ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τοῦ λοιποῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vulgaris versio potissima hoc recenset inter propositiones, eamq; 27. numerat, cũ supposititio textu qui non extat in græcis codicibus. Manuscriptus codex notat numero quidem $\overline{\kappa\eta}$ sed errore descriptoris, qui ἐπιγραφὴν sequentis propositionis (quæ interim mansit ἀνεπίγραφος) huic porismati ioeautè tribuit. Typici libri græci tanquam appendicem propositionis præcedentis tribuunt, ex mente Archimedis, qui hic deformationem duntaxat conscriptæ circa sphæram solidæ figuræ, vt priori porismate inscriptæ in sphæra, tribuere voluerit: cuius effectio cum à simplici elementarique circulatione dependeat, maiori probatione non indiget: nisi etiam circuli circinationem quis in dubium reuocauerit. Circulationis ergo ponit hypothesim, deinceps τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τὰ περὶ demonstraturus: moxque ostendit, maiorem esse superficiem ipsius superficie sphæræ circa quam describitur: quod adhuc ex antecedentibus deducit hypothesibus.

ΠΡΟΤΑ. ΚΖ.

ΘΕΩΡ. ΚΒ.

Τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, οὔσαις παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν.

PROPOS. XXVII.

THEO. XXII.

Superficiei conscriptæ solidæ figuræ circa sphæram, æqualis est circulus, cuius linea ducta à centro potest æquale comprehenso sub vno latere figuræ planæ, & linea æquali omnibus iungentibus angulos planæ figuræ, existentibus parallelis alicui earum quæ duo latera figuræ subtendunt.

ΥΠΟΘΕ. Sit quædam sphæra A.B.C.D. bifariam diuisa plano, sitque maximus sphæræ circulus A.B.C.D. circa hunc circulum figura plana conscribatur[a], æquilatera & æquiangula, & cuius latera quaternario mensurentur. Ipsa sit F.G.H.I.K.L.M.N. Iam manente diametro A.C. reuoluatur sphæræ hemicyclium, ita ut lege superioris porismatis conscribatur circa sphæram solida figura.

a per coroll. tertii huius.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico conscriptæ figuræ superficiem æqualem esse circulo, cuius radius quadratum habeat æquale rectangulo comprehenso sub vno latere N.F. & lineis F.M, G.L, H.K. iungentibus planæ figuræ angulos, & parallelis vni ex subtendentibus duo figuræ, latera nempè ipsi F.M. vel H.k.

ΚΑΤΑΣ. Centro E. & interuallo E G. describatur circulus circa planam figuram[b]. Tum manente N.I. conuoluatur figura vna cum conscripto circulo, vt sic sphærica conuoluatur superficie ex ritu præcedentis porismatis.

b per lemma prasi. xum 2. porismati.

ΑΠΟΔ. Figura solida primùm sphæræ minori conscripta, iam maiori sphæræ inscripta est. Itaque circulus cuius radius poterit rectangulum sub latere N.F. & linea recta

æquali his F.M,G.L,H.K. ſimul iunctis, æqualis eſt [a] ſuperficiei ipſius conſcriptæ ſolidæ figuræ, quod fuit demonſtrandum.

PROPO. XXVIII.

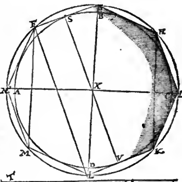
THEO. XXIII.

Solidæ figuræ conſcriptæ circa ſphæram, ſuperficies maior eſt quàm quadrupla maximi circuli eorum qui in ſphæra.

ΠΡΟΤΑ. ΚΗ.

ΘΕΩΡ. ΚΓ.

Τȣ̃ σχήματος τȣ̃ περιγεγραμμένȣ περὶ τὴν σφαῖραν ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τȣ̃ μεγίστȣ κύκλȣ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.



ΤΡΟΘ.Ι. Repetatur ſolida figura præcedens conſcripta primùm ſphæræ, tum alteri inſcripta.

ΣΥΜΡ. Dico ſuperficiem ipſius maiorem eſſe quadruplo circuli A. B. C. D. maximi qui in ſphæra ſit, cui conſcribatur.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur F.L. tum à punctis oppoſitorum contactuum S. & V. agantur lineæ S.X.& V.X. ad centrum commune X. quæ protractæ cadent in rectam lineam. Etenim cum X. G, X.L. etiam X. V, X. S. æquales ſint [b] radijs & demum, L. V ,S.G. ſemiſſes æqualium laterum, ſequitur angulos trianguli S.X. G ſingulos ſingulis trianguli L. X. V. eſſe [c] æquales: & proinde S.X.G.& L.X.V. ad verticem eſſe æquales, & [d] ex conſequenti lineam S.V eſſe rectam. Habeatur tandem circulus, cuius radius T. medius ſit [e] proportionalis inter latus F.G.& lineam compoſitam ex coniungentibus latera figuræ, cuiuſmodi ſunt F.M, G.L. & H.K. hoc eſt [f] inter G.L. & F.L. qui proinde circulus æqualis ſit [g] ſuperficiei figuræ ſolidę propoſitę.

ΑΠΟΔΕΙ. Cùm ſit T. media proportionalis inter G L, & F.L. [h] minor quidem eſt diametro G.L. ſed maior eſt [i] linea F.L. hoc eſt diametro B.D. Nam in quadrangulo F.V. anguli ad F.& S. ſunt recti, cum [l] G.F. L. ſit in ſemicirculo: deinde [m] X.S.F. ſit angulus ad tactum: proinde oppoſiti ad V. & L. ſunt quoque recti, [n] & latera [n] oppoſita F.L & S.V. ſunt æqualia. Atqui S.V.& B.D. ſunt eiuſdem circuli diametri. Itaque F.L. & B.D. ſunt pares: & igitur T. maior eſt quàm B.D. Quadratumque T. maius quadrato diametri B D. nempè circuli A.B.C.D. maximi ſphæræ cui circumſcribitur figura propoſita. Quatuor ergo quadrata T. maiora ſunt [o] quatuor quadratis diametri B.D. Atqui quadratum totius diametri circuli cuius T. eſt radius, conſtat [p] quatuor quadratis radij T. quia diameter eſt radij duplus. Sequitur ergo quadratum totius diametri eius circuli, cuius T eſt radius, maius eſſe quatuor quadratis diametri B.D. Eſt autem circulus [q] ad circulum vt quadratum ad quadratum, ſi iiſdem lineis deſcribantur. Ergo circulus totus cuius eſt radius T. maior eſt quatuor circulis diametri B.D. Cumque ſit [r] circulus T. æqualis ſuperficiei figurę ſolidæ propoſitę, ſequitur ipſius figuræ ſuperficiem maiorem eſſe quàm quadruplam circuli maximi qui ſit in ſphæra, circa quam deſcribitur, vt vult propoſitio.

a per 23. huius.
b per def. circuli.
c per 8. l. 1.
d per coroll. 15 l. 1.
e per 13 l. 6.
f per 27. huius & ſecundam partem 17. l. 6.
g per præcedentem prop quæ eſt 27. huius.
h per fabricam.
i per lemma 1. præfixum 5. huius.
l per 31. l 3.
m per 18 l 3
n per 34. l 1
o per 15. l. 5.
p per 20. l. 6.
q per 2. l 12
r per fabricam.

COROLL.

COROLL.

Hinc deducimus, quòd si figura plana circumscribatur circulo æquilatera & æquiangularis, cuius item latera quaternarius metiatur, lineam subtendentem angulum qui fit ex ea quæ bipartito diuidit figuram & latere figuræ, æqualem esse diametro circuli cui figura circumscribitur. Eiusmodi enim est linea F.L. quam ostendimus æqualem diametro B.D. quod & luculentiùs sic proponimus.

LEMMA.

Si duo circuli idem centrum habuerint, & aliqua linea ducta sit ab extremitate diametri maioris tangens minorem circulum, maioremque secans: Linea ducta ab altero extremo huius lineæ secantis ad alterum diametri maioris circuli extremum, æqualis est diametro minoris circuli.

Sunt duo circuli, maior quidem N. G. I. L. minor A.B.C.D. eodem centro X. & F.G. secat maiorem circulum, tangitque minorem ducta ab extremitate diametri maioris circuli. Tum F. L. ducitur ab altero extremo secantis G.F. ad alterum extremum diametri G. L. Atqui ipsa ostensa est æqualis diametro minoris circuli B. D.

Cæterum ex his Archimedes corollaria duo deducit, quæ sunt eiusmodi.

ΦΑΝΕΡΟΝ Ζ.

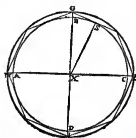
Τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

MANIFESTVM VII.

Circumscriptæ figuræ solidæ circa minorem sphæram æqualis est Conus, qui basim quidem habeat circulum æqualem superficiei solidæ figuræ, altitudinem verò æqualem radio sphæræ.

ΥΠΟΘΕ. Remaneat eadem figura quæ superius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Eadem enim figura solida quæ minori sphæra A. B. C. D. circumscripta est, inscribitur maiori N.G.I.L. Proinde conus qui basim habuerit æqualem superficiei ipsius figuræ, altitudinem verò æqualem perpendiculari decidenti ab X. centro in latus figuræ, cuiusmodi est X. S. est[a] æqualis dictæ figuræ. Atqui X. S. est radius sphæræ cui circumscribitur solida figura. Ergo conus qui proponitur propositæ figuræ circumscriptæ æqualis est, quod φανερὸν dixerat Archimedes.



a per 27. huius.

MANIFESTVM VIII.

Figura solida circumscripta circa minorem sphæram, maior est quadruplo coni basim quidem habentis maximum circulum eorum qui in sphæra, altitudinem verò radium sphæræ.

ΦΑΝΕΡΟΝ Η.

Τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, μεῖζόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

a per 27. huius. ΑΠΟΔΕΙΞ. Etenim iisdem quæ superius assumptis: Si conus exponatur P. qui basim[a] habeat æqualem superficiei figuræ, altitudinem verò perpendiculari X.S. Alius deinde offeratur Q. basim habens æqualem quadruplo circuli maximi qui sit in minori sphæra, circa quam circumscribitur figura: Altitudinem verò itidem æqualem eidem perpendiculari X.S. Erit[b] quidem P. maior Q, quia basis P. est maior basi Q.[c] Atqui conus P. est[d] æqualis figuræ circumscriptæ circa sphæram A.B.C.D. Ergo figura circumscripta maior quoque est cono Q. quod ἔδει δεῖξαι. Cæterum ad sequentia requiritur hoc lemma.

b per 11 lib. 12. c per 28. huius. d per præcedens manifestum.

LEMMA I.

Propositarum quatuor magnitudinum si prima fuerit ad tertiam, vt secunda ad quartam: media proportionalis inter primam & secundam erit ad mediam proportionalem inter tertiam & quartam, vt est prima ad tertiam, vel secunda ad quartam.

ΥΠΟΘ. Sint quatuor magnitudinum A. prima ad D. tertiam vt C. secunda ad F. quartam: Inter primam verò & secundam, A. & C. sit[e] B. media proportionalis, sicuti E.[e] inter D. & F. tertiam & quartam.

e per 13. l. 6.

A — B — C — D — E — F —

ΣΥΜΠΕΡ. Dico B. esse ad E. vt A. est ad D. vel C. ad F.

f per 16 l. 5. ΑΠΟΔΕΙ. Nam cum sit A. ad D. vt C. ad F. ἐναλλάξ[f] A. est ad C. vt D. ad F. Atqui A. est ad C. in duplicata ratione A. ad B, & D. est ad F. in duplicata ratione D. ad E. Ergo cum sint compositæ rationes similes, etiam simplices erunt eædem, nempè A. erit ad B. vt D. est ad E. ἀνάπαλιν[g] B. ad A. vt E. ad D. ac vicissim[f] B. ad E. vt A. ad D. seu vt C. ad F. quod lemmate proponitur.

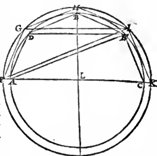
g per 13. definit. & coroll. 4 l. 5.

LEMMA II.

Duarum figurarum similium quarum altera conscribitur, altera inscribitur eidem circulo, vel circuli portioni, lineæ latera iungentes eam habent inter se rationem quàm figurarum latera.

h per coroll. 3 huius. ΥΠΟΘ. Circulo vel circuli portioni sit inscripta A, D, B. E. C.[h] figura æquilatera & æquiangula: & eidem similis conscripta F. G. H. I. K.

ΣΥΜΠ. Dico G. I, F. K. latera conscriptæ iungentes esse ad D. E, A. C. inscriptæ itidem iungentes vt latus H. I. v. gr. ad latus B. E.



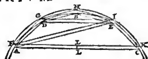
ΚΑΤΑΣ. Centro L. communi conſcribatur ᵃ figuræ conſcriptæ circulus, & ducantur lineæ I.F, A.E.

ΑΠΟΔ. Quoniam figuræ ſunt ex hypotheſi ſimiles, anguli G.H.I, & D.B.E. ſunt ᵇ æquales: Tum trianguli G.H.I, & D.B.E. ſunt Iſoſceles, cum ſint æquilateræ figurę, & angulis ᶜ ęquales ad baſim: cumque duo vnius ęquentur ᵈ duobus alterius, vnuſquiſque vnicuique eſt æqualis. Latera proinde ſunt ſimilis rationis, ᵉ & vt H.I. ad B. E. ſic I.G. ad E.D. Rurſus cum ſint latera conſcriptæ & inſcriptæ parallela ᶠ, anguli ad C & k. ſunt ᵍ ęquales. Atqui triangulorum A.E.C, & F.I.k, anguli ad I.& E. ſunt ęquales & ʰ recti, vt in ſemicirculo, aut vt in ſimilibus circulorum portionibus ʰ. Proinde trianguli E.A.C, I.F.k. ſunt ᵈ ęquianguli laterumque ᶦ proportionalium, nempè vt I.k ad E.C. hoc eſt H.I. ad B. E. Sic eſt k F. ad C.A. Ergo G I. ᶦ eſt ad D. E. vt k.F. ad C.A. & coniungendo G. I, & F.k. ſimul ſunt ˡ ad D.E, A. C. ſimul vt vna G.I. ad vnam D.E. ſcilicet vt latus H. I. ad latus B. E. quod erat oſtendendum. Idem omnino erit de altero ſemicirculo.

a per lemma præfixũ 2. poriſmati.
b per 1. definit. l. 6.
c per 5. l. 1.
d per coroll. 32. l. 1.
e per 4. l 6.
f vt probauimus 3. huius.
g per 29. li. 1.
h per 31. l. 3. & 10 definit. eiuſdem ac coroll deductum à Clauio ex 10. eiuſdem.
i per 11. l 5.
l per 22. l. 5.

COROLLARIVM.

Potuit quoque ſic concludi in portione circuli: G.I. eſt ad D. E. vt F.k. ad C. A. ſeu vt F.L. ſemiſſis ad ſemiſſem A.L. ᵃ Et coniungendo G.I. & F. L. ſunt ad D. E. & A.L. vt vna G. I. ad vnam D.E. hoc eſt vt latus H.I. ad latus B.E.

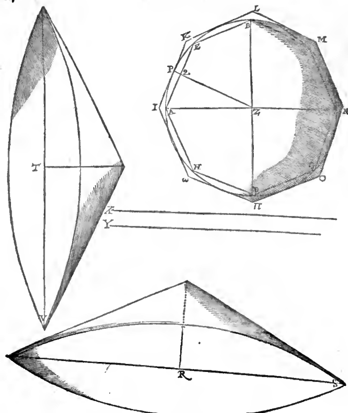


ΠΡΟΤΑ. ΚΘ.
ΘΕΩΡ. ΚΔ.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ σχῆμα ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον κατεσκευασμένων· ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ τὸν μέγιστον κύκλον, πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ· αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

PROPOS. XXIX.
THEO. XXIV.

Si fuerit in ſphæra figura ſolida inſcripta, & alia circumſcripta ſub ſimilibus figuris planis eodem quo ſupra modo reuolutis: ſuperficies circumſcriptæ figuræ ſolidæ ad inſcriptæ ſuperficiem duplicatam rationem habet, ſcilicet quàm latus circumſcriptę figurę planę circa maximum circulum ad latus inſcriptę planę figuræ in eodem circulo. Ipſa verò ſolida figura quę circumſcribitur ad figuram ſolidam quę inſcribitur, triplam rationem habet eiuſdem rationis.



a per coroll. 3 prop. 3. huius. b per 1 & 2. perisma-ta.

ΥΠΟΘ Ε. Sit circulus A.B.C.D. cui inscripta proponatur [a] figura æquilatera & æquiangula A.E.B.F.C.G.D.H. aliaque similis circumscripta I.K.L.M.N.O.Π.Ω. numerumque laterum vtriusque metiatur quaternarius: Reuolutione autem vtriusque & circuli super axe I.N. intelligantur [b] circumscribi & inscribi figuræ solidæ, sphæræ natæ ex circuli circumlatione.

ΣΥΜΠΕ. Dico circulo circumscriptam figuram planam, inscriptæ planæ esse in ratione dupla lateris I.K. ad latus A.E. Solidam verò circumscriptam sphæræ esse ad solidam inscriptam, in tripla eiusdem, nempè lateris ad latus.

c per 13. l. 6. d per 23 huius. e per 13. l. 6. f per 25 huius. g per manifestum 1. h per 2 proximum lemma.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur radius T.V. medius [c] proportionalis inter latus A. E. & lineas coniungentes latera inscriptæ figuræ planæ (quas deinceps vocabimus X) ita ut circulus cuius radius T.V. sit [d] æqualis superficiei figuræ solidæ in sphæra inscriptæ. Fiat rursus R.S. radius, medius [e] secundum proportionem inter latus I.k. & lineas latera circumscriptæ solidæ figuræ iungentes (quas imposterum dicemus Y.) vt scilicet æqualis sit [d] circulus R. S. superficiei circumscriptæ figuræ solidæ. Demum super circulo T. V. fiat [f] conus æqualis inscriptæ figuræ solidæ: Tum super circulo R.S. alius conus circumscriptæ solidæ par. [g]

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Linea Y. [h] est ad lineam X. vt I. k. latus ad A. E. latus. Sit ergo

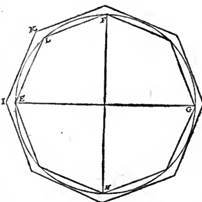
I k. prima, Y. secunda, A.E. tertia, X. quarta. Et quia R. S. est media proportionalis inter I K, & Y. tum T.V. inter A. E, & X. Deinde prima I. K est tertiæ A.E. vt [d] secunda Y. ad quartam X. sequitur mediam R.S. esse [a] ad mediam T. V. vt prima I.K. ad secundam A.E. Atqui circulus R.S. circulo T.V. rationem habet duplam radij R. S. ad radium T.V. [b] Ergo & duplam lateris I k ad latus A.E. Est autem circulus R. S. æqualis superficiei circumscriptæ solidæ figuræ, [c] & circulus T.V. par [c] superficiei alterius solidæ inscriptæ. Ergo superficies solidæ circumscriptæ se habet ad superficiem inscriptæ solidæ figuræ, in ratione dupla lateris I k, ad latus A.E. vt prima parte propositionis innuitur.

a per 1. proximum lemma. b per 2. lib. 12. & 20. lib. 6. c per fabricam.

Cæterum cum conus R.S. sit æqualis solidæ figuræ circumscriptæ, eius altitudo est æqualis perpendiculari Z.P. [d] Similiter cum sit conus T.V. par soliditati figuræ inscriptæ altus est [d] longitudine perpendicularis Z.Q. Atqui Z. P. est [e] ad Z.Q. vt I.K. ad A.E. hoc est vt radius R.S. ad radium T.V. [f] Coni ergo ita affecti sunt vt radij seu Diametri basium sint proportionales altitudinibus. Vnde fit vt similes sint, [g] & rationem habeant triplicatam dimetientium seu radiorum qui in basibus sunt. [h] Conus igitur R.S. est ad conum T.V. in ratione triplicata radij R.S. ad radium T.V. Atqui coni sunt solidis figuris æquales. [i] Tandem ergo circumscripta sphæræ solida figura, inscriptæ est in ratione triplicata radij R.S. ad radium T.V. hoc est lateris I.K. ad latus A.E. quod secundò fuit demonstrandum.

d per 25. huius. e per 2. coroll. prop. 3. huius. f per 11. l. 5. g per defini. 24. l. 11. h per 12. l. 12. i per fabricam.

ΠΡΟΤΑ. Λ.	PROPO. XXX.
ΘΕΩΡ. ΚΕ.	THEO. XXV.
Πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.	Cuiuscumque sphæræ superficies quadrupla est maximi circuli eorum qui sunt in ipsa.



ΥΠΟΘ. Sit sphæræ cuiuspiam maximus circulus E. F. G. H.

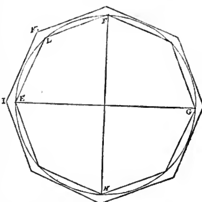
ΣΥΜΠ. Dico propositæ sphæræ superficiem esse æqualem quadruplo circuli E.F.G.H.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur circulus A. quadruplus circuli sphæræ maximi E.F.G.H. qui si non æqualis est superficiei propositæ sphæræ, maior erit aut minor. Censeatur primo minor. Et inueniantur [l] B. ac C. quarum B. habeat ad C. minorem rationem, quàm superficies sphæræ ad circulum A. Præterea inter B. & C. reperiatur [m] D. media proportionalis. Denique maximo sphæræ circulo E. F. G. H. figuræ similes concipiantur [n], altera conscripta altera inscripta, ita ut maioris seu exterioris latus ad interioris latus, minorem rationem habeat quam B. ad D. Tum

l per 2. huius. m per 13. l. 6. n per 3. huius.

circumlatione earum ac circuli generentur *a* duæ figuræ solidæ, quarum altera circumscripta dicatur sphæræ, altera inscripta.

a Iuxta 2. porismata huius.



ΑΠΟΔΕΙ. B. habet *b* duplam rationem ad C. eius quam habet ad D. & superficies solidæ figuræ circumscriptæ circa sphæram, ad superficiem solidæ inscriptę in sphęra, habet *c* rationem duplam, lateris puta I. k. ad latus E. L. Cùm ergo B. habeat *d* ad D. maiorem rationem quàm sit lateris I k. ad latus E. L. sequitur B. esse ad C. *e* in maiori ratione quàm sit superficies illa circumscriptæ solidæ, ad hanc superficiem inscriptæ itidem solidæ. Atqui B. est ad C. in minori ratione quàm sit sphærę superficies ad circulum A. Ergo ratio superficiei circumscriptæ figuræ solidæ ad superficiem inscriptæ solidæ est multo minor quàm sit ratio superficiei sphęræ ad circulum A. Est autem circumscriptæ figuræ superficies maior superficie sphæræ, *f* & proinde illa ad superficiem inscriptæ maiorem habet *g* rationem, quàm hæc sphærica ad eandem inscriptæ figuræ solidæ superficiem. Ergo sphærica superficies ad inscriptæ figuræ superficiem multo minorem habet rationem quàm ipsamet habeat ad circulum A. At verò circulus A. est *h* maior superficie inscriptæ figuræ, quia quadruplus est circuli maximi E. F. G. H. Ergo eadem quantitas, nempè sphærica superficies, haberet ad minorem duarum quantitatum inæqualium minorem rationem quàm ad maiorem, contra æterna Geometriæ elementa. *i* Absurdum ergo est censere A. minorem sphærica superficie. Censeatur autem maior si fieri potest.

A
B
D
C

b perto definit. l. 5. *c per praecedentem.* *d per fabricam.* *e per 13. li. 5.* *f per 2. proprisma.* *g per 8. l. 5.* *h per 24. huius.* *i Contra 8. l. 5.*

ΚΑΤΑΣ. Sitque nunc B. ad C. in minori ratione quàm sit A. ad sphęricam superficiem: reliqua verò maneant vt superius.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Circumscriptę solidę superficiei ratio ad inscriptę superficiem minor est quàm ratio B. ad C. vt superius est demõstratum. Atqui B. est ad C. *l* in minori ratione quàm circulus A. ad sphęricam superficiem. Ergo ratio superficiei circumscriptę solidæ ad inscriptę solidę superficiem, multo minor est quàm ratio circuli A. ad sphæricam superficiem. Atqui superficies circumscriptę solidę ad inscriptę superficiem maiorem habet *l* rationem quàm ad superficiem sphęricam, quia hęc illa maior est. Ergo adhuc ratio superficiei circũscriptę circa sphęram solidæ ad superficiem sphæricam minor est quàm ratio circuli A. ad eandem superficiem sphæricam. Est *m* autem figuræ solidæ circumscriptæ superficies maior circulo A. Ergo maior ad eandem superficiem sphæricam minorem rationem haberet quàm minor, quod rursus aduersatur *n* inconcussis Geometriæ decretis. Nec ergo A. maior est sphærica superficie. Proinde superest illi sit æqualis, quod fuit probandum.

l per fabricam. *m per 28. huius.* *n Octaua lib. 5.*

COROLL. PROBLEMATICVM.

Datæ sphæræ superficiei dare circulum æqualem.

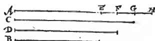
ΚΑΤΑΣ. Fiat circulus interuallo totius diametri sphæræ datæ.
ΣΥΜΠΕΡ. Dico æqualem esse superficiei sphæræ.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam cum quadratum diametri circuli facti sit[a] quadruplum quadrati diametri sphæræ, circulus quoque illo descriptus, quadruplus erit [b] circuli hac sphæræ dimetiente facti. Atqui factus ex sphæræ dimetiente, maximus est sphæræ. Ille ergo maximi sphæræ circuli quadtuplus est, & proinde superficiei sphæræ est[c] æqualis, qui requirebatur.

a per 20.l.6 b per 2.l 12 c per hanc propositionẽ

LEMMA PROBLEMATICVM I.

Inter duas datas magnitudines inæquales, duas alias reperire continuè proportionales in ratione arithmetica.



ΥΠΟΘ. Dentur inæquales A. H. & B.

ΚΑΤΑΣ. A. maiori A. H. portio auferatur[d] A. E. æqualis minori B. excessusque E. H. trifariam secetut in punctus F. & G. Et ipsi A. G. sit C. æqualis, tum reliquæ A. F. alia D.

ΣΥΜΠ. Dico C. & D. medias esse arithmetice proportionales inter A. & B.

ΑΠΟΔ. Etenim A. superat C. excessu G. H. [e] Tum C. excedit D. quantitate F. G. Denique D. est maior B. augmento E. F. Atqui sunt hi excessus omnes [e] pares. Ergo A. est ad[f] C. arithmeticè vt C. ad D. & D, ad B. quod proponebatur inueniendum.

d per 3.li. 1. e per 9.l.6. f per fabricam.

LEMMA PROBLEMATICVM II.

Inter duas datas magnitudines quantitatem reperire ad quam datarum prima minorem rationem habeat, quàm sit ea quæ triplicata producit eam rationem quam prima datarum habet ad secundam.

ΥΠΟΘ. Dentur A. & D. inæquales magnitudines. A.

ΚΑΤΑΣ. Inter A. & D. media sit[g] proportionalis C. tum alia B. inter A. & C. B. C.

ΣΥΜΠ. Dico B. esse quantitatem quæsitam. D.

ΑΠΟΔ. A. est ad D. in ratione dupla A. ad C.[h] Sed vt habeas rationem A. ad C. duplicanda est ratio A. àd B.[i] Nam rursus A. est ad C. in duplicata ratione A. ad B. Ergo ratio dupla A. ad C. hoc est A. ad D. quadrupla est eius quam habet A. ad B.[l] propterea ratio A. ad B. minor est ea quæ tantum triplicatą eam produceret, quæ est primæ A. ad secundam D. est itaque quantitates B. ea quæ quærebatur.

g per 8. desinit. lib. 7. arithmetica Iordani. h per 13.l.6 i per 10. desinit. l. 5. l per 5 desinit. l. 6.

ΠΡΟΤ. ΛΑ.

ΘΕΩΡ. ΚϚ.

Πᾶσα σφαῖρα τετραπλάσιά ἐστι κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

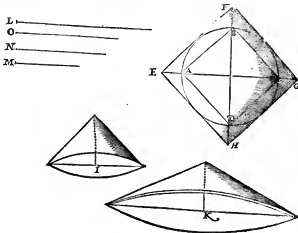
PROP. XXXI.

THEOR. XXVI.

Omnis sphæra quadrupla est coni basim quidem habentis æqualem maximo circulo eorum qui in sphæra, altitudinem vero radium sphæræ.

ΥΠΟΘ. Sit sphæra A. B. C. D. plano secta, ita vt maximus eius circulus pateat A. B. C. D. Sit item conus I. qui basim habeat æqualem circulo A. B. C. D. altitudinem vero parem radio sphæræ P. B. Demum sit conus K. basim habens quadruplam basis coni I. & parem altitudinem, proptereáque quadruplus coni I. agnoscatur. [a]

a per 11. l. 12.



ΣΥΜΠ. Dico sphæram propositam æqualem esse cono K.

ΚΑΤΑΣ. Si conus K. non est sphærę æqualis, maior est ea vel minor. Et primo censeatur minor, duabusque ablatis inæqualibus magnitudinibus, sphæra & cylindro K. aliæ duę inueniantur [b] L. & M. quarum maior L. habeat ad minorem M. rationem minorem quàm sphæra habeat ad K. Deinde inter L. & M. sit O. inuenta, [c] ad quam in minori ratione sit ea, quæ triplicata facit rationem L. ad M. Præterea intra & extra circulum A. B. C. D. describantur [d] figuræ ęquilateræ & æquiangulę à numeroque quaternario latera dimensę, quarum latus E. F. exterioris sit ad A. B. latus interioris in minori ratione quàm sit L. ad O. Denique solita circumuolutione nascantur [e] circa sphæram ac intra, figurę solidę conicis superficiebus contentę.

b per 2. huius. c per 2 lemma prox. d per 3. huius. e per ambo porisinata huius.

ΑΠΟΔ. Figurarum solidarum exterior ad interiorem triplicatam rationem habet lateris [f] E. F. ad latus A. B. Atqui latus E. F. ad latus A. E. minorem rationem habet [g] quàm L. ad O. Ergo exterior solida ad interiorem minorem rationem haber quàm sit tripla eius quam habet L. ad O. Atqui rursus tripla L. ad O. minor est ea [h] quam habet L. ad M. Igitur exterioris solidæ ad interiorem figuram multo minor est ratio quàm sit ea in qua est L. ad M. Est autem L. ad M. in minori ratione quàm sit sphęra ad K. Ergo exterior solida figura ad interiorem solidam minorem adhuc multo rationem habet, quàm sphęra ad conum K. Quoniam vero sphęra minor est [i] exteriore solida figura, habet illa ad interiorem figuram solidam minorem [l] rationem, quàm hæc exterior ad eandem interiorem. Ergo rursus sphęra habet ad interiorem figuram solidam minorem rationem quàm habeat ad conum K. Verum conus K. est maior [m] inscripta solida figura intra sphęram. Ergo eadem quantitas ad minorem, minorem rationem haberet quàm ad maiorem, quod apud geometras impium est censere. Non ergo conus K. minor est sphæra. Cæterum neque maior est.

f per 29. huius. g Ex fabrica. h per fabricam. i per 2. porisinatibus. l per 8. l. 5. m per 26. huius.

ΚΑΤΑΣ. Quòd si quis pertinaciter maiorem esse sphæra autumet: sit ita, si fieri potest. Et habeat L. ad M. minorem rationem quàm conus K. ad sphæram, sitque E. F. ad A. B. in ratione minori quàm L. ad M.

ΑΠΟΔ. Externa solida ad internam in tripla ratione est lateris E. F. ad A. B. latus

ideoque in minori ratione est ad eam quam sit tripla rationis L. ad O. & multo minori quàm sit L. ad M. Atqui L. ad M. in minori ratione est quam sit K. ad sphæram. Proinde externa solida ad internam in minori adhuc ratione est quam sit conus K. ad sphæram: cumque sit sphæra maior interna solida, habet rursus externa solida ad sphæram minorem rationem quam habeat ad internam figuram solidam. Ac ideo ratio externæ figuræ solidæ ad sphæram minor est multò quam sit ratio coni K. ad eandem sphæram. Atqui externa solida maior est [a] cono K. Ergo maior quantitas ad eandem, minorem rationem haberet quam minor, quod rursum Geometriam labefactat. Absurdum itaque est maiorem dicere conum K. proposita sphæra. Cum ergo neque minor sit, superest ipsi æqualis, quod fuit ostendendum. a per 1. minorem. a per manifestum 1. huius.

Ex hac propositione patet & theorema quod lib. 5. collectionum mathematicorum quadragesimum primum habet Pappus: nimirum omnem sphæram æqualem esse cono, cuius basis quidem est superficies sphæræ, altitudo vero eiusdem semidiameter. Cũ enim coni in eadem altitudine sint [aa] inter se sicuti bases, conus qui toti sphæræ superficiei æqualem basim habuerit & altitudinem parem radio, quadruplus erit eius qui in eadem altitudine basim habuerit maximum sphæræ circulum. Ergo & ille æqualis erit sphæræ. aa per 11. l. 12.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes autem ἐν τῇ κατασκευῇ vtitur primo lemmate præmisso huic propositioni, non secundo, sicuti nos: ἔστωσαν (inquit) ἐν αἷς κ. η. αἱ δὲ ι. θ. ἐναλλὰξ, ὥστε τῇ ἴσῃ ἀλλήλων ὑπερέχειν τὴν κ. τῆς ι. καὶ τὴν ι. τῆς θ. καὶ τὴν θ. τῆς η. hoc autem est constituere κ. ι. θ. η. vel nostras L. O. N. M. in ratione continua Arithmetica. Ex his tandem assumit ἔχει δὲ τὴν κ. πρὸς η. μείζονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ κ. πρὸς ι. quod sic probauit Εὐτόκιος Ἀσκαλωνίτης.

ΚΑΤ. Positis L. O. N. M. in continua progressione Arithmerica [b] ὥστε τῇ ἴσῃ ἀλλήλων ὑπερέχειν, inueniatur [c] duabus L. O. tertia P. proportionalis, tum quarta Q. [d] nempe γεωμετρικῶς. b per 1 lemma proximum. c per 11. l. 6. d per 12 l. 6

ΑΠΟΔ. Quoniam L. est ad O. vt O. ad P. quot suis partibus L. excedit O. tot suis O. superat P. Atqui partes homologæ quantitatis L. sunt [e] maiores partibus similibus secundæ O. nam L. posita est maior O. Ergo maiori quantitate L. superat O. quàm O. tertiam P. Proinde cũ excessus quo superat O. tertiam N. sit æqualis ei quo L. superat O. sequitur O. maiori excessu superare N. quam P. Ideo P. maior est ipsa N. Similiter probabitur Q. maior quarta M. Ac propterea concludetur L. ad M. [f] maiorem rationem habere quam habeat ad Q. Sed ratio L. ad Q. tripla est [g] eius quam habet eadem L. ad O. Sequitur ergo L. habere ad M. maiorem rationem quam sit tripla rationis L. ad O. vt assumit Archimedes. Sic ergo rursus stare posset propositionis demonstratio. Verum quia magis consona est geometrica ratio huic præsenti negotio, quam arithmetica progressio, visum mihi fuit potius secundo lemmate vti quam primo. Cæterum communis versio, horum verborum ἔχει δὲ ἡ κ. &c. non meminit: ita vt relinquat demonstrationem dubiam, & prima facie periculosam. At nunc tuta est & secura. e per 15. l. 5. f per 8. l. 5. g per 10. definit. l. 5.

L	κ.
O	ι.
N	θ.
M	η.
P	
Q	

ΦΑΝΕΡΟΝ Θ.

Φανερὸν ὅτι πᾶς κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων, ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

MANIFESTVM IX.

Manifestum quod omnis cylindrus basim quidem habens maximum circulum eorum qui sint in sphæra, altitudinem vero æqualem diametro sphæræ, sesquialter est sphæræ. Et superficies ipsius cum basibus etiam sesquialtera est superficiei sphæræ.

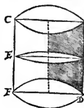




ΥΠΟΘ. Sit ſphæra A. & cylindrus C. D. habeatque cylindrus baſes, hoc eſt, baſim & verticem æquales maximo qui in ſphæræ A. circulo, altitudinemque æqualem toti ſphæræ diametro, qui facile datur.[a]

[a] a per 19. prop lib. 1. ſphæric. Theodoſii.

ΣΥΜΠΕ. Dico cylindrum non tantū ſeſquialterum eſſe ad ſphæram: ſed præterea eius ſuperficiem cum vertice & baſe ſeſquialteram eſſe ad ſuperficiem ſphæræ.



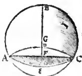
ΚΑΤΑΣ. Plano baſi parallelo diuidatur per mediam altitudinem cylindrus C. D. fiatque conus B. baſi circulo ſphæræ maximo, altitudine vero radio ſphæræ.

ΑΠΟΔ. Cylindrus C. D. [a] duplus eſt cylindri E. D. At vero cylindrus E. D. cùm eaſdem baſim & altitudinem habeat cum cono B. triplus eſt ipſius B. [b] Ergo eiuſdem B. ſextuplus eſt totus conus C. D. eumque ſexies complectitur. Atqui ſphæra A. tantum continet quater conum B.[c] & eſt ipſius duntaxat quadruplus. Ergo cylindrus continet ſphæram ſemel & ipſius præterea ſemiſſem, nempe præter ſphæram duos conos B. qui dimidiū ſphæræ complent. Eſt proinde C. D. ſphæræ A. ſeſquialter Rurſus, cylindri C. D. cum altitudo C. F. tum F. D. diameter baſis ſunt æquales diametro ſphæræ. Ergo inter ſe ſunt[d] æquales, & media proportionalis inter diametrum D. F. & altitudinem F. C. alterutri erit æqualis & item diametro ſphæræ. Atqui circulus hac media proportionali tanquam radio ſeu interuallo deſcriptus quadruplus eſt[e] maximi qui in ſphæra circuli, æqualiſque ſuperficiei ſphæræ, & eſt[f] æqualis ſuperficiei cylindri baſe & vertice exceptis. Ergo iiſdem exceptis cylindrica ſuperficies ſphæricę æquatur. Iunge vero verticem & baſim ſeu baſes, quarum quælibet circulo ſphæræ maximo par eſt, quæque ſimul dimidium ſphæricæ ſuperficiei conſtituunt: Habebitur cylindrica ſuperficies vertice & baſe completa ſeſquialtera ſphæricæ ſuperficiei, quod fuit probandum eſſe manifeſtum.

[a] a per 14. li. 12. & 3. lemma Arch. — [b] b per 10. l. 12. — [c] c per præcedentem. — [d] d per fabricam — [e] e per 13. huius. — [f] f per 30 huius.

LEMMA.

Si ſit in ſphæra circulus, per cuius diametrum planum agatur perpendiculare ad ipſum circulum, ſecat hoc planum ſphæram in æqualia & maximum ſphæræ circulum offert.



ΥΠΟΘ. Sit ſphæræ A. B. C. in qua ſit circulus A. D. C. E. per cuius diametrum A. C. planum erigatur rectum ad circulum.

ΣΥΜΠ. Dico ſecare ſphæram bifariam, & offerre nobis maximum circulum ſphæræ.

ΚΑΤΑΣ. A centro F. erigatur F. B. perpendicularis.[g]

ΑΠΟΔ. tranſit[h] F. B. per centrum ſphæræ G. Atqui in plano eſt erecto perpendiculari, neceſſario cum hæc & illud ad idem planum eriganrur Ergo planum quoque tranſit per centrum circuli, & ideo ſecat[i] bifariam, fitque maximus ſphæræ circulus.

ΑΛΛΩΣ. Planum ſecans bifariam circulum qui in ſphæra, nempe recto per diametrum, ſecat per polos, ideo[l] per axem & centrum,[m] ideoque bifariam ſecat ſphæram, & fit maximus circulus, quod fuit probandum.

[g] g per 12. l. 11. — [h] h per 1. li. 1 ſphæric. Theod. — [i] i per 6. lib. 1. ſphæric. Theod. — [l] l per defin. axa — [m] m per 6. eiuſdē libri.

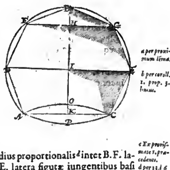
ΠΡΟΤΑ. ΛΒ. | PROP. XXXII.

ΘΕΩΡ. ΚΖ. | THEO. XXVII.

Η ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ τμήματι τοῦ μεγίστου κύκλου, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς παραλλήλοις τῇ βάσει τοῦ τμήματος σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τοῦ διαμέτρου βάσεως.

Superficies inscriptæ figuræ solidæ in portione sphæræ, æqualis est circulo, cuius radius potest æquale comprehenso rectangulo sub vno latere inscriptæ planæ figuræ in portione maximi circuli, & linea æquali omnibus parallelis basi portionis cum semisse diametri basis.





ΥΠΟΘ. Sit sphæræ truncus A. B. C. cuius basis sit circulus A. O. C. P. per cuius diametrum A. C. actum planum perpendiculare secuerit [a] truncum bifariam, circulique maximi sphæræ portionem obtulerit A. D. B. E. C. in quo figura plana describatur æquilatera longitudine & numero: [b] Tum reuoluto trunco super axe B. K. intelligatur fieri intra sphæræ truncum figura conicis superficiebus contenta: [c] Sit rursus circulus L. cuius radius sit medius proportionalis [d] inter B. F. latus figuræ planæ, & lineam compositam ex F. G, D. E. latera figuræ iungentibus basi parallelis & semidiametro basis A. K.

[a] per proximum lemma.
[b] per coroll. 1. prop. 3. huius.
[c] Ex porismate 1. præcedentis.
[d] per 13. l. 6

ΣΥΜΠΕ. Dico circulum L. esse æqualem superficiei solidæ figuræ intra sphæræ truncum descriptæ.

ΚΑΤΑΣ. Inter B. F. & F. H. medius fiat proportionalis radius circuli M. Tum inter latus F. D. seu B. F. & lineas H. G. seu F. H, D. I. medius sit [d] secundum rationem radius circuli N. Denique medius etiam sit radius circuli X. inter latus D. A. hoc est F. B. & lineas duas I. E. seu D. I. A. K.

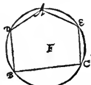
ΑΠΟΔΕΙ. Quadratum lineæ L. æquale est [e] rectangulo sub latere F. B. & linea constante ex F. G D. E. & A. K. Sed huic rectangulo tria sunt [f] æqualia, nempe primum sub B. F, F. H. secundum sub B. F. & duabus tanquam vna F. H. seu H. G. & D. I. tertium sub F. B, & duabus tanquam vna D. I. seu I. E. & A. k. Tum his tribus æqualia sunt, quadrata, primo quidem M secundo N. tertio X. Ergo quadratum L. tribus quadratis M N. X. est [g] æquale: Vel circulus [h] cuius radius L. æquatur tribus circulis descriptis ex radijs M. N. X. Atqui circulus radio M. factus æqualis est [i] superficiei coni F. B. G. Deinde circulus N. conicæ superficiei par est [l] comprehensæ inter parallela plana acta per lineas F. G. D. E. Denique X. æquatur superficiei conicæ inter circulos parallelos D E, A. C. hæc autem tres superficies conicæ complent superficiem inscriptæ trunco figuræ. Ergo circulus radio L. descriptus illis tribus conicis superfi-

[e] per 17. l. 6
[f] per 1. l. 2
[g] per t. com. sent.
[h] per 2. l. 12
[i] per 14. huius.
[l] per 16. huius.

ciebus æqualis est & ex consequenti superficiei figuræ trunco inscriptæ excepta basi, quod fuit demonstrandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes in descriptione polygoni ἀρτιπλεύρου ipsum esse duntaxat iubet, non ἰσόπλευρον aut περισσόπλευρον καὶ ἴσας. Tamen vtrumque satis subintelligitur: Et primum quidem quod æqualium laterum esse debeat, capitur ex rectangulis περιεχομένοις, quæ omnia in eadem esse debet altitudine, nempe lateris vnius figuræ multangularis inscriptæ. Secundum verò, nimirum quod latera mensurentur numero quaternario, non ita statim videtur requiri ex mente Archimedis, cum ipse velit solidam figuram trunco sphæræ inscriptam & enatam ex reuolutione, contineri ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν. Etenim si quaternario numero cogimur metiri latera figuræ planæ, accidere aliquando vt non tota solida contineatur sub conicis superficiebus, sed etiam cylindricis: nempe si accidat circumferentiæ maximi sphæræ circuli, reliqui oobis ex sectione duas tertias.



Sit nobis reliqua ex sectione portio circuli maximi sphæræ B. A. C. cuius circumferentia sit $\frac{2}{3}$ totius: diuidetur primo

a per 30 l. 3. bifariam in A. a rum quisque semissis B. A, A. C. bifariam a in D. & E, ductisque lineis B. D, D. A, A. E, E. C. figura erit quatuor laterum æqualium excepta basi. Horum dico D. B, E. C. esse parallela, ipsisque reuolutis non conicas sed cylindricas describi superficies.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Arcus B. C. reliquus est ex hypothesi vna

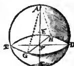
b per fabricam. tertia circumferentiæ. Tum C. A. quoque vna tertia b eiusdem circumferentiæ. Ergo arcus B. C. & C. A. sunt æquales. Vtrique addamus æquales arcus B. D. & D. A. erunt D. B. C. & D. A. C. semicirculi æquales. Proinde angulus D. B. C. est in semi-

c per 31. l. 3. circulo erectus. c Arqui rursus cum arcus B. C, C. A. sint pares, vt & duo C. E. A. D. sunt æquales. Vt ergo C. E. A. D. est semicirculus, sic quoque semicirculus est B. C. E.

d per 28. l. 1. Adhuc igitur angulus B. C. E. vt in semicirculo rectus est. d Sunt ergo parallela d latera D. B, E. C. & cylindrum describent reuoluta: quod fuit probandū Perpetua tamē & inconcussa remanet propositionis conclusio, siue solida figura conicis, siue etiam cylindricis superficiebus contineatur: quod ex scholio 23. huius apertissime conuincitur. Nihilominus ex ἀρτιπλεύρου & lateribus numero pari constantibus, etiam facillime intelligitur latera quaternario tandem mensurari numero. Nam aut circumferentia data bipartietur duntaxat, & plana fiet figura bilatera, tum solida conus perfectus: aut sibini arcus æquales rursus bipartito diuisi fuerint, quaternario numero constabunt, quo deinceps mensurabuntur latera, quæcumque bipartitio arcuum sequatur. Multiplicatio enim eorum fiet per quatuor, & erit quadrupla progressio.

LEMMA PROBLEMATICVM.

Per punctum axis sphæræ agere planum perpendiculare ad axem, quod sphæram dirimat in duo segmenta.



ΥΠΟΘ. Sphæræ A. B. C. D. sit axis A. C. maximusque circulus

e per 11. l. 1. A. B. C. D in quo ducatur e linea B. F. D. perpendicularis ad A F.

f per 11 l. 11. Tum à puncto F. alia perpendicularis excitetur f ad A F. quæ producta artingat sphæræ superficiem in punctis G. & H. Demum per puncta B. G. D. planum agatur.

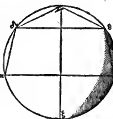
ΣΥΜΠ. Erit perpendiculare ad A. F. secabitque sphæram.

ΑΠΟΔΕΙ. Rectis lineis B. F, G. F, D. F. ἐστὶν ὀρθαὶ est A. F. Ergo per ipsas ductum planum perpendiculare est axi A. F. secatque necessario sphæram, vt vult lemma.

ΠΟΡΙΣΜΑ

ΠΟΡΙΣΜΑ Ι.

Τετμήσθω σφαῖρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἐπιπέδῳ καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ α. ε. ζ. τέμνων πρὸς ὀρθὰς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ α. β. γ. τμῆμα πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιογώνιον, χωρὶς τῆς βάσεως τῆς α. β. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον ἐὰν μενούσης τῆς γ. ζ. περιενεχθῇ τὸ σχῆμα, αἱ μὲν δ. ε, α. β. γωνίαι κατὰ κύκλων οἰσθήσονται, ὧν διάμετροι αἱ δ. ε, α. β. αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ τμήματος, κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας· καὶ ἔσται τὸ γενηθὲν σχῆμα στερεὸν ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, βάσιν μὲν ἔχον κύκλον οὗ διάμετρος ἡ α. β. κορυφὴ δὲ τὸ γ. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον τὴν ἐπιφάνειαν ἐλάσσονα ἕξει, τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τοῦ περιλαμβάνοντος· τὸ γὰρ αὐτὸ πέρας αὐτῶν ἐστιν ἐν ἐπιπέδῳ τοῦ τε τμήματος, καὶ τοῦ σχήματος ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ α. β. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι ἀμφότεραι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας.



Secetur sphera non per centrum plano,[a] & in ipsa sit maximus circulus α. ε. ζ. dirimens ad angulos rectos[b] planum secans, & inscribatur[c] in α. β. γ. portione multangularis figura æquilatera & patium numero angulorum,[d] excepta basi α. β. Similiter vero prius vt manente γ. ζ. circumuoluatur figura anguli δ. ε. α. β. in circulos ferentur, quorum diametri sunt δ. ε, α. β. latera autem portionis secundum superficiem conicam. Sitque facta figura solida sub conicis superficiebus comprehensa, basim quidem habens circulum cuius diameter est α. β. vertex vero γ. Vt vero superius superficiem minorem habebit[e] superficie portionis comprehendentis. Idem etenim est earum terminus in plano, tàm portionis quàm figuræ, scilicet circumferentia circuli cuius diameter est α. β. & sunt in easdem partes cauæ superficies, alteráque comprehenditur sub altera.

a Fiet sectione circulus per 1. l. 1. σφαιρικῶν Theodosii.

b per 14. eiusdem libr.

c per 3. coroll. 3 huius

d Puto [illegible] potius.

e per 6. hypothesim huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Iubet Archimedes describi πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιογώνιον: Verum legendum censerem ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον. Subiungit enim χωρὶς τῆς βάσεως. At basis non excipitur ab angulis, nec linea à superficie. Deinde figura quam describit in portione maximi circuli sphæræ, non est angulorum parium numero, sed ἀνισογώνιον necessario polygonum est, nempe πεντάγωνον, & 5. angulorum, quorum tres δ. γ. ε. sunt æquales α. & β. pares quidem inter se, at alijs collati inæquales. Numerus ergo laterum esse quidem par potest excepta basi, at non angulorum.

PROP. XXXIII.

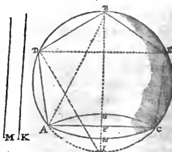
THEOR. XXVIII.

Superficies inscriptæ figuræ in portione sphæræ minor est circulo, cuius radius est æqualis lineæ eductæ à vertice portionis in circumferentiam circuli qui basis est portionis.

ΠΡΟΤΑ. ΛΓ.

ΘΕΩΡ. ΚΗ.

Ἡ ἐπιφάνεια τῦ ἐγγεγραμμένυ σχήματος ἐν τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, ἐλάσσων ἐστὶ τῦ κύκλυ, ῦ ἡ ἐκ τῦ κέντρυ ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τῦ κύκλυ, ὅς ἐστι βάσις τῦ τμήματος.



aa per lemma præfixū 3. porismatis.

ΥΠΟΘ. Sit sphæra A. B. C. I. quæ plano secetur per A. C. [aa] remaneatque truncus A. B. C. quo per centrum secto, plano perpendiculari ad circulum sectionis A. G, C. I. offeratur circuli sphæræ maximi portio A. B. C. in qua figura habeatur A. D, B. E. C. æquilatera, ex cuius reuolutione tandem circa diametrum B. I. nascatur [a] inscripta sphæræ solida figura conicis superficiebus contenta. Habeatur rursus circulus K. cuius radius sit æqualis lineæ B. A. eductæ à vertice portionis B. ad circumferentiam circuli A. G. C. H. [b] qui basis est portionis.

a Iuxta tertium πόρισμα.

b per 1. lib. 1. sphæric. Theod.

ΣΥΜΠ. Dico circulum K. esse maiorem superficie figuræ solidæ in sphæræ trunco descriptæ.

c per 13. l. 6. ΚΑΤΑΣ. Reperiatur [c] media proportionalis inter latus D. B. & lineas D. E, A. F. simul iunctas, & huius mediæ interuallo describatur circulus M.

d per 23. huius. ΑΠΟΔ. Circulus M. est [d] æqualis superficiei figuræ solidæ in sphæræ inscriptæ. Atqui circulus K. est maior circulo M. Quod sic probo. Triangulorum A. B. I. & A. B. F. latera sunt proportionalia [e] & vt est B. I. ad B. A. ita est B. A. ad B. F. proinde quadratum B. A. est æquale rectangulo sub B. I, B. F. [f] Sed rectangulum sub B. I, B. F. est maior quadrato lineæ M. (nam quadratum lineæ M. est æquale rectangulo sub lineæ composita ex D. E, A. F. & latere D. B. [g] cui quoniam quatuor lineæ sunt [h] proportionales, quarum prima est, composita nempe ex D. E, A. F. secunda B. F.

e per 8. l. 6.

f per 4. eiusdem.

g per 17. eiusdem.

h per 22. huius.

tertia D. I. quarta D. B. est [a] æquale rectangulum sub medijs B. F, D. I. Quod quidem minus est [b] rectangulo sub B. I. B. F. quia basis B. I. maior est base D. I. & proinde rectangulum sub composita ex D. E, A. F. & latere D. B. vel quadratum lineæ M. est quoque minus rectangulo sub B. I. B. F.) Ergo quadratum lineæ B. A. scilicet radij circuli K. est quoque maius quadrato radij M. Et quia circuli sunt [c] vt quadrata earumdem linearum; circulus K. erit maior circulo M. Ideoque maior quoque superficie figuræ solidæ in sphæræ trunco descriptæ, vt vult propositio.

a per 16 l. 6
b per 1. l. 6
c per 2. l. 12.

ΠΡΟΤ. ΛΔ.
ΘΕΩΡ. ΚΘ.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν τὴν αὐτὴν ἔχοντι τῷ σχήματι, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ἴσην ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου κάθετον ἠγμένην.

PROP. XXXIIII.
THEO. XXIX.

Figura solida inscripta in portione sub conicis superficiebus contenta, vna cum cono, basim quidem eandem habenti quam figura, verticem vero centrum sphæræ, æquale est cono basim habenti æqualem superficiei figuræ, altitudinem vero perpendiculari ductæ à centro sphæræ in vnum ex figuræ lateribus.

ΥΠΟΘ. Inscripta intelligatur figura A.G D.H. C. solida in trunco sphæræ, vt superius: [d] sitque conus K. cuius basis sit [e] æqualis superficiei figuræ solidæ, altitudo vero æqualis perpendiculari E. F. eductæ à centro sphæræ E. in H. C. latus planę figuræ, portioni maximi circuli sphæræ inscriptæ. Demum intelligatur conus A. C. E. basim habens circulũ seu basim sectionis, verticem vero in centro sphęræ.

d per sexta 3.
e per 32. huius.

ΣΥΜΠΕ. Dico conũ K. æqualẽ esse figuræ solidæ trũco inscriptę, vna cũ cono A.E.C.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur lineæ iungentes angulos figuræ planæ G. H. A. C. & intelligãtur plana per eas educta, quæ circulos constituant: Tum lineæ G. E, H. E. referant nobis latera coni habẽtis basim circulum cuius diameter G.H. Et rhombo G.E.H.D. fiat [f] æqualis conus X. scilicet si habuerit basim æqualem superficiei coni G.D. H. altitudinem vero perpendicularem E. F. Tum conus M. ponatur [g] iridem æqualis reliquo rhombi G. A. E. C. H. scilicet si conus M. basim habuerit parem superficiei conicæ figuræ solidæ, contentæ intra parallela plana, acta per lineas G. H. A. C. & altitudinem æqualem quoque perpendiculari E. F.

f per 18. huius.
g per 20 huius.

ΑΠΟΔΕΙ. His duobus conis X. & M. æqualis est [h] conus K. nam eius basis est ęqualis superficiei toti figuræ solidæ inscriptæ trunco, & ideo basibus amborum, tum altitudine est æquali eorumdem fastigio. Ergo vt ipsi sunt æquales & figuræ solidę & cono A. E. C. eisdẽ figuræ solidæ & cono A. E. C. æquatur conus K. quod fuit probandũ.

h per 11 l. 12

ΥΠΟΘ. Sit figura plana A. G. H. I. B. K. L. M. C. in circuli sphæræ maximi portione A. B. C. descripta, [a] ita vt sit æquilatera, & numerus laterum ipsius quaternario mensuretur: tum etiam diameter dicti circuli maximi G. M. duos ipsius figuræ coniungat angulos oppositos. Reuoluatur vt iubet πόρισμα tertium, & enascatur figura solida in sphæra descripta. *a per 2. coroll. 3 lemm.*

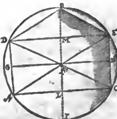
ΣΥΜΠ. Dico solidam illam figuram æqualem esse primùm cono qui basim habeat æqualem superficiei figuræ solidæ, altitudinem vero perpendicularem ω. A & alteri cono A. ω. C. basim habenti eandem quam portio solida & verticem centrum sphæræ.

ΚΑΤΑΣ. Rhombo I. B. K. ω. fiat [b] æqualis conus P. Tum residuo rhombi I. H. ω. L. K. [c] æqualis conus Q. adhuc residuo [d] coni H. G. M. L. par conus R. Ex coni demum trunco G. A. C. M. auferatur conus A. ω. C. Et fiat residuo [d] coni G. A. ω. C. M. æqualis conus S. Denique habeat conus T. basim æqualem toti superficiei figuræ solidæ, & altitudinem æqualem perpendiculari ω. A. *b per 18 huius. c per 20. huius. d per 19 huius.*

ΑΠΟΔ. Conus P. basim habet [b] æqualem superficiei coni I. B. K. tum conus Q. [c] basim parem superficiei residui coni I. H. L. K. adhuc conus R. [d] basim æqualem superficiei coni H. G. M. L. demum conus [d] S. basis æqua est superficiei residui G. A. C. M. Atqui basis coni T. [f] est æqualis toti superficiei figuræ solidæ. Ergo par quoque est basibus conorum quatuor P. Q. R. S. Est vero omnium vna altitudo. Ergo se habent sicuti bases, [g] & conus propterea T. est æqualis quatuor illis. Si proinde iunxeris A. ω. C. cono T. quantitatem habueris toti solidæ figuræ parem, quod vult lemma. *e per 32 huius. f per fabricam. g per 11. l. 12*

LEMMA III.

Figura solida in sphæræ portione hemisphærio maiore descripta conica simul ac cylindrica superficiebus contenta, æqualis est septuplo coni qui basim habeat, eandem quàm figura, verticem vero centrum sphæræ.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sphæræ sit cuiuspiam maximi circuli portio A. D. B. E. C. cuius arcus sit totius circumferentiæ subsesquialtera, seu duæ tertiæ: Et diuidatur hic arcus in 4. partes æquales, quarum fuerit quælibet vna circumferentiæ sexta. Ducantur lineæ subtendentes A. D, D. B, B. E, E. C. hexagoni nempe latera, quorum duo opposita D. A. & E. C. sint [h] parallelæ. Demum super B. I. diametro intelligatur reuolui tota plana figura portioni circuli inscripta vna cum ipsa portione, vt gignatur [i] figura solida in sphæra conica & cylindrica superficiebus contenta. *h per scholium 32 huius. i per 3. adiecta.*

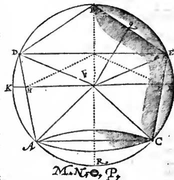
ΣΥΜΠ. Dico totam figuram solidam æqualem esse septuplo coni A. F. C.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur lineæ D. E. & G. F. H. parallelæ [l] ipsi A. C. Tum per lineas D. E. G. H. agantur plana, figuram secantia æquidistanter [m] inter se & perpendiculariter axi B. I. *l per 17. l. 3. m per coroll. 15. l. 11. &*

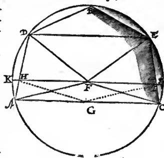
ΑΠΟΔ. Quoniam anguli D. A. C. & A. C. E. sunt [n] recti, sequitur rectos quoque esse A. G. H. & G. H. C. [o] & proinde æquales esse lineas [p] A. G, G. D. tum E. H, H. C. Ergo remanent quoque æquales A. C, G. H, D. E. Et demum rectangula esse [q] G. E. & G. E. & G. C. cylindri ergo nati ex ipsis sunt [r] æquales. Atqui latera F. E, F. D, F. A. F. C, E. B. & B. D. sunt æqualia. Tres itaque coni D. B. F, D. F. E, A. F. C. sunt [s] æquales. Cum inde altitudines F. L. F. M, M. B. pateant æquales, bases quoque A. C. D. E. pares. Atqui residuum ex cylindro G. H. E. D duobus rursus conis est [t] æquale, quorum quilibet sit æqualis cono D. F. E. vel A. F. C. Idem est de residuo ex cylindro A. C. H. G. Proinde duo residua æquantur quatuor conis singulis æqualibus vni A. F. C. Ergo tota figura solida septem conis æquatur, quorum quilibet est æquale vni A. F. C. *n per coroll. 14 eiusdem. o Vt ostendimus schol. 32. huius. p per 29 l. 1. q per 34 l. 1. r per 11 l. 12. s per 11. l. 12. t per 10. l. 12.*

ΛΗΜΜΑ Δ.

Figura ſolida in ſphæræ portione hemiſphærio maiori deſcripta, & nata ex reuolutione figuræ planæ in circuli ſphæræ maximi portione ita inſcripta vt diameter ſphæræ vel circuli maximi incidat in latera oppoſita ad angulos obliquos, æqualis eſt tùm cono qui baſim habeat parem ſuperficiei figuræ, & altitudinem æqualem perpendiculari à centro ſphæræ demiſſæ in planæ figuræ latus, tum alij cono qui baſim habeat baſim figuræ ſolidæ, verticem vero centrum ſphæræ: ſi tamen demeris differentiam coni ad baſim trunci qui fit prope centrum à cono ad verticem, qui fit ſuper circulo tanquam baſi, cuius eſt diameter pars diametri ſphæræ.



M. N. O. P.



ΥΠΟΘ. Sit A.B.C. portio maximi ſphæræ circuli, in qua figura plana deſcribatur [a] æquilatera, & latera ipſius menſurentur quaternario. Coniungat D.E. duos ipſius angulos pararallela [b] baſi A. C. Per centrum vero circuli F. agatur diameter K. L. [c] parallela baſi A. C. qui ſecet oppoſita figuræ latera oblique, in punctis H. & I. Reuoluatur iam figura hæc vna cum portione circuli circa diametrum B. R. ita vt fiat [a] intra ſphæram ſolida figura conicis ſuperficiebus contenta.

a Ex præſc. 3. poriſm.
b per lemma 1. ad 21. huius.
c per 31. l. 1.

ΣΥΜΠ. Dico portionem ſolidam æqualem eſſe duobus conis, quorum primus habeat baſim æqualem ſuperficiei figuræ, altitudinem vero perpendicularem F. Q. à centro ſphæræ demiſſam in figuræ planæ latus: ſecundus vero baſi conſtituatur eadem qua figura ſolida, verticem vero habeat in centro ſphæræ, excepta tamen differentia qua conus ad baſim D.F.E. vel A. F. C. ſuperat conum ad verticem H. G. I.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [d] M. conus æqualis rhombo B. D. F. E. Tum conus N. æqualis [e] reſiduo D. H. G, G. I. E. quod supereſt ex trunco coni D. H. I. E. poſtquàm conus H. G. I. ab ipſo trunco fuerit auulſus. Demum reſiduo coni H. A. F. C. I. fiat [e] conus O. æqualis. Ac tandem conus P. baſim habeat [f] æqualem ſuperficiei figuræ ſolidæ, altitudinem vero F. Q. quam habent [g] & cæteri coni M. N. O.

d per 18. huius.
e per 19. huius.
f per 32. huius.
g per prim citatas 18. & 19. huius.

ΑΠΟΔ. Conus P. eſt [h] æqualis conis M. N. O. quia baſim habet æqualem baſibus conũ, & eſt in eadẽ communiq; cũ ipſis altitudine, hoc eſt rhõbo B. D. F.E. & duobus reſiduis D. H, G. I. E. & H. A. F. C. I. Atqui conus N. ſeu reſiduũ D.H.G.I. E. ſuperat reſiduũ H. D. F.E.I. quod remanet ſublato rhõbo B.D.F.E. quantitate qua conus

h per 11. l. 12

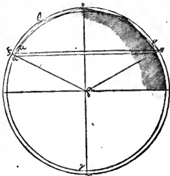
ad basim D.F.E. superat conum ad verticem H.G.I. Ergo conus P. maior est rhombo B.D, F.E, & duobus residuis H.D, F.E.I, & H.A, F.C.I. hoc est solida figura excepto cono A.E C. eadem quantitate coni ad basim supra conum ad verticem. Ergo si demeris hanc quantitatem à cono P. erit solida figura æqualis duobus conis, scilicet cono P.& cono A.F C. vt vult lemma. Cæterum, hoc intelligitur de figura in qua latera figuræ planæ incidunt in diametrum sphæræ ad angulos obtusos, vt in primo schemate accidit. Nam si contingat vt in eum incidant ad angulos acutos, vt in schemate secundo, tollitur differentia anguli H.G. I. supra angulum A.F.C. Ita vt primùm differentes anguli respiciant verticem figuræ, secundò verò respiciant basim.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc pacto reperiemus conum æqualem cuilibet solidæ figuræ in sphæræ portione descriptæ eo modo quo hucvsque dictum est, siue portio excedat hemisphærium, siue excedatur ab hemisphærio.

ΠΟΡΙΣΜΑ Δ.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ α. β. γ. καὶ τετμήσθω ἐλάσσον ἡμικυκλίου, ὃ ἀποτέμνει ἡ α. β. καὶ κέντρον τὸ δ. καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ δ. ἐπὶ τὰ α. β. ἐπεζεύχθωσαν αἱ α. δ, δ. β. καὶ περὶ τὸν γενηθέντα τομέα περιγεγράφθω πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος. Ἕξει δὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ α. β. γ. κύκλῳ. Ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ε. κ. περιενεχθὲν τὸ πολύγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὁ περιγεγραμμένος κύκλος κατὰ τῆς ἐπιφανείας οἰσθήσεται σφαίρας· καὶ αἱ γωνίαι τοῦ πολυγώνου κύκλους γράψουσιν, ὧν αἱ διάμετροι ἐπιζευγνύουσιν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, οὖσαι παράλληλοι τῇ α. β. τὰ δὲ σημεῖα καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, αἱ τοῦ πολυγώνου πλευ-



PORISMA IIII.

Sit sphæra & in ea maximus circulus α. β. γ. & ab ea secetur minus semicirculo quod secet α. β. Centrum sit δ. & à centro δ. in lineám α.β. iungantur lineæ α.δ, δ.β. & circa factam portionem describatur [a] figura multangularis, & circa ipsam circulus. Habebit vtique idem centrum cum circulo α.β.γ. Si ergo manente ε.κ. circumuoluatur multangularis figura, quousque redeat in eundem locum, circumscriptus circulus secundum sphæræ superficiem feretur. Et anguli figuræ planæ circulos describent, quorum diametri iungunt angulos multangularis figuræ existêtes paralleli lineæ α.β. Puncta verò quibus râgût minorem circulũ, multangularis figuræ

[a] per 1. coroll. 3. huius.

ΦΑΝΕΡΟΝ Δ.

Καὶ φανερόν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος τοῦ περὶ τὸν τομέα, ἴση ἐστὶ[a] κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου, καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν πασῶν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, καὶ τῆς ἐπ ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου πολυγώνου. ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ τμῆμα τοῦ μείζονος σφαίρας. τοῦτο δὲ δῆλον διὰ τὸ προγεγραμμένον.

Hoc manifestum patet per 32. huius.

MANIFESTVM IIII.

Et patet quod superficies descriptæ figuræ solidæ circa segmentum æqualis est[a] circulo, cuius radius potest rectangulum comprehensum sub vno latere figuræ planæ, & omnibus iungentibus angulos figuræ planæ, & adhuc dimidia basi dictæ planæ figuræ. Inscripta solida figura inscripta est in portione maioris sphæræ. Hoc verò manifestum per hoc quod prius scriptum est.

[a] per 32. huius.

ΠΡΟΤΑ. ΛΕ.

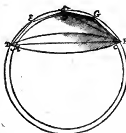
ΘΕΩΡ. Λ.

Τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τῷ τομεῖ ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἠγμένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

PROPO. XXXV.

THEO. XXX.

Figuræ solidæ circa sphæræ portionem conscriptæ superficies maior est circulo, cuius radius æqualis est lineæ ductæ à vertice portionis in circumferentiam circuli, qui basis est portionis.



ΑΠΟΔΕΙΞ. Sit maximi sphæræ circuli portio A. B. C. circa quàm figura plana D. E. F. G. H. describatur[b] æquilatera, laterumque quaternario dimensorum. Reuoluatur & portio circuli, & figura ita ut extra sphæræ portionem figura solida conscribatur ex proximi porismatis præscripto. Sit demum linea F.H. ducta à vertice figuræ in circumferentiam circuli, qui basis est figuræ solidæ.

ΣΥΜΠΕ. Dico superficiem figuræ solidæ circa portionem conscriptæ maiorem esse circulo, cuius radius erit æqualis lineæ F.H

ΚΑΤΑΣ. Eodem centro circa figuram planam circulus describatur[c], iterataque toties reuolutione fiat vt iam solida figura sphæræ portioni inscribatur, cuius circumferentiam tangant puncta F.H.

[b] per 1. corol. 3. huius.

[c] per lemma præfixū 2. porismati. & 3. corol. ipsius.

a per 33. huius. ΑΠΟΔΕΙ. Figuræ inſcriptæ extimæ portioni ſphæræ eſt a minor circulo, cuius radius erit F. H. Atqui eadem illa eſt figura ſolida quæ circa intimam ſphæræ portionem conſcribitur. Ergo conſcriptæ circa ſphæræ portionem figuræ ſolidæ ſuperficies minor eſt circulo cuius radius erit F.H. quod vult Propoſitio.

PROPO. XXXVI.

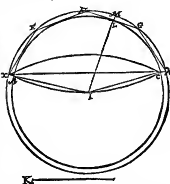
THEO. XXXI.

Fit verò & circumſcripta ſolida figura circa portionem cum cono, cuius baſis eſt circulus circa diametrum κ. λ. vertex verò centrum æqualis eſt cono, cuius baſis quidem æqualis eſt ſuperficiei figuræ, altitudo verò lineæ à centro in latus perpendiculari ductæ, quæ vtique æqualis eſt radio ſphæræ.

ΠΡΟΤΑ. Λϛ.

ΘΕΩΡ. ΛΑ.

Γίνεται δὴ καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸν τομέα σὺν τῷ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ὁ περὶ μὲν διάμετρον κ. λ. κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον, ἴσον κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν πλευρὰν καθέτῳ ἠγμένῃ, ἡ δὴ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.



ΥΠΟΘ. Repetatur eadem figura quæ fuit ſuperiori propoſitione.

b per 12. l. 1. ΚΑΤΑΣ. A centro ſphæræ I. agatur b perpendicularis I. L. in latus F.G. figuræ planæ. Et fiat c conus K. æqualem habens baſim ſuperficiei figuræ ſolidæ, altitudinem verò perpendiculari I.L. (c per manifeſtum. 4. huius.)

ΣΥΜΠΕΡ. Dico conum K. æqualem eſſe, & ſolidæ figuræ κ.E.F.G.λ. circumſcriptæ circa ſphæram A. L. C. & cono κ. I.λ. verticem habens in centro ſphæræ, baſim verò circulum qui diametro κ. λ. deſcriptus eſt.

d per 34. huius. ΑΠΟΔ. Figuræ κ.E.F.G.λ. inſcriptæ intra ſphæræ portionem κ E.λ. cum cono κ. I.λ. æqualis eſt d conus K. Atqui eadem eſt figuræ quæ circumſcribitur ſphæræ portioni A.L.C. Ergo circumſcripta figura circa ſphæræ minoris portionem A.L.C. cum cono κ.I.λ. æqualis eſt cono K. vt vult propoſitio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Maiori demonſtratione vti potuiſſemus tàm in præcedenti quàm in hac præſenti propoſitione: ſed quæ tota tamen repetatur ex 33. & 34. huius. Proinde nolui inſulſa & ingrata repetitione lectorem onerare. Cæterum quæcumque probauimus lemmatibus proximis de figuris ſolidis in portione ſphæræ hemiſphærio maiori inſcriptis, intelliguntur eodem argumento de circumſcriptis, nec è re eſt quod in his diutiùs immoremur.

Quæ etenim circumſcriptæ dicuntur figuræ, eædem & inſcriptæ cenſentur maioribus ſphæris, ſine ſui vlla mutatione.

COROLL. I.

Conus itaque qui basim habet æqualem superficiei portionis κ.F.λ. & altitudinem I.L. maior est [a] circumscripta figura proposita, cum cono κ.I.λ. quia portionis superficies maior est [b] superficie figuræ. Tum hoc cono adhuc maior est [c] conus qui basim quidem haberet eandem, scilicet circulum æqualem superficiei portionis, & altitudinem totam diametrum I.M. maiorem [d] perpendiculari I.L. Ac ideò tandem hic vltimus conus multo maior est circumscripta figura dicta cum cono κ.I.λ.

a per 1 lemma Archi. & 11.d 12. b per 4 porisma huius. c per 2 lemma Arch. & 14.d 12. d per 2.l 3.

COROLL. II.

At conus qui basim habet æqualem superficiei portionis A. B. C. altitudinem verò eandem perpendicularem I. L. minor est [e] circumscripta figura cum cono A. I. C. quia minorem habet [f] basim cono K.

e per 11.d. 12. f per porisma. 4.

ΦΑΝΕΡΟΝ I.

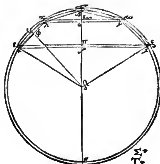
Ἔστω πάλιν σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ α.β.γ. καὶ κέντρον τὸ δ. καὶ εἰς τὸ α.β.γ. τμῆμα ἐγγεγράφθω πολύγωνον ἀρτιόγωνον, καὶ τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω, καὶ παράλληλοι ἔστωσαν αἱ πλευραὶ ταῖς πλευραῖς. Καὶ κύκλος περιγεγράφθω περὶ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον, καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον μενούσης τῆς η.β. περιενεχθέντες οἱ κύκλοι· ποιείτωσαν σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. Δεικτέον ὅτι ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ πλευρὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου. τὸ δὲ σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ.

MANIFESTVM X.

Sit rursus sphæra, & in ipsa maximus circulus, & portio minor semicirculo α. β. γ. & centrum sit δ. Et in ipsa α. β. γ. portione inscribatur [g] figura plana parilatera, & ipsi similis [g] circumscribatur, & parallela [g] sint latera lateribus. Et circulus conscribatur [h] circa circumscriptam figuram, & pariter vt superiùs manente diametro η. β. reuolutisque circulis fiant [i] solidæ figuræ sub conicis superficiebus comprehensæ. Ostendendum quòd circumscriptæ figuræ solidæ superficies ad inscriptæ solidæ figuræ superficiem, duplicatam rationem habet, quam latus circumscriptæ figuræ planæ habet ad latus inscriptæ figuræ planæ. At verò figura solida cum cono, triplicatam habet eiusdem rationem.

g per tertiã huius additaque ipsi corollaria. h per corol. lemmatis præfixi secundo porisⁱ. huius. i per 3 & 4 porism aa.

a per 16. KATAΣ. Fiat[a] radius circuli Σ. medius proportionalis inter latus ε.λ. & lineam b per 32. huius. conflatam ex λ.ν. & α.ρ. vt sit[b] æqualis circulus superficiei inscriptæ solidæ figuræ in portione sphæræ. Similiter fiat[c] radius circuli Τ. medius proportionalis inter la- c per manifest. 4. huius. tus ε.κ. & lineas κ.μ., ε.π. vt sit[c] rursus æqualis circulus Τ. superficiei circumscriptæ figuræ, tandem his duobus circulis vt basibus construantur duo coni, quorum conus Σ. alter sit perpendiculari δ.ω. alter verò Τ. perpendiculari δ.φ. vt sit ille[d] æqualis solidæ circumscriptæ figuræ, hic[e], inscriptæ, scilicet cum conis δ.ζ. & α.δ.γ.



d per 34. huius. e per 36. huius. f per coroll. lemmatis 2. præfixi 29. huius. g per lemma 1. præfixum eidem 29. huius. h per 2. d 12. i per coroll. 2. prop 3. huius. l per 24. definit. 11. m per 12. l. 12.

ΑΝΟΔ. Lineæ κ.μ., ε.π. sunt[f] ad lineas λ.ν., α.ρ. vt latus ε.κ. ad latus ε.λ. Ergo radius circuli Σ. est[g] ad radium circuli Τ. vt ε.κ. ad ε.λ. Atqui circulus est[h] ad circulum: hoc est superficies conscriptæ figuræ ad superficiem inscriptæ in ratione duplicata radij ad radium, seu diametri ad diametrum. Ergo in ratione quoque duplicata lateris ε.κ. ad latus ε.λ. Rursus δ.ω. est ad δ.φ. vt κ.ε. ad ε.λ. hoc est vt radius circuli basis Σ. ad radium circuli basis Τ. Proinde coni[l] sunt similes. Et ideò in triplicata sunt[m] ratione radiorum qui in basibus seu κ.ε. ad ε.λ. Atqui figuræ cum conis δ.ζ. & α.δ.γ. sunt æquales conis Σ.Τ. Ergo figura solida circumscripta cum cono κ.δ.ζ. est ad inscriptam cum cono α.δ.γ. in ratione triplicata lateris κ.ε. ad latus ε.λ. vt vult ἡ ϖρότασις.

PROPO. XXXVI.

THEO. XXXI.

Cuiuscumque portionis sphæræ minoris semicirculo superficies, æqualis est circulo cuius radius æqualis est lineæ à vertice portionis in periferiam ductæ circuli, qui basis est portionis sphæræ.

ΠΡΟΤΑ. ΛΖ.

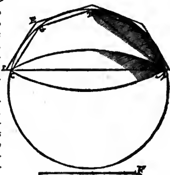
ΘΕΩΡ. ΛΑ.

Παντὸς τμήματος σφαίρας ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου ἡ ἐπιφάνεια, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας.

ΤΠΟΘ. Sit sphæræ portio hemisphærio minor A. B. C. cuius vertex B. basis verò circulus circa diametrum C. A. A vertice B. in circumferentiam basis ducta sit B.A. qua tanquam radio circulus describatur F.

ΣΥΜΠ. Dico portionis huius sphæræ superficiem æqualem esse circulo F.

ΚΑΤΑΣ. Etenim si illi superficiei, circulus F. non æquatur, minor erit aut maior. Et primò ponatur circulus maior, ac portioni inductus sphæræ maximus circulus bifariam dirimatur, sitque A.B.C. portio maximi sphæræ circuli: cui quidem portio- n per manifest. 1. propos. 5. huius. ni altera circumscribatur[n] figura eidemque altera inscribatur, circumscriptæ si-



milis

milis, & in ea ratione vt maior ad minorem rationem habeat minorem quàm superficies portionis sphæræ ad circulum F. Ac demum reuoluantur vna cum portione circuli, cui adhærent, vt nascantur figuræ conicis superficiebus contentæ, altera [a] sphæræ portioni propositæ circumscripta, altera [b] eidem inscripta. a per porism. 4. b per porism. 3.

ΑΠΟΔ. Figura plana circumscripta portioni circuli ad inscriptam est [c] in ratione duplicata lateris I. E. ad latus C.G. At superficies solidæ conscriptæ portioni sphæræ ad superficiem inscriptæ est [d] in eadem duplicata ratione lateris ad latus. Ergo superficies solidæ circumscriptæ ad superficiem solidæ inscriptæ, est vt externa plana ad internam planam, hoc est, in minori ratione quàm superficies portionis sphæræ ad circulum F. Atqui superficies portionis sphæræ, vt minor [e] superficie sibi circumscriptæ figuræ, minorem habet [f] rationem ad inscriptæ figuræ superficiem, quàm ad eandem inscriptæ superficiem habeat superficies circumscriptæ. Proinde superficies portionis sphæræ habet ad superficiem sibi inscriptæ figuræ, minorem multo rationem, quàm ad circulum F. Vnde sequitur [f] circulum F. esse minorem superficie inscriptæ figuræ, quod aduersatur demonstratis in 33. huius. c per 20. l. 6. d per manifest. 10. huius. e per 3. porisma. f per 8. li. 8

Contra verò supponatur circulus F. maior, & plana figura circumscripta ad inscriptam eidem circuli portioni habeat minorem rationem, [aa] quàm circulus F. ad superficiem portionis sphæræ. aa per manif. 1. prop. 5. huius.

ΑΠΟΔ. Eadem ratione qua superius superficies solidæ figuræ circumscriptæ ad superficiem inscriptæ est in ratione duplicata lateris I. E. ad latus C.G. & ideò est vt plana circumscripta ad planam inscriptam, nempè in minori ratione quàm circulus F. ad superficiem portionis sphęræ. Atqui cùm sit [g] superficies portionis sphæræ maior superficie figurę solidæ inscriptę ipsi portioni, sequitur superficiem figurę solidę circumscriptæ habere [h] minorem rationem ad superficiem portionis, quam ad figuræ inscriptæ solidæ superficiem: & ideò multo minorem quàm eandem circulus F. ad ipsam portionis superficiem. Vnde constaret circulum F. esse [h] maiorem superficie circumscriptę figurę, quod est inconueniens & absurdum per 35. huius. Absit ergo circulus dicatur maior aut minor superficie portionis propositę, sed ęqualis. g per 4 porisma. h per 8. l. 5.

ΠΡΟΤΑ. ΛΗ.

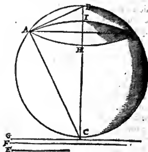
ΘΕΩΡ. ΛΒ.

Καὶ ἐὰν μείζων ἡμισφαιρίου ᾖ τμῆμα, ὁμοίως αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

PROPO. XXXVII.

THEO. XXXII.

Et si maior fuerit hemisphærio portio, similiter ipsius superficies æqualis est circulo, cuius radius æqualis est lineæ ductæ à vertice ad circumferentiam circuli, qui basis est portionis.



ΥΠΟΘ. Sit portio sphæræ A.C.D. maior hemisphęrio.

ΣΥΜΠΕ. Dico ipsius quoque superficiem æqualem esse circulo cuius radius erit C. A. linea ducta à vertice portionis ad circumferentiam circuli A.H.D.I. qui basis est portionis.

ΚΑΤΑΣ. Tota sphæra A. C. D. B. plano per centrum acto, & perpendiculari basi A. H.D. I. secetur, & fit *a* maximus circulus A. C.D.B. cuius diameter B.C. diuidens *b* recto A.D. & bifariam. Tum agatur A.B. cui æqualis fiat radius circuli E. vt sit radius circuli F. par ipsi A. C. & demum semidimetiens circuli G. constituatur æqualis toti diametro C.B.

a per lemma praefixũ 32. huius. *b per 3. l. 3.*

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam diameter circuli, cuius est radius G. duplus est lineæ B.C. *c* tum quadratum ipsius diametri circuli G. est *d* quadruplum quadrati B. C. & ideò circulus G. est quadruplus circuli B. A. C. D. sphæræ maximi: ac demum æqualis est *e* superficiei totius sphæræ. Atqui circulus E. simili argumento probabitur quadruplus circuli A.B. & circulus cuius est radius A.C. quadruplus etiam circuli A.C. Et quia simplices circuli ex diametris A. C, A. B. æquales sunt *f* simplici circulo ex B. C. sequitur circulos E. & F. quadruplos circulorum A. C. A. B. æquales esse *g* circulo G. quadruplo circuli B. C. & proinde pares etiam esse superficiei sphæriæ. Verum superficiei portionis A.B.D. minoris hemisphærio æquatur *h* circulus E. Ergo reliquæ portionis maioris hemisphærio superficiei par est F. circulus, vt proponitur.

c per fabricam. *d per 20. l. 6.* *e per 30. huius, & corol. ipsius.* *f per 47. l. 1. & 2. l. 12.* *g per 15 l. 5.* *h per praecedentem.*

COROLL. I.

Hinc sequitur lineas à verticibus portionum sphæræ, superficierum æqualium, ductas ad basium circumferentias, esse æquales. Nam descripti ab ipsis lineis vt diametris circuli, *i* æquales sunt æqualibus superficiebus, ideoque inter se pares, proindeque diametri.

i per praecedentem.

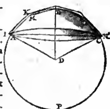
PROPO. XXXVIII. — ΠΡΟΤΑ. ΛΘ.

THEO. XXXIII. — ΘΕΩΡ. ΛΓ.

Omni segmento sphæræ, æqualis est conus qui basim quidem habeat æqualem superficiei segmenti sphæræ, quæ sectioni respondet, altitudinem verò æqualem radio sphæræ.

Παντὶ τμεῖ σφαίρας, ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ κατὰ τὸν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ΥΠΟΘ. Sit sphæræ segmentum A. B. C. cuius superficiei æqualis sit basis coni H. descripti altitudine D. B. semidiametro seu radio sphæræ, cuius est pars propositum segmentum.



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico conum H. esse æqualem proposito sphæræ segmento A.B.C.D.

ΚΑΤΑΣ. Hoc si negauerit quis, necesse est fateatur conum H. maiorem esse vel minorem segmento A. B. C. D. & primò ponatur conus minor. Atque intra & circa portionem circuli sphæræ maximi respondentem segmento sphæræ proposito planæ figuræ describantur æquilateræ & omnino similes,[a] quarum latera se habeant maius seu exterius ad minus seu interius in minori ratione quàm sit L. ad F. Sint autem prius inuentæ [b] L. & E. quarum L. ad E. minor sit ratio, quàm portionis sphæræ propositæ ad conum H. tum inter L. & E. inuentæ[c] F. & G. mediæ proportionales in progressione arithmetica. Demum solita reuolutione nascantur[d] solidæ figuræ intra & extra propositum sphæræ segmentum.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Figura solida circumscripta cum cono I. D. N. est ad figuram solidam inscriptam cum cono A.D.C. in triplicata[e] ratione lateris I. K. ad latus A. M. At latus I.K. lateri A.M. in minori ratione est [f] quàm L. ad F. Ergo figura circumscripta sphæræ segmento cum cono I.D.N. figuræ inscriptæ eidem segmento cum cono A. D. C. in minori ratione est quàm sit triplicata lineæ L. ad lineam F. & ergo multo minori quàm linea L. sit [g] ad E. lineam. Sed L. est [f] ad E. in minori ratione quàm sit segmentum sphæræ propositum ad conum H. Ergo rursus circumscripta cum suo cono ad inscriptam cum suo cono in minori ratione est quàm sit segmentum A.B.C. ad conum H. Verum propositum segmentum A. B. C. minus est [h] sibi circumscripta figura cum cono I. D. N. & propterea ad internam solidam inscriptam iunctam cono A. D. C. minorem rationem haber, [i] quàm circumscripta illa cum suo cono I. D. N. ad eandem inscriptam iunctam cono A. D. C. Ac proinde idem segmentum sphæræ minorem haber rationem ad inscriptam cum cono A.D. C. quàm ad conum H. Vnde sequeretur [l] illam inscriptam maiorem esse cono H. quod est absonum à priùs demonstraris.

Ponatur iam conus H. maior, & reliqua maneant: cum hac tamen cautela vt L. sit ad E. in minori ratione quàm sit H. conus ad sphæræ propositum segmentum A. B. C. D.

ΑΠΟΔΕΙ. Rursus conscripta figura cum suo cono I. D. N. ad inscriptam cum suo cono A.D.C. in ratione est [e] triplicata I. K. ad A. M. Ergo in minori quàm sit triplicata lineæ L. ad lineam F. hoc est quàm sit L. ad [g] E. & ergo multo minori quàm sit conus H. ad propositum segmentum A.B.C. Est autem segmentum A.B.C. cum cono A. D. C. maius [m] inscripta sibi figura cum cono A. D.C. Ergo ad ipsum cum cono A.D.C. minorem rationem habet [i] circumscripta figura cum cono I. D. N. quàm ad inscriptam cum cono A. D. C. Et proinde illa circumscripta cum cono I. D. N. ad ipsum segmentum sphæræ cum cono A.D.C. multo adhuc minorem rationem habet quàm conus H. ad ipsummet segmentum auctum cono A.D.C. Propterea sequitur conum H. maiorem esse [i] circumscripta figura cum cono I. D. N. qua tamen reuera minor est.[n] Absurdum itaque est maiorem vel minorem dicere conum H. segmento sphæræ proposito A.B.C.D. vnde sequitur ipsi æqualem esse, vt vult propositio.

a per 4. huius.
b per 2. huius.
c per lemma 1. prop. 12. huius.
d per 3. & 4. porism.
e per manifest. 10. huius.
f per fabricam.
g per πόρισμα prop. 31. huius.
h per porisma 4 huius.
i per 8. l 5.
l in coroll. 34. huius.
m per 3 porism.
n per 2 coroll. 36. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc demonstratio Archimedeæ conformis, de sola portione hemisphærio minori conclusionem videtur elicere. Verum & propositionem ritè vti vocabulo τμῆμα & omnino de quacumque

ſphæræ portione cettiſſimum eſſe, ſic oſtendimus. Sint tres coni. Q.R.S. in eadem altitudine D.B. radii nimirum ptopoſitæ ſphæræ. Baſis autem coni Q. fiat [a] æqualis ſuperficiei totius ſphæræ: baſis verò coni R. par conſtituatur [b] ſuperficiei portionis A.B. minoris hemiſphærio. Demum baſis coni S. æquetur [c] ſuperficiei reliquæ portionis A.P.C.

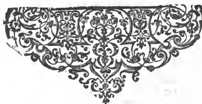
Q

R

S

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam baſes conorum R. & S. ſunt æquales ſimul ſuperficiei ſphæricæ, aut baſi coni Q. Eſtque omnium eadem altitudo: ſunt [d] coni R. & S. æquales cono Q. Atqui conus Q. ſphæræ toti eſt æqualis. [e] Eidem ergo ſphæræ ambo coni R. & S. æquantur. Atqui conus R. eſt [f] æqualis minori portioni A. B.C. Ergo conus S. maiori portioni A. P. C. æqualis eſt. Propoſitio itaque veriſſima eſt de quacumque ſphæræ ſegmento. Hinc patet ratio cur Archimedes non edixerit de cono æquali figuræ inſcriptæ portioni ſegmento maiori hemiſphærio. Præuiderat enim ſuſceptæ ſibi demonſtrationi ſatis eſſe de portione minori agere. Nec tamen omnino ab re eſt id quod de maiori ſubiunximus.

[a] per corol. 30. huius.
[b] per 36. huius.
[c] per 37. huius.
[d] per 11. lib. 12.
[e] per 31. huius.
[f] per præſentem prop.





ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΒΙΒΛΙΟΝ Β.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ

Πρότερον μὲν ἀπέστειλάς μοι γράψαι τῶν προβλημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀπέστειλα Κωνῶνι. Συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γράφεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέστειλά σοι τὰς ἀποδείξεις. Ὅτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Καὶ δὴ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένῃ.

ARCHIMEDIS DE SPHÆRA ET CYLINDRO. LIBER II.

ARCHIMEDES DOSITHEO S.

ANTEA quidem mandasti mihi, scriberem eorum problematum demonstrationes, quæ prius ipse proposueram Cononi. Accidit verò eorum plurima scribi inter theoremata, quorum priùs ad te misi demonstrationes. Sicuti quod [a] omnis sphæræ superficies quadrupla sit maximi circuli eorum qui sunt in ipsa sphæra. Adhuc [b] quod omnis portionis sphæræ superficiei æqualis sit circulus, cuius radius æqualis est rectæ lineæ à vertice portionis in circumferentiam basis ductæ.

[a] prop. 30. lib præcedentis.

[b] prop. 36. & 37. lib de praeced.

a Manifesto 9 li. eiusdem praced.

b per 38. li. eiusdem.

c Habentur in hoc opere libris singularibus περὶ ἑλίκων & περὶ κωνοειδῶν & σφαιροειδῶν.

d coroll. 3 hoc deduximus ex 30. huius.

Rursus, ᵃquod cuiuscumque sphęræ cylindrus basim quidem habens maximum circulum eorum qui sunt in sphæra, altitudinem verò æqualem diametro sphæræ, ipse sesquialter sit sphæræ. Et superficies ipsius sesquialtera superficiei sphæræ. Præterea quod omne ᵇ segmentum solidum æquale sit cono basim habenti circulum æqualem superficiei portionis sphæræ quæ segmento continetur, altitudinem verò æqualem radio sphæræ. Quotquot enim horum theorematum & problematum inter illa scribuntur, in hoc libro exscripta ad te misi. Quæcumque verò inueniuntur ᶜalia, contemplationem puta de helicibus & de conoidibus, enitar breui mittere. Primum autem problematum erat eiusmodi. Sphæræ datæ planum spatium inuenire æquale superficiei sphæræ. Est verò hoc manifestum & demonstratum ᵈ ex dictis theorematibus. Quadruplum enim maximi circuli eorum qui sunt in sphæra planum spatium est æquale superficiei sphærę.

Καὶ δὴ ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῷ μεγέθει τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. καὶ διότι πᾶς τομεὺς στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἐν τῷ τομεῖ· ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ὅσα μὲν οὖν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων γράφεται διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας ἀπέσταλκά σοι. Ὅσα δὲ δι' ἄλλης εὑρίσκονται θεωρίας, τά τε περὶ ἑλίκων καὶ τὰ περὶ τῶν κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχους ἀποστεῖλαι. Τὸ δὲ πρῶτον ἦν τῶν προβλημάτων τόδε. Σφαίρας δοθείσης ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας. ἔστι δὲ τοῦτο φανερὸν δεδειγμένον ἐκ τῶν προειρημένων θεωρημάτων. Τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐπίπεδόν τε χωρίον ἐστὶ καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.



LEMMA.

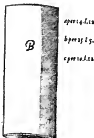
Coni vel cylindri dati cylindrum sesquialterum describere.

ΥΠΟΘ. Sit A. cylindrus vel conus.

ΚΑΤΑΣ. Fiat cylindrus B. super æquali basi ac A. altitudineque sesquialtera cylindri A.

ΣΥΜΠ. Erit cylindrus B. sesquialter cylindri A.

ΑΠΟΔ. Quod si fuerit A. conus capiatur tertia pars B. Nam vt est B. ad A. sic est [b] tertia pars B. tertiæ partis A. Ergo tertia pars cylindri B. quæ resecabitur [a] plano secante altitudinis tertiam partem ..., basi, erit sesquialtera coni A. cum ipse conus sit [c] tertia pars cylindri A.



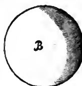
a per 14. l. 12
b per 15. l. 5.
c per 10. l. 12

ΠΡΟΤ. Α. PROP. I.

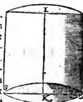
ΠΡΟΒΛ. Α. PROBL. I.

Τὸ δεύτερον ἦν· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου, σφαῖραν εὑρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

Secundum erat: Dato cono vel cylindro, sphæram inuenire cono vel cylindro æqualem.









ΥΠΟΘ. Supponatur factum quod proponitur: & offeratur sphæra B. æqualis cono seu cylindro A.

ΚΑΤΑΣ. Cylindrus C. F D. fiat [d] coni vel cylindri A. sesquialter, & ex consequenti sphæræ B. Deinde sphæræ B. sit [e] quoque sesquialter cylindrus G. L. H. Denique vt C. D. est ad G. H. sic fiat [f] G. H. ad M.

ΣΥΜΠ. Dico inter C. D. & E. F. duas esse inuentas medias proportionales ....

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam cylindri C. F. D. & G. L. H. ad sphæram B. eandem rationem habent, nempe [e] ..., sunt [g] æquales. Ergo vt est basis C. D. ad basim G. H. hoc est [f] vt quadratum G. H. sic est [h] K. L. altitudo, seu eius æqualis G. H. (etenim tam diameter basis quam altitudo cylindri G. L. H. sunt æquales diametro sphæræ B. ex prius [e] demonstratis.) ad altitudinem E. F. At qui trium continuè proportionalium C. D, G. H. & M. est [i] C. D. prima ad M. tertiam, vt quadratum primæ C. D. ad quadratum secundæ G. H. Ergo quoque C. D. est ad M. vt G. H. ad E. F. Et ... C. D. est ad G. H. vt M. ad E. F. Sed vt C. D. ad G. H. sic fecimus G. H. ad M. Ergo vt C. D. ad G. H. & G. H. ad M. sic M. ad E. F. Proinde inter C. D. & E. F. duæ inuentæ sunt ex hypothesi data, mediæ proportionales inter duas datas lineas.

d per lemma præced.
e per manifestum 9. huius.
f per 11. l. 6.
g per 9 l. 5.
h per 2. l. 12
i per 15. l. 12
l In 9. manifeste
m per 10 definit. l. 5. & 20. lib. 6.
n per 16. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Antequam ad solutionem veniamus huiusce propositi problematis, hæc lucis gratia præmittenda visa sunt. Antiqui Geometræ in solutione difficilium προβλημάτων Physicos imitati sunt, qui primum ab effectis rerum causas indagarunt. Etenim solebant propositum problema supponere factum, & inde κατὰ τὴν ἀνάλυσιν quid sequeretur contemplari, vt consequentiam illam exinde euoluentes si possent, faciliùs quod proponeretur, soluerent. Huiusmodi Philosophandi methodum passim inuenies apud Pappum, & hic ipsius affabre exemplar habes. Quæsitam enim sphæram cono vel cylindro æqualem, cum derepente Archimedes non haberet obuiam, inuentam supponit; atque hinc conclusit dari duas medias proportionales inter diametrum basis & altitudinem cylindri, qui sesquialter esset coni vel cylindri, cui æqualis sphæra quæreretur. Verum huius accidentis consequentia nusquam ex alio medio deduxit, vt nec vllus vnquam alius Geometra: ita vt insoluta huc vsque remanserit. Superiores Archimede Geometriæ, tumque posteriores susque deque eam agitarunt, & πόρισμα arbitrati ipsius πόρισμα, varijs modis tribuerunt, at nullum ἀποδεικτικὸν ἢ γραμμικὸν, omnem vero χειρουργικόν: Abhorrent verò τὰ χειρουργικὰ à vera Geometria. Cæterum hæc duarum mediarum proportionalium inuentio sui primum gratia tentata non est, at cubi duplicandi causa. Scribens enim Eratosthenes Regi Ptolemæo, narrat: quendam olim tragicum induxisse Minoa extruentem Glauco sepulchrum, referentique centum pedes vndiquaque patere, dixisse μικρόν γ' ἔλεξας βασιλικοῦ σηκὸν τάφου, διπλάσιος ἔστω, τοῦ δὲ τοῦ κύβου μὴ σφαλῇς: cumque artifex vnumquodque latus duplicasset, visum errasse, quia duplicatis lateribus in superficiebus fit quadruplum [a] planum, in solidis fit octuplum [b] corpus, propterea consultos geometras, quo pacto datum solidum sub simili figura duplicaretur, vocatumque deinceps esse problema κύβου διπλασιασμόν. Primùm ab ipsis cubum cubo suppositum, quærentes ipsum duplicare: diuque omnes hæsitasse. At tandem Hippocratem Chium animaduertisse hoc vnico pacto problema posse absolui, nimirum si inter duas lineas, quarum altera alterius esset dupla duæ mediæ continue proportionales inuenirentur. ὥς τε τὸ ἀπόρημα αὐτὸ εἰς ἕτερον οὐκ ἔλαττον ἀπόρημα κατέστρεφε. Post aliquod vero tempus ferunt Delios, grassante peste, ad Apollinem recurrisse, iussosque à Dæmone aram quæ cubica erat, duplicare, quod putarunt fecisse aram cubicam æqualem aræ cubicæ imponentes, nec sedatam pestem, monitósque denuo ab oraculo, sibi non satisfecisse, nec duplum aræ cubum, sed solidum parallelepipedum adstruxisse. In hac duplicandæ aræ anxietate monitos à Platone, videri Apollinem Geometriæ contemptum exprobrare, ideoque singulos hortari, vt expediendo problemati omnibus artis & ingenij viribus contenderent. Cubi itaque duplicationē, & omnino solidi in data ratione augendi rationem Geometras contemplatos esse, [c] κύβων αὔξης καὶ βάθους αὔξης μέθοδον: beneficio nempe binarum linearum proportionalium inter duas datas. Hinc ergo problematis origo: hinc Deliaci appellatio. Qui huic operi suam adhibuere operā in multiplici sunt differētia. Tamē quia omne problema vel γραμμικόν est, vel ἐπίπεδον vel denique στερεόν, omnes in tres classes digeri possunt. Primi conati sunt [d] δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ lineis quibusdā mixtis, nec rectis nec circularibus, sed natis ex implexis inordinatisque superficiebus, vti Nicomedes, cui tribuitur κογχοειδής. Et Diocles, cui dat Eutocius ἐν τῷ κύκλῳ περὶ γραμμήν (inquit) quā interpretor κισσοειδῆ. Serpit etenim in circulo vt hedera. Secundi vsi sunt rectis lineis, seu circulorum circumferentijs, quæ omnes generationem habent in plano, vt Hieron, & Pappus: tertij demum acceperunt sectiones quorundam corporum, & lineis natis ex huiusmodi sectionibus vsi sunt ad inuentionem problematis. Talis fuit Menecmus, qui [e] παραβολήν & ὑπερβολήν vsurpauit. Omnes vero μηχανικοὶ dicendi cum pars magna eorum mechanicis instrumentis vtatur, reliqui ὀργανικῶς quidem non geometricè absoluunt, tamen deinceps geometricè demonstrant. Quoniam autem antiquorum conatus, qui nobis supersunt, luminis aliquid requirere possunt, placuit nonnullos subnectere (recentiores nihil moror,) ut intelligantur quàm variè varij lapidem hunc mouerint.

Pappus proœmio lib. 7. collect. mathemat.
Eutocius in Arch. eodem.
a per 20 l. 6
b per 33 l. 11
c Plato l. 7. de republ.
d Pappus l. 4. math. coll. post formam propositionis 22. & Eutocius in hunc librum.
e Ibidem Eutocius in prop. 2.

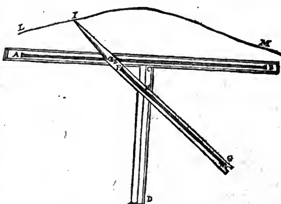
LEMMA I.

Lineam conchoïdem describere.

Primum itaque Nicomedes suam conchoidem sic exarabat: vti ex Pappo [f] discimus. ΚΑΤΑΣ. Habeatur regula A. B. quæ deinceps dicatur normalis, cui ad perpendiculum applicetur C. D. Sit autem in A. B. normali excauatus quidam canaliculus, paulo latior in profundo quàm in suprema rima. Tum in C D. affigatur immobilis quidam clauus rimæ F. G. canonis I. G. ita vt clauus non impediat quo minus Canon I. G. attollatur vel deprimatur, contineat tamen ipsum canonem ita vt puncto H. tanquam

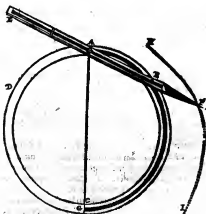
f Lib. 4. collect. Mathemat. prop. 22.

centro perpetuo inhæreat. Tandem alius clauus affigatur canoni in E. cuius etiam caput inseratur canaliculo A. B. ita vt ab A. ad B. liberè deducatur, nec tamen ex canaliculo auellatur, sed semper remaneat Sagitta E. I. eiusdem longitudinis, ita vt recta linea inter normalem A. B. & lineam conchoidem sit eadem semper, & parem seruet distantiam. Sic parato instrumento, posito graphio vel penicillo in I. & perducto



puncto seu clauo E. ab A. ad B. signabitur ab I. linea L. I. M. ἥν τινα κοχλοειδῆ γραμμὴν (inquit Eutocius [a]) interuallū à similitudine (puto) cōchæ quā refert. Interuallū autē lineæ est E. I. polus vero seu centrū punctum H. Vertex demum punctus conchoidis quod è directo respondet lineæ E. D. & per quod educta E. D. recto Conchoidem secat descripta. [a] Ad 1. l. 2. de sphær. & cylindro.

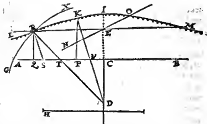
Porro non tantum conchois ex recta linea vt ex A. B. quam Nicomedes vocauit conchoidem primam, nobis requiritur, sed vtilis quoque est pro iis quę dicturi sumus ad librum de spiralibus, alia conchois quæ ex circulo fiat, quamque ex Nicomedeæ similitudine secundam Conchoidem vocamus, & ita depingimus.



ΚΑΤΑΣ. Sit circulus A B. C. D. in cuius semicirculi limbo A. B. C. canaliculus excaueretur, latior in fundo quam in ora. Habeatur quoque Canon E. B. F. qui findatur longitudine B. E. ita vt liberè attollatur vel deprimatur per clauum A. qui suo interim latiori vertice eundem canonem comprimat. Alius demum sit in B. clauus affixus canoni, sed liberè decurrens per canalem A. B. C. Etenim hoc instrumento si canonis clauus B. circumducatur per canalem A. B. C. apex F. suo stilo Conchoidem circularem A. F. I. polo scilicet A. & interuallo B. F. interim describet, quam nos secundam appellabimus.

LEMMA II.

Linea Conchoidis vndiquaque verticis accedit ad lineam normalem (modo ex perpendicularibus distantia perpendatur,) quò magis recedit à vertice.



ΥΠΟΘ. Sit Conchois prima L. I. M. præcedenti artificio descripta, normalis A. B. centrum D. vertex I.

ΣΥΜΠ. Dico Conchoidem eò minus distare à normali A. B. quò magis recedit à vertice I.

ΚΑΤ. Educantur à centro D. ex artificio superiori lineæ D. K. & D. R. & à punctis K. & R. educantur perpendiculares[a] in normalem A. B. quæ sint R. Q. & K. P. Et quoniam A. T. D. maior est[b] angulo A. V. D. & ideo angulus Q. T. R. remanet[c] minor angulo P. V. K. Et proinde fit Q. R. T. maior reliquo P. K. V. cum sint ambo R. Q. T. & K. P. V. recti: fiat[d] Q. R. S. æqualis ipsi P. K. V. & ducatur R. S.

ΑΠΟΔ. Etenim trianguli Q. R. S. & V. K. P. sunt[e] æquianguli, & est[f] R. S. ad R. Q. vt K. V. seu æqualis illi R. T. ad K. P. & viciſsim [g] R. S. est ad R. T. vt R. Q. ad K. P. Arqui R. S. est[h] minor quàm sit R. T. quia angulus R. S. T. est[b] obtusus, cum sit angulus R. Q. S. rectus. Ergo quoque perpendicularis R. Q. est[i] minor perpendiculari K. P. Ideóque Conchois recedens à vertice I. minus distat à normali A. B. vt vult lemma.

[a] per 12. l. 1. [b] per 16. l. 1. [c] per 13. l. 1. [d] per 23. l. 1. [e] per fabricam. [f] per 4. l. 6. [g] per 16. l. 5. [h] per 19. l. 1. [i] per 14. l. 5.

LEMMA III.

Inter Conoidem & normalem non potest duci linea quin secet Conoidem.

ΥΠΟΘ. Sit Conois L. I. M. vertex I. centrum D. normalis A. B. Et intra normalem ac Conoidem educantur lineæ nempe R. M. parallela normali, seu N. E. O. non parallela.

ΣΥΜΠΕ. Dico vtramque eductam lineam Conoidem secare.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam illæ ductæ lineæ quæcumque sint, non possunt agi inter Conoidem & normalem, quin secent sagittam C. I. contingat sectio in E. & fiat sicuti C. E. ad E. D. ita C. I. sagitta[l] ad lineam quampiam, nempe ad H. Tum centro D. & interuallo H. describatur circulus G. R.

ΑΠΟΔ. Ille circulus necessario secabit lineam L. E. M. Quia C. E. est[m] ad E. D. vt C. I. ad H. vel ad D. R. At vero C. E. antecedens est minor antecedente[n] C. I. Ergo consequens D. E. est minor consequente H. vel D. R. Ergo circulus secat lineam R. E. M. Adhuc cum E. C. sit ad E. D. vt I. C. ad D R. Et sicut E. C. ad E. D. ita sit[o] R. T. ad R. D. sequitur C. I. & R. T. eandem habere rationem ad R. D. & proinde esse æquales: ac inde sequitur R. T. esse sagittam lineæ, & punctum R. esse in Conchoide: propterea que parallelam R. M. Conchoidem secare. Iam quia N. E. O. non est parallela, agatur parallela R. E. M. quæ eam secet in E. Etenim cum R. M. parallela secet Conchoidem, multo citius non parallela secabit. Quod fuit probandum.

[l] per 12. l. 6. [m] per fabricam. [n] per 9. com. [o] mon. sent. per 2. l. 6.

LEMMA IV. PROBLEMATICVM.

Angulo dato & puncto, extra lineas angulum datum concipientes, ducere à puncto dato lineam, cuius pars à lineis angulum datum concipientibus intercepta æqualis sit alicui datæ lineæ.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Detur angulus M. A. B. punctus D. extra limites anguli, & linea G. Imperetur verò à puncto D. ducere quomodocumque lineam rectam quæ secans ambas A. B. & A. M. relinquat sui partem E. M. intra lineas A. B, A. M. in infinitum productas, æqualem lineæ G.

ΚΑΤΑΣ. Fiat A. B. normalis & D. centrum, à quo in normalem ducatur perpendicularis a D. C. quæ producatur extra A. B. longitudine lineæ G. vt sit sagitta C. H. æqualis ipsi G. Tum fiat conchois his centro, normali & sagitta F. H. M. Et quia A. M. ducitur intra normalem & conchoidem, eam vspiam secabit b puta in M. agatur linea D. M. a per 11. l. 1. b per lemma precedens.

ΣΥΜΠ. Dico E. M. partem lineæ eductæ à centro D. æqualem esse lineæ G.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim per fabricam & lineæ artificium omnes lineæ à centro eductæ ad conchoidem partes relinquunt inter normalem & conchoidem equales sagitte. Ergo E. M. est æqualis ipsi C. H. & proinde ipso G. c lineæ datæ, quod fuit operandum. c per 3. com. sentent.

LEMMA V.

Si primum fuerit ad secundum vt tertium ad quartum, erit primum ad dimidium secundi vt duplum tertij ad quartum.

ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. vt C. ad D. & sit E. dimidium B. & F. duplum C.

ΣΥΜΠ. Dico A. esse ad E. vt F. est ad D.

ΚΑΤΑΣ. Fiat G. dimidium ipsius D.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. est ad B. vt C. ad D. erit A. ad E. dimidium ipsius B. sicut C. ad G. dimidium D. Atqui vt C. simplex ad simplicem G. ita duplum F. ad duplum D. Ergo vt A. est ad E. sic F. ad D. quod proponebat Lemma.

LEMMA VI. PROBLEMATICVM.

Inter duas datas lineas inæquales duas medias proportionales inuenire.

ΥΠΟΘ. Dentur duæ lineæ P. Q. inequales.

ΚΑΤΑΣ. Iunganturd datæ, in angulum rectum A. B. C. Et sit A. B. æqualis maiori, tum B. C. par minori datarum. Secenture ambæ bifariam in D. & E. producanturque N. D. M. & C. B. quousque concentrant in M. Et fiant A. N. & M. B. æquales ex æqualitate angulorum ad D. f tum ad A. & B. & paritate laterum A. D, D. B. & propterea g pares B. M, B. C. Tum erigatur perpendicularis E. F. d in infinitum, describaturque centro C. & interuallo A. D. circulus qui secet necessariò E. F. quia A. D. vt di- d per 11. l. 1. e per 10. l. 1. f per 15. l. 1. g per 4. l. 1.

midia maioris datarum est maior quod sit E. C. dimidia minoris. Fiat ergo in F. sectio, vt sit C. F. æqualis ipsi A. D. Iungatur M. F. Tum fiat [a] ad C. angulus G. C. L. æqualis angulo D. M. F. sic dabitur angulus L. C. G. & extra lineas ipsum concipientes G. C. & C. L. centrum F. facta proinde normali H. C. & sagitta H. I. æquali ipsi C. F. seu A. D. conchoidem describere possumus [b] K. I. L. quæ vspiam secabitur à producta C. L. proptereaque ducta F. L. manebit G. L. æqualis ipsi A. D. seu radio C. F. Tandem à puncto L. per N. producatur linea, quousque concurrat cum linea B. A. in O.

a per 23. l. 1.
b per 4. lemma praeced.

ΣΥΜΠ. Dico medias quæsitas esse C. L. & A. O. & esse A. B. ad C. L. vt C. L. ad O. A. & O. A. ad B. C.

ΑΠΟΔ. Vt O. N. est ad N. L. sic [c] O. A. ad A. B. & sic B. C. ad C. L. Tum dimidium A. B. est A. D. & duplum B. C. est [d] M. C. Ergo prima A. O. est ad A. D. dimidium secundæ, vt M. C. dupla tertiæ ad C. L. quartam. Verum & M. C. ad C. L. ita est [e] F. G. ad G. L. Ergo vt O. A. ad A. D. ita est F. G. ad G. L. & componendo, vt O. D. ad A. D. ita est F. L. ad G. L. sed G. L. & A. D. sunt æquales, [f] Ergo O. D. & F. L. sunt pares. Iam quoniam B. C. bifariã dirimitur in E. & ei additur quæpiam C. L. rectangulum sub B. L. & C. L. cum quadrato C. E. est [g] æquale quadrato E. L. & vtrique parti addendo quadratum E. F. erit rectangulum sub B. L, C. L. cum quadratis C. E, E. F. hoc est quadrato C. F. æquale quadratis L. E. & E. F. seu quadrato F. L. hoc est quadrato æqualis O. D. Verum etiam quadratum O. D. est [g] æquale rectangulo sub O. B, O. A. & quadrato A. D. Ergo sublatis vtrinque quadratis C. F, A. D. remanebunt rectangula sub O. B, A. O. & sub B. L, C. L. æqualia. Et proinde vt O. B. ad B. L. ita C. L. ad O. A. At vero vt quoque O. B. ad B. L. ita est N. C. hoc est A. B. ad C. L. & rursus [e] sic O. A. ad A. N. seu ad B. C. Igitur vt prima A. B. seu Q. est ad secundam C. L. ita C. L. ad tertiam O. A. & O. A. ad quartam B. C. seu P. Omnium enim ratio est vt O. B. ad B. L. Inuentæ ergo sunt duæ mediæ proportionales C. L. & A. O. inter datas Q. & P. quod proponebatur.

c per 2. l. 6.
d per lemma 5. praec.
e per 18 l. 5.
f per fabric.
g per 6. l. 2.

Q P O A M K D I H B E C N L G F

LEMMA VII.

Ad modum Dioclis, & picturam lineæ cissoideæ seu hederaceæ.

Si diametri duo sumantur ad normam in exposito circulo, & vtrimque alterutrius resecentur duo arcus æquales, à quibus duæ perpēdiculares exciterentur ad alteram diametrorum, à cuius deinde extremitate ad arcum exteriorem ducatur linea: hæc linea ita diuidit proximam ex perpendicularibus, vt inter partem constituentem angulum rectum cum diametro, & partem maiorem diametri, relinquantur mediæ proportionales secta hæc perpendicularis & reliqua diametri pars.

h per 12. l. 1.

ΥΠΟΘ. Sint diametri A. B. C. D. sese ad amussim secantes in E. vtrinque vero diametri C. D. notentur arcus æquales D. I. & D. H. à quibus excitentur [h] perpendiculares

perpendiculares in alteram diametrum I. G, H. F. & ab extremitate B. ducatur linea B. I. ad exteriorem arcum, secans perpendicularem H. F. in K.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. F. esse ad F. H. vt F. H. ad F. B. & F. B. ad F. K.

ΚΑΤΑΣ. Agantur perpendiculares rectò ad O. & P.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam I. D. & D. H. arcus sunt æquales, reliqui H. B. P. & I. A. O. sunt æquales, & lineæ ideo a I. O. & H. P. seu earum dimidiæ I. G. & H. F, b supersunt æquales, & ideo æqualiter distant c à centro: proinde E. F, E. G. sunt æquales: tum reliquæ è radijs, A. G, B. F. & denique compositæ A. F, G. B. sunt pares inuicem. d Iam B. G. est ad G. I. vt e B. F. ad F. K. Sed vt B. G. ad G. I. ita G. I. ad G. A. quia G. I. est f media proportionalis inter B. G. & G. A. Ergo vt B. G. seu A. F. ad G. I. seu ad F. H. ita est I. G. vel H. F. ad A. G. hoc est ad F. B. Sed rursus vt B. G. ad G. I. ita est e B. F. ad F. K. Ergo vt est A. F. ad F. H. ita est F. H. ad F. B. & F. B. ad F. K. quod fuit ostendēdū. Ita fiet de quibuslibet arcubus sumptis æqualibus vti D. L. & D. M. nam ductis perpendicularibus & linea B. L. fiet A. R. ad R. M. vt R. M. ad R. B. & R. B. ad R. N. hoc pacto diuiso toto semicirculo A. D. B. in arcus æquales, & ductis perpendicularibus ac lineis. vt superius fient sectiones in perpendicularibus per quas agetur linea cissois seu hederacea, ex mente Dioclis, g quæ plurimo vsui est inueniendis duabus medijs proportionalibus inter duas datas.

a per 29. l. 3. b per 15. l. 3. c per 14. l. 3. d per 5. & 2. commun. sent. e per 2. l. 6. f per 8. l. 6. g Hanc operationē demeratin opere cui titulum dederat ἀξιω... [illegible]

LEMMA VIII. PROBLEMATICVM.

Inter duas datas inuenire duas medias proportionales, mediante linea cissoide.

ΥΠΟΘ. Dentur A. & B.

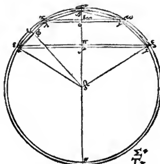
ΚΑΤΑΣ. Quoniam in præcedenti diagrammate sunt A. F, F. H, F. B. & F. H. quatuor continuè proportionales, fiat h vt A. F. ad F. H. sic A. ad C. & vt H. F. ad F. B. sic C. ad D. nam demum vt B. F. ad F. K. sic erit D. ad B. h per 3[illegible]. l. 6.

ΑΛΛΩΣ. Assumatur in diametro A. B. linea A. datæ sit ipsa A. F. & à puncto F. educatur i perpendicularis & parallela ipsi E. D. i per 31. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim cissois diuidet has perpendiculares ita vt F. K. sit æqualis ipsi B. datæ, & mediæ quæsitæ erunt F. H. & F. B.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod si linea data A. fuerit minor semidiametro A. E. duplica aut triplica quoad excedet E. & perge vt superius. Tum inuentis lineis tantum minue quantum auxeris: partes enim quæ remanebūt, erunt l lineæ quæsitæ. Si vero maior fuerit minue in diminutione submultiplici quoad fiat minor. Tum exacta operatione auge. Demum si A. fuerit æqualis aliam habere cissoidem necesse est aut agere secundum priorem [illegible]. Cęterum hanc Dioclis quia omnium antiquorum videtur esse vtilissima, eam addidi licet singularum trium classium vnum solum exemplum proponere statuerimus cū omnes apud Eutocium cuique legere fas sit. Veniamus ad artifices secundę classis, qui medio cuiusdam rectę lineæ vsi sunt. l per 15 l. 5.



a per 13. l 6. ΚΑΤΑΣ. Fiat [a] radius circuli Σ. medius proportionalis inter latus α.λ. & lineam conflatam ex λ.ι, & α.ρ. vt sit [b] æqualis circulus superficiei inscriptæ solidæ figuræ in portione sphæræ. Similiter fiat [a] radius circuli T. medius proportionalis inter latus ι.κ. & lineas κ.μ, ι.π. vt sit [c] rursus æqualis circulus T. superficiei circumscriptæ figuræ, tandem his duobus circulis vt basibus construantur duo coni, quorum conus Σ. altus sit perpendiculari δ.υ. alter verò T. perpendiculari δ.φ. vt sit ille [d] æqualis solidæ circumscriptæ figuræ, hic [e], inscriptæ, scilicet cum conis ι.δ.ζ. & α.δ.γ.

b per 32. huius.

c per manifest. 4. huius.

d per 34. huius.

e per 36. huius.

ΑΠΟΔ. Lineæ κ.μ, ι.π. sunt [f] ad lineas λ.ι, α.ρ. vt latus ι.κ. ad latus α.λ. Ergo radius circuli Σ. est [g] ad radium circuli T. vt ι.κ. ad α.λ. Atqui circulus est [h] ad circulum: hoc est superficies conscriptæ figuræ ad superficiem inscriptæ in ratione duplicata radij ad radium, seu diametri ad diametrum. Ergo in ratione quoque duplicata lateris ι.κ. ad latus α.λ. Rursus δ.υ. est ad [i] δ.φ. vt ι.κ. ad α.λ. hoc est vt radius circuli basis Σ. ad radium circuli basis T. Proinde coni [l] sunt similes. Et ideò in triplicata sunt [m] ratione radiorum qui in basibus seu ι.κ. ad α.λ. Atqui figuræ cum conis ι.δ.ζ. & α.δ.γ. sunt æquales conis Σ T. Ergo figura solida circumscripta cum cono ι.δ.ζ. est ad inscriptam cum cono α.δ.γ. in ratoine triplicata lateris ι.κ. ad latus α.λ. vt vult ἡ πρότασις.

f per coroll. lemmatis 2. præfixi 29. huius.

g per lemma 2. præfixum eidem 29. huius.

h per 2. l. 12.

i per coroll. 2. prop 3. huius.

l per 24. definit l. 11.

m per 12. l. 12.

PROPO. XXXVI.

THEO. XXXI.

Cuiuscumque portionis sphæræ minoris semicirculo superficies, æqualis est circulo cuius radius æqualis est lineæ à vertice portionis in periferiam ductæ circuli, qui basis est portionis sphæræ.

ΠΡΟΤΑ. ΛΖ.

ΘΕΩΡ. ΛΑ.

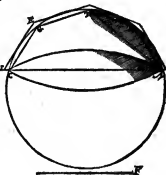
Παντὸς τμήματος σφαίρας ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου ἡ ἐπιφάνεια, ἴση ἐστὶ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας.

ΥΠΟΘ. Sit sphæræ portio hemisphærio minor A. B. C. cuius vertex B. basis verò circulus circa diametrum C. A. A vertice B. in circumferentiam basis ducta sit B.A. qua tanquam radio circulus describatur F.

ΣΥΜΠ. Dico portionis huius sphæræ superficiem æqualem esse circulo F.

ΚΑΤΑΣ. Etenim si illi superficiei, circulus F. non æquatur, minor erit aut maior. Et primò ponatur circulus maior, ac portioni inductus sphæræ maximus circulus bifariam dirimatur, sitque A. B. C. portio maximi sphæræ circuli: cui quidem portioni altera circumscribatur [n] figura eidemque altera inscribatur, circumscriptæ si-

n per manifest. 1. propos. 5. huius.



milis

milis, & in ea ratione vt maior ad minorem rationem habeat minorem quàm superficies portionis sphæræ ad circulum F. Ac demum reuoluantur vna cum portione circuli, cui adhærent, vt nascantur figuræ conicis superficiebus contentæ, altera [a] sphæræ portioni propositæ circumscripta, altera [b] eidem inscripta. a per porism. 4. b per porism. 5.

ΑΠΟΔ. Figura plana circumscripta portioni circuli ad inscriptam est [c] in ratione duplicata lateris I. E. ad latus C.G. At superficies solidæ conscriptæ portioni sphæræ ad superficiem inscriptæ est [d] in eadem duplicata ratione lateris ad latus. Ergo superficies solidæ circumscriptæ ad superficiem solidæ inscriptæ, est vt externa plana ad internam planam, hoc est, in minori ratione quàm superficies portionis sphæræ ad circulum F. Atqui superficies portionis sphæræ, vt minor [e] superficie sibi circumscriptæ figuræ, minorem habet [f] rationem ad inscriptæ figuræ superficiem, quàm ad eandem inscriptæ superficiem habeat superficies circumscriptæ. Proinde superficies portionis sphæræ habet ad superficiem sibi inscriptæ figuræ, minorem multo rationem, quàm ad circulum F. Vnde sequitur [f] circulum F. esse minorem superficie inscriptæ figuræ, quod aduersatur demonstratis in 33. huius. c per 20.1. 6. d per manifest. 10. huius. e per 3. porisma. f per 8 li. 5.

Contra verò supponatur circulus F. maior, & plana figura circumscripta ad inscriptam eidem circuli portioni habeat minorem rationem, [aa] quàm circulus F. ad superficiem portionis sphæræ. aa per manif 1. prop. 5. huius.

ΑΠΟΔ. Eadem ratione qua superius superficies solidæ figuræ circumscriptæ ad superficiem inscriptæ est in ratione duplicata lateris I. E. ad latus C.G. & ideò est vt plana circumscripta ad planam inscriptam, nempè in minori ratione quàm circulus F. ad superficiem portionis sphęræ. Atqui cùm sit [g] superficies portionis sphæræ maior superficie figurę solidæ inscriptę ipsi portioni, sequitur superficiem figurę solidę circumscriptæ habere [h] minorem rationem ad superficiem portionis, quam ad figuræ inscriptæ solidæ superficiem: & ideò multo minorem quàm eandem circulus F. ad ipsam portionis superficiem. Vnde constaret circulum F. esse [h] maiorem superficie circumscriptę figurę, quod est inconueniens & absurdum per 35. huius. Absit ergo circulus dicatur maior aut minor superficie portionis propositę, sed ęqualis. g per 4 porisma. h per 8. l. 5.

ΠΡΟΤΑ. ΛΗ.

ΘΕΩΡ. ΛΒ.

Καὶ ἐὰν μείζων ἡμισφαιρίου ᾖ τμῆμα, ὁμοίως αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

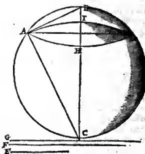
PROPO. XXXVII.

THEO. XXXII.

Et si maior fuerit hemisphærio portio, similiter ipsius superficies æqualis est circulo, cuius radius æqualis est lineæ ductæ à vertice ad circumferentiam circuli, qui basis est portionis.

ΥΠΟΘ. Sit portio sphæræ A.C.D maior hemisphęrio.

ΣΥΜΠΕ. Dico ipsius quoque superficiem æqualem esse circulo cuius radius erit C. A. linea ducta à vertice portionis ad circumferentiam circuli A.H.D.I. qui basis est portionis.



ΚΑΤΑΣ. Tota sphæra A. C. D. B. plano per centrum acto, & perpendiculari basi A.
a per lemma præfixũ 32. huius. H.D. I. secetur, & fit[a] maximus circulus A. C.D.B. cuius diameter B.C. diuidens[b] recto A.D. & bifariam.
b per 3. l. 3. Tum agatur A.B. cui æqualis fiat radius circuli E. vt sit radius circuli F. par ipsi A. C. & demum semidimetiens circuli G. constituatur æqualis toti diametro C.B.

c per fabricam ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam diameter circuli, cuius est radius G. duplus est lineæ B.C.[c] tum quadratum ipsius diametri circuli G. est[d] quadruplum quadrati B. C. & ideò circulus
d per 20. l.6 G. est quadruplus circuli B. A. C. D. sphæræ maximi: ac demum æqualis est[e] superficiei totius sphæræ.
e per 30. huius, & corol. ipsius. Atqui circulus E. simili argumento probabitur quadruplus circuli A.B. & circulus cuius est radius A.C. quadruplus etiam circuli A.C. Et quia simplices circuli ex diametris A. C, A. B. æquales sunt[f] simplici circulo ex B. C. sequitur
f per 47. l. 1. & 2. l. 12. circulos E. & F. quadruplos circulorum A. C. A. B. æquales esse[g] circulo G. quadruplo circuli B. C. & proinde pares etiam esse superficiei sphæricæ.
g per 15 l. 5. Verum superficiei portionis A.B.D. minoris hemisphærio æquatur[h] circulus E.
h per præcedentem. Ergo reliquæ portionis maioris hemisphærio superficiei par est F. circulus, vt proponitur.

COROLL. I.

i per præcedentes. Hinc sequitur lineas à verticibus portionum sphæræ, superficierum æqualium, ductas ad basium circumferentias, esse æquales. Nam descripti ab ipsis lineis vt diametris circuli,[i] æquales sunt æqualibus superficiebus, ideoque inter se pares, proindeque diametri.

PROPO. XXXVIII.

THEO. XXXIII.

Omni segmento sphæræ, æqualis est conus qui basim quidem habeat æqualem superficiei segmenti sphæræ, quæ sectioni respondet, altitudinem verò æqualem radio sphæræ.

ΠΡΟΤΑ. ΛΘ.

ΘΕΩΡ. ΛΓ.

Παντὶ τομεῖ σφαίρας, ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ κατὰ τὸν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ΥΠΟΘ. Sit sphæræ segmentum A. B. C. cuius superficiei æqualis sit basis coni H. descripti altitudine D. B. semidiametro seu radio sphæræ, cuius est pars propositum segmentum.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico conum H. esse æqualem proposito sphæræ segmento A.B.C.D.

ΚΑΤΑΣ. Hoc si negauerit quis, necesse est fateatur conum H. maiorem esse vel minorem segmento A. B. C. D. & primò ponatur conus minor. Atque intra & citra portionem circuli sphæræ maximi respondentem segmento sphæræ proposito planæ figuræ describantur æquilateræ & omnino similes,ᵃ quarum latera se habeant maius seu exterius ad minus seu interius in minori ratione quàm sit L. ad F. Sint autem prius inuentæ ᵇ L. & E. quarum L. ad E. minor sit ratio, quàm portionis sphæræ propositæ ad conum H. tum inter L. & E. inuentæ ᶜ F. & G. mediæ proportionales in progressione arithmetica. Demum solita reuolutione nascantur ᵈ solidæ figuræ intra & extra propositum sphæræ segmentum.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Figura solida circumscripta cum cono I. D. N. est ad figuram solidam inscriptam cum cono A.D.C. in triplicata ᵉ ratione lateris I. K. ad latus A. M. At latus I.K. lateri A.M. in minori ratione est ᶠ quàm L. ad F. Ergo figura circumscripta sphæræ segmento cum cono I.D.N. figuræ inscriptæ eidem segmento cum cono A. D. C. in minori ratione est quàm sit triplicata lineæ L. ad lineam F. & ergo multo minori quàm linea L. sit ᵍ ad E. lineam. Sed L. est ᶠ ad E. in minori ratione quàm sit segmentum sphæræ propositum ad conum H. Ergo rursus circumscripta cum suo cono ad inscriptam cum suo cono in minori ratione est quàm sit segmentum A.B.C. ad conum H. Verum propositum segmentum A. B. C. minus est ʰ sibi circumscripta figura cum cono I. D. N. & propterea ad internam solidam inscriptam iunctam cono A. D. C. minorem rationem habet, ⁱ quàm circumscripta illa cum suo cono I. D. N. ad eandem inscriptam iunctam cono A. D. C. Ac proinde idem segmentum sphæræ minorem habet rationem ad inscriptam cum cono A.D. C. quàm ad conum H. Vnde sequeretur ˡ illam inscriptam maiorem esse cono H. quod est absonum à priùs demonstratis.

Ponatur iam conus H. maior, & reliqua maneant: cum hac tamen cautela vt L. sit ad E. in minori ratione quàm sit H. conus ad sphæræ propositum segmentum A.B. C. D.

ΑΠΟΔΕΙ. Rursus conscripta figura cum suo cono I.D.N. ad inscriptam cum suo cono A.D.C. in ratione est ᵉ triplicata I. K. ad A. M. Ergo in minori quàm sit triplicata lineæ L. ad lineam F. hoc est quàm sit L. ad ᵍ E. & ergo multo minori quàm sit conus H. ad propositum segmentum A.B.C. Est autem segmentum A.B.C. cum cono A.D. C. maius ᵐ inscripta sibi figura cum cono A.D.C. Ergo ad ipsum cum cono A.D.C. minorem rationem habet ⁱ circumscripta figura cum cono I. D. N. quàm ad inscriptam cum cono A. D. C. Et proinde illa circumscripta cum cono I. D. N. ad ipsum segmentum sphæræ cum cono A.D.C. multo adhuc minorem rationem habet quàm conus H. ad ipsummet segmentum auctum cono A.D.C. Propterea sequitur conum H. maiorem esse ⁱ circumscripta figura cum cono I. D. N. qua tamen reuera minor est. ⁿ Absurdum itaque est maiorem vel minorem dicere conum H. segmento sphæræ proposito A.B.C.D. vnde sequitur ipsi æqualem esse, vt vult propositio.

ᵃ per 4. huius.
ᵇ per 2. huius.
ᶜ per lemma 1. prop. 31. huius.
ᵈ per 3. & 4. porism.
ᵉ per manifest. 10. huius.
ᶠ per fabricam.
ᵍ per 4. huius prop. 31. huius.
ʰ per porisma 4. huius.
ⁱ per 8. 5.
ˡ in coroll. 34. huius.
ᵐ per 3 porism.
ⁿ per 2 coroll. 36. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc demonstratio Archimedeæ conformis, de sola portione hemisphærio minori conclusionem videtur elicere. Verum & propositionem ritè vti vocabulo *παντὶ τμῆμα* & omnino de quacumque

ſphæræ portione certiſſimum eſſe, ſic oſtendimus. Sint tres coni. Q.R.S. in eadem altitudine D.B. radii nimirum propoſitæ ſphæræ. Baſis autem coni Q. fiat [a] æqualis ſuperficiei totius ſphæræ: baſis verò coni R. par conſtituatur [b] ſuperficiei portionis A.B. minoris hemiſphærio. Demum baſis coni S. æquetur [c] ſuperficiei reliquæ portionis A.P.C.

Q R S

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam baſes conorum R. & S. ſunt æquales ſimul ſuperficiei ſphæricæ, aut baſi coni Q. Eſtque omnium eadem altitudo: ſunt [d] coni R. & S. æquales cono Q. Atqui conus Q. ſphæræ toti eſt æqualis. [e] Eidem ergo ſphæræ ambo coni R. & S. æquantur. Atqui conus R. eſt [f] æqualis minori portioni A.B.C. Ergo conus S. maiori portioni A.P.C. æqualis eſt. Propoſitio itaque veriſſima eſt de quacumque ſphæræ ſegmento. Hinc patet ratio cur Archimedes non edixerit de cono æquali figuræ inſcriptæ portioni ſegmento maiori hemiſphærio. Præuiderat enim ſuſceptæ ſibi demonſtrationi ſatis eſſe de portione minori agere. Nec tamen omnino ab re eſt id quod de maiori ſubiunximus.

[a] per corol. 30. huius.
[b] per 36. huius.
[c] per 37. huius.
[d] per 11. lib. 12.
[e] per 31. huius.
[f] per præſentem prop.





ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΒΙΒΛΙΟΝ Β.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ

Πρότερον μὲν ἀπέστειλάς μοι γράψαι τῶν προβλημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀπέστειλα Κόνωνι. Συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γράφεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέσταλκά τοι τὰς ἀποδείξεις. Ὅτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Καὶ δὴ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένῃ.

ARCHIMEDIS DE SPHÆRA ET CYLINDRO. LIBER II.

ARCHIMEDES DOSITHEO S.

Antea quidem mandasti mihi, scriberem eorum problematum demonstrationes, quæ prius ipse proposueram Cononi. Accidit verò eorum plurima scribi inter theoremata, quorum priùs ad te misi demonstrationes. Sicuti quod [a] omnis sphæræ superficies quadrupla sit maximi circuli eorum qui sunt in ipsa sphæra. Adhuc [b] quod omnis portionis sphæræ superficiei æqualis sit circulus, cuius radius æqualis est rectæ lineæ à vertice portionis in circumferentiam basis ductæ.

[a] prop. 30. lib præcedentem.

[b] prop 36. & 37 lib de praced.

LEMMA.

Conì vel cylindri dati cylindrum ſesquialterùm deſcribere.



ΥΠΟΘ. Sit A. cylindtus vel conus.

ΚΑΤΑΣ. Fiat cylindtus B. ſuper æquali baſi ac A. altitudineque ſesquialtera cylindri A.

ΣΥΜΠ. Erit cylindtus B. ſeſquialrer cylindri A.

ΑΠΟΔ. Quod ſi fuerit A. conus capiatur tertia pars B. Nam vt eſt B. ad A. ſic eſt [b] tertia pars B. tertiæ partis A. Etgo tertia pars cylindri B. quæ reſceabitur [a] plano ſecante altitudinis tertiam partem παραλλήλως, baſi, erit ſeſquialtera coni A. eum ipſe conus ſit [c] tertia pars cylindri A.

a per 14.l.12

b per 15.l.5.

c per 10.l.12



ΠΡΟΤ. Α. PROP. I.

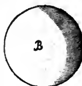
ΠΡΟΒΛ. Α. PROBL. I.

Τὸ δεύτερον ἦν· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου, σφαῖραν εὑρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

Secundum erat: Dato cono vel cylindro, ſphæram inuenire cono vel cylindro æqualem.

ΥΠΟΘ. Supponatur factum quod proponitur: & offeratut ſphæra B. æqualis cono ſeu cylindro A.

ΚΑΤΑΣ. Cylindrus C.F D. fiat [d] coni vel cylindri A. ſeſquialrer, & ex conſequenti ſphæræ B. Deinde ſphæræ B. ſit [e] quoque ſeſquialter cylindtus G. L. H. Denique vt C. D. eſt ad G. H. ſic fiat [f] G. H. ad M.





M

d per lemma præced.

e per manifeſtum 9. huius.

f per 11 l.6.

ΣΥΜΠ. Dico inter C.D. & E.F. duas eſſe inuentas medias proportionales γεωμετρικῶς.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam cylindri G. F. D. & G. L. H. ad ſphæram B. eandem rationam habent, nempe [g] ἡμιολίαν, ſunt [h] æquales. Ergo vt eſt baſis C. D. ad baſim G. H. hoc eſt [f] vt quadratum G.H. ſic eſt [h] K. L. altitudo, ſeu eius æqualis G. H. (etenim tam diameter baſis quam altitudo cylindri G. L. H. ſunt æquales diametro ſphæræ B. ex prius [i] demonſtratis.) ad altitudinem E. F. Atqui trium continuè proportionalium C.D, G. H. & M. eſt [l] C. D. prima ad M. tertiam, vt quadratum primæ C. D. ad quadratum ſecundæ G. H. Ergo quoque C. D. eſt ad M. vt G. H. ad E. F. Et ἐναλλὰξ C. D. eſt ad G. H. vt M. ad E. F. Sed vt C. D. ad G. H. ſic fecimus G. H, ad M. Ergo vt C. D. ad G.H. & G.H. ad M. ſic M. ad E. F. Proinde inter C. D. & E.F. duæ inuentæ ſunt ex hypotheſi data, mediæ proportionales inter duas datas lineas.





g per 9 l. 5.

h per 2.l.12

i per 15.l.12

l In 9. manifeſto

m per 10 def. fini l.5.& 20 lib. 6.

n per 16.l.5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Antequam ad solutionem veniamus huiusce propositi problematis, hæc lucis gratia præmittenda visa sunt. Antiqui Geometræ in solutione difficilium προβλημάτων Physicos imitati sunt, qui primum ab effectis rerum causas indagarunt. Etenim solebant propositum problema supponere factum, & inde κατὰ τὴν ἀνάλυσιν quid sequeretur contemplari, vt consequentiam illam exinde cernentes si possent, facilius quod proponeretur, soluerent. Huiusmodi Philosophandi methodum passim inuenies apud Pappum, & hic ipsius affabre exemplar habes. Quæsitam enim sphæram cono vel cylindro æqualem, cum derepente Archimedes non haberet obuiam, inuentam supponit, atque hinc conclusit dari duas medias proportionales inter diametrum basis & altitudinem cylindri, qui sesquialter esset coni vel cylindri, cui æqualis sphæra quæreretur. Verum huius accidentis consequentia nusquam ex alio medio deduxit, vt nec vllus vmquam alius Geometra: ita vt insoluta huc vsque remanserit. Superiores Archimede Geometriæ, tumque posteriores susque deque eam agitarunt, & μέσον arbitrati ipsius μέσους, varijs modis tribuerunt, at nullum ἀποδεικτικὸν ἢ γραμμικόν, omnem vero χειρουργικόν: Abhorrent vero τὰ χειρουργικὰ à vera Geometria. Cæterum hæc duarum mediarum proportionalium inuentio sui primum gratia tentata non est, at cubi duplicandi causa. Scribens enim Eratasthenes Regi Ptolemæo, narrat: quendam olim tragicum induxisse Minoa extrucotem Glauco sepulchrum, referentique centum pedes vndiquaque patere, dixisse μικρὸν βασιλικοῦ σηκὸν τάφου, διπλάσιον ἔστω, τοῦ δὲ τοῦ κύβου μὴ σφαλῇς: cumque artifex vnumquodque latus duplicasset, visum errasse, quia duplicatis lateribus in superficiebus fit quadruplum *a* planum, in solidis fit octuplum *b* corpus, propterea consultos geometras, quo pacto datum solidum sub simili figura duplicaretur, vocatumque deinceps esse problema κύβου διπλασιασμόν. Primùm ab ipsis cubum cubo suppositum, quærentes ipsum duplicare: diuque omnes hæsitasse. At tandem Hippocratem Chium animaduertisse hoc vnico pacto problema posse absolui, nimirum si inter duas lineas, quarum altera alterius esset dupla duæ mediæ continue proportionales inuenirentur. ὡς τὸ ἀπόρημα αὐτῷ εἰς ἕτερον οὐκ ἔλαττον ἀπόρημα κατέστρεφε. Post aliquod vero tempus ferunt Delios, grassante peste, ad Apollinem recurrisse, iussosque a Dæmone aram quæ cubica erat, duplicare, quod putarint fecisse aram cubicam æqualem aræ cubicæ imponentes, nec sedatam pestem, monitósq; denuo ab oraculo, sibi non satisfecisse, nec duplum aræ cubum, sed solidum parallelepipedum adstruxisse. In hac duplicandæ aræ anxietate monitos à Platone, videri Apollinem Geometriæ contemptum exprobare, ideoque singulos hortari, vt expediendo problemati omnibus artis & ingenij viribus cōtenderent. Cubi itaque duplicationē, & omnino solidi in data ratione augendi rationem Geometras contemplatos esse, Κύβων αὔξην & βάθους αὔξης μέθοδον *c* beneficio nempe binarum linearum proportionalium inter duas datas. Hinc ergo problematis origo: hinc Deliaci appellatio. Qui huic operi suam adhibuere operā in multiplici sunt differētia. Tamē quia omne problema vel γραμμικόν est, vel ἐπίπεδον vel denique στερεόν, omnes in tres classes digeri possunt. Primi conati sunt δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ *d* lineis quibusdā mixtis, nec rectis nec circularibus, sed natis ex implexis inordinatisque superficiebus, vti Nicomedes *e* cui tribuitur κογχοειδής. Et Diocles, cui dat Eutocius ἐν τῷ κύκλῳ περὶ γραμμήν (inquit) quā interpretor κισσοειδῆ. Serpit etenim in circulo vt hedera. Secundi vsi sunt rectis lineis, seu circulorum circumferentijs, quæ omnes generationem habent in plano, vt Hieron, & Pappus: tertij demum acceperunt sectiones quorundam corporum, & lineis natis ex huiusmodi sectionibus vsi sunt ad inuentionem problematis. Talis fuit Menecmus, qui παραβολὰς & ὑπερβολὰς vsurpauit. Omnes vero μηχανικοὶ dicendi cum pars magna eorum mechanicis instrumentis nitatur, reliqui ὀργανικοὶ quidem non geometricè absoluunt, tamen deinceps geometricè demonstrant. Quoniam autem antiquorum conatus, qui nobis supersunt, luminis aliquid requirere possunt, placuit nonnullos subnectere (recentiores nihil moror,) ut intelligantur quàm variè varii lapidem hunc mouerint.

Pappus proœmio lib. 7. collect. mathemat.

Eutocius in Arch. eodem.

a per 20. l. 6
b per 33. l. 11

c Plato l. 7. de republ.

d Pappus l. 4. math. coll. porismate propositionis 22. & Eutocius in hunc librum.

e Ibidem Eutocius in prop. 2.

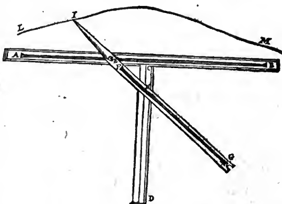
LEMMA I.

Lineam conchoïdem describere.

Primum itaque Nicomedes suam conchoidem sic exarabat: vti ex Pappo *f* discimus. ΚΑΤΑΣ. Habeatur regula A. B. quæ deinceps dicatur normalis, cui ad perpendiculam applicetur C. D. Sit autem in A. B. normali excauatus quidam canaliculus, paulo latior in profundo quàm in suprema rima. Tum in C D. affigatur immobilis quidam clauus rimæ F. G. canonis I. G. ita vt clauus non impediat quo minus Canon I. G. attollatur vel deprimatur, contineat tamen ipsum canonem ita vt puncto H. tanquam

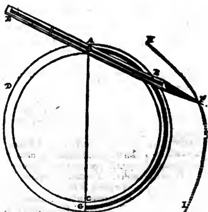
f Lib. 4. collect. Mathemat. prop. 22.

centro perpetuo inhæreat. Tandem alius clauus affigatur canoni in E. cuius etiam caput inferatur canaliculo A. B. ita vt ab A. ad B. liberè deducatur, nec tamen ex canaliculo auellatur, sed semper remaneat Sagitta E. I. eiusdem longitudinis, ita vt recta linea inter normalem A. B. & lineam conchoidem sit eadem semper, & parem seruet distantiam. Sic parato instrumento, posito graphio vel penicillo in I. & perducto



puncto seu clauo E. ab A. ad B. signabitur ab I. linea L. I. M. [illegible] (inquit Eutocius[a]) interuallũ à similitudine (puto) cõchæ quã refert. Interuallũ autẽ lineæ est E. I. polus vero seu centrũ punctum H. Vertex demum punctus conchoidis quod è directo respondet lineæ E. D. & per quod educta E. D. recto Conchoidem secat descripta. [a] Ad 1. l. de sphær. & cylindr.

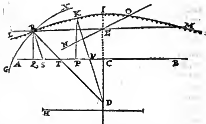
Porro non tantum conchois ex recta linea vt ex A. B. quam Nicomedes vocauit conchoidem primam, nobis requiritur, sed vtilis quoque est pro iis quę dicturi sumus ad librum de spiralibus, alia conchois quæ ex circulo fiat, quamque ex Nicomedeæ similitudine secundam Conchoidem vocamus, & ita depingimus.



ΚΑΤΑΣ. Sit circulus A. B. C. D. in cuius semicirculi limbo A. B. C. canaliculus excauetur, latior in fundo quam in ora. Habeatur quoque Canon E. B. F. qui findatur longitudine B. E. ita vt liberè attollatur vel deprimatur per clauum A. qui suo interim latiori vertice eundem canonem comprimat. Alius demum sit in B. clauus affixus canoni, sed liberè decurrens per canalem A. B. C. Etenim hoc instrumento si canonis clauus B. circumducatur per canalem A. B. C. apex F. suo stilo Conchoidem circularem A. F. I. polo scilicet A. & interuallo B. F. interim describet, quam nos secundam appellabimus.

LEMMA II.

Linea Conchoidis vndiquaque verticis accedit ad lineam normalem (modo ex perpendicularibus distantia perpendatur,) quò magis recedit à vertice.



ΥΠΟΘ Sit Conchois ptima L. I. M. præcedenti artificio descripta, normalis A. B. centrum D. vertex I.

ΣΥΜΠ. Dico Conchoidem eò minus distare à normali A. B. quò magis recedit à vertice I.

ΚΑΤ. Educantur à centro D. ex artificio superori lineæ D. K. & D. R. & à punctis K. & R. edu-
a per 12. l. 1. cantur perpendiculares a in nor-
b per 16. l. 1 malem A. B. quæ sint R. Q. & K. P. Et quoniam A. T. D. maior est b angulo A. V. D. & ideo angulus Q. T. R. rema-
c per 13. l. 1. net c minor angulo P. V. K. Et proinde sit Q. R. T. maior reliquo P. K. V. cum sint
d per 23. l. 1. ambo R. Q. T. & K. P. V. recti: fiat d Q. R. S. æqualis ipsi P. K. V. & ducatur R. S.
e per fabricam. ΑΠΟΔ. Etenim trianguli Q. R. S. & V. K. P. sunt e æquianguli, & est f R. S. ad R. Q.
f per 4. l. 6. vt K. V. seu æqualis illi R. T. ad K. P. & vicissim g R. S. est ad R. T. vt R. Q ad K. P.
g per 16. l. 5 Atqui R. S. est h minor quàm sit R. T. quia angulus R. S. T. est h obtusus, cum sit an-
h per 19. l. 1. gulus R. Q. S. rectus. Ergo quoque perpendicularis R. Q. est i minor perpendiculari
i per 14. l. 5. K. P. Ideóque Conchois recedens à vertice I. minus distat à normali A. B. vt vule lemma.

LEMMA III.

Inter Conoidem & normalem non potest duci linea quin secet Conoidem.

ΥΠΟΘ. Sit Conois L. I. M. vertex I. centrum D. normalis A. B. Et intra normalem ac Conoidem educantur lineæ nempe R. M. parallela normali, seu N. E. O. non parallela.

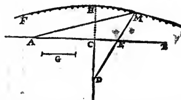
ΣΥΜΠΕ. Dico vtramque eductam lineam Conoidem secare.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam illæ ductæ lineæ quæcumque sint, non possunt agi inter Conoidem & normalem, quin secent sagittam C. I. contingat sectio in E. & fiat sicuti C. E.
l per 12 l. 6. ad E. D. ita C. I. sagitta l ad lineam quampiam, nempe ad H. Tum centro D. & interuallo H. describatur circulus G. R.

ΑΠΟΔ. Ille circulus necessario secabit lineam L. E. M. Quia C. E. est m ad E. D. vt
m per fabricam. C. I. ad H. vel ad D. R. At vero C. E. antecedens est minor antecedente n C. I. Ergo
n per 9. com man. sent. consequens D. E. est minor consequente H. vel D. R. Ergo circulus secat lineam R.
o per 2 l. 6. E. M. Adhuc cum E. C. sit ad E. D. vt I. C. ad D R. Et sicut E. C. ad E. D. ita sit o R. T. ad R. D. sequitur C. I. & R. T. eandem habere rationem ad R. D. & proinde esse æquales: ac inde sequitur R. T. esse sagittam lineæ, & punctum R. esse in Conchoide: proptereaque parallelam R. M. Conchoidem secare. Iam quia N. E. O. non est parallela, agatur parallela R. E. M. quæ eam secet in E. Etenim cum R. M. parallela secet Conchoidem, multo citius non parallela secabit. Quod fuit probandum.

LEMMA IV. PROBLEMATICVM.

Angulo dato & puncto, extra lineas angulum datum concipientes, ducere à puncto dato lineam, cuius pars à lineis angulum datum concipientibus intercepta æqualis sit alicui datæ lineæ.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Detur angulus M.A.B. punctus D. extra limites anguli, & linea G. Imperetur verò à puncto D. ducere quomodocumque lineam rectam quæ secans ambas A.B. & A. M. relinquat sui partem E. M. intra lineas A. B, A. M. in infinitum productas, æqualem lineæ G.

ΚΑΤΑΣ. Fiat A. B. normalis & D. centrum, à quo in normalem ducatur perpendicularis ᵃ D.C. quæ producatur extra A. B. longitudine lineæ G. vt sit sagitta C.H. æqualis ipsi G. Tum fiat conchois his centro, normali & sagitta F. H. M. Et quia A. M. ducitur intra normalem & conchoidem, eam vspiam secabit ᵇ puta in M. agatur linea D. M. *a per 11. l. 1.* *b per lemma precedens.*

ΣΥΜΠΕ. Dico E. M. partem lineæ eductæ à centro D. æqualem esse lineæ G.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim per fabricam & lineæ artificium omnes lineæ à centro eductæ ad conchoidem partes relinquunt inter normalem & conchoidem equales sagittę. Ergo E.M. est æqualis ipsi C. H. & proinde ipso G. ᶜ lineæ datæ, quod fuit operandum. *c per 3. com. sentent.*

LEMMA V.

Si primum fuerit ad secundum vt tertium ad quartum, erit primum ad dimidium secundi vt duplum tertij ad quartum.

ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. vt C. ad D. & sit E. dimidium B. & F. duplum C.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. esse ad E. vt F. est ad D.

ΚΑΤΑΣ. Fiat G. dimidium ipsius D.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. est ad B. vt C. ad D. erit A. ad E. dimidium ipsius B. sicur C. ad G. dimidium D. Atqui vt C. simplex ad simplicem G. ita duplum F. ad duplum D. Ergo vt A. est ad E. sic F. ad D. quod proponebat Lemma.

A —— 12
B —— 18
C —— 10
D —— 15
E —— 9
F —— 20
G —— $7\frac{1}{2}$

LEMMA VI. PROBLEMATICVM.

Inter duas datas lineas inæquales duas medias proportionales inuenire.

ΥΠΟΘ. Dentur duæ lineæ P. Q. inęquales.

ΚΑΤΑΣ. Iungantur ᵈ datæ, in angulum rectum A. B. C. Et sit A. B. æqualis maiori, tum B. C. par minori datarum. Secentur ᵉ ambæ bifariam in D. & E. producenturque N. D. M. & C. B. quousque concurrant in M. Et fiant A. N. & M. B. æquales ex æqualitate angulorum ad D. ᶠ tum ad A. & B. & paritate laterum A. D, D. B. & propterea ᵍ pares B. M, B. C. Tum erigatur perpendicularis E.F. ᵈ in infinitum, describaturque centro C. & interuallo A. D. circulus qui secet necessariò E. F. quia A. D. vt di- *d per 11. l. 1.* *e per 10. l. 1.* *f per 15. l. 1.* *g per 4. l. 6.*

midia maioris datarum est maior quod sit E. C. dimidia minoris. Fiat ergo in F. sectio, vt sit C. F. æqualis ipsi A. D. Iungatur M. F. Tum fiat [a] ad C. angulus G. C. L. æqualis angulo D. M. F. sic dabitur angulus L. C. G. & extra lineas ipsum concipientes G. C. & C. L. centrum F. facta proinde normali H. C. & sagitta H. I. æquali ipsi C. F. seu A. D. conchoidem describere possumus [b] K. I. L. quæ vspiam secabitur à producta C. L. proptereaque ducta F. L. manebit G. L. æqualis ipsi A. D. seu radio C. F. Tandem à puncto L. per N. producatur linea, quousque concurrat cum linea B. A. in O.

[a] per 23 l. 1.
[b] per 4. lemma praced.

ΣΥΜΠ. Dico medias quæsitas esse C. L. & A. O. & esse A. B. ad C. L. vt C. L. ad O. A. & O. A. ad B. C.

ΑΠΟΔ. Vt O. N. est ad N. L. sic O. A. ad A. B. [c] & sic B. C. ad C. L. Tum dimidium A. B. est A. D. & duplum B. C. est [d] M. C. Ergo prima A. O. est ad A. D. dimidium secundæ, vt M. C. dupla tertiæ ad C. L. quartam. Verum & M. C. ad C. L. ita est [e] F. G. ad G. L. Ergo vt O. A. ad A. D. ita est F. G. ad G. L. & componendo, vt O. D. ad A. D. ita est F. L. ad G. L. sed G. L. & A. D. sunt æquales, [f] Ergo O. D. & F. L. sunt pares. Iam quoniam B. C. bifariã dirimitur in E. & ei additur quæpiam C. L. rectangulum sub B. L. & C. L. cum quadrato C. E. est [g] æquale quadrato E. L. & vtrique parti addendo quadratum E. F. erit rectangulum sub B. L, C. L. cum quadratis C. E, E. F. hoc est quadrato C. F. æquale quadratis L. E. & E. F. seu quadrato F. L. hoc est quadrato æqualis O. D. Verum etiam quadratum O. D. est [g] æquale rectangulo sub O. B, O. A. & quadrato A. D. Ergo sublatis vtrinque quadratis C. F, A. D. remanebunt rectangula sub O. B, A. O. & sub B. L, C. L. æqualia. Et proinde vt O. B. ad B. L. ita C. L. ad O. A. At vero vt quoque O. B. ad B. L. ita est [e] N. C. hoc est A. B. ad C. L. & rursus [e] sic O. A. ad A. N. seu ad B. C. Igitur vt prima A. B. seu Q. est ad secundam C. L. ita C. L. ad tertiam O. A. & O. A. ad quartam B. C. seu P. Omnium enim ratio est vt O. B. ad B. L. Inuentæ ergo sunt duæ mediæ proportionales C. L. & A. O. inter datas Q. & P. quod proponebatur.

[c] per 2 l. 6.
[d] per lemma 5. praec.
[e] per 18 l. 5.
[f] per fabric.
[g] per 6. l. 2.

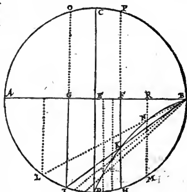
LEMMA VII.

Ad modum Dioclis, & picturam lineæ cissoideæ seu hederaceæ.

Si diametri duo sumantur ad normam in exposito circulo, & vtrimque alterutrius resecentur duo arcus æquales, à quibus duæ perpẽdiculares excitentur ad alteram diametrorum, à cuius deinde extremitate ad arcum exteriorem ducatur linea: hæc linea ita diuidit proximam ex perpendicularibus, vt inter partem constituentem angulum rectum cum diametro, & partem maiorem diametri, relinquantur mediæ proportionales secta hæc perpendicularis & reliqua diametri pars.

ΥΠΟΘ. Sint diametri A. B. C. D. sese ad amussim secantes in E. vtrinque vero diametri C. D. notentur arcus æquales D. I. & D. H. à quibus excitentur [h] perpendiculares

[h] per 12. l. 1.



perpendiculares in alteram diametrum I. G, H. F. & ab extremitate B. ducatur linea B. I. ad exteriorem arcum, secans perpendicularem H. F. in K.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. F. esse ad F. H. vt F. H. ad F. B. & F. B. ad F. K.

ΚΑΤΑΣ. Agantur perpendiculares rectò ad O. & P.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam I. D. & D. H. arcus sunt æquales, reliqui H. B. P. & I. A. O. sunt æquales, & lineæ ideo [a] I. O. & H. P. seu earum dimidiæ I. G. & H. F. [b] supersunt æquales, & ideo æqualiter distant [c] à centro: proinde E. F, E. G. sunt æquales: tum reliquæ è radijs, A. G, B. F. & denique compositæ A. F, G. B. sunt pares inuicem. [d] Iam B. G. est ad G. I. vt [e] B. F. ad F. K. Sed vt B. G. ad G. I. ita G. I. ad G. A. quia G. I. est [f] media proportionalis inter B. G. & G. A. Ergo vt B. G. seu A. F. ad G. I. seu ad F. H. ita est I. G. vel H. F. ad A. G. hoc est ad F. B. Sed rursus vt B. G. ad G. I. ita est [e] B. F. ad F. K. Ergo vt est A. F. ad F. H. ita est F. H. ad F. B. & F. B. ad F. K. quod fuit ostendẽdũ. Ita fiet de quibuslibet arcubus sumptis æqualibus vti D. L. & D. M. nam ductis perpendicularibus & linea B. L. fiet A. R. ad R. M. vt R. M. ad R. B. & R. B. ad R. N. hoc pacto diuiso toto semicirculo A. D. B. in arcus æquales, & ductis perpendicularibus ac lineis. vt superius fient sectiones in perpendicularibus per quas agetur linea cissois seu hederacea, ex mente Dioclis, [g] quæ plurimo vsui est inueniendis duabus medijs proportionalibus inter duas datas.

a per 29. l. 3.
b per 15. l. 5.
c per 14. l. 3.
d per 3. & 2. commun. sent.
e per 2. l. 6.
f per 8. l. 6.
g Hanc operationẽ docuerat in opere cui titulum dederat περὶ πυρίων.

LEMMA VIII. PROBLEMATICVM.

Inter duas datas inuenire duas medias proportionales, mediante linea cissoide.

ΥΠΟΘ. Dentur A. & B.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam in præcedenti diagrammate sunt A. F, F. H, F. B. & F. H. quatuor continuè proportionales, fiat [h] vt A. F. ad F. H. sic A. ad C. & vt H. F. ad F. B. sic C. ad D. nam demum vt B. F. ad F. K. sic erit D. ad B.

A
C
D
B

h per 3. l. 6.

ΑΛΛΩΣ. Assumatur in diametro A. B. linea A. datæ sit ipsa A. F. & à puncto F. educatur [i] perpendicularis & parallela ipsi E. D.

i per 11. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim cissois diuidet has perpendiculares ita vt F. K. sit æqualis ipsi B. datæ, & mediæ quæsitæ erunt F. H. & F. B.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

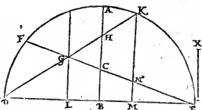
Quod si linea data A. fuerit minor semidiametro A. E. duplica aut triplica quoad excedet E. & perge vt superius. Tum inuentis lineis tantum minue quantum auxeris: partes enim quæ remanebunt, erunt [l] lineæ quæsitæ. Si vero maior fuerit minue in diminutione submultiplici quoad fiat minor. Tum exacta operatione auge. Demum si A. fuerit æqualis aliam habere cissoidem necesse est aut agere secundum priorem [illegible]. Cæterum hanc Dioclis quia omnium antiquorum videtur esse vtilissima, eam addidi licet singularum trium classium vnum solum exemplum proponere statuerimus cũ omnes apud Eutocium cuique legere fas sit. Veniamus ad artifices secundæ classis, qui medio cuiusdam rectæ lineæ vsi sunt.

l per 15. l. 5.

LEMMA IX. PROBLEMATICVM.

Modum Spori exponere.

ΥΠΟΘ. Dentur A. B. & B. C, inter quas duæ sint mediæ proportionales inueniendæ.



a per 11. l. 1. ΚΑΤΑΣ. Ducatur a D. B. E. πρὸς ὀρθὰς ad maiorem A. B. & centro B. interuallo B. A. fiat circulus: Tum per C. à puncto ducatur linea ad periferiam vsque nempe E. C. F. Sumatur autem regula & applicetur ad punctum D circa quod tanquam centrum attollatur aut deprimatur, quoad pars ipsius comprehensa inter lineas E. F. & A. B. æqualis sit parti contentæ inter A. B. & circumferentiam. Et sint G. H. & H. K. æquales.
b per 12. l. 1
c per 13 l 6. Tum à punctis K. & G. demittantur perpendiculares G. L. & K. M. in b B. diametrum D. E. Tandem inter H. B. & C. B. sumatur X. media proportionalis. c

ΣΥΜΠΕ. Dico A. B. esse ad H. B. Vt H. B. ad X. & X. ad C. B. & inuentas esse medias proportionales H. B. & X.

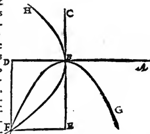
d per 2. & 4 lib. 6. ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam K. H. & H. G. sunt æquales, tales sunt inter se L. B, B. M. d proindeque quoque L. D, M. E. vt reliquæ de radijs B. D, B. E. & ideirco M. D, L. E. vt
e per 2. & 3 com sent. ex æqualibus compositæ. e Vnde sequitur M. D. esse ad D. L. vt L. E. ad M. E. Verum quoniam vt D. M. ad M. K. ita est e K. M. ad M. E. & proinde D. M. est f ad M. E. in
e per 10. definit l. 5. duplicata ratione eius quam D. M. habet ad M. K. verum in eadem duplicata ratione D. M. ad M. K. est quadratum D. B. seu æquale quadratum B. A. ad quadratum g H. B. quia vt D. M. ad M. K. sic est d D. B. seu B. A. æqualis ad H. B. Ergo vt D. M. ad M. E. sic est quadratum A. B. ad quadratum H. B. Adhuc quia vt D. M. ad D. B.
f per 20. l. 6
g per 16. l. 5 hoc est vt L. E. ad E. B, M. K. d ad H. B. Sed rursus vt L. E. ad E. B. ita est d G. L. ad C. B. Ergo vt k. M. ad H. B. ita est G. L. ad C. B. & permutando g sicut k. M. ad G. L. ita H. B. ad C. B. Verum sicut k. M. ad G. L. ita D. M. ad D. L. vel ad M. E. æqualem, Et mox dicebamus vt D. M. ad M. E. ita esse quadratum A. B. ad quadratum H B. Est itaque H. B. ad C. B. vt quadratum A. B. ad quadratum H. B. Quoniam vero H. B, X. & C. B. sunt proportionales est f H. B. ad C. B. seu quadratum A. B. ad quadratum H. B, in duplicata ratione eius quam H. B. habet ad X. sed quam habet quadratum A. B. ad quadratum H, B. ea est in duplicata g quoque ratione eius quam A. B habet ad H. B. Ergo A. B. est ad H. B. vt H. B. ad X. & sic adhuc X. est ad C. B. Sunt ergo quatuor A. B, H. B, X & C. B. quatuor continuè proportionales. Et sunt H. B. & X. inuentæ mediæ inter duas datas A. B, C. B. quod requirebatur.

MODVM MENECHMI QVI FIT CORPORVM SECTIONIBVS, EXPLICARE.

LEMMA X.

Si quatuor lineæ continuè proportionales decussatim, & ad angulos rectos constituantur, ita vt prima & quarta angulum simul, tum secunda & tertia alium simul angulum componant, perficiaturque ex secunda & tertia rectangulum, descriptæ parabolæ seu rectanguli coni sectiones diametris quidem secunda & tertia, rectis vero iuxta quas possunt ordinatim applicatæ, prima & quarta sese secabunt in angulo rectanguli constituti sub secunda & tertia.

ΥΠΟΘ. Sit A. B. ad B. E. vt B. E. ad B. D. & B. D. ad B. C. decussatim & ad angulos rectos constitutæ in puncto B. Perficiaturque parallelogrammum E. D. ductis E. F, F. D.



ΣΥΜΠΕ. Dico parabolas descriptas vertice B. & diametris quidem B. E, B. D. cum lineis iuxta quas possint ordinatim applicatæ B. A, B. C. prima nempè & quarta, conuenere in F.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. B. est ad B. E. vt B. E. ad B. D, rectangulum sub D. B. tanquam diametro & B. A. tanquam rectæ, iuxta quam possunt ordinatim applicatæ, æquale est quadrato B. E. [a] seu D. F. tanquam ordinatim applicatæ. Ergo descripta parabola vertice B. diametro D. B. & recta iuxta quam possunt B. A. transibit per F. [b] Rursus quoniam B. E. est ad B. D. vt B. D. hoc est E. F. ad B. C. rectangulum sub B. E, E. C. æquale est quadrato ex E. F. Ergo rursus descripta parabola vertice B. diametro B. E. & recta iuxta quàm possunt B. C. transibit rursus per F. quod hoc lemmate proponebatur. *a per 17.l.6* *b per 11.l.1. Conic. Ap.*

LEMMA II. PROBLEMATICVM.

Duas medias proportionales inter duas datas ex modo Menechmi inuenire.

ΥΠΟΘ. In præcedenti figura duæ datę sint A. B, B. C.

ΚΑΤΑΣ. Disponantur [c] in angulum rectum A. B. C. & educantur in infinitum, puta in D. & E. Tum diametro quacumque B. E. & recta iuxta quam possunt B. C. describatur parabole (quomodo deformetur interius docebimus ad 16. definitionem περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων.) F. B. G. Rursus diametro quacūque D. B. & recta iuxta quam possunt B. A. describatur alia parabola H. B. E. ambæ conueniunt [d] in F. *c per 11.l.1.* *d per lemma prae.*

ΣΥΜΠ. Dico B. E. et D. B. diametros esse medias proportionales quæ requiruntur.

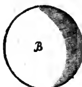
ΑΠΟΔ. Quoniam D. F. ordinatim applicatur in parabola H. B. F. rectangulum sub [e] A. B, B. D. est æquale quadrato D. F. [f] hoc est B. E. Et ideo A. B. est ad B. E. vt B. E. ad B. D. Rursus quia F. E. ordinatim applicatur in parabola F. B. G. quadratum F. E. est æquale rectangulo sub B. E. & B. C. Ac proinde B. E. est ad E. F. vel ad D. B. vt D. B. ad B. C. propetereaque tandem vt A. B. ad B. E. sic B. E. ad B. D. & B. D. ad B. C. quod concludebatur. *e per 11.l.1. Conico.* *f per 17.l.6.*

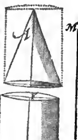
ΣΧΟΛΙΟΝ.

In descriptione parabolarum si primum punctum F. descriptor nactus non fuerit, vt sæpius acciderit, non proinde aberrabit à scopo, nec animum ponere debet. Etenim vbpiam illæ sectiones conuenient: puncto vero quo conuenerint describat perpendiculares in diametros. Sic enim illas diametros scribit proportionaliter, & fiet voti compos. Cæterum has modis

antiquis plurimos & veterum & recentiorum addere possemus: nemo enim hunc lapidem non mouit: sed fere omnes ad eos descriptos referri possunt. Et quotquot sunt omnes opera vsi sunt mechanica, ita vt insolubile huc vsque manserit hoc problema, quo Geometria vt multis alijs manca & imperfecta est. Incertum an vnquam quisquam arti suplementum istud addiderit. Iam verò tandem ad solutionem problematis Archimedei quo nobis licet modo veniamus.

Ex huius ergo problematis κατασκευῇ accidit illius tot scriptis & linguis decantati Deliaci problematis solutio: qua vice versa supposita, hoc præsens problema soluitur hoc modo.

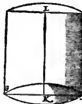




ΚΑΤΑΣ. Fiat C. F. D. cylindrus vt prius, sesquialter coni vel cylindri A. Tum inter C. D. & F. E. duæ mediæ inueniantur proportionales a G. H. & M. Tandem diametro G. H. describatur circulus qui fiat basis cylindri G. L. H. altitudine descripti æquali ipsi diametro basis G. H. b Denique sit sphæra B. cuius diameter sit æqualis lineæ G. H.

a per præcedentia lemmata.

b Ex manifesti 9 præscripto.





ΔΙΟ. Dico sphæram B. æqualem esse cono vel cylindro A. dato.

ΑΠΟΔ. Vt est C. D. ad G. H. sic est M. ad E. F. c Et vicissim d vt C. D. ad M. sic G. H. ad E. F. Atqui vt e C. D. ad M. sic quadratum C. D. ad quadratum G. H. vel circulus f C. D. ad circulum G. H. Ergo vt circulus seu basis C. D. ad basim G. H. sic est G. H. vel L. K. altitudo æqualis ad altitudinem E. F. Itaque ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. Et sunt g cylindri G. L. H, C. F. D. æquales. Vt ergo C. F. D. cylindrus, coni vel cylindri A. sesquialter est, ita est eiusdem A. sesquialter cylindrus G. L. H. Atqui idem cylindrus G. L. H. sphæræ B. ἡμιόλιος est. h Ergo ad binas quantitates A. & B. eandem rationem habet. Sunt ergo ambæ æquales, quod fuit probandum.

c Ex fabric.
d per 16 l. 5
e per 15 l. 12

PROPO. II.

THEO. I.

Omni portioni sphæræ æqualis est conus qui basim quidem habeat eandem ac portio, altitudinem vero lineam rectam quæ ad altitudinem portionis in ea sit ratione qua composita ex radio sphæræ & ex altitudine reliquæ sectionis, ad ipsam altitudinem reliquæ sectionis.

ΠΡΟΤ. Β.

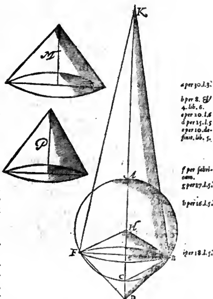
ΘΕΟΡ. Α.

Παντὶ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν, ἥτις πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ὃν συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.

ΥΠΟΘ. Sphæra A. F. C. B. secetur vspiam plano F. E. B. perpendiculari ad axem A. C. circuli vero sectionis diameter sit F. B. quemadmodum autem & composita ex radio sphæræ A. H. & A. E. altitudine reliquæ portionis est ad eãdem altitudinem A. E. ita ponatur E. D. f ad E. C. Et circulo portionis sphæræ F. C. B. eo nempe qui sectione factus est, g & cuius est diameter F. B. altitudine E. D. offeratur descriptus conus F. D. B. ΔΙΟ. Dico conum F. D. B. æqualem esse portioni F. C. B.

f per 12 l. 6.
g per 1 lib. 1 sphær. Th.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur ad H. centrum sphæræ lineæ F. H. & B. H. tum B. C. & B. A. ad vertices portionum. Et circulo cuius radius sit B. C. altitudine vero H. C. fiat conus M. Tum circulo cuius radius sit E. B. altitudine quoque H. D. conus describatur P.



ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam angulus C. B. A. est rectus, a & linea B. E. perpendicularis ad A. C. Vt est C. B. ad B. E. sic b C. A. ad A. B. vel A. B. ad A. E. Proinde duplicata ratio C. B. ad B. E. nempe, quadrati C. B. ad quadratum B. E. est d eadem quę ratio duplicata C. A. ad A. B. nempe e ratio C. A. ad A. E. Quadratum ergo C. B. ad quadratum B. E. est vt C. A. ad A. E. Atqui E. D. est f ad E. C. vt A. H. cum A. E. ad A. E. Et diuidendo g C. D. est ad C. E. vt A. H. seu H. C. ad A. E. & vicissim h vt C. D. ad C. H. Sic C. E. ad E. A. & cōiunctim i vt D. H. ad H. C sic C. A. ad A. E. Ergo D. H. est ad H. C. vt quadratū C. B. ad quadratū B. E. est autē quadratū C. B. ad quadratū B. E. vt circulus k cuius fuerit radius C. B. ad circulū radio B E. descriptum, nēpe basis coni M. ad basim coni P. Ergo H. D. hoc est altitudo coni P. est ad C. H. seu ad altitudinē coni M. vt basis coni M. reciprocè ad basim coni P. Ergo coni P. & M. sunt l æquales. At vero coni F. H. B. & F. D. B. habēt basim æqualē basi coni P. & amborum altitudines, adæquant altitudinem vnius P. Ergo conus P. ambobus est m æqualis: Iisdem ergo æquatur conus M. Sed conus M. est etiam n æqualis portioni F. C. B. cum cono F. H. B. Ergo portio cum cono F. H. B. æquatur rhombo H. F, C. B. Tollatur ab vtraque parte communis conus F. H. B. supererit conus F. D. B. æqualis portioni F. C. B. quod fuit probandum. Non alio artificio probabitur conus F. B. K. æqualis maiori sphæræ portioni F. A. B. si fuerit K. E. ad A. E. vt est composita ex H. C. & E. C. ad eandem E. C.

a per 30. l. 3.
b per 8. & 4. lib. 6.
c per 20. l. 6
d per 25. l. 5
e per 10. definit. lib. 5.
f per fabricam.
g per 17. l. 5.
h per 16. l. 5.
i per 18. l. 5.
l per 2. l. 12.
m per 15. l. 12
n per 14. l.

Ponatur enim M. conus stare quidem basi circulo cuius sit radius A. B. altus vero longitudine A. H. Tum conus P. consistet basi circulo, interualli B. E. altitudine vero H. K. Sic enim ratiocinabimur. Quadratum A. B. est quadrato B. E. vt A. C. ad Æ. C. Quia A. C, C. B, C. E. sunt continue proportionales in ratione A. B. ad B. E. Atqui K. E. est q ad E. A. vt H. C, C. E. simul ad C. E. Et diuisim vt r K. A. ad A. E. sic H C. seu A. H. ad C. E. & vicissim s K. A. ad A. H. vt A. E. ad E. C. & componendo t K. H. ad H. A. vt A. C. ad C. E. Et proinde vt quadratum A. B. ad quadratum B. E. vel vt circulus A. B. ad circulum B. E. Ac ideo basis M. est basi P. vt K. H. seu altitudo P. ad A. H. seu ad altitudinem M. Sunt u ergo M. & P. æquales coni. Sed conus M. est x portioni A F. H. B. æqualis: eidem igitur portioni æquatur P. conus. At verò conus B. K. F. comprehendit & conum P. & conum B. H. F. nam omnes sunt in basibus æqualibus & altitudo K. E. est æqualis binis altitudinibus K. H. & H. E. Ergo conus B. K. F. est æqualis portioni B. A F. H. & cono B. A. F. nempe toti segmento B. A. F. quod fuit probandum.

o per 3 commun. sent.
p per vltimā libri.
q per fabricam.
r per 17. l. 5
s per 16. l. 6.
t per 15 l. 5.
u per 15. lib. 12.
x per χ̀ ... ultima lib praeced.
y per 14. l. 12.

COROLLARIVM.

Hinc patet in triangulo rectangulo demissa perpendiculari à recto in basim, esse quadratum ambientis ad quadratum perpendicularis vt tota ba-

ſis ad ſegmentum ſui, dicto ambenti proximum. Non oſtendimus eſſe quadratum C. B. ad quadratum B. E, vt A. C. ad C. E. vel quadratum A. B. ad quadratum B. E. vt A. C. ad A. E.

ΠΡΟΤ. Γ.
ΠΡΟΒ. Β.

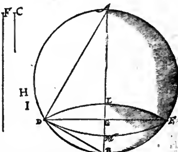
Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὅπως αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

PROP. III.
PROB. II.

Datam ſphæram plano ſecare, ita vt ſuperficies ſegmentorum rationem inter ſe inuicem habeāt eandem quam ſit alia data.

ΥΠΟΘ. Sit ſphæra A. D. B. E. ſecunda perpendiculari ad axem aa plano vt vult propoſitio ac iam ſecta ponatur vt experiamur quid inde conſequatur. Ratio data ſit F. ad
aa Lemma praſixum 3. poriſmati. C. & plano D. L. E. M. ſphæra diuiſa ſuperficies ſegmenti A. D. E. ſit ad ſuperficiem ſegmenti D. B. E. ſicut F. eſt ad C.

ΔΙΟ. Dico partem dimetientis ſphæræ A. G. ad partem G. B. ſeu altitudinem ſegmenti D. B. E. eſſe vt F. ad C.



ΚΑΤΑΣ. Ducantur A. D, D. B. & circulus H. deſcribatur interuallo D. A. tum circulus I. fiat radio D. B.

a per 10. l. 3. ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam A. D. B. eſt a
b per 8. & 4. l. 6. rectus angulus. Vt eſt b A. D. ad D. B. ſic eſt A. G. ad G. D. & G. D. ad G. B. Ergo duplicata ratio A. D. ad D. B. eſt
c per 15. l. 5. c eadem quæ duplicata A. G. ad G. D. Atqui duplicata ratio A. D. ad D. B.
d per 20. l. 6. eſt d quadrati A. D. ad quadratum D. B. tum duplicata ratio A. G. ad G. D.
e per 10. definit. lib. 5. eſt e lineæ A. G. ad lineam G. B. Igitur quadratum D. A. eſt ad quadratum D. A. eſt ad quadratum D. B. ſeu circulus f
f per 2. l. 12. H. ad circulum I. vt A. G. ad G. B. Atqui circulus H. eſt g æqualis ſuperficiei ſegmen-
g per 16. li. praced. ti D. A. B. Tum alius I æquatur h ſuperficiei portionis D. B. E. Ergo vt ſuperficies illa ad ſuperficiem hanc, hoc eſt, vt F. ad C. ſic eſt A. G. ad G. B. quod fuit ex prima
h per 17. eiuſdem praced. hypotheſi probandum.

Κατασκευὴ τῆς προβλήματος. Hoc cognito diuidatur axis ſphæræ A. B. puncto G. in ratione
i per 12. l. 5. l per 10. l. 6. lineæ F. ad C. & plano D. L. E. M. ducto per G. perpendiculari ad axem A. B. ſecetur ſphæra, reliquaque maneant vt prius.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico ſuperficiem ſegmenti D. A. E. eſſe ad ſuperficiem ſegmenti D. B. E. vt eſt F. ad C.

ΑΠΟΔΕΙ. Vt ſuperficies ſegmenti D. A. E. ad ſuperficiem ſegmenti D. B. E. ſic eſt circulus H. ad circulum I. quia ſuperficiebus circuli ſunt æquales. At circulus H. eſt ad circulum I. vt quadratum diametri H. ad quadratum diametri I. vel vt quadratum radij H. hoc eſt lineæ D. A. ad quadratum radij I. ſeu lineæ D. B. Ergo ſuperficies prior eſt ad ſuperficiem poſteriorem vt quadratum A. D. ad D. B. quadratum. Atqui vt quadratum A. D. ad quadratum D. B. ſic eſt A. G. ad G. B. vt prius demonſtrauimus:
m per fabricam. & ſicut A G. ad G. B. ſic F. ad C. m Ergo ſuperficies ſegmenti D. A. E. ad ſuperficiem ſegmenti D. B. E. eſt ſicut F. ad C. & in ratione data, vt vult problema.

COROLLARIVM

Hinc deducimus: quod ſi ab angulo recto demittatur perpendicularis in baſim rectanguli trianguli, quadratum ambientis eſſe ad quadratum alterius ambientis vt fru-

ſtum baſis ſeu proximum ad alterum fruſtum baſis. Etenim in triangulo rectangulo D. B. A. oſtendimus quadratum D. A. eſſe ad quadratum D. B. vt A. O. ad G. B.

LEMMA I.

Si fuerint quatuor rectæ lineæ continuè proportionales, eſt quadratum ſecundæ ad quadratum tertiæ vt prima ad tertiam, vel quadratum primæ ad quadratum ſecundæ vt ſecunda ad quartam. Eodem modo cum quadratum A. ſit ad quadratum B. in ratione dupla A. ad B. quę dupla itidem eſt B. ad D. ſequitur quadratum primæ eſſe ad quadratum ſecundæ vt ſecunda ad quartam.



ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. vt B. ad C.

ΑΠΟΔ. Ratio quadrati B. ad quadratum C. duplicata eſt [a] rationis B. ad C. ſeu A. ad B. Sed ratio duplicata rationis A. ad B. eſt [b] primæ A. ad tertiam C. Ergo cum ratio quadrati B. ad quadratum C. tum ratio A. ad C. ſint einſdem duplicatæ, ſunt [c] inter ſe æquales & eædem.

[a] per 20. l. 6. [b] per 10 definit. lib. 5. [c] per 6. comm. ſent.

LEMMA II.

Si inter duas quantitates eiuſdem ſpeciei, aliquæ aliæ ὁμογενεῖς ponantur: ratio extremarum componitur ex rationibus intermediarum.

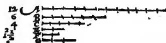
Cùm ſit ratio duarum quantitatum mutua earum habitudo, ἢ κατὰ πηλικότητα ποιὰ σχέσις, [d] ſit ipſa aliqua quantitas neceſſe eſt: quantitas enim non niſi quantitate cognoſcitur. Propterea dicimus rationes eaſdem eſſe quæ eandem redduot quantitatem, ſi alter terminus rationis per alterum diuidatur. Dicimus 12. eſſe ad 6. vt 6. ad 3. quia vtrinſque diuiſis terminis, maiore per minorem, producitur binarius.

[d] per 3. definit. 5.

Hinc fit vt duæ vel plures rationes, aliquam rationem componant, quia illarum additæ [e] quantitates huius quantitatem adimplent. Hoc poſito ſint A. & C. binæ quantitates, intra quas ponatur B.

[e] per 5 definit. 6.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico rationem A. ad C. componi ex ratione A. ad B. & B. ad C.



ΚΑΤΑΣ. Sit rationis A. ad B. quantitas E. tum rationis B. ad C. quantitas F. Denique rationis A. ad C. ſumma G.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Offeruntur 4. quantitates, G prima, E. ſecunda, B. tertia, C. quarta, Et harum quidem G. multiplicans C. facit A. & E. multiplicans B. facit quoque A. Ergo [f] G. eſt ad E. vt B. ad C. Eſt autem F. quantitas rationis B. ad C. ergo quoque quantitas eſt rationis G. ad E. Et vt F. multiplicans C. facit B. eadem F. multiplicans E. producit G. Ergo G. quantitas rationis extremarum A. & C. æqualis eſt quantitatibus rationum intermediarum A. ad B. & B. ad C. quia ipſæ duæ quantitates E. & F. ſimul additæ multiplicando, [g] faciunt G. quod fuit probandum.

[f] per 14 l. 6 & 19. l. 7.

Si verò plures vna interponantur, idem continget inter A. & F. ponantur B. C. D. E. Etenim ratio A. ad F. componitur ex rationibus A. ad B. & B. ad F. vt mox probabimus: Atqui ratio B. ad F. itidem componitur ex rationibus B. ad C. & C. ad F. Tum hæc C. ad F. fit ex alijs C. ad D. & D. ad F. & demum hæc D. ad F. conſtat ex duabus D. ad E. & E. ad F. Ergo tandem ſequitur rationem A. ad F. componi ex rationibus A. ad B, B. ad C, C. ad D, D. ad E, & E. ad F. quod fuit oſtendendum.

12.	3.	6.	8.	24.	6.
A.	B.	C.	D.	E.	F.

PROP. IV.

PROB. III.

Datam sphæram secare, ita ut segmenta sphæræ inter se rationem habeant eandem quam quæ data sit.

ΠΡΟΤΑ. Δ.

ΠΡΟΒ. Γ.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

ΥΠΟΘ. Sit sphæra data A. B. C. D. secanda vt vult proposi-
tio. Sed priùs admittamus factam sectionem, vt inde ali-
quid consequamur, nempè plano C.N.A,O. ducto perpen-
diculariter ad axem D.B. & sit K. sphæræ centrum.
ΚΑΤΑΣ. Fiat autem vt quemadmodum est composita ex
a per 12. l. 6. K.D, D.X. ad D. X. ita sit a X.R. ad X.B. Et vt composita
ex K. B, B. X. est ad B. X. ita sit L. X. ad X.D. Et absoluan-
tur coni super basi C N. A. O. sectionis circulo, & in altitu-
b per 2. huius. dinibus L. X. & X. R. Vt fiat b conus C. A. L. æqualis por-
tioni sphæræ A.D.C. tum alter C. R. A. par segmento C.B.
A. Horum quia basis est communis, maior C.L.A minori C.
c per 10. lib. 12. R. A. in ratione est c vt L.X. ad X R. Quoniam autem vt
composita ex K.D, D.X. ad D.X. sic est R.X ad X.B. diui-
d per 17. l. 5. sim d vt K. D. ad D. X. sic est R.B. ad B.X. & vicissim e vt K.
e per 16. li. 5. D. seu K.B. ad R. B. sic D. X. ad B.X. Rursus quia L. X. est
ad X. D. vt composita ex K.B, B.X, ad B.X. diuidendo d L.
D. est ad D. X. vt K. B. seu D. K. ad B.X. & permutando e
L. D. est ad D.k. vt D. X. ad X.B. Atqui vt D. X. ad X B.
f per 11. l. 5. sic fuit D.B ad B.R. Ergo vt L. D. ad D.k. f sic D.X. ad X.B.
g per coroll. 4. l. 5. & k.B. ad B.R. & inuettendo g vt R.B. ad B.k. sic k.D. ad D.
h per 18 l. 5. L. tum h componendo vt R. k. ad k,B. vel k.D. sic k.L, ad L.
D Et tandem i est tota R. L. comprehendens antecedentes
i per 12 l. 5. R.k. & k. L. ad totam k. L. conflatam ex consequentibus k.
D, & D.L. vt vna k.L. ad L.D. Proinde tres R.L, L.k. & L.
D. sunt continuè proportionales, & ex consequenti rectan-
l per 17. l. 6. gulum sub R. L, L. D. æquale est quadrato L.k. l & vt est pri-
m per proximũ lemma 1. ma R. L. ad tertiam L. D. sic est m quadratum L.k. ad quadra-
tum L. D. Hæc primò notentur. Deinde repetamus L.D.
esse ad D.k. vt D.X ad X.B. nam conuertendo g k. D. est ad
D.L. vt B.X. ad X.D. & coniungendo h k L. est ad L. D. vt
n per 22. li. 6. B.D. ad D. X. Proinde quadratum k L. est n quadrato L.D.
vt quadratum B.D. quadrato D.X. Atqui vt quadratum k.
L. quadrato L.D. sic esse ostendimus R.L. ad L.D. Ergo sic est R. L. ad L. D. vt quadratum B.D. quadrato D.X. quod secundo notetur. Iam fiat B.F. par radio B.k. Maior
quidem erit quàm B.R. Probauimus enim D.X ad X.B. vt k B. ad B.R. Sicut ergo D.X.
excedit X.B. ex hypothesi, ita k. B seu B.F. excedit B. R. Cæterum euicimus L.D. ad
D.X. esse vt k B. hoc est F.B. ad B. X. Itaque componendo est L.X. ad D. X. vt F. X.
o per coroll. 19. lib. 5. ad B.X. & contiettendo o L.X. est ad excessum L. D. vt F.X. ad excessum F.B. & in-
uertendo g L. D. ad L.X est vt F. B. ad F.X. Quod tertio notemus. Sphæra autem in
data ratione secta est. Et quia coni C. L. A, & C. R. A. sunt partibus sphæræ æquales,
p per 14. l. 12. sunt inter se in ratione data. Atqui vt conus C R. A. ad conum C.L A. sic p R.X. ad X.
L. Ergo ratio R.X. ad X.L. data est, & componendo h ratio quoque R.L. ad L. X. da-

tur. Inter R.L. verò & L.X. ponatur L.D. sic componetur[a] ratio R. L. ad L. X. ex rationibus R.L. ad D.L. & L.D. ad L X. Atqui secundo notauimus R. L. esse ad L.D. vt quadratum B.D. ad quadratum D.X. Deinde tertio notauimus L D esse ad L.X. vt B.F. ad F. X. Ergo ratio R. L. ad L. X. quoque componitur ex rationibus quadrati B. D. ad quadratum D.X. & B.F, ad F.X. Denique fiat vt R.L. ad L X.[b] sic F.B. ad F.H. hoc est in ratione data, & iisdem composita rationibus quibus constatur ratio R.L. ad L.X. Et quoniam F.B. semidiameter sphæræ cognoscitur: proinde & consequens F.H. cognoscetur[c]. Inter vtramque ponamus F.X. vt ratio F. B. ad F.H. componatur ex rationibus F.B. ad F X. & F.X. ad F.H. Itaque duæ rationes nempè quadrati B.D. ad quadratum D. X. & lineæ B. F, ad F X: tum aliæ duæ F.B. ad F.X. & F.X. ad F.H. vnam eandemque componunt rationem, nempè eam quæ est F. B. ad F.H. Illæ ergo duæ his duabus sunt æquales. At est vtrobique communis ratio B. F. ad F.X. Ea igitur vtrinque sublata remanet ratio quadrati B.D. ad quadratum D.X. æqualis rationi F.X. ad F.H. Atqui in illa antecedens, nempè quadratum diametri sphæræ B.D. cognoscitur: huius verò consequens F.H. innotuit. Quod quarto notandum.

a per 2. lemma proximum.
b per 12. l. 6.
c per 14. l. 6. & 19. l. 7.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico F.D. sesquialteram ad diametrum sphæræ diuidi in X. ita ut X.F. sit ad F.H. datam vt quadratum B.D datum ad quadratum D.X.

ΑΠΟΔΕΙ. Hoc mox conclusimus. Tandem itaque difficultas problematis huc recidit.

LEMMA.

Duabus datis rectis lineis in ratione dupla, vt D.B, B. F. & terminis alicuius rationis: diuidere minorem illarum vt B. F. in ratione data, puta ut in H. aut efficere vt sicut sunt duo termini simul rationis datæ ad consequentem, ita fiat F.B. ad F. H. tum ita secare compositam ex vtraque sicuti D.F. in X. (si contingat,) vt quadratum maioris B.D. sit ad quadratum partis D.X. vt est reliqua pars F.X. ad inuentam F.H.

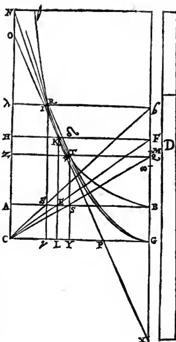
Diuidimus F.B. in ratione data, vel iungimus terminos rationis datæ, ambosque simul conferimus ad consequentem, vt habeatur F.H. Nam F.B. est ad F.H. vt L.R. ad R.X. At verò L.X. est ad X. R. vt conus A. L. C. ad conum A. R. C. hoc est vt portio sphæræ A. D. C. ad segmentum A. B. C. hoc est vt rationes datæ, antecedens ad eiusdem consequentem. Ponitur enim sphæræ partes habere rationem datam. Ergo L. X. est instar antecedentis rationis datæ, & X. R. consequentis. Proinde L. R. est ad R. X. seu F.B. ad F. H. vt termini simul rationis datæ ad solum consequentem, & diuidendo F.H. est ad H. B. vt antecedens datæ rationis ad consequentem. Reliqua ex præmissis patent. Hoc demonstrato, & tanquam possibili posito ad σύνθεσιν accedere nobis fas fuerit. Verùm hoc opus hic labor est, & prius hoc lemma præmittendum.

LEMMA

Duabus datis rectis lineis inæqualibus & rectilineo proposito, ita secare maiorem, vt quemadmodum fuerit altera partium resectæ ad minorem lineam, ita sit spatium propositum rectilineum ad quadratum alterius portionis sectæ lineæ.

ΥΠΟΘ. Dentur A. B. maior, & A. C. minor, tum spatium D. rectilineum.

ΣΥΜΠ. Secare proponitur A. B. putain E. ita ut A. E. sit ad A. B. vt est rectilineum D. ad quadratum E. B.



Cùm hoc problema torsisset veteres Geometras, animaduerterunt συμπέρασμα ipsius reperiri in effectione sectionum conicarum. Etenim in omni parabola quadratum lineæ ordinatim applicatæ, est [a] æquale rectangulo sub diametri parte quæ est inter verticem & applicatam, & recto latere: tum in hyperbola rectangulum comprehensum sub lineis quæ inter ipsas & vertices transuersi lateris figuræ interijciuntur, est ad quadratum lineæ ordinatim applicatæ ad diametrum, & [b] transuersum figuræ latus ad rectum. Demum in Ellipsi lineæ applicatæ ordinatim possunt [c] quod cõprehenditur sub parte diametri quæ est inter eas, & sectionis verticem, & ducta parallela recto lateri. Hoc verò inferius [d] ostendemus pluribus. Hinc antiqui methodum rimati sunt resoluendi hoc problematis. Inter alios sic Eutocius, ex veteribus theorematis, quæ quæsitorum habebant suppositionem, Donca scribebantur lingua Archimedi (inquit) gratissima & consuetis Archeo rerum nominibus vtebantur, hunc docuisse solutionem refert.

a per 11. l. 1. elem. conic.
b per 11. li. 1. Elem. conic.
c per eidem 21. l. 1. elem. conico.
d ad lib. de sphæroid. & conoidib.

MODVS EVTOCII.

Suppositis quæ mox sumpsimus, addamus ex hypothesi confectum problema vt requiritur, & sic A. E. ad A. C. vt est rectilineum D. ad quadratum E. B.

e per 11. l. 1. ΚΑΤΑΣ. Constituantur, A. B, & B. C. ad angulum rectum, & perficiatur rectangulum A. G. Tum per E. agatur C. E. F. in quam G. B. producta cadat in punctum F. perficiatur parallelogrammum H. G. & tandem per E. agatur L. E. k. parallela ipsi C. H. vel ipsi G. F. anguli etenim sunt omnes recti. Demum ponatur rectangulum sub A. B. seu C. G, G. M. esse æquale rectangulo D.

ΣΥΜΠΕ. Dico his sic constitutis, si puncto G. & diametro G. F. tum latere recto G. M. describatur parabole, eam incidere necessario in k. & hanc parabolam positione dari. Tum aio, iisdem remanentibus, si datis asymptotis seu inconcurrentibus H. C, C. G. & puncto B. inter eas describatur hyperbole, ipsam rursus incidere in punctum k. ac ideò vtramque & parabolam & hyperbolem concurrere puncto sectioni directè opposito, qui proinde cognoscetur.

f per 4. l. 6. ΑΠΟΔ. Quoniam est A. E. ad A. C, ita est D, ad quadratum E. B, & quoque ita est [f] C. G. ad G. F. propter similitudinem triangulorum E. A. C, & C. G F. Ergo vt C. G. ad G.
g per fabricam. F. ita est D. seu rectangulum sub C. G, G. M, [g] ad quadratum E. B. Verum & C. G. ad G.
h per 1. li. 6. F. ita est [h] quadratum C. G, ad rectangulum sub C. G, G F. Proinde vt quadratum C. G. ad rectangulum sub C. G, G. F, ita est rectangulum sub C. G, G. M. ad quadratum E. B. hoc est ad quadratum F. k. & permutando vt quadratum C. G. ad rectangulum

ſub C.G,G.M.vel vt C.G,ad G.M. ita rectangulum ſub [aa] C.G,G.F.ad quadratum F. K. Atqui rectangulum ſub C.G,G.F. eſt ad rectangulum ſub G. M, G.F. (ſcilicet ſumpta G.F. communi altitudine) vt C.G, ad G.M.[bb] Igitur vt rectangulum ſub C.G,G.F. ad rectangulum ſub G M,G.F. ita eſt idem rectangulum ſub G.F,G.M.ad quadtatum F.K. Et ideò rectangulum ſub G.F,G.M. eſt æquale quadrato K.F. vnde patet deſcriptam parabolam diametro G.F. & recto latere M.G. tranſire per punctum k.[a] vt k F. remaneat ordinatim applicata, ex natura paraboles: & eſſe prætetea punctum K. poſitione datum, cum detur G.M. quæ cum G.C. det rectangulum D. Rurſus quoniam rectangulum ſub K.L,L.C. æquale eſt[b] rectangulo ſub B.A, A.C. ſequitur, quod ſi deſcribatur hyperbole per punctũ B.ſumptis aſymptotis ſeu inconcurrentibus H.C,C. B. tranſierit ſectio per punctum K. ex inuerſa, non quidem 8. vti aut Eutocius, ſed 12. lib.2. Elementorum conicorum. Igitur tam ex hyperbola quàm ex parabola punctum k. ſitu dignoſcitur,& hyperbole poſitione datur, quoniam B.L,& C.B.dantur: Tum B. C,C.G. & quoque punctum B. & ex conſequenti punctum E. Quoniam verò E.A. eſt ad A.C. vt D. ad quadratum C.B. ſi rectangulo D. tanquam baſe, & altitudine A.C. tum quadrato E B. pro baſi & altitudine E.A. fiant ſolida parallelepipeda. Erunt[c] inter ſe æqualia, cum baſes ſint reciprocæ altitudinibus. Et hæc quidem ita ſe habebunt; vt ſi E.B. contigerit ſecari in E. ita ut E B. maneat duplum ipſius A.E. accidat vt parallelepipedum conſtructum baſe quadrato E.B. & altitudine E.A. maximum ſit omnium quæ ex quacumque ſectione A.B. euenire poſſit. Quod oſtendiſſe operæ pretium videtur, vt ſciamus quouſque extendat ſe problema. Etenim oblato rectangulo D. tanto & eo baſe & altitudine A.C. fiat parallelepipedum maius, eo quod ſit quadrato E. B. baſe & altitudine E.A. non poteſt problema confici: quod hoc lemmate demonſtremus oportet.

[aa] per fabricam.
[bb] per 1.l.6
[a] per conuerſam 11. lib.1. elem. Conic.
[b] per 43 l.1.
[c] per 34.l.11

LEMMA.

Propoſita linea, eaque ſecta, ita vt partes ſint in ratione dupla: parallelepipedum conſtructum baſe quadrato maioris partis, & altitudine minori portione, maximum eſt omnium quæ pariter confici poſſunt ex alia quacumque ſectione eiuſdem lineæ.

ΥΠΟΘ. Repetatur præcedens diagramma, & ſit A.B.dupla ipſius E.A.ſecetur autem eadem A.B.in punctis S.vel intra E.B, vel intra E.A.

ΣΥΜΠΕ. Dico parallelepipedum ex quadrato E.B. & altitudine E.A. maius eſſe parallelepipedo ex quadrato S.B.& altitudine A.S.

ΚΑΤΑΣ. Manentibus iiſdem parabola & hyperbola concurrentibus in puncto k.vt ſuperius, educatur parabola à puncto k.in infinitum: ipſa enim vſpiam concurret cum C. H. producta æquidiſtãter diametro ſectionis G.F. Conueniat ergo in N.hyperbole verò cum numquam concurrat, abeat verſus R. Quod autem parabolæ hyperbole applicet in k. luculentius oſtenditur, producta G.F. in X. ita ut G.X. ſit æqualis ipſi G.F. tum iuncta X.k. & educta in occurſum C.N.puta in O.vt ipſa applicet parabolæ in k.[d] Secet autem C.G.in P. Etenim cum trianguli X.P.G. & k.L.P. ſint æquianguli, nempè anguli recti ad G.& L.& bini P.[e] ad verticem vt eſt G.X. æqualis ipſi L.k. hoc eſt ipſi G.F. ſic eſt[f] L.P.par ipſi P.c.& L.c. diuiſa bifariã, ita vt L.P. ſit æqualis ipſi C.L. nam C.G.diuiſa eſt in L. vti A.B diuiditur in E.ac ideò L.P.eſt æqualis ipſi H.k. ſed vt trianguli O.H k & k.L.P.ſunt æquiãguli, quia recti ad H.& L.tum ad X.& O.pares vt alterni. Proinde O.k,k.P.ſunt æquales,& O.P. bifariam ſecta in k. & inde applicat[g] hyperbolæ in k. Eadem ergo linea X.O.applicat ambabus hyperbolæ & parabolæ: Altera ergo alteri applicat Iam in E.B primo, tum in E.A. ſumantur puncta S. per quę educantur[h] parallelæ Y.S.T.& γ.S R.ſecantes hyperbolem in T.& R. parabolem verò inferius. Nam hyperbole contingit quidem parabolem in k. ſed præterea ſemper intra parabolem continetur, putà intra aſymptotos C.N, C.G. quas eam attingere numquam fas eſt. Adhuc per T.& R.ponantur parallelæ ipſi A.B duæ Z.T.Q & λ. R,[b] quas pa-

[d] per 33 l.1. elem. conic.
[e] per 15 l.1.
[f] per 4 l.6.
[g] per conuerſam 3 l.2. elemẽt. conic.
[h] per 31.l.1.

rabola ſecet in V. & I. intra T.Z.& R.λ. d per 43.l.1 Quoniam verò Z.Y.eſt a æquale rectangulo C.B. Tum λ.γ. eidem C.B. eductæ lineæ à puncto C. ad b. & Q. tranſibunt neceſſario per puncta S. Educantur ergo. Denique, quoniam ab initio poſuimus G.M. rectum latus paraboles, quadratum V.Q. eſt æquale rectangulo Q.G,G. M. At quadratum T.Q. ſeu S.B. minus eſt quadrato V.Q. quia T.Q. ſcilicet ordinatim applicata ad hyperbolem minor eſt quàm ſit V.Q. ordinatim applicata ad parabolem. Ergo quoque quadratum T.Q. ſeu S.B. minus eſt rectangulo ſub Q.G,G.M. fiat ergo æquale rectangulo ſub Q.G,G.ω.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam ex triangulorum S.A.C,& C.B.Q. ſimilitudine, ſicut S.A,ad A.C, ita C.G. ad G.Q. hoc b per 1.6. eſt ita rectangulum ſub C.G, G ω. b ad rectangulum ſub Q G, G.ω. eadem ſumpta altitudine G.ω ſed Q.G, G.ω. fecimus æquale quadrato T.Q. Ergo vt S. A.ad A.C.ita rectangulum ſub C.G.G. ω.ad quadratum T.Q.ſeu S.B. Et ex cõſequenti parallelepipedum deſcriptum baſe rectangulo ſub C. G,G.ω. & altitu- c per 34.l. 11. dine C. A. æquale eſt c parallelepipedo constructo baſe quadrato S. B, & altitudine S.A. Atqui hoc parallelepipedum C.G,G.ω. altitudine C. A. minus eſt eo quod fit baſe C.G, G. M. & altitudine eadem C.A. Ergo quoque quod fit baſe quadrato T.Q. ſeu S.B. & altitudine S.A. mi- d per 32.l. 11. nus eſt eo d quod fit baſe rectangulo C. G,G.M.& altitudine C.A. quod iam antea demonſtrauimus æquale ei quod fit baſe quadrato E.B. & altitudine E. A. Proinde rectè concluditur, parallelepipedum ſuper baſe quadrato S.B. & altitudine S.A. minus eſſe alio conſtituto ſuper quadrato E.B. tanquam baſe, & altitudine S.E. Idem oſtendetur ſumpto puncto S. inter E.& A. Etenim quoniam R. b. ſeu S.B. applicata ad hyperbolem minor eſt quàm I.b.applicata ad parabolem, quadratum R.b.minus eſt quadrato I. b.hoc eſt rectangulo ſub G.b,G.M.Sit ergo illi æquale rectangulum ſub G.b. G.ω.Quandoquidem quia vt S.A,ad A.C. ita eſt C.G,ad G.b.ſeu rectangulum ſub C.G,G ω. ad b. G,G.ω.Sequitur parallelepip.ſub C.G,G ω. & altitudine C.A.eſſe æquale parall. ſub b. G,G ω.ſeu quadrato S.B.& altitudine S.A.Sed illo maius eſt parallelep. ſub C.G, G.M. & altitudine C.A. Ego quoque parallelep.ſub C.G, G.M. & altitudine C.A.hoc eſt ſub quadrato E.B.& altitudine A.E.eſt maius parallelepipedo ſub quadrato S. B. & altitudine S.A. quod fuit probandum. His ſic demonſtratis, conficiamus problema.

Solutio potioris Lemmatis.

ΚΑΤΑΣ. Repetatur diagramma, in quo datæ A.B A. C. conſtitutæ ſunt ad angulum rectum, & cætera conſtent, vt priùs. Etenim diuiſa A.B.in E ita vt E.B. dupla ſit ipſius A. E. Si fuerit parallepipedum ſuper D.& baſi C.A. maius parallelep. quod fit quadrato E. B. & altitudine E.A. abſolui problema non poteſt, vt mox oſtendimus: Quod ſi fuerit æquale, diuiſio ritè facta eſt in E.& problema ſolutum. Demum ſi minus fuerit, certiſſimum eſt vt E.A ad A.C. ita D. eſſe ad rectilineum quoddam minus quàm ſit quadratum

tum k.F, seu E B, sit illud quadratum ♂. F. Inueniri enim facillimè potest [a] ex tribus cognitis terminus quartus. Et quoniam posita G.M, recto latere paraboles inuento ex præcedentibus, rectangulum sub G.F, G.M, est æquale quadrato k F. sequitur, idem maius esse quadrato F.♂. Sit ergo rectangulum sub F.G, G.Q, æquale quadrato F.♂, etenim hoc inueniri potest, & applicari [b] quadratum ♂.F, ad lineam G F. Sit verò D. rectilineum æquale parallelogrammo C.G, G ω, Et quoniam E.A, ad A.C, hoc est, propter similitudinem triangulorum, sicut C.G, ad G F, vel sicut [c] quadratum C.G, ad rectangulum sub C.G, G.F. ita est rectangulum D. hoc est rectangulum sub C.G, G. ω. ad quadratum F.♂, permutatim [d] sicut quadratum C.G, ad rectangulum sub C.G, G.ω, ita est rectangulum sub C.G, G.F, ad quadratum F.♂. Verùm sicut quadratum C.G, ad rectangulum sub C.G, G.ω, ita [e] C.G, ad G ω, & sicut C.G, ad G ω, ita communi altitudine sumpta G.F, contentum sub C.G, G.F, ad contentum sub F.G, G ω, Itaque sicut contentum sub C.G, G.F, ad contentum sub F.G, G.ω, ita contentum sub C.G, G.F, ad quadratum F.♂. Proinde contentum sub F.G, G.ω, est [e] æquale quadrato F.♂. Et si vertice G. ac diametro G.F, tum latere rectò G.ω. describatur parabola, transibit necessario per ♂. Descripta itaque hac transeat. Tum quoniam H.L. æquale est [f] ipsi A.G, si per B, τῶν ἀσυμπτώτων H.C, C.G, describatur hyperbole, necessario transibit per K. Describatur itaque, & secet parabolem puncto T. à qua deducatur perpendicularis T.Y. in C.G, secans A.B, in S, & ducatur æquedistans ipsi C.G, linea Z.T.Q. tandem agatur C.Q, quæ necessario transeat per S. cum sit hyperbole G.T.k, eiusque à incoincidẽtes H.C, C.G quibus parallelæ ductæ sunt Z.T, T.Y, & propterea sint [g] æqualia rectangula sub Z T, T.Y, & sub A.B, B.C, & ex consequenti Z.S, & S.G, communi sublato A.Y.

ΣΥΜΠΕ. Dico A.B, secari in S, vt requiritur, & esse S.A. ad A.C, vt rectilineum D. ad quadratum S.B.

ΑΠΟΔ. Etenim vt S.A, ad A.C, ita C.G, ad G.Q. propter sæpissimè repetitam triangulorum similitudinem, hoc est ita contentum sub C.G, G.ω, (sumpta ω.G, communi altitudine) ad contentum sub Q.G, G.ω. Atqui contentum sub G.Q, G ω, est æquale quadrato T.Q vel S.B, ex proprietate paraboles. Tum quod sub C.G, G.ω, par est rectangulo D. Ergo vt S.A, ad A.C, ita est rectangulum D, ad quadratum S.A, quod fuit agendum.

Confectio problematis Archimedei.

Iam veniamus ad confectionem Problematis, seu præcedentis propositionis, & tandem sphæram datam secemus, ita vt ipsius segmenta rationem datam habeant.

ΠΡΟΘ. Sit sphæra A.B.C.D, secanda in ratione data P, ad S.

ΚΑΤΑΣ. Sphæra diuidatur per centrum, vt pateat maximus eius circulus A.B.C.D, eiusque dimetiens D.B, qui producatur in F, quantitate radij B.k, ita vt sit D.B, dupla B.F, & vt est P. ad S, sic secetur [h] F.B, in H, aut sicuti sunt P. & S, simul ad S, sic fiat F.B, ad F.H, vt detur F.H. Diuidatur tandem B.D, in X. ita vt quadratum D. B, sit ad quadratum D.X, vt X.F, ad F.H. Hoc autem fieri potest vtcumque ex præcedentibus, cum inciderimus in ὑπόθεσιν præcedentis lemmatis. Etenim dantur duæ lineæ, maior D.F, minor F.H, & quadratum D.B, & proponitur secanda D.F, ita vt quadratum D.B, datum sit ad quadratum maioris partis lineæ D.F, putà ad quadratum D.X. vt est reliqua pars X.F, ad minorem F.H. Denique per puncta X. agatur [i] planum ad D. B. perpendiculare.

ΣΥΜΠ. Dico sphæræ partes rationem datam seruare.

ΑΠΟΔ. Remanentibus conis A.L.C, & A.R.C, probabimus sicuti antea, vt L.R. ad R.D, sic quadratum B.D, ad quadratum D.X. & vt quadratum B.D, ad quadratum D.X. sic esse X.F, ad F.H, ac proinde concludemus [l] L.R, ad R.D, vt X.F, ad F.H.

[a] per 12. l. 6
[b] per 28 & 29 l. 6.
[c] per 1. li 6.
[d] per 16. l. 5
[e] per 9. l. 5.
[f] per 41. l. 1
[g] per 12 l. 2. conic. elem.
[h] per 10. l. 6
[i] per lemma praxeως. πειρμα.
[l] per 11 l. 5.

Et quoniam ſicuti duæ ſimul K.B, B.X, ſunt ad B.X, vt L.
a per 7. l. 5 X, ad X.D, eſtque K.B, æqualis lineæ B.F. euioco a B.F. cum
b per coroll. 19 l. 5. B.X, eſſe ad B.X, vt L.X, ad X.D, & conuerſione b rationis F.X, eſſe ad exceſſum B F, vt L.X, ad exceſſum L.D, & ra-
c per coroll. 4 l. 5. tionis inuerſione c vt L D, ad L.X, ſic B.F, ad F.X. Eſt au-
d per 23. l. 5. tem R.L. ad L.D, vt X.F, ad F.H. Ergo ex æquo ἐν τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ R.L, eſt d ad L.X, vt F.B, ad F.H, ac diuidendo e R.X,
e per 17 l. 5. eſt ad X.L, vt B.H, ad H.F, demum inuerteodo, L. X, ad X. R, vt F.H. ad H.B, hoc eſt, vt P. ad S. Atqui vt altitudo L. X, ad altitudioem X. R, ſic conus A.L. C, ad conum A.R. C, hoc eſt ee portio A. D. C, ſphæræ ad portionem A.B.C,
ee per 2. huius. quod fuit demooſtrandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sit ex hypotheſi diameter D.B.10, F.B.5. quadratum D.B.100. ratio data P. ad S. vt 4. ad 3. Ergo L.X. erit ad X.R. vt 4. ad 3. & tota R.L. ad X.L. ſeu F.B. ad F.H. vt 7. ad 4. Quarum proinde F.B. fuerit 5. earumdem F.H. erat $2\frac{6}{7}$ & ex cooſequenti H.B. erit $2\frac{1}{7}$. Vnde fit vt B. F.
f per 19 l. 7 diuidatur puncto H. in ratione data: nam a $\frac{6}{7}$ ſe habent f ad $2\frac{1}{7}$ vt 4. ad 3. Hæc apertè patent. Reliqua verò obſcuriſſima difficultate obducuntur. Quandoquidem huius proportionalitatis quadrati B. D. ad qoadratum D.X. vt X.F. ad H.F. quò tandem priori demonſtratione deuenimus, cognoſcimus duos duntaxat terminos, quadratum B.D. & H.F. & tres eſſent cognoſcendi, vt Geometricè nodus ſoluatur. Tum termini ſunt magnitudines variæ ſpeciei, vnde fit vt in hoc problemate ſint ἀσύμβλητοι vt ἀσύμβλητοι, reddantque huius propoſitionis ἀδιεξίτητον τὸ ἐπιχείρημα, niſi modis prædictis qui à vera via geometriæ deflectunt, teneretur. Archimedes quidem vbi nodum propoſuit, ſubiungit ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεταί τε καὶ συντεθήσεται. At nullibi habentur, vel reſoluta ab eo, vel compoſita, vti & ipſe Eutocius vetus Archimedis ſcholiaſtes conqueritur, qui & Dioclem citat promiſſi conſtantiam in Archimede requirentem; Et vias duas exſcribit, alteram Dionyſodori, qui vtitur hyperbola & parabola vt ſuperiùs, alteram Dioclis qui Ellipſi & hyperbola problema abſoluit. Vias autem illas addidiſſe fuiſſet fortaſſis inutile. Sufficiat itaque monuiſſe cum Eutocio, vidiſſe Archimedem duobus punctis ſectionem futuram poſſe, & inter B.F. & inter B.D. & vt qua ſectio eſſet neceſſaria, adnotaret, ſic propoſuiſſe in fine prioris demonſtrationis: καὶ σημεῖον ἐπὶ τῆς β.ζ, τὸ θ. τεμεῖν τὴν δ.β, κατὰ τὸ χ, &c. non quidem dicens τεμεῖν τὴν δ ζ. quæ eſt tota prima, ſed δ β. quæ eſt pars interior, in qua ſectio erat operanda, ſcilicet intra ſphæram. Quod autem duobus locis contingere poſſit ſectio, patet ex duplici concurſu paraboles cum hyperbola in ſuperiori diagrammate, quo conueniunt ambæ ſimul in T. & R. loquendo ſcilicet de parabola quæ ducitur poſito recto latere G.ω. Etenim cum hyperbola ſit B.k.θ. & parabola primum illi occurrat in T. vt demonſtratum eſt, abeat deinde eadem parabola in incoincidentem C.N. quàm hyperbola nunquam attingit, neceſſe eſt adhuc conueniant: & occurſus eſt in R. vnde quoque ſolui problema poteſt.

LEMMA.

Si fuerint duo ſphærarum ſegmenta ſimilia: coni huiuſmodi ſegmentis æquales, inter ſe quoque ſimiles ſunt.

ΥΠΟΘ. Sint duæ ſphærarum A. B. C. L, & D. E. F. M, portiones A.B.C, D. E. F, ſimiles, tum coni A.G.C, D. H F, ipſis æquales.

ΔΙΟΡ. Dico conos A.G.C, D.H.F, eſſe quoque ſimiles.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur lineæ A.B, B.C, & perpendicularis G.I, tum D.E, E.F, & perpendicularis H.K.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam anguli A.B.C, D.E.F, sunt in portionibus circulorum, ex quibus natæ sunt propositæ sphærarum portiones, ipsi sunt [a] æquales, eorumque semisses, *a per 7. defin. l. 1. huius operis*
nempè anguli A.B.I, D.E.K, sunt [b] pares. Tum anguli ad I. & K. sunt recti. Ergo triangulorum B.A.I, & D.E k, reliqui ad A, & D, sunt [c] æquales. Et est [d] B.I, ad I.A, vt E.k, *b per 15. l. 5.* *c per 32. l. 1.*
ad k.D. Eadem prorsus argumentatione ductis lineis A.L, L.C, & D.M, M.F, probabitur A.I, ad I.L, vt D.k, ad k.M. Itaque cum hinc habeamus tres B.I, I.A, I.L. tum *d per 4. l. 6*
illinc tres E.k, k.D, k.M, ordinatas in eadem ratione, est [e] prima B.I, ad I.L, vt E k, ad *e per 22. l. 5*
k.M, & componendo [f] B.L, est ad I.L, vt E.M, ad M.k. Et demum semissis [b] N.L, est *f per 18. l. 5*
ad I.L, vt semissis O.M, ad M.K, & componendo [f] N.L, L.I, simul sunt ad L.I, vt O.M, M.k, simul ad M.k. Atqui vt [g] N.L, L.I, simul ad L.I, sic G.I, ad B.I, & vt O.M, M.k, simul ad M.k, sic est [h] H.k, ad E.k. Proinde G.I, est ad B.I, vt H.k, ad E.k. Sed antea vt B.I, ad I.A. sic fuit E.k, ad K.D. Ex æquo igitur [e] in ordinata ratione G.I, est ad I.A, vt H.k, ad K.D, vel G.I, est ad A.C, duplam, vt H.k, ad D.F, duplam hoc est, altitudo G.I, ad diametrum basis A.C, vt altitudo H.K, ad diametrum basis D.F. Sunt ergo coni G.A.C, & D.H.F. similes, quod voluit lemma. *g per conversam 2. huius.* *h per 11. l. 5.*

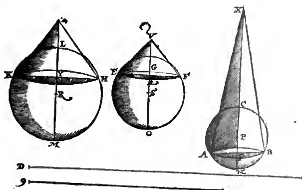
ΠΡΟΤΑ. Ε. — PROPO. V.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ. — PROB. IV.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

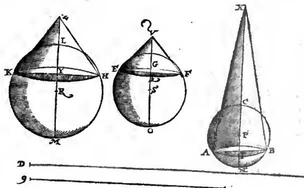
Dato segmento sphæræ simile, & alij dato æquale idem ipsum constituere.

ΤΡΟΠΟΣ. Offerantur duæ sphætarum portiones A.C.B, E.G.F, quarum alteri, nempè A.C.B, æqualis, alteri verò E.G.F, similis sit tertia portio inuenienda. Sed primùm hanc tertiam & inuentam ponamus, & eam esse K.L.H, vt huic ἀναλυτικῶς aliquid eruamus.



ΚΑΤΑΣ. His tribus sphætarum segmentis fiant [i] coni æquales A.B.X, E.F.V, K.Z.H. Tum vt V.Q, ad E.F, sic constituatur [k] X.T, ad D, & vt A.B, ad k H, sic ponatur [l] K H, ad tertiam 9. *i ex 2. huius.* *k per 12. l. 6* *l per 11 l. 6.* [illegible]

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico inter A.B, & D. duas medias esse continuè proportionales k, H, & 9.



ΑΠΟΔ. Cùm enim sint portiones A.C.B, k. L. H. ex hypothesi aequales : sunt itidem coni A.X.B, & k.Z.H. pares. Vt [a] ergo basis A.T.B, ad basim k.Y.H Vel vt [b] quadratum ex A.B, ad quadratum ex k.H. (Sunt enim quadrata dimetientium vt eorum circuli.) Sic altitudo Z.Y, ad altitudinem X.T. Atqui sunt A.B, k.H, & 9. tres continuè proportionales : Et proinde vt quadratum [c] primae A.B, ad quadratum secundae k.H. sic prima A.B, ad tertiam 9. Ergo vt [d] A.B, ad 9. sic altitudo Z.Y, ad X.T. altitudinem. Sunt verò portiones E.G.F, k.L.H. ex hypothesi similes. His ergo aequales coni E.V.F, & k.Z.H, sunt [e] quoque similes. Et est [f] V.Q, ad diametrum basis E.F. sicuti Z.Y, ad diametrum k.H. Atqui vt V.Q, ad E.F, sic posita est altitudo X.T, ad D. Ergo vt Z.Y, est ad k.H, sic X.F, ad D. & permutando [g] vt Z.Y, ad X.T, sic k.H, ad D. Verùm Z.Y, est ad X.T, vt quadratum A.B, ad quadratum k.H, & vt quadratum A.B ad quadratum k.H, sic A.B, ad 9. vt probauimus.

Igitur est A.B, ad 9. vt k.H. ad D. Et vicissim [g] vt A.B, ad k.H, sic 9. ad D. Et ex consequenti vt A.B, ad k.H, sic k.H. ad 9. & 9. ad D. & inter A.B. & D. duae sunt mediae proportionales A.k, & 9. quod ex admissa propositione αἰτήματι.

Hinc problema hoc modo συντίθεται.

ΚΑΤΑ. τοῦ προβλήματος. Datis ex superiori hypothesi duabus sphaerarum portionibus A.C.B, E.G.F. Fiant [h] coni aequales A.X.B, & E.V.F. Et ponatur [i] X.T. ad D. vt est V.Q. ad E.F. diametrum. Tum inter A. B. & D. inueniantur [l] quoquomodo duae mediae proportionales k.H, & 9. ita vt quemadmodum fuerit A.B. ad H.k, sic H.k, ad 9. & 9. ad D. Demum ad lineam H.k. constituatur [m] circuli portio k.L.H. capiens angulos aequales angulo E.G F, vt similis sit [n] portioni circuli E.G.F. Tandem ex reuolutione totius circuli, cuius est portio k.L.H. intelligatur fieri sphaeram.

ΔΙΟ. Dico segmentum sphaerae respondens portioni circuli k.L.H. esse aequale segmento A.C.B, & simile alij E.G.F.

ΚΑΤΑΣ. τῆς ἀποδείξεως. Fiat conus k.Z.H. aequalis portioni k.L.H.

ΑΠΟΔ. Primò portionem k. L. H. ex definitione [o] patet esse similem portioni E.G.F. Eandem verò aequalem esse segmento A.C.B, sic probatur. Conus k.Z.H, aequalis portioni k.L.H, similis est [p] cono E.V.F. Vt ergo [q] V.Q, ad E.F, vel X.T, ad D. sic Z.Y, ad k H, & vicissim [r] vt X.T, ad Z Y, sic D, ad H.k, & inuersim vt Z.Y, ad X.T, sic H.k, ad D.

Atqui vt H.k, ad D. hoc est, quatuor continuè proportionalium A.B H.k, 9 & D. vt secunda H k ad quartam D sic est [s] quadratũ primae A.B. ad quadr. secundae H.k, seu [t] cir-

a per 15. l. 12
b per 2. l. 12
c per 10. definit. l. 5 & 20. prop. l. 6
d per 11. l. 5.
e per lemma praec.
f per 20 defint. l. 10.
g per 16 l. 5.
h per 2. huius.
i per 12. l. 6
l per ea quae ad 2. huius diximus.
m per 33. l. 3
n per 10. defin. l. 3.
o 7. adsumpta huius.
p per lema praec.
q per 20. defin l. 11
r per 16 l. 5
s per lemma praefixũ 4 huius.
t per 1. l 5.

culus ex A.B. ad circulum ex H.k. hoc est, basis coni A.X.B. ad basim coni k.Z.H.

Proinde vt altitudn Z.Y. ad altitudinem X.T. sic reciprocè basis A.B. ad basim H.k. Sunt[aa] igitur coni A.X.B, & H.Z.k. æquales. Quidni ergn & porriones A.C.B, & k.L.H. pares erunt, vt cnnclusimus. [aa per 15. l 12.]

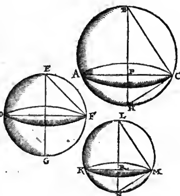
ΠΡΟΤ. ϛ. — PROP. VI.

ΠΡΟΒ. Ε. — PROB. V.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων, εἴτε τῆς αὐτῆς, εἴτε μή, εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται ἑνὶ μὲν τῶν δοθέντων ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἕξει ἴσην τῇ τοῦ ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

Datis duobus sphæræ segmentis, siue eiusdem, siue non, inuenire segmentum sphæræ, quod sit alteri datorum simile, superficiem verò habeat æqualem superficiei segmenti alterius.

ΥΠΟΘ. Dentut sphærarum vel sphæræ eiusdem duæ sectinnes A.B.C, D.E.F. quarum alteri, nempè A.B.C, quæratur simile sphæræ segmentum, habens præterea superficiem æqualem superficiei alrerins portinnis: Atque hnc inuentum pnnatnr, & esse quæsitum segmenrum K.L.M. Imaginemurque discissis sphæris planis actis per centra: nbnriri maximos earum circulns, in quibus ductæ sint diametri B.H, E.G, L.N, perpendiculares ad basium diametros A.C, D.F, k.M: demum esse ductas lineas B.C, E.F, L.M.



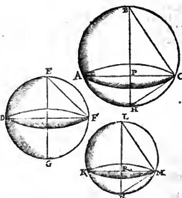
ΔΙΟΡ. Dico hinc sequi, primò B.H, esse ad L.N. vt B.C, ad E.F. Tum L.R. altitudinem inuenti segmenti esse ad R.N. reliquum diametri N.L, vt B.P. ad reliquum P.H.

ΑΠΟΔΕΙ. Quandnquidem in portinnibus similibus A.B.C, k.L.M. anguli, qui fiunt sunt[a] æquales, eorumque semisses[b] C.B.P, & M.L.R. Tum recti[c] sunt B.C.H, & L.M.N. proindéque pares sunt[d] admittendi B.H.C, & L.N.M. ideóque B.H, est[e] ad B.C, vt L.N. ad L.M, & permutando[f] B.H, ad L.N, est sicut B.C, ad L.M. Atqni L.M, & E.F, sunt[g] æquales lineæ, cum sint portionum sphærarum D.E.F, & k.L.M. superficies pares. Proinde rursus est B.H, ad L.N, vt B.C, ad E.F. Qund primùm fuit.

Iam cùm sint perpendiculares M.R, C.P, est[h] R.L, ad R.M, vt B.P, ad P.C. Et R.M. ad R.N, vt C.P, ad P.H. Et tandem ex æquo[i] L.R, ad R.N. vt B.P, ad P.H. qund fuit secundum.

[a per defin. 7. l praced.] [b per 15 l 5.] [c per 31. l. 3.] [d per 32 l 1.] [e per 4. l. 6.] [f per 16 l. 5.] [g per coroll. 37. lib praced.] [h per 8. & 23. l. 6.] [i per 22. l 5.]

His demonstratis, Problematis erit eiusmodi.



ΚΑΤΑΣ. Dentur duæ portiones A.B.C, D.E.F. in quibus maneant lineæ

a per 12. l. 6 quæ prius: Et fiat vt B.C. ad E.F. sic [a] B.H. ad aliquam quartam L.N. qua de-

b per 3. postulatũ. scribatur [b] circulus K. L. M. N. Tum

c per 10. l. 6 diuidatur [c] L.N. in R. vt secta est B.H. in P. ita vt sit vt B.P, ad P.H. sic L.R.

d per 11. l. 1. ad R.N. Tandem ducatur [d] perpendicularis R. M. quæ rectò transeat in K. iunganturque L.M, M.N. Demum reuoluto circulo L. M. N.K. circa L.

e per 2. porismalibri præcedentis. N. generetur [e] sphæra, quæ exinde secetur circulo descripto à linea K M.

ΣΥΜΠ. Dico portionem K. L. M. eam esse quæ requiritur.

ΑΠΟΔ. Quoniam anguli B.C.H. & L.M.N. sunt [f] recti, vt in semicirculo,

f per 31. l. 3. *g per 8. & 13. l. 6.* & sunt perpendiculares C.P, M.R. Est [g] B.P. ad P.C. vt P.C, ad P.H, & L.R, ad R.M, vt R.M, ad R.N. Ergo vt B.P. habet [h] ad

h per 10. definit. li. 5 P.H, rationem duplam eius quàm eadem B.P, habet ad P.C. sic & L. R. duplicatam habet rationem ad R.N. eius, quam habet ad R. M. Atqui duplicatæ illæ rationes B. P, ad P.H, & L.R, ad R.N, sunt æquales, κατ' ὑπόθεσιν. Ergo & simplices B.P, ad P.C, &

i per 15. l. 5. L.R, ad R.M. sunt [i] pares. Cùm ergo B.P, sit ad P.C, vt L.R. ad R. M & sunt anguli

l per 6. l. 6. ad P. & R. recti, & æquales: sequitur [l] reliquos angulos triangulorum B.P.C, & L.R. M. esse æquales. At anguli C.B.P, & M L.R. æquales, medij sunt eorum qui describuntur in portionibus A.B.C, & K.L.M, nempè A.B.C, & K.L.M, vt clarissimum est.

m per definit. 7. lib. præced. Ipsæ itaque portiones capiunt angulos æquales, & ideò ipsæ sunt [m] similes. Cæterum trianguli C.B.H, & M.L.N, sunt angulorum parium. Nam ad C. & M. sunt recti, ad

n per 32. l. 1. B. & L. ostensi sunt æquales, & proinde reliqui ad H. & N. supersunt [n] pares. Vt ergo B.

o per 4. l. 6. H, ad B.C. sic [o] L.N, ad L.M, & ἐναλλάξ, [p] vt B.H, ad L.N, sic B.C, ad L.M. At ex fabrica

p per 16. l. 5. vt B.H, ad L.N, sic B.C, est ad E.F. Ergo ad vtramque L.M, & E.F, eadem B.C, ean-

q per 10. l. 5 dem rationem habet: Vnde manet L.M, & E.F, esse [q] æquales: tum pares esse circulos ab ipsis tanquam diametris descriptos: ac denique superficies portionum D.E.F,

r per 36. & 37. l. 21. præced. & K.L M. quibus illi circuli æquantur [r], esse omnino pares. Euicimus ergo portionem sphæræ K.L.M, similem esse alteri A.B.C, & superficie æqualem alteri D.E.F, quod concluseramus. Idem prorsus fiet si ambæ portiones sumptæ fuerint in eadem sphæra.

PROPO. VII.

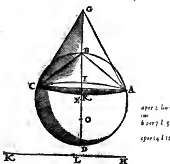
PROB. VI.

A data sphæra segmentum plano secare, ita vt segmentum ad conum basim habentem eandem cum segmento, & æqualem altitudinem, datam rationem habeat.

ΠΡΟΤΑ. Ζ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ς.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμῆμα τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον τὴν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν δοθέντα λόγον ἔχειν.



ΥΠΟΘ. Detur sphæra A. B. C. D. cuius axis B. D. primoque ponamus sectam sic esse plano C. I. A. E. ad axem perpendiculari, vt resecta portio C. B. A. sit ad conum C. B. A. habentem easdem cum portione basim & altitudinem, in ratione data, quæcumque sit.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico datam illam rationem debere esse necessario sesquialtera maiorem.

ΚΑΤΑΣ. Fiat ᵃ conus C. G. A. æqualis portioni A. B. C. — a per 2. huius

ΑΠΟΔ. Quoniam portio A. B. C. ad conum A. B. C. est in ratione data, in eadem est ᵇ conus C. G. A. ad eundem conum C. B. A. Sed vt conus ad conum, sic est ᶜ altitudo G. F. ad altitudinem B. F. cum eorum sit vna basis. Et vt G. F. ad B. F. sic ᵈ F. D, D. E. simul ad D. F. Ergo ratio F. D, D. E. simul ad D. F. eadem est quam data. Atqui ratio F. D, D. E. simul ad D. F. maior est ratione duarum E. D, D. B. simul ad D. B. Nam E. D. est semissis totius B. D. & proinde maior est semisse D. F. quæ ponatur O. D. Etenim O. D, D. F. simul ad F. D. eandem rationem habent quam E. D, D. B. simul ad D. B. Atqui composita ex E. D, D. F. ad eandem D. F. maiorem rationem habet ᵈ quam minor, nempe quam composita ex O. D, D. F. Ergo & composita ex E. D, D. F. ad D. F. maiorem rationem habet ᵉ quam E. D, D. B ad D. B. hoc est quã sesquialteram. Nam E. D, D. B. simul ad D. B. sunt vt 3. ad 2. Necesse ergo est datam rationem esse debere maiorem quam sesquialteram. Data ergo ratio sit H. K. ad K. L. maior necessario ea quæ est duarum E. D, D. B. ad D. B. ita vt diuidendo ᶠ sit H. L. ad L. K. maior ratio quam E. D. ad D. B. Hoc dato fuerit ista problematis. — b per 7 l 5. c per 14 l 12. d per 8 l 5. e per 13 l 5. f per 17 l 5. g per 11 l 6 h per 11 l 1.

ΚΑΤΑΣ. Fiat ᵍ E. D. ad F. D. vt L. H. ad K. L. & acta perpendiculari per E. ʰ nempè C. A. fluat, generatóque plano perpendiculari ad axem, sphæra secetur, cõstituatúrque portio A. B. C. cuius basim & altitudinem habeat conus C. B. A. — i per lemma præced. 3. porisinatis.

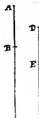
ΔΙΟ. Dico portionem esse ad conum vt K. H. ad K. L.

ΚΑΤΑΣ. τῆς ἀποδείξεως. Fiat ˡ A. G. C. conus æqualis portioni A. B. C. — l per 2. huius.

ΑΠΟΔ. Cum enim E. D. sit ad F. D. vt L. H. ad K. L. componendo ₘ E. D, D. F. erunt ad D. F. hoc est ˡ G. F. ad B. F. vt K. H. ad K. L. Atqui vt G. F. ad B. F. sic ⁿ conus C. G. A. seu ᵢ portio A. B. C. æqualis ad conum C. B. A. Ergo portio A. B. C. ad conum A. B. C. est vt K. H. ad k. L. scilicet in ratione data, quod quærebatur. — m per 18 l. 5 n per 14. l. 12.

LEMMA I.

Si cuique duarum linearum inæqualium eadem vel quæque duarum æqualium addatur: erit maior inæqualium ad minorem inæqualium in maiori ra[illegible]quam composita ex maiori inæquali & altera æquali ad compositam ex minori inæquali & altera æquali.



ΥΠΟΘ. Sint inæquales B. C. maior, & E. F. minor, æquales A. B, D. E. inæqualibus æquales addantur.

ΔΙΟ. Dico B. C. habere maiorem rationem ad E. F. quam A. C. ad D. F.

ΑΠΟΔ. A. B. habet ᵈ minorem rationem ad B. C. quam eadem A. B. seu D. E. æqualis habeat ad E. F. & componendo ᵃ A. C. ad B. C. in minori ratione est quam D. F. ad E. F. Et viciſſim ᵃ A. C. in minori ratione est ad D. F. quam B. C. ad E. F. quod fuit probandum. — a per 18. l 5.

LEMMA II.

Trium linearum, si prima ad secundam in minori ratione est quam secunda ad quartam: rectangulum sub prima & tertia minus erit secundæ quadrato. Contra maius erit, si prima ad secundam maiorem rationem habuerit quam secunda ad tertiam.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit A. ad B. in minori ratione quam B. ad C.

ΣΥΜΠΕ. Dico rectangulum sub A. C. minus esse quadrato B.

a per 11 l. 6 *b Ex hypothesi.* ΚΑΤΑΣ. Vt A. ad B. sit[a] B. ad D.

ΑΠΟΔ. Quia B. est ad D. vt A. est ad B. habet[b] B. ad D. minorem *c per 10. l. 5.* rationem quam ad C. Proinde D. est[c] maior C. Et rectangulum sub *d per 1. l. 6.* A. & D. maius erit[d] rectangulo sub A. & C. At vero quadratum *e per 17. l. 6* B. est[e] æquale rectangulo sub A. & D. cum sint A. B. D. continuè proportionales. Ergo idem quadrato B. minus est rectangulum sub A. & C.

Επεὶ ὑπόθεσις. Habeat iam A. ad B. maiorem rationem quam B. ad C.

ΔΙΟ. Dico, id quod fit sub A. & C. maius esse quadrato B.

ΚΑΤΑΣ. Fiat[a] rursus B. ad D. vt A. ad B.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quia maiorem rationem habet[b] B. ad D. quam ad C. est D.[c] minor quam C. Et rectangulum sub A. D. minus est[d] rectangulo sub A. C. At illud minus est[e] æquale quadrato B. hoc ergo maius, est maius quadrato B. quod fuit probandum.

LEMMA III.

Si quatuor magnitudinibus propositis, quod fit sub prima & quarta minus est eo quod fit ex secunda & tertia: prima ad secundam minorem rationem habebit quam tertia ad quartam.



ΥΠΟΘ. Positis quatuor magnitudinibus A. B. C. D. quæ se habeant ita vt quod fit ex A. & D. minus sit eo quod fit ex B. & C.

f per 11 l. 6. ΔΙΟ. Dico A. in minori esse ratione ad B. quam C. ad D.

ΚΑΤΑΣ. Supponatur[f] E. & rectangulum sub A. E. æquale ei quod continetur sub B. C.

ΑΠΟΔ. Etenim A. B. C. E. cum sint[f] continuè proportionales, A. est ad B. vt C. ad E. Cumque rectangulum sub A. E. maius sit rectangulo sub A. D. nam illud æquale est ei quod fit ex B. C. hoc vero minus est ex hypo- *g per 1 l. 6.* thesi, sequitur[g] E. esse maiorem quam D. Idcirco C. ad E. minorem ra- *h per 10 l. 5.* *i Ex fabr.* tionem habet[h] quam ad D. Atqui vt C. ad E. sic[i] A. ad B. Ergo A. ad B. minorem habet rationem quam C. ad D. quod fuit ostendendum.

LEMMA IV.

Si trium linearum primæ quadratum habeat maiorem rationem ad quadratum secundæ quam secunda habeat ad tertiam: prima habebit ad tertiam maiorem rationem quam sit ratio sesquialtera rationis secundæ ad tertiam.

ΥΠΟΘ. Quadratum A. F. sit quadrato C. in maiori ratione quam sit C. ad D.

ΣΥΜΠ. Dico rationem A. F. ad C. maiorem esse quã sit sesquialtera rationis C. ad D.

l per 13. l. 6. ΚΑΤΑΣ. Inter C. & D. media sit[l] proportionalis E. Tum fiat[m] vt D. ad E. vel E. ad *m per 12. eiusdem* C. sic C. ad A. B. quæ quidem A. B. minor erit prima A. F. Nam quadratum B. A. ad

quadratum C. duplam habet[a] rationem eius quam habet A. B. ad C. vel C. ad E. hoc est[b], quam habet C. ad D. Atqui quadratum A. F. habet[c] maiorem rationem ad idem quadratum C. quam ad D. Ergo quadratum F. A. maius est[d] quadrato A. B. & ex consequenti linea F. A. excedit lineã A. B.



a per 10 h. eiusdem. b per 10. defini. 5 c per hypothesim d per 8. 5

ΑΠΟΔ. Est[b] A. B. ad D. ratio triplicata eius quam habet eadem A. B. ad C. vel quam habet C. ad E. Tum C. rationem habet[b] duplicatam ad D. eius quam eadem C. habet ad E. Ergo ratio A. B. ad D. est rationis quã habet C. ad eandem D. sesquialtera, hoc est vt 3. ad 2. Atqui A. F. vt maior habet[d] ad D. maiorem rationem quam A. B. ad eandem D. Ergo ratio A. F. primæ ad D. tertiam maior est quam sesquialtera rationis secũdæ C. ad tertiam D. quod requirebatur.

LEMMA V.

Si linea duobus punctis inæqualiter diuiditur: rectangulum quod fit ex duabus partibus medietatis signo proximioribus, maius est eo quod fit ex inæqualioribus partibus, magisque à medio dissitis.



ΥΠΟΘ. A. B. linea bifariam diuisa in C. secetur rursus in D. & E. inæqualiter.

ΔΙΟ. Dico quod fit ex A. D, D. B. maius esse eo quod continetur sub A. E, F. B.

ΑΠΟΔΕΙ. Rectangulum sub A. E, E. B. cum quadrato C. E. æquatur[e] quadrato C. B. Tum rectangulum, sub A. D, D. B. cum quadrato C. D. æquatur eidem quadrato C. B. Proinde quod fit[f] ex A. E, E. B. cum quadrato C. E. æquale est ei quod fit ex C. D, D. B. cum quadrato C. D. Hinc & inde tollantur quadrata, C. D. minus, & C. E. maius, superetit vnde maius quid ablatum est, aliquid minus, nempè quod fit ex C. E, F. B. quam quod remanet vnde minus quid est deductum, nimirum quod fit ex A. D, D. B. quod fuit probandum.

e per 5. l. 2. f per 1 com. sent.

ΠΡΟΤ. Η. — PROP. VIII.

ΘΕΩΡΗΜΑ Β. — THEOR. II.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

Si sphæra plano secetur non per centrum, maius segmentum ad minus minorem quidem rationem habet quàm sit dupla eius quam habet maioris segmenti superficies ad minoris superficiem, maiorem vero quàm sit sesquialtera eiusdem.

ΥΠΟΘ. Sit ſphæra A. B. C. D. plano C. M. A. O. non per centrum tranſacta.

ΣΥΜΠ. Propono ſegmentum maius A. B. C. eſſe ad minus A. D. C. in minori ratione quàm ſit dupla eius rationis quam habet ſuperficies ſegmenti A. B. C. ad ſuperficiem ſegmenti A. D. C. at in minori quam ſit ſeſquialtera rationis earumdem ſupeтficierum, maioris nempe ad minorem.

ΚΑΤΑΣ. Fiant [a] coni A. H. C. & A. G. C. duobus ſegmẽtis æqualis, alrera alteri: ducaturque lineæ A. B, A. D. ab extremitaribus diametri ſphæræ ad punctum circumferentiæ communis baſis amborum conorum quæ planum eſt ſecans. Et quoniam E. D, D. F. ſimul ſunt ad D. F. vt H. F. ad B. F. & diuidendo [b] E. D. eſt ad F. D. vt H. B. ad B. F. Eſt vero D. E. maior D. F. quia planum non agitur per centrum, ex hypotheſi. Et proinde H. B. eſt maior quã B. F. multoque maior quam B. E. fiat B. K. æqualis ipſi B. E. ita vt quia H. B. ad B. F. vt E. D. ſeu B. E. ſeu B. K. ad F. D. ſit H. B. ad B. F. vt B. k. ad F. D. & permutando [c] H. B. ad B. k. vt B. F. ad F. D. Deinde cum B. D. diuidatur æqualiter in E. & inæqualiter in F. rectangulum ſub B. F, F. D eſt [d] minus quam quadratum E. D. vel E. B. quadrato intermediæ E. F. Proinde ſunt 4. quantitates congeneæ B. F, B. E, E. D, D. F. ita inter ſe, vt quod fit ſub duabus extremis minus ſit eo quod fit ab intermedijs, nempe quadrato, ideoque prima B. F. minorem rationem habet [e] ad ſecundam B. E. quam E. D. vel B. E. ad D. F. Sed vt B. E. ad D. F. ſic mox concluſimus H. B. ad B. F. Proinde H. B. in maiori ratione eſt ad B. F. quam B. F. ad B. E. Vnde ſequitur id quod fit ſub H. B, B. E. maius eſſe quadrato B. F. Inueniatur [f] itaque B. N. maior quam B. F. media proportionalis inter H. B, B. E. vt ipſius quadratum ſit [g] æquale facto rectangulo ex duabus H. B, B. E.

a per 2. huius. — b per 17. l. 5. — c per 16. l. 5. — d per 5. l. 2. — e per proximum lemma 5. — f per 13. l. 5 — g per 17. l. 6

ΑΠΟΔ. Vt E. B. ſeu B. k. cũ B. F. hoc eſt K. F. eſt ad B. F. ſic eſt [a] F. G. ad F. D. & viciſſim [c] K. F. eſt ad F. G. vt B. F. ad F. D. Sed vt B. F. ad F. D. ſic mox fecimus H. B ad B. k. Ergo vt H. B. ad B. k. ſic K. F. ad F. G. Iam notemus vnicuique duarũ inæqualiũ H. B, K. B. addi B. F. fierique H. F. & K. F. proindeque cõpoſitã H. F. habere [h] ad cõpoſitã K. F. minorem rationem quam habeat ſimplex H. B ad ſimplicem k. B. AC inde ſequi H. F. eſſe ad K. F. in minori ratione quam K. F. ad F. G. Trium ergo linearum H. F, K. F, F. G. prima ad ſecundam minorem rationem habet quam ſecunda ad tertiam, propterea rectangulum ſub H. F, F. G. minus eſt [i] quadrato k F. & ideo rectang. ſub H. F, F. G. minorẽ rationem habet [l] ad quadr. F. G. quam idem quadrat. K. F. ad idem quadr. F. G. Atqui quam rationem habet [m] rectãg ſub H. F, F. G. ad quadr. F. G. eandem habet [m] H. F. linea ad F. G. lineam. Ergo H. F. minorẽ habet rarionem ad F. G. quã quadr. K. F. ad quadr. F. G. ſeu [n] quam ſit dupla ratio eius quæ eſt lineæ k. F. ad lineã F. G. hoc eſt quam B. F. ad F. D. (Nam probauimus vt k. F. ad F. G. ſic eſſe B. F. ad F. D.) ſeu quam quadr. B. A. ad quadr. A. D. (nam vt [o] B. F. ad F. D. ſic quadr. A. B. ad quadr. A. D.) vel rurſus [p] quam circulus ex A. B. ad circulum ex A. D. Atqui circulus A. B. eſt [q] æqualis ſuperficiei maioris ſegmenti A. B. C. & circulus A. D. eſt [q] æqualis ſuperficiei minoris ſegmenti A. D. C. Ergo H. F. ad F. G. hoc eſt [r] conus A. H. C. ad conum A. G. C. vel etiam [s] ſegmentum A. D. C. minorem rationem habet quam ſit dupla ratio ſuperficiei maioris ſegmenti ad ſuperficiem minoris, quod primo fuit probandum. Cæterum quia tres ſunt [t] continuè proportionales H. B, B. N, B. E. ſeu B. k. vt eſt H. B. ad B. k. ita eſt [v] quadratum B. N. ad quadrat. B. k. ſcilicet in ratione dupla H. B. ad B. N. vel B. N. ad B. k. Deinde quia eſt H. B. ad B. N. ſic B. N. ad B. k. erit componendo [x] H. N. ad B. N. ſicut k N. ad k. B. & permutando [y] vt H N. ad k. N. ſic B. N. ad B. k. & quadr. [z] H. N. ad quadr. k. N. vt quadr. B. N. ad quadr. B. k. Atqui vt quadratum B. N. ad quadratum B. k. ita dicebamus mox eſſe H. B. ad B. K. Ergo vt [zz] H. B. ad B. k. ſic quadratum H. N. ad quadratum k. N. Sunt autem duæ inæquales H. F, K. F. quarum cuilibet eadem additur F. N.

h per 2. lemma proximum. — i per 2. lemma praeced. — l per 8. l. 5. — m per 1 l. 6. — n per 20. l. 6 — o per coroll. 3 huius. — p per 2. l. 12 — q per 36. vel 37. l. praecedens. — r per 14. l. 12 — s per 2. huius. — t per fabr. — v per 10. definit. l. 5. & 20 l. 6. — x per 18 l. 5 — y per 16. l. 5. — z per 15. l. 5. — zz per 11 l. 5

Proinde H. F. in maiori ratione est [a] ad K. F. quam composita H. N. ad compositam K. N. & ex consequenti quadratum H. F. ad quadratum k. F. in maiori ratione est [b] quam quadratum H. N. ad quadratum k. N. Et igitur rursus quam H. B. ad B. k. vel quam k F. ad F. G. (initio enim demonstrationis conclusimus vt H. B. ad B. k. sic k F. ad F. G.) Tres itaque sunt lineæ H. F, k F, F. G. quarum primæ H. F. quadratum habet ad secundæ k. F. quadratum, maiorem rationem quam secunda k. F. ad tertiam F. G. Et ideo prima H. F. ad tertiam F. G. maiorem rationem habet [c] ratione sesquialtera secundæ k. F. ad tertiam F. G. Atqui vt k. F. ad F. G. Sic ostensa est B. F. ad F. D. & vt B. F. ad F. G. sic [d] quadratum B. A. ad quadratum A. D. seu [e] circulus B. A. ad circulum A. D. seu [f] superficies maioris segmenti A. B. C. ad superficiem minoris A. D. C. Ergo H. F. ad tertiam F. G. hoc est [g] conus A. H. C. ad conum A. G. C. vel [h] segmentum maius A. B. C. ad segmentum minus A. D. C. maiorem habet rationem, quam sit ratio sesquialtera superficiei maioris segmenti ad superficiem minoris, quod secundo fuit demonstrandum.

a per 1 lemma præcedentium. b per 13 l 5. c per 4 lemma præced. d per corol. 3. huius e per 1 l 12 f per 36 & 37. l præc. g per 14. l. 12 h per 2. huius & fabr.

LEMMA I.

Si proponantur duo coni, quorum basis primi habeat maiorem rationem ad basim secundi, quam altitudo secundi ad altitudinem primi: primus conus est maior secundo.

ΥΠΟΘ. Conorum A. B. C, E. F. G. basis B. C. primi, habeat ad basim F. G. secundi maiorem rationẽ quam E. H. altitudo secundi ad A. D. altitudinem primi.

ΔΙΟ. Dico primum A. B. C. maiorem esse secundo E. F. G.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur conus tertius I. K. L. cuius basis sit æqualis basi F. G. secundi altitudo verò I. M. sit ad altitudinem A. D. primi in eadem ratione ac basis B. C. primi est ad basim secundi F. G. seu eius æqualem k. L. tertij.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim I. M. erit [i] ad A. D. in maiori ratione quam E. H. ad eandem A. D. altitudinem, & propterea erit I. M. [l] maior quam E. H. Et conus I. k. L. maior [m] cono E. F. G. cum existentibus amborum basibus æqualibus altitudo I. M. sit maior altitudine E. H. Atqui I. k. L. conus est [n] cono A. B. C. par, cum basis sit ad basim vt reciprocè altitudo ad altitudinem. Proinde A. B. C. conus est quoque cono E F. G. maior, quod erat probandum.

i per fabr. l per 8. l 5. m per 14 l. 12. n per 15. l. 12

LEMMA II.

Lineæ datæ lineam reperire potentia subduplam.

ΥΠΟΘ. Sit data A. B.



ΚΑΤΑΣ. Super A. B. semicirculum describo A. B. C. quem bifariam seco [o] in C. & lineas duco C. A. & C. B.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quæque ambarum est [p] potentia subdupla diametri A. B.

o per 10 l 1. p per 47 l 1

LEMMA III.

Si fuerint quinque lineæ continuè proportionales vt erit prima ad 5. sic erit quadratum quadratum secundæ ad quadratum quartæ.

ΥΠΟΘ. Sunt 5. lineæ continuæ proportionales vt 1. ad 5. sic quadratum 2. ad quadratum 4.

ΑΠΟΔ. Nam 1. ad 5. quadruplam rationem habet [a] eius
a per 10. definit. l. 5. quam habet 1. ad 2. Tum 2. ad 4. duplam habet [a] eius quã habet 2. ad 3. hoc est 1. ad 2. Sed quadratum 2. ad quadratum 4. duplam habet [b] eius
b per 20. l. 6 quam 1. ad 4. hoc est quadruplam 1. ad 2. Ergo eandem quam 1. ad 5. vt vult lemma.

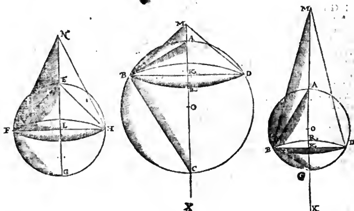
PROP. IX. — ΠΡΟΤ. Ζ.

THEOR. III. — ΘΕΩΡΗΜΑ Γ.

Sphæricorum segmentorum sub æquali superficie contentorum maximum est hemisphærum.

Τῶν ἐπὶ τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν τμημάτων μεῖζον ἐστὶ τὸ ἡμισφαίριον.

ΥΠΟΘ. Sint duo segmenta sphærarum B. A. D. quod non sit hemisphærium, sed maius vel minus, & F. E. H. hemisphærium: ambo vero æqualibus superficiebus contineantur.



ΣΥΜΠ. Dico maius esse hemispherum, scilicet F. E. H.

c per 2. huius. ΚΑΤΑΣ. Fiat N. E æqualis semidiametro E. L. & denique conus [c] F. N. H. æqualis segmento F. E. H. Deinde C. X æqualis producatur radio sphæræ A. B. C. D. Et vt
d per 12 l. 6 C. X, C. k. simul seu X. k. est ad C. k. sic fiat [d] M. k. ad A. k. vel diuidendo [e] vt C. X.
e per 17. l. 5. ad C. k. sic M. A. ad A. k. seu denique conus B. M. D. æquetur [c] segmento B. A. D. Præterea agantur lineæ H. E, E. F, A. B, B. C. Demum quia in segmento S. hemisphærio maiori, linea A. k. segmenti altitudo maior est [f] radio sphæræ, multoque ma-
f per 7. l. 1. g per 2. lemma proxim ior linea B. k. In segmento vero T. minor est A. k. eadem B. k. propterea in vtroque reperiatur A. R. [g] potentia subdupla lineæ A. B. quæ quidem A. R. in segmento S. erit
h per 47 l. 1 minor quam A. k. in segmento vero T. erit [h] maior sicque R. punctum vbique proximius est centro sphæræ O. quam punctum k.

ΑΠΟΔ. Cum sint amborum segmentorum superficies æquales, sequitur lineas B. A. & F. B.

& F. E. esse æquales: sunt enim diametri circulorum æqualium. Est [a] autem A. C. ad A. B. vt A. B. ad A. k. & proinde rectangulum sub A. C, A. k. est [b] æquale quadrato A. B. At vero illius rectanguli dimidium est [c] rectangulum sub C. X, A. k. nam C. X. semissis est basis A. C. Tum quadratum A. R. est dimidium quadrati A. B. [d] Itaque rectangulum sub C. X, A. K. est æquale quadrato A. R. Est autem punctum R. propinquius centro O. quam punctum k. linea ergo A. C. diuisa in R. & k. rectangulum sub æqualioribus partibus A. R, R. C. maius est [e] rectangulo sub inæqualioribus A. k, k. C. vtrique parti addatur commune quadratum A. R. Etenim rectangulum sub A. R, R. C. cum quadrato A. R. maius quoque manebit rectangulo sub A. k k. C. cum eodem A. R. quadrato. Atqui rectangulo sub A. R, R. C. cum quadrato A. R. est [f] æquale rectangulum sub A. C, A. R. Tum rectangulum sub A. k, k. X. est [g] æquale rectangulis sub A. k, k. C. & A. k, C. X. hoc est, quadrato A. R, cui quadrato A. R. ostensum est æquale rectangulum sub A. k, C. X. Proinde rectangulum sub A. C, A. R. maius est rectangulo sub A. k, k. X. Sumpsimus autem [h] prius M. k. esse ad A. k. vt X. k. ad k. C. Ergo rectangulum sub M. k, k. C. nempe sub extremis, æquale est [i] rectangulo sub medijs A. k, k. X. & ideo minus est huiusmodi rectangulum sub M. k, k. C. rectāgulo sub A. C, A. R. Vnde sequitur M. k. habere [l] minorem rationem ad A. R. quam C. A. ad k. C. Verum in qua ratione C. A. est ad k. C. in eadem est quadratum A. B. ad quadratum B. k. [m] Cum sint [n] A. C, A. B, A. k, k. B, k. C. continuè proportionales: igitur quadratum A. B maiorem habet rationem ad quadratum B. k. quam M. k, ad A. R. vel semissis [o] quadrati A. B. nempè quadratum A. R. maiorem habet rationem ad quadratum B. k. quam semissis lineæ M. k. ad A. R. vel [o] quam tota M. k. ad duplam lineæ A. R. Quod apprimè notandum. Recordemur autem A. B. æqualem esse lineæ E. F. [p] proindeque lineas E. L. & A. R. esse pares cum earum sint quadrata æqualia [q] dimidijs quadratorum illarum A. B. & E. F. ideoque tandem quadratum E. L. vel F. L. æquari quadrato A. R. Ac tandem quadr. F. L. habere, sicut quadr. A. R. cui æquale est, maiorem rationem ad quadr. B. k. quàm M. k. ad lineam duplam ipsius A. R. Atqui dupla ipsius A. R. est N. L. Nam A. R. est æqualis ipsi F. L. radio, cuius dupla est N. L. Ergo quadr. F. L. ad quadr. B. k. seu [r] quadr. totius F. H. ad quadr. totius B. D. seu [r] demum circulus vel basis F. H. ad circulum vel basim B. D. maiorem rationem habet quam altitudo M k. ad altitudinem N. L. Conus igitur [s] F. N. H. seu portio F. E. H. maior est cono B. M. D. seu portione B. A. D. quod fuit probandum. Cæterum hæc demonstratio etiam portioni competit hemicyclio minore. Ita vt liquido pateat, hemicyclium esse maximum omnium portionum sub æqualibus superficiebus sphæricis cōtentarum, vt proposuit Archimedes.

a per 8. & 4. l. 6.
b per 17 l. 6.
c per 1 l. 6.
d per fabr.
e per 5 lemma præfixū 8. huius.
f per 3. l. 2.
g per 1. eiusdem.
h per fabr.
i per 16 l. 6.
l per lemma 3. propositionum 8 huius.
m per 3 lemma.
n per 8 l 6.
o per 15 l 5.
p per 36. vel 37. l. praced.
q per fabricam & 47. l. 1.
r per 2. l 12.
s per 1 lemma proxim.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc sunt tandem quæ Archimedes mirando ingenio commentatus est de sphæra & cylindro: quæ adeò excedunt communem Geometrarum artem, vt nemo negotium sphæricum vnquam cum tanta laude tantoque honore egerit. Et quamquam nonnulla attigit vel pollicitus est quæ nō perfecit, præ rei difficultate id accidit. Problema Deliacum in quod incidit propositione 1. huius libri secundi, non soluere neutiquam quocumque seculo pudori fuit vlli geometrarum: Arbitrati sunt enim dæmonem id hominibus pensi dedisse non ignarum summæ difficultatis, ne dicam τῆς ἀδυναμίας, quæ in eo exequendo latet: verum vt eorum vel incogitantiam vel ignauiam, vel etiam inscitiam accusaret, vel (dicimus nos) vt ansam haberet & effugium quò abscederet impotens, agendi quæ petebantur aut quæ promisisset. Denique vt hominum mentes excruciaret in iis quæ hominum artes exsuperarent. Aliud quoque propositione quarta reliquit imperfectum, quod fortasse in lemmatibus absoluerat, sed hæc lemmata cecidère summo quidem Geometriæ fato, vt plurima alia absque vllo Authoris vitio, qui ne pluries idem recoqueret, & hinc nauseam moueret, illa noluit hoc loco repetere. Dicerem etiam multa temporum iniuria extincta, multa laboribus ipsius & calamo suffocata, multa vetustate detrita, multa blattis ac tineis erosa, multa librorum penuria deleta, ignorari à nobis, & summa obliuione sepulta, quæ tamen diuinus ille artifex Geometriæ suppeditauerat, quibusque priuata doluit æternumque dolebit, vix vnquam secundum habitura Archimedem, qui quæ de primo desunt, splendidè restituat. Scio plurimos & quidem in campo Geometrico fortissimos Athletas insudasse, vt quæ desunt passim arti supplerent, etiam quæ imperfecta censentur, cū in hoc tum in aliis operib. cōplerēt, sed nulli vires fuêre Archimedeæ, nullusq; damnū resarcire vel potis est, vel aggredi ausus.

Lemmata quæ propositionibus clarè & dilucidè probandis erant necessaria, quidam suppeditarunt, & nos suppleuimus, corollaria hinc & illinc deduximus, integras quoque demonstrationes de nouo addidimus: sed hæc animo trito & vulgari triboo, illa vero miri, hercules! sunt & stupendi ingenij, quod designandis iis quæ tantis seculis ignorantiæ tenebris delituerunt, par sit potens & prudens. Cæterom ne respicias (auide Geometra) tam ea quibus qoid deest propter rem [illegible], de qua agitur, quàm cætera qoç diuino prorsus artificio tibi gratis dantur, & in communem vsum offeruntur. Inter alia nunquam satis mirareris aut dignis efferes laudibus [illegible], & fœlix illud iouentom

a prop. 25. l. 1. quo tanquam raro ingenij specimine Archimedes osteodit [a] vel capacitatem superficiei sphæræ quadruplam scilicet maximi ioea circuli, vel soliditatem eiusdem, nimirum sphæricam [b] quadruplam es-

b prop. 26. eiusdem. se coni basim habẽtis æqualem maximo circulo eorum qui in sphęra, altitodinem vero, radiom sphæræ. Quamquam multa alia sint & scitu dignissima, & vsu vtilissima, & cognitu iucundissima, quibus interim vtere fruere, nos cætera persequimur.



ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ.

ARCHIMEDIS CIRCVLI DIMENSIO.

AD LIBELLVM ARCHIMEDIS DE CIRCVLI DIMENSIONE

PROLOQVIVM.



IHIL proloquutum esse Archimedem, sed veluti ex itinere initio huiusce libelli proposuisse, argumento est hoc opusculum ab eo statim subiunctum libris de sphæra & cylindro, tanquam operis tertium. Quid enim sphæræ, sphærarúmque portionum, conorum, ac omnino globosarum figurarum metiendarum rationem ex circulo deduxisset, nisi nobis ipsiusmet circuli dignoscendi modum ac κύκλου μέτρησιν obtulisset? Hęc enim mensuratio perfectio est tanti huiusce ἐπιχειρήματος, quod quidem imperfectum iacebit quousque in dimensione circuli hærebimus. hæremus autem, quantumlibet viri tanti in ea insudarint, & mirum Archimedis ingenium nihil non mouerit, vt eam nobis suppeditaret. Nec enim rem ἐν πόρῳ reliquit, nec perfecit, etsi propinquißimè attigerit, & equidem supra omnes qui circuli quadrationem seu mensurationem perquisiuerint, sit hic noster Archimedes laudãdus, quidquid aliqui nostro sæculo reclamarint; quorum antea ἐξαπάτας & imposturas iam diluimus, & rursus sophismata quæ huc maximè pertinent deinceps confutabimus. Eorum vero qui nobile hoc problema meditati sunt, numerus siue antiquorum siue recentium, (qui certè plurimi omnibus sæculis fuere, quamquam veterum irriti conatus, & illiberales quorumdam errores, neotericos ab hoc scopulo deterrere debuerint) in duas iampridem classes distributus est. Etenim quidã in hac perquisitione se Mathem. gessere, quidã aliter ἀγεωμέτρητοι, ex ea quã in hoc negotio nauarunt opera visi sunt, adeo recesserunt à via geometrica. Hãc eorũ bipartitionẽ inuexit primus Arist. qui disquisitiones Hippocratis & Antiphontis conferens, argumenta quidem illius soluenda esse vult: at huius

De sophist. repr. l. 1. c. 11.

solutione dedignatur, putà ἐριστικά, aut & litigiosa cum non deducantur ex principijs artis: Hippocrates verò etsi non rectè ratiocinatus fuerit, tamen ex arte procedit. Aristotelis verba sunt: ἅμα γὰρ οὐδὲ λύειν ἁρμόττει· ἀλλ' ἢ ὅσα ἐκ τῶν ἀρχῶν τις ἐπιδεικνὺς ψεύδεται, ὅσα δὲ μή, οὐκ, οἷον τὸν τετραγωνισμὸν τὸν μὲν διὰ τῶν τμημάτων γεωμετρικοῦ διαλῦσαι· τὸν δὲ Ἀντιφῶντος οὐ γεωμετρικοῦ. *Itaque qui Geometricè dimensionem circuli perquirunt, ad Hippocratem referendi sunt, & eorum labor pensitandus: qui vero mechanicè & præter Geometriam ad Antiphontem amandandi & prætermittendi: vt verò illi aliquid dicunt, aliquid probant, aliquid docēt: at hi erroribus animos implent & sua ἀτυχίᾳ graues sunt peritis. Quod autē artifices impulerit vt hoc problema soluendum susciperent, fuit quòd hoc scibile καὶ ποιητόν, omnes antiqui crediderint, authore ipsomet Arist. qui scientia non existente scibile nihilominus esse exemplo docens ait,* οἷον καὶ ὁ τοῦ κύκλου τετραγωνισμός, εἴγε ἔστιν ἐπιστητόν, ἐπιστήμη μὲν αὐτοῦ οὐκ ἔστιν οὔπω, αὐτὸ δὲ ἐπιστητόν

De Categ. cap. 7.

ἐστιν. *Omnibus itaq; neruis contenderunt hac sciētia Geometriam cōplere. Et quia omnium conatus vix longo opere complecti possem, omnium instar proponam amborū Hippocratis & Antiphontis* πειράματα *& tentamenta, si prius quadraturam circuli esse definierimus* τὸ τῷ κύκλῳ ἐπιπέδῳ ἴσον χωρίον εὐθύγραμμον εὑρεῖν. *Ex quadrato enim seu plano rectilineo, circulo dato æquali inuento, dimensio sequitur & cognitio potentiæ. Hippocratem ergo audiamus hac in perquisitione anhelantem. Sic autem inuestigat, sumpto quadrato quolibet, putà A.B C.D. eiusdem dimetientem A.D. ducit, semicirculos tam costa A.B. quam diametro A.D. nempè A.F.B. & A.B.D. describit: tum à centro ducta*

a per 47. l. 1 *E.B. linea, sic ratiocinatur. Potest* [a] *A.D. quadrata A.B. & B.D. hoc est alterutrius duplum. At circuli vel semicirculi se habent vt dimetientiū quadrata:*

b per 2. l. 12 [b] *ac proinde semicirculus A.B.D. duplus est semicirculi A.F.B. & ex consequenti totius quarta, quæ est A G.B.E. dimidiū scilicet semis, æquatur semicirculo A.F.B. sublatoq; tandem segmento A.G.B.H. remanet lunularis figura seu* μηνίσκος *æqualis rectilineo triangulo A.B E. Hoc posito & ex arte inuento, sic putat* ἐπιχείρημα *perficere. Dato circulo cuius diameter I. duplam sumit K.N. cuius decircinat semiarcum K.L.M.N. in quo accommo-*

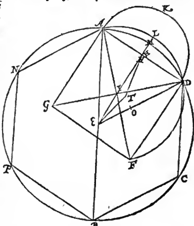
c per coroll. 15. l. 4. *dat latera hexagoni K.L, L.M, M.N. singula* [c] *æqualia radio K.Z. & ideo diametro I. circuli dati. Et quoniam dimetiens K.N. duplus est diametri I. semicirculus K.L.M.N. quadruplus est semicircu-*

d per 20. l. 6 *li dati* [d] *I. hoc est æqualis quatuor semicirculis depictis ad lineas I. K.Q.L.M, M.N. auferantur itaq; segmēta cōmunia K.E.L.P, L.R.M.S. & M.V.N.T. remanebit quadrilaterū K.L.M.N. rectilineū æquale meniscis tribus K.P.L.O, L.X.M.S, M.V.N.Y. & semicirculo I. Atque huc vsque nec Geometræ nec Logici reclamant: At deinceps in dialecticam committit.*

Putat etenim ex illa prius lunulæ quadratura sibi licere ex rectilineo K.L M. N. auferre portiones æquales singulis tribus meniscis, & tandem sibi reliqui fore partem æqualem semicirculo I. Verum errat in eo quod ex cognitione lunulæ lateris quadrati, arbitratur omnem lunulam exprimere posse rectilineo spatio, & simpliciter meniscos nouisse. At plurimum interest inter lunulam quadrati & meniscum hexagoni, estque hoc illa minor: quod sic ostendo. Ponatur circulo, cuius diameter A. B, hexagonum inscriptum, cuius latus A. D. lateris autem A. D. quadratum sit A. G. F. D. cuius centrum I. describantur autem semicirculi A. K. D. centro H. & A. L. D. F. centro I. vt sit meniscus ad latus hexagoni A. M. D. K. lunula verò ad latus quadrati A. L. D. K. Punctum autem L. & ipsum deferentem arcum A. L. D. egredi primum circulum, & esse supra M. sic ostenditur. Angulus D. A. N. puta hexagoni maior est angulo quadrati D. A. G. a Et quidem angulus D. A. N. dirimitur bifariam dimetiente A. B. sicuti angulus D. A. G. bissecatur diametro A. F. Et ideo minor est I. A. D. scilicet medietas minoris, quàm sit D. A. E. dimidium nempè maioris. Ergo centrum I. quadrati iacet intra lineas A. D. & A. E. Et præterea tria centra E. I. H. sunt in linea recta. Etenim A. I. & I. D. sunt æqualia latera, vt ambo semidiametri, & proinde anguli deinceps lineę I. H. ad punctum H. sunt recti b vt æquales. Eodem argumento linea E. H. ducta efficit angulos rectos vtrinque ipsius ad punctum H. Proinde linea E. H. transit per I. Nam si non excurrat per T. punctum, vt sit linea E. T. H. recta, & angulus T. H. D. rectus. Etenim cum angulus I. H. D. sit quoque rectus, erit T. H. D. & pars æqualis toti I. H. D. quod est absurdum. adhuc cum sit linea E. I. H. M. æqualis lineę E. D. & ambæ E. I. & I. D. maiores sola E. D. sublata E. O. æquali ipsi E. I. remanebit O. D. seu I. M. minor quam sit I. D. Sed I. D. & I. L. sunt æquales, vt radij eiusdem circuli. Ergo arcus A. L. D. F. transcendit extra arcum A. M. D. C. & segmentum A. L. D. H. est maius segmento A. M. D. H. Proinde remanet lunulam A. L. D. K.

a Per cor. 2. 27. l. 3.

b per 4. l. 1.



quæ est ad latus quadrati minorem esse menisco A. K. D M. qui est ad latus hexagoni. Et est vtriusque differentia τμῆμα A. M. D. L. cui inueniendum fuerit Hippocrati rectilineum æquale, antequam compleuisset quadrationem propositi circuli, seu segmento toti A. H. D. L. Etenim vbi ex A. B. C. D. resecuerit quater A. I. D. triangulum remanebit pars quædam rectilinea æqualis tribus segmentis paribus A. M. D. L. & segmento A. H. D. M. quam deinde partiri vt oportet, opus & labor erit, donec rationem inuenerit aliquis, quam habet segmentum A. H. D. M. ad segmentum A. H. D. L. Hæc autem partitio videtur Aristoteli causa fuisse cur Hippocratem διὰ τῶν τμημάτων operatum dixerit. Sic ergo Geometria, secundum mentem Aristotelis, Hippocratis sophisma soluerit. Videamus quid sibi velit Antiphon, & quo errore peccet in

principijs artis vnde solutionem non mereatur, dato circulo primum inscripsit quadratum. Tum subtensos arcus bifariam secuit, & à sectionum punctis lineas deduxit ad quadrati angulos, vt fieret octagonum: Tum rursus arcus dissecuit, & lineas duxit, idque toties vt viderentur ductæ lineæ oculo non differre à periferia circuli: sicque existimauit se rectilineum inuenisse æquale proposito circulo. Verum principia artis in eo læsa videntur, quòd primum sensu Geometriam æstimauerit: tum quòd putarit posse deuenire ad vltimam alicuius quantitatis diuisionem. Tum denique quod cum rectum circulari posse ex æquo congruere æstimauerit in eodem circulo, necessario concesserit dari angulos rectilineos æquales angulis contingentiæ, quos Geometria numquam agnouit. Cur ergo Aristoteles Hippocratem Geometricè, Antiphontem vero non Geometricè rem tractasse dixerit, habemus in promptu, nec difficile fuit certum de toto negotio pronunciari, & doctoScaligero visum est[a] *quo totam hanc rem, pace tanti viri dixerim, obtusè intuitus, passim se iniquum in virum mirabilem, ne dicam diuinum Archimedem gessit, quem & ἀγεωμετρησίας τῷ παραλογισμῷ vbique insimulat, accusatque διὰ τὸ παραχισμῶν dimensionem hanc circuli infeliciter esse aggressum. Cùm tamen qui penitioribus oculis inspexerit Archimedeam operam, nec fuerit anticipata in opinione agitatus, nihil diuinius adhuc, quantum ad hanc rem attinet, in lucem prodijsse libentißimè confitebitur, & eò Siculum nostrum deuenisse quò humanæ solertiæ penetrandum diuina prouidentia dedit, vt Buteonis acuti Orontiomastigis verbis utar. Cæterum hoc negotium dimensionis circuli in duas difficultates incidit, quæ antiquos mirè torserunt, scilicet reperiundi rectilinei æqualis areæ circuli, & aßignandæ lineæ rectæ æqualis periferiæ circuli. Etsi ex demonstratis ab Archimede facile sit ex vna inuenta alterum colligere. Data enim area, dabitur circuli periferia, vel hac exposita, illa aßignabitur. Vtramque attigit Archimedes, etsi neutrã exactè perfecerit, sed adeo prope attigit, vt quod deest, sensum, ne dicam potentiam qua imaginamur, effugiat: reliquorum alij τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου conati sint assequi, alij vero τὸ περίμετρον perquisiuerunt, & præ cæteris machinamentis qua vsi sunt, celebris fuit antiquis Dinostrati & Nicomedis linea, quam vocarũt τετραγωνίζουσαν, Latini quadratricem ab eius officio. Etenim inter multa quibus construendis vsui fuit illa quadratrix linea, potißimum quadraturæ circuli inseruijt, & κυκλοπεριμετρεχῶν, vnde ad κυκλοδιωκαμικὼν trãsfertur. Eã Pappus*[b] *inter antiquos, Clauius*[c] *inter recẽtiores, &*[dd] *Vieta affatim te docebunt, & fortasse de ea nonnulla in sequentibus dicemus. Tandem Archimedem audiemus, si prius Brisonem qui inter veteres ad quadraturã circuli mentem adhibuit, non præterijsse ostenderimus. Putauit expositi circuli areã mediã esse proportionalẽ inter areas quadratorũ inscripti & conscripti eodẽ circulo. Exhibeatur I.M.B.N. cui inscribatur quadratũ M.N. aliudq; conscribatur L.P. sumatur autẽ H.K. latus mediũ*[d] *inter latera M.I. & L.F. & fiat quadratũ K.O. quod sit*[e] *mediũ proportionale inter quadratũ L.P. conscriptũ, & N.M. inscriptũ. Putauit Brison quadratum K.O. æquale esse exposito circulo. Hanc opinionẽ multis nominibus iniquam reprehendit Io. Scaliger. Verum dum carpit & conuellit Brisonem, idem carpi & conuelli meretur, grauius quàm trioboli Geometra committens in primum proprio diagrammate exposito. Putat quadratum K.O. medium situ et proportione statim posse*

a Prolegom. in cyclomet. Element.

b Lib. 4.

c Ad finem l. 6. Elem.

dd Varior. resp. lib. 8. c. 8.

d per 13. l. 6.

e per 22. l. 6. vel ipsius coroll.

inter duo M.N. & L.P. ita ut ducto dimetiente A.F. si diuidatur I.F. & B.A. bifariam in H. & E. credat H.E. fieri dimetientem medij quadrati K.O. & adpingi posse quadratum K.O. situ exactè medio inter conscriptum & inscriptum, & proinde perfecto quadrangulo C.D. ductáque C.D. dirimi quadrangulum C.D. in quatuor æqualia quadrata. Quod si diligentiùs inspexisset, falsum esset intuitus. Etenim hoc si constare poßit, ducatur G.L. transiens necessario, & ex hypothesi per puncta M.K. & triangulos constituens æquiangulos G.M.I, G.H.K, & G.L.F. quia latera M.I, K.H, & L.F. sunt ex hypothesi parallela: proindequia bases M.I, K.H, & L.F. sunt continuè proportionales, ita quoque disposita sunt G.I, G.H, G.F. & tanta sui parte G.H. superabit G.I. quanta G.F. sui parte superat G.H. Verum G.F. maior est quàm G.H. Ergo pars qua G.F. superat G.H. maior est ea parte qua G.H, superat G.I. non ergo punctum H. medium est inter puncta I. & F. nec punctus E. medius inter A. & B. nec linea C.D. transit per E. sed infra, nec demum rectangula quatuor, in quæ dirimitur quadrangulum C.D. æqualia sunt. Duo quidem C.E, E.D. sunt æqualia: reliqua duo inæqualia, R.Q. minus, & A.E. maius. Sic ergo vir tantus Brisonem dum interpretatur, ipsemet ludibriū omnibus debuit: sed rursus dum eundem confutare nititur, non pauca absona à Geometria profert. Nisi enim quadrata lateribus, & superficies lineis conferat, vt verba sonant (quod tam longè abest à bono Philosopho, vt alium eius sensum fuisse velim) saltem vult quadratum æquale circulo, quod vocat, quadratum circuli, maius esse potentia lateris trigoni Isopleuri, eodem circulo inscripti, quod nondum patet, quamuis Antiphontem id primò deprehendisse dicat, & qua arte conetur, est videre: sed quod concludit ex Antiphontis exposita demonstratione, longè aliud est. Deinde erroris Brisonem insimulat grauißimi, quod datis maiore & minore posse dari æquale affirmet: atque hoc falsum deprehendisse putat ex angulo contingentiæ (quem illic loci vocat τὴν κερατοειδῆ γωνίαν) quo datur quidem maior angulus rectilineus, sed minor aut æqualis non datur. Verum quam appositè hoc exemplum proferatur, docti viderint. Nam nec minor, nec æqualis angulus rectilineus datur angulo cornuto. Tum Bryso proponit in rebus eiusdem speciei: at Scaliger argumentatur à specie ad speciem. Anguli enim circulares, aut mixti omnino absunt à rectilineis: Verum relinquamus hæc ἀποπήματα, vt Archimedis diuini vocem audiamus, quæ sola miro suo Philosophandi artificio omnia in se contorta conuicia eludet.

PROPOS. I.

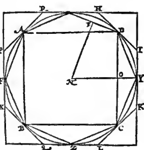
THEOR. I.

Omnis circulus æqualis est triangulo rectangulo, cuius radius est par vni eorum quæ sunt circa rectum angulum: circumferentia vero basi.

ΠΡΟΤΑ. Α.

ΘΕΩΡ. Α.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν· ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.



ΥΠΟΘΕ. Circuli A.B.C.D. radio N.Y. æqualis sit κάθετος S.T. trianguli S.T.V. Periferia verò par existimetur βάσει T.V.

ΣΥΜΠ. Dico rectangulum triangulum S.T.V. æqualem esse proposito circulo A.B.C.D.

ΚΑΤΑΣ. Etenim si non sit triangulus circulo par, maiorem esse vel minorem fateamur necesse est.

Primò censeatur minor, & circulo [a] inscribatur figura æquilatera, & æquiangula, tot quidem angulorum & laterum, vt circulus eam exsuperet minori quantitate quam sit ea qua triangulum excedit, vt scilicet inscripta figura maior fiat ipsomet triangulo. Tandem sit figura inscripta D.A.F.B.Z.C.Y. & in aliquod ipsius latus perpendicularis agatur [b] à circuli centro, cuiusmodi est N.E.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vnumquodque figuræ latus, arcum subtendit, circumferentiæ circuli partem: & quia latera sunt æqualia, totam periferiam diuidunt [c] in arcus equales. Quodlibet vero latus minus est [d] eo quem subtendit arcum: proinde totus ambitus inscriptæ figuræ minor est [e] tota circuli circumferentia, minorque ideo base trianguli S.T.V. Sit itaque æqualis lineæ τ.θ. Deinde quia perpendicularis N.E. non attingit ambitum circuli, minor est radio N.Y. minorque perpendiculari S.T. Sit itaque τ.ω. Nam ducta θ.ω. fiet triangulus

[a] per 2. manifest lib. 1. de sphæra & Cylind.

[b] per 12. l. 1.

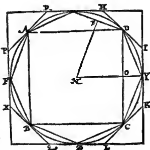
[c] per 28 l. 3.

[d] per 1. & 3. hypoth l. 1. de sphæra & cylind.

[e] per 2 hypoth. l. 1 de sphær. & cylind.



T. ρ. minor quidem toto S. T. V. [a] sed æqualis[b] omnibus triangulis in quæ diuideretur inscripta figura, si lineæ à centro ad angulos ipsius rectæ ducerentur. Omnium etenim bases sunt æquales vni T. ρ. tum altitudo est perpendicularis N. E. Ergo inscripta figura minor erit triangulo S. T. V. quæ tamen posita est maior. Eodem ergo triangulo esset maior & minor, quod & à natura, & à Geometria abhorret.



Verum fingatur triangulus maior circulo, & circa circulum describatur [c] figura æquilatera & æquiangula, totque laterum & angulorum, vt ipsa rursus maneat triangulo S. T. V. minor. Ipsa verò sit A P. F. X. B. Q. Z. L. C. K. Y. I. D. H R.

Απόδ. Singulis figuræ circumscriptæ angulis arcus circumferentiæ subtenduntur comprehensi singulià duobus dimidijs lateribus: vt angulo A. P. F. subtenditur arcus A. F. & terminatur à duobus dimidijs lateribus A. P, P. F. quæ sunt ipso arcu maiora, quia ipsum comprehendunt. [d] Ita est de cæteris. Totus proinde ambitus circumscriptæ figuræ maior est circumferentia circuli, & ex consequenti base T. V. Sit ergo æqualis lineæ T. ρ. & ducatur S. ρ. Etenim si mente concipimus à centro circuli ad angulos figuræ duci lineas, tota circumscripta figura diuidetur in triangulos, quorum altitudo erit æqualis radio circuli N. Y. ducti enim radij à centro N. ad puncta contactuum figuræ, sunt [e] perpendiculares. Cùm ergo basis T. ρ. trianguli S. T. ρ. sit æqualis ambitui figuræ, & basibus omnium triangulorum, in quo ipsa dispescitur. Tum κάθετος S. T. æqualis καθέτοις illorum: triangulus S. T. ρ. est[b] æqualis illis omnibus, & toti circumscriptæ figuræ. Atqui ipse T. S. ρ. maior est [a] triangulo T. S. V. Ergo eodem triangulo T. S. V. maior est circumscripta figura: quæ tamen posita est minor. Insulsa igitur & dissentanea rationi ὑπόθεσις est, qua supponitur triangulus S. T. V. maior vel minor circulo. Vnde superest vt eum ipsi æqualem fateamur.



a per 9. comm. sent.
b per 1. l. 6.
c Per 2. manif. l. 1. de sphær. & cyl.
d Per 1. & 3. hyp. l. 1. de sphær. & cyl.
e per 18. l. 3.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quam iniquè à quibusdam fuerit exceptus Archimedes, cum propter argumentandi formulam qua vtitur passim deducendo ad absurdum, tùm quia æquales constituat quantitates, quarum neutra demonstratur altera maior vel minor, in Prolegomenis diximus, vt in proloquio cætera quæ pertinebant ad veterem opinionem, ἀεὶ τὰ ἐμβαίνω τὰ κύκλω. Nihilominus hic lubet addere quædam ad confirmandum lectoris animum, cui constat nondum dari ex absolutis Geometriæ decretis lineam rectam æqualem periferiæ circuli: Equidem nondum conciliata est longitudo circularis lõgitudini rectæ, denique in obscuro est nosque latet, quid inter eas discriminis statuat curuitas, seu circuli gibbositas. Et vt nihilominus quis sanæ mentis censuerit, abhorrere à natura linearis quantitatis, quin possint dari curua & recta æquales? quia vtraque in infinitum diuisibilis est, & nihil obstat, quin ab alterutra quid dematur, vel ipsi met quid addatur, nec obijci potest quod etiam inter rectas

LEMMA II.

Trium linearum, si prima ad secundam in minori ratione est quam secunda ad quartam: rectangulum sub prima & tertia minus erit secundæ quadrato. Contra maius erit, si prima ad secundam maiorem rationem habuerit quam secunda ad tertiam.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit A. ad B. in minori ratione quam B. ad C.
ΣΥΜΠΕ. Dico rectangulum sub A. C. minus esse quadrato B.
a per 11 l. 6. b Ex hypothesi. ΚΑΤΑΣ. Vt A. ad B. sit a B. ad D.
ΑΠΟΔ. Quia B. est ad D. vt A. est ad B. habet b B. ad D. minorem
c per 10. l. 5. d per 1. l. 6. e per 17 l. 6. rationem quam ad C. Proinde D. est c maior C. Et rectangulum sub A. & D. maius erit d rectangulo sub A. & C. At vero quadratum B. est e æquale rectangulo sub A. & D. cum sint A. B. D. continuè proportionales. Ergo idem quadrato B. minus est rectangulum sub A. & C.

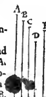


Επεχ ὑπ... Habeat iam A. ad B. maiorem rationem quam B. ad C.
ΔΙΟ. Dico, id quod fit sub A. & C. maius esse quadrato B.
ΚΑΤΑΣ. Fiat a rursus B. ad D. vt A. ad B.
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quia maiorem rationem habet b B. ad D. quam ad C. est D. c minor quam C. Et rectangulum sub A. D. minus est d rectangulo sub A. C. At illud minus est e æquale quadrato B. hoc ergo maius, est maius quadrato B. quod fuit probandum.

LEMMA III.

Si quatuor magnitudinibus propositis, quod fit sub prima & quarta minus est eo quod fit ex secunda & tertia: prima ad secundam minorem rationem habebit quam tertia ad quartam.

ΥΠΟΘ. Positis quatuor magnitudinibus A. B. C. D. quæ se habeant ita vt quod fit ex A. & D. minus sit eo quod fit ex B. & C.
f per 12 l. 6. ΔΙΟ. Dico A. in minori esse ratione ad B. quam C. ad D.
ΚΑΤΑΣ. Supponatur f E. & rectangulum sub A. E. æquale ei quod continetur sub B. C.
ΑΠΟΔ. Etenim A. B. C. E. cum sint g continuè proportionales, A. est ad B. vt C. ad E. Cumque rectangulum sub A. E. maius sit rectangulo sub A. D. nam illud æquale est ei quod fit ex B. C. hoc vero minus est ex hypo-
g per 1. l. 6. h per 10 l. 5. i Ex fabr. thesi, sequitur g E. esse maiorem quam D. Ideirco C. ad E. minorem rationem habet h quam ad D. Atqui vt C. ad E. sic i A. ad B. Ergo A. ad B. minorem habet rationem quam C. ad D. quod fuit ostendendum.



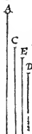
LEMMA IV.

Si trium linearum primæ quadratum habeat maiorem rationem ad quadratum secundæ quam secunda habeat ad tertiam: prima habebit ad tertiam maiorem rationem quam sit ratio sesquialtera rationis secundæ ad tertiam.

ΥΠΟΘ. Quadratum A. F. sit quadrato C. in maiori ratione quam sit C. ad D.
ΣΥΜΠ. Dico rationem A. F. ad C. maiorem esse quã sit sesquialtera rationis C. ad D.
l per 13. l. 6. m per 11. e. eosdem ΚΑΤΑΣ. Inter C. & D. media sit l proportionalis E. Tum fiat m vt D. ad E. vel E. ad C. sic C. ad A. B. quæ quidem A. B. minor erit prima A. F. Nam quadratum B. A. ad

quadratum C. duplam habet [a] rationem eius quam habet A.B.ad C.vel C.ad E.hoc est [b], quam habet C.ad D. Atqui quadratum A.F.habet [c] maiorem rationem ad idem quadratum C. quam ad D. Ergo quadratum F. A. maius est [d] quadrato A.B. & ex consequenti linea F.A.excedit lineã A.B.

a per 10 li. eiusdem. b per 10. def. 5. c per 8 lib. 5. d per 8 lib. 5.



ΑΠΟΔ. Est [b] A.B.ad D.ratio triplicata eius quam habet eadem A.B.ad C. vel quam habet C. ad E. Tum C. rationem habet [b] duplicatam ad D. eius quam eadem C. habet ad E. Ergo ratio A. B.ad D. est rationis quã habet C. ad eandem D. sesquialtera, hoc est vt 3.ad 2. Atqui A.F. vt maior habet [d] ad D. maiorem rationem quam A. B. ad eandem D. Ergo ratio A. F. primæ ad D. tertiam maior est quam sesquialtera rationis secũdæ C. ad tertiam D. quod requirebatur.

LEMMA V.

Si linea duobus punctis inæqualiter diuiditur: rectangulum quod fit ex duabus partibus medietatis signo proximioribus, maius est eo quod fit ex inæqualioribus partibus, magisque à medio dissitis.



ΥΠΟΘ. A. B. linea bifariam diuisa in C. secetur rursus in D. & E. inæqualiter.

ΔΙΟ. Dico quod fit ex A. D, D. B. maius esse eo quod continetur sub A. E, F. B.

ΑΠΟΔΕΙ. Rectangulum sub A. E, E. B. cum quadrato C. E. æquatur [e] quadrato C. B. Tum rectangulum, sub A. D, D. B. cum quadrato C. D. æquatur eidem quadrato C. B. Proinde quod fit [f] ex A. E, E. B. cum quadrato C. E. æquale est ei quod fit ex C. D, D. B. cum quadrato C. D. Hinc & inde tollantur quadrata, C. D. minus, & C. E. maius, supererit vnde maius quid ablatum est, aliquid minus, nempè quod fit ex C. E, F. B. quam quod remanet vnde minus quid est deductum, nimirum quod fit ex A. D, D. B. quod fuit probandum.

e per 5 li. 2. f, ex 1. com. sent.

ΠΡΟΤ. Η.

ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

PROP. VIII.

THEOR. II.

Si sphæra plano secetur non per centrum, maius segmentum ad minus minorem quidem rationem habet quàm sit dupla eius quam habet maioris segmenti superficies ad minoris superficiem, maiorem vero quàm sit sesquialtera eiusdem.

ΥΠΟΘ. Sit sphæra A. B. C. D. plano G. M. A. O. non per centrum transacta.

ΣΥΜΠ. Propono segmentum maius A. B. C. esse ad minus A. D. C. in minori ratione quàm sit dupla eius rationis quam habet superficies segmenti A. B. C. ad superficiem segmenti A. D. C. at in minori quam sit sesquialtera ratiodis earumdem superficierum, maioris nempe ad minorem.

ΚΑΤΑΣ. Fiant [a] coni A. H. C. & A. G. C. duobus segmẽtis æqualis, altera alteri: ducaturque lineæ A. B, A. D. ab extremitatibus diametri sphæræ ad punctum circumferentiæ communis basis amborum conorum quæ planum est secans. Et quoniam E. D, D. F. simul sunt [a] ad D. F. vt H. F. ad B. F. & diuidendo [b] E. D. est ad F. D. vt H. B. ad B. F. Est vero D. E. maior D. F. quia planum non agitur per centrum, ex hypothesi. Et proinde H. B. est maior quã B. F. multoque maior quam B. E. fiat B. K. æqualis ipsi B. E. ita vt quia H. B. ad B. F. vt E. D. seu B. E. seu B. K. ad F. D. sit H. B. ad B. F. vt B. k. ad F. D. & permutando [c] H. B. ad B. k. vt B. F. ad F. D. Deinde cum B. D. diuidatur æqualiter in E. & inæqualiter in F. rectangulum sub B. F, F. D est [d] minus quam quadratum E. D. vel E. B. quadrato intermediæ E. F. Proinde sunt 4. quantitates congeneæ B. F, B. E, E. D, D. F. ita inter se, vt quod fit sub duabus extremis minus sit eo quod fit ab intermedijs, nempe quadrato, ideoque prima B. F. minorem rationem habet [e] ad secundam B. E. quam E. D. vel B. E. ad D. F. Sed vt B. E. ad D. F. sic mox conclusimus H. B. ad B. F. Proinde H. B. in maiori ratione est ad B. F. quam B. F. ad B. E. Vnde sequitur id quod fit sub H. B, B. E. maius esse quadraro B. F. Inueniatur [f] itaque B. N. maior quam B. F. media proportionalis inter H. B, B. E. vt ipsius quadratum sit [g] æquale facto rectangulo ex duabus H. B, B. E.

a per 2. huius. b per 17. l. 5. c per 16. l. 5. d per 5. l. 2. e per proximum lemma 5. f per 15. l. 5. g per 17. l. 6.

ΑΠΟΔ. Vt E. B. seu B. k. cũ B. F. hoc est K. F. est ad B. F. sic est [a] F. G. ad F. D. & vicissim [c] K. F. est ad F. G. vt B. F. ad F. D. Sed vt B. F. ad F. D. sic mox fecimus H. B ad B. k. Ergo vt H. B. ad B. k. sic K. F. ad F. G. Iam notemus vnicuique duarũ inæqualiũ H. B, K. B. addi B. F. fierique H. F. & K. F. proindeque cõpositã H. F. habere [h] ad cõpositã K. F. minorem rationem quam habeat simplex H. B. ad simplicem k. B. Ac inde sequi H. F. esse ad K. F. in minori ratione quam K. F. ad F. G. Trium ergo linearum H. F, K. F, F. G. prima ad secundam minorem rationem habet quam secunda ad tertiam, propterea rectangulum sub H. F, F. G. minus est [i] quadrato k F. & ideo rectang. sub H. F, F. G. minorẽ rationem habet [m] ad quadr. F. G. quam idem quadrat. K. F. ad idem quadr. F. G. Atqui quam rationem habet [m] rectãg sub H. F, F. G. ad quadr. F. G. eandem habet [m] H. F. linea ad F. G. lineam. Ergo H. F. minorẽ habet rationem ad F. G. quã quadr. K. F. ad quadr. F. G. seu [n] quam sit dupla ratio eius quæ est lineæ k. F. ad lineã F. G. hoc est quam B. F. ad F. D. (Nam probauimus vt k. F. ad F. G. sic esse B. F. ad F. D.) seu quam quadr. B. A. ad quadr. A. D. (nam vt [o] B. F. ad F. D. sic quadr. A. B. ad quadr. A. D.) vel rursus [p] quam circulus ex A. B. ad circulum ex A. D. Atqui circulus A. B. est [q] æqualis superficiei maioris segmenti A. B. C. & circulus A. D. est [b] æqualis superficiei minoris segmenti A. D. C. Ergo H. F. ad F. G. hoc est [r] conus A. H. C. ad conum A. G. C. vel etiam [s] segmentum A. D. C. minorem rationem habet quam sit dupla ratio superficiei maioris segmenti ad superficiem minoris, quod primo fuit probandum. Cæterum quia tres sunt [t] continuè proportionales H. B, B. N, B. E. seu B. k. vt est H. B. ad B. k. ita est [v] quadratum B. N. ad quadrat. B. k. scilicet in ratione dupla H. B. ad B. N. vel B. N. ad B. k. Deinde quia est H. B. ad B. N. sic B. N. ad B. k. erit componendo [x] H. N. ad B. N. sicut k N. ad k. B. & permutando [y] vt H N. ad k. N. sic B. N. ad B. k. & quadr. [z] H. N. ad quadr. k. N. vt quadr. B. N. ad quadr. B. k. Atqui vt quadratum B. N. ad quadratum B. k. ita dicebamus mox esse H. B. ad B. K. Ergo vt [zz] H. B. ad B. k. sic quadratum H. N. ad quadratum k. N. Sunt autem duæ inæquales H. F, K. F. quarum cuilibet eadem additur F. N.

h per 1. lemma proximum. i per 2. lemma præced. l per 8. l. 5. m per 1 l. 6. n per 20. l. 6. o per coroll. 3 huius. p per 2. l. 12. q per 36. vel 37. l. præcedens. r per 14 l. 12. s per 2. huius. t per fabr. v per 20. defini. l. 5. & 20 l. 6. x per 18 l. 5. y per 16. l. 5. z per 15. l. 5. zz per 11. l. 5.

Proinde H. F. in maiori ratione est [a] ad K. F. quam composita H. N. ad compositam K. N. & ex consequenti quadratum H. F. ad quadratum k. F. in maiori ratione est [b] quam quadratum H. N. ad quadratum k. N. Et igitur rursus quam H. B. ad B. k. vel quam k F. ad F. G. (initio enim demonstrationis conclusimus vt H. B. ad B. k. sic k F. ad F. G.) Tres itaque sunt lineæ H. F, k F, F. G. quarum primæ H. F. quadratum, habet ad secundæ k. F. quadratum, maiorem rationem quam secunda k. F. ad tertiam F. G. Et ideo prima H. F. ad tertiam F. G. maiorem rationem habet [c] ratione sesquialtera secundæ k. F. ad tertiam F. G. Atqui vt k. F. ad F. G. Sic ostensa est B. F. ad F. D. & vt B. F. ad F. G. sic [d] quadratum B. A. ad quadratum A. D. seu [e] circulus B. A. ad circulum A. D. seu [f] superficies maioris segmenti A. B. C. ad superficiem minoris A. D. C. Ergo H. F. ad tertiam F. G. hoc est [g] conus A. H. C. ad conum A. G. C. vel [h] segmentum maius A. B. C. ad segmentum minus A. D. C. maiorem habet rationem, quam sit ratio sesquialtera superficiei maioris segmenti ad superficiem minoris, quod secundo fuit demonstrandum.

a per 1 lemma præcedentium
b per 15 1 5.
c per 4 lemma præced.
d per coroll. 1. huius
e per 2 l. 12
f per 36 & 37. 1 præc.
g per 14. l. 12
h per 2 huius & fabr.

LEMMA I.

Si proponantur duo coni, quorum basis primi habeat maiorem rationem ad basim secundi, quam altitudo secundi ad altitudinem primi: primus conus est maior secundo.

ΥΠΟΘ. Conorum A. B. C, E. F. G. basis B. C. primi, habeat ad basim F. G. secundi maiorem rationē quam E. H. altitudo secundi ad A. D. altitudinem primi.

ΔΙΟ. Dico primum A. B. C. maiorem esse secundo E. F. G.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur conus tertius I. K. L. cuius basis sit æqualis basi F. G. secundi altitudo verò I. M. sit ad altitudinem A. D. primi in eadem ratione ac basis B. C. primi est ad basim secundi F. G. seu eius æqualem k. L. tertij.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim I. M. erit [i] ad A. D. in maiori ratione quam E. H. ad eandem A. D. altitudinem, & propterea erit I. M. [l] maior quam E. H. Et conus I. k. L. maior [m] cono E. F. G. cum existentibus amborum basibus æqualibus altitudo I. M. sit maior altitudine E. H. Atqui I. k. L. conus est [n] cono A. B. C. par, cum basis sit ad basim vt reciprocè altitudo ad altitudinem. Proinde A. B. C. conus est quoque cono E F. G. maior, quod erat probandum.

i per fabr.
l per 8. l 5.
m per 14 l. 12.
n per 15. l. 12

LEMMA II.

Lineæ datæ lineam reperire potentiâ subduplam.

ΥΠΟΘ. Sit data A. B.

ΚΑΤΑΣ. Super A. B. semicirculum describo A. B. C. quem bifariam seco [o] in C. & lineas duco C. A. & C. B.



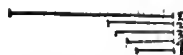
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quæque ambarum est [p] potentia subdupla diametri A. B.

o per 30 l 3.
p per 47 l 1

LEMMA III.

Si fuerint quinque lineæ continuè proportionales vt erit prima ad 5. sic erit quadratum quadratum secundæ ad quadratum quartæ.

ΥΠΟΘ. Sunt 5. lineæ continuæ proportionales vt 1. ad 5. sic quadratum 2. ad quadratum 4.



ΑΠΟΔ. Nam 1. ad 5. quadruplam rationem habet [a] eius
a per 10. de-finit. l. 5. quam habet 1. ad 2. Tum 2. ad 4. duplam habet [a] eius quã
b per 20. l. 6 habet 2. ad 3. hoc est 1. ad 2. Sed quadratum 2. ad quadratum 4. duplam habet [b] eius quam 1. ad 4. hoc est quadruplam 1. ad 2. Ergo eandem quam 1. ad 5. vt vult lemma.

PROP. IX.

THEOR. III.

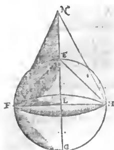
Sphæricorum segmentorum sub æquali superficie contentorum maximum est hemisphærum.

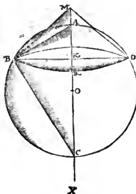
ΠΡΟΤ. Ζ.

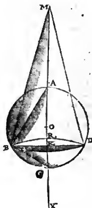
ΘΕΩΡΗΜΑ Γ.

Τῶν ἐπὶ τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν τμημάτων μεῖζόν ἐστι τὸ ἡμισφαίριον.

ΥΠΟΘ. Sint duo segmenta sphærarum B. A. D. quod non sit hemisphærium, sed maius vel minus, & F. E. H. hemisphærium: ambo vero æqualibus superficiebus contineantur.







ΣΥΜΠ. Dico maius esse hemispherum, scilicet F. E. H.

c per 2. huius. ΚΑΤΑΣ. Fiat N. E æqualis semidiametro E. L. & denique conus [c] F. N. H. æqualis segmento F. E. H. Deinde C. X. æqualis producatur radio sphæræ A. B. C. D. Et vt
d per 12. l. 6 C. X, C. k. simul seu X. k, est ad C. k. sic fiat [d] M. k. ad A. k. vel diuidendo [e] vt C. X.
e per 17. l. 5. ad C. k. sic M. A. ad A. k. seu denique conus B. M. D. æquetur [c] segmento B. A. D. Prætetea agantur lineæ H. E, E. F, A. B, B. C. Demum quia in segmento S. hemisphærio maiori, linea A. k. segmenti altitudo maior est [f] radio sphæræ, multoque ma-
f per 7. l. 4. g per 2. lemma proxim. ior linea B. k. In segmento vero T minor est A. k. eadem B. k. propterea in vtroque reperiatur A. R. [g] potentia subdupla lineæ A B. quæ quidem A. R. in segmento S. erit
h per 47. l. 1 minor quam A. k in segmento vero T. erit [h] maior sicque R. punctum vbique proximius est centro sphæræ O. quam punctum k.

ΑΠΟΔ. Cum sint amborum segmentorum superficies æquales, sequitur lineas B. A. & F. B.

& F. E. esse æquales: sunt enim diametri circulorum æqualium. Est [a] autem A. C. ad A. B. vt A. B. ad A. k. & proinde rectangulum sub A. C, A. k. est [b] æquale quadrato A. B. At vero illius rectanguli dimidium est [c] rectangulum sub C. X, A. k. nam C. X. semissis est basis A. C. Tum quadratum A. R. est dimidium quadrati A. B. [d] Itaque rectangulum sub C. X, A. K. est æquale quadrato A. R. Est autem punctum R. propinquius centro O. quam punctum k. linea ergo A. C. diuisa in R. & k. rectangulum sub æqualioribus partibus A. R, R. C. maius est [e] rectangulo sub inæqualioribus A. k, k. C. vtrique parti addatur commune quadratum A. R. Etenim rectangulum sub A. R, R. C. cum quadrato A. R. maius quoque manebit rectangulo sub A. k k. C. cum eodem A R. quadrato. Atqui rectangulo sub A. R, R. C. cum quadrato A. R. est [f] æquale rectangulum sub A. C, A. R. Tum rectangulum sub A. k, k. X. est [g] æquale rectangulis sub A. k, k. C. & A. k, C. X. hoc est, quadrato A. R, cui quadrato A. R. ostensum est æquale rectangulum sub A. k, C. X. Proinde rectangulum sub A. C, A. R. maius est rectangulo sub A. k, k. X. Sumpsimus autem [h] prius M. k. esse ad A. k. vt X. k. ad k. C. Ergo rectangulum sub M. k, k. C. nempe sub extremis, æquale est [i] rectangulo sub medijs A. k, k. X. & ideo minus est huiusmodi rectangulum sub M. k, k. C. rectã-gulo sub A. C, A. R. Vnde sequitur M. k. habere [l] minorem rationem ad A. R. quam C. A. ad k. C. Verum in qua ratione C. A. est ad k. C. in eadem est quadratum A. B. ad quadratum B. k. [m] Cum sint [n] A. C, A. B, A. k, k. B, k. C. continuè proportionales: igitur quadratum A. B. maiorem habet rationem ad quadratum B. k. quam M. k, ad A. R. vel semissis [o] quadrati A. B. nempè quadratum A. R. maiorem habet rationem ad quadratum B. k. quam semissis lineæ M. k. ad A. R. vel [o] quam tota M. k. ad duplam lineæ A. R. Quod apprimè notandum. Recordemur autem A. B. æqualem esse lineæ E. F. [p] proindeque lineas E. L. & A. R. esse pares cum earum sint quadrata æqualia [q] dimidijs quadratorum illarum A. B. & E. F. ideoque tandem quadratum E. L. vel F. L. æquari quadrato A. R. Ac tandem quadr. F. L. habere, sicut quadr. A. R. cui æquale est, maiorem rationem ad quadr. B. k. quàm M. k. ad lineam duplam ipsius A. R. Atqui dupla ipsius A. R. est N. L. Nam A. R. est æqualis ipsi F. L. radio, cuius dupla est N. L. Ergo quadr. F. L. ad quadr. B. k. seu [o] quadr. totius F. H. ad quadr. totius B. D. seu [r] demum circulus vel basis F. H. ad circulum vel basim B. D. maiorem rationem habet quam altitudo M. k. ad altitudinem N. L. Conus igitur [f] F. N. H. seu portio F. E. H. maior est cono B. M. D. seu portione B. A. D. quod fuit probandum. Cæterum hæc demonstratio etiam portioni competit hemicyclio minore. Ita vt liquido pateat, hemicyclium esse maximum omnium portionum sub æqualibus superficiebus sphæricis cõtentarum, vt proposuit Archimedes.

[a] per 8. & 4 l. 6.
[b] per 17 l. 6.
[c] per 1 l. 6.
[d] per fabr.
[e] per 5 lemma præsentis 8. huius.
[f] per 3. l. 2.
[g] per 1. eiusdem.
[h] per fabr.
[i] per 16 l. 6.
[l] per lemma 3. propositionum 8 huius.
[m] per 3 lemma.
[n] per 8 l 6.
[o] per 15 l 5.
[p] per 36. vel 37. l. praced.
[q] per fabricam & 47. l. 1.
[r] per 2. l 12.
[f] per 1 lemma proxim.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc sunt tandem quæ Archimedes mirando ingenio commentatus est de sphæra & cylindro: quæ adeò excedunt communem Geometrarum artem, vt nemo negotium sphæricum vnquam cum tanta laude tantoque honore egerit. Et quamquam nonnulla attigit vel pollicitus est quæ nõ perfecit, præ rei difficultate id accidit. Problema Deliacum in quod incidit propositione 1. huius libri secundi, non soluere neutiquam quocumque seculo pudori fuit vlli geometrarum: Arbitrati sunt enim dæmonem id hominibus pensi dedisse non ignarum summæ difficultatis, ne dicam τῆς ἀδυναμίας, quæ in eo exequendo latet: verum vt eorum vel incogitantiam vel ignauiam, vel etiam inscitiam accusaret, vel (dicimus nos) vt ansam haberet & effugium quò absc ederet impotens, agendi quæ petebantur aut quæ promisisset. Denique vt hominum mentes excrociaret in iis quæ hominum artes exsuperarent. Aliud quoque propositione quarta reliquit imperfectum, quod fortasse in lemmatibus absoluerat, sed hæc lemmata cecidère summo quidem Geometriæ fato, vt plurima alia absque vllo Authoris vitio, qui ne pluries idem recoquèret, & hinc nauseam moueret, illa noluit hoc loco repetere. Dicerem etiam multa temporum iniuria extincta, multa laboribus ipsius & calamo suffurata, multa vetustate detrita, multa blattis ac tineis erosa, multa librorum penuria deleta, ignorari à nobis, & summa obliuione sepulta, quæ tamen diuinus ille artifex Geometriæ suppeditauerat, quibusque priuata doluit æternumque dolebit, vix vnquam secundum habitura Archimedem, qui quæ de primo desunt, splendidè restituat. Scio plurimos & quidem in campo Geometrico fortissimos Athletas insudasse, vt quæ desunt passim arti supplerent, etiam quæ imperfecta censentur, cũ in hoc tum in aliis operib. cõplerẽt, sed nulli vires fuère Archimedeæ, nullusq; damnũ resarcire vel potis est, vel aggredi ausus.



ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ.
ARCHIMEDIS CIRCVLI DIMENSIO.

AD LIBELLVM ARCHIMEDIS DE CIRCVLI DIMENSIONE

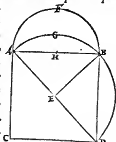
PROLOQVIVM.



IHIL proloquutum esse Archimedem, sed velut ex itinere initio huiusce libelli proposuisse, argumento est hoc opusculum ab eo statim subiunctum libris de sphæra & cylindro, tanquam operis tertium. Quid enim sphæræ, sphærarúmque portionum, conorum, ac omnino globosarum figurarum metiendarum rationem ex circulo deduxisset, nisi nobis ipsiusmet circuli dignoscendi modum ac κύκλου μέτρησιν obtulisset? Hęc enim mensuratio perfectio est tanti huiusce ἐπιχειρήματος, quod quidem imperfectum iacebit quousque in dimensione circuli hærebimus. hæremus autem, quantumlibet viri tanti in ea insudarint, & mirum Archimedis ingenium nihil non mouerit, vt eam nobis suppeditaret. Nec enim rem ἐν πόρῳ reliquit, nec perfecit, etsi propinquissimè attigerit, & equidem supra omnes qui circuli quadrationem seu mensurationem perquisiuerint, sit hic noster Archimedes laudãdus, quidquid aliqui nostro sæculo reclamarint; quorum antea ἐξαπάτας & imposturas iam diluimus, & rursus sophismata quæ huc maximè pertinent deinceps confutabimus. Eorum vero qui nobile hoc problema meditati sunt, numerus siue antiquorum siue recentium, (qui certè plurimi omnibus sæculis fuere, quamquam veterum irriti conatus, & illiberales quorumdam errores, neotericos ab hoc scopulo deterrere debuerint) in duas iampridem classes distributus est. Etenim quidã in hac perquisitione se Mathem. gessere, quidã aliter ἀγεωμέτρητοι, ex ea quã in hoc negotio nauarunt opera visi sunt, adeo recesserunt à via geometrica. Hãc eorũ bipartitionẽ inuexit primus Arist. qui disquisitiones Hippocratis & Antiphonis conferens, argumenta quidem illius soluenda esse vult: at huius

De sophist. repr. l. 1 c. 11. *solutione dedignatur, putà ἐριστικὰ, aut & litigiosa cum non deducantur ex principijs artis: Hippocrates verò etsi non rectè ratiocinatus fuerit, tamen ex arte procedit. Aristotelis verba sunt:* ἅμα γὰρ οὐδὲ λύειν ἅπαντα προσήκει: ἀλλ' ἢ ὅσα ἐκ τῶν ἀρχῶν τις ἐπιδεικνὺς ψεύδεται, ὅσα δὲ μὴ, οὐκ οἷον τὸν τετραγωνισμὸν τὸν μὲν διὰ τῶν τμημάτων γεωμετρικοῦ διαλῦσαι: τὸν δὲ Ἀντιφῶντος οὐ γεωμετρικοῦ. *Itaque qui Geometricè dimensionem circuli perquirunt, ad Hippocratem referendi sunt, & eorum labor pensitandus: qui vero mechanicè & præter Geometriam ad Antiphontem amandandi & prætermittendi: vt verò illi aliquid dicunt, aliquid probant, aliquid docẽt: at hi erroribus animos implent & sua* ἀτυχίᾳ *graues sunt peritis. Quod autẽ artifices impulerit vt hoc problema soluendum susciperent, fuit quòd hoc scibile* τοῖς παλαιοῖς, *omnes antiqui crediderint, authore ipsomet Arist. qui scientia non existente scibile nihilominus esse exemplo docens ait,* οἷον καὶ ὁ τοῦ κύκλου τετραγωνισμὸς, εἴγε ἔστιν ἐπιστητὸν, ἐπιστήμη μὲν αὐτοῦ οὐκ ἔστιν οὔπω, αὐτὸ δὲ ἐπιστητόν

De Categ. cap. 7. ἐστιν. *Omnibus itaq; neruis contenderunt hac sciẽtia Geometriam cõplere. Et quia omnium conatus vix longo opere complecti possem, omnium instar proponam amborũ Hippocratis & Antiphontis* πειράματα *& tentamenta, si prius quadraturam circuli esse definierimus* τὸ τῷ κύκλῳ ἐπιπέδῳ ἴσον χωρίον εὐθύγραμμον εὑρεῖν. *Ex quadrato enim seu plano rectilineo, circulo dato æquali inuento, dimensio sequitur & cognitio potentiæ. Hippocratem ergo audiamus hac in perquisitione anhelantem. Sic autem inuestigat, sumpto quadrato quolibet, putà A.B C.D. eiusdem dimetientem A.D. ducit, semicirculos tam costa A.B. quam diametro A.D. nempè A.F.B. & A.B.D. describit: tum à centro ducta*



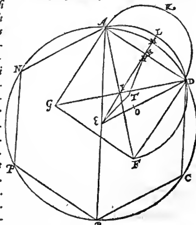
a per 47. l. 1 *E.B. linea, sic ratiocinatur. Potest[a] A.D. quadrata A.B. & B.D. hoc est alterutrius duplum. At circuli vel semicirculi se habent vt dimetientiũ qua-*

b per 2. l. 12 *drata:[b] ac proinde semicirculus A.B.D. duplus est semicirculi A.F.B. & ex consequenti totius quarta, quæ est A G.B.E. dimidiũ scilicet semis, æquatur semicirculo A.F.B. sublatoq; tandem segmento A.G.B.H. remanet lunularis figura seu* μηνίσκος *æqualis rectilineo triangulo A B E. Hoc posito & ex arte inuento, sic putat* ἐπιχείρημα *perficere. Dato circulo cuius diameter I. duplam sumit K.N. cuius decircinat semiarcum K.L.M.N. in quo accommo-*

c per coroll. 15. l. 4. *das latera hexagoni K.L, L.M, M.N. singula[c] æqualia radio K.Z. & ideo diametro I. circuli dati. Et quoniam dimetiens K.N. duplus est diametri I. semicirculus K.L.M.N. quadruplus est semicircu-*

d per 20. l. 6 *li dati[d] I. hoc est æqualis quatuor semicirculis depictis ad lineas I. K.L, L.M, M.N. Auferantur itaq; segmẽta cõmunia K.E.L.P, L.R.M.S. & M.V.N.T. remanebit quadrilaterũ K.L.M.N. rectilineũ æquale meniscis tribus K.P.L.O, L.X.M.S, M.V.N.Y. & semicirculo I. Atque huc vsque nec Geometræ nec Logici reclamant: At deinceps in dialecticam committit.*

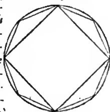
Putat etenim ex illa prius lunulæ quadratura sibi licere ex rectilineo K.L M. N. auferre portiones æquales singulis tribus meniscis,& tandem sibi reliqui fore partem æqualem semicirculo I. Verum errat in eo quod ex cognitione lunulæ lateris quadrati, arbitratur omnem lunulam exprimere posse rectilineo spatio,& simpliciter meniscos nouisse. At plurimum interest inter lunulam quadrati & meniscum hexagoni, estque hoc illa minor: quod sic ostendo. Ponatur circulo, cuius diameter A. B, hexagonum inscriptum, cuius latus A. D. lateris autem A. D. quadratum sit A. G. F. D. cuius centrum I. describantur autem semicirculi A. K. D. centro H. & A. L. D. F. centro I. vt sit meniscus ad latus hexagoni A. M. D. K. lunula verò ad latus quadrati A. L. D. K. Punctum autem L. & ipsum deferentem arcum A. L. D. egredi primum circulum,& esse supra M. sic ostenditur. Angulus D. A. N. putà hexagoni maior est angulo quadrati D. A. G. [a] *Et quidem angulus D. A. N. dirimitur bifariam dimetiente A. B. sicuti angulus D. A. G. bissecatur diametro A. F. Et ideo minor est I. A. D. scilicet medietas minoris, quàm sit D. A. E. dimidium nempè maioris. Ergo centrum I. quadrati iacet intra lineas A. D. & A. E. Et præterea tria centra E. I. H. sunt in linea recta. Etenim A. I. & I. D. sunt æqualia latera, vt ambo semidiametri,& proinde anguli deinceps lineæ I. H. ad punctum H. sunt recti* [b] *vt æquales. Eodem argumento linea E. H. ducta efficit angulos rectos vtrinque ipsius ad punctum H. Proinde linea E. H. transit per I. Nam si non excurrat per T. punctum, vt sit linea E. T. H. recta,& angulus T. H. D. rectus. Etenim cum angulus I. H. D. sit quoque rectus, erit T. H. D. & pars æqualis toti I. H. D. quod est absurdum. adhuc cum sit linea E. I. H. M. æqualis lineæ E. D.& ambæ E. I. & I. D. maiores sola E. D. sublata E. O. æquali ipsi E. I. remanebit O. D. seu I. M. minor quam sit I. D. Sed I. D. & I. L. sunt æquales, vt radij eiusdem circuli. Ergo arcus A. L. D. F. transcendit extra arcum A. M. D. C. & segmentum A. L. D. H. est maius segmento A. M. D. H. Proinde remanet lunulam A. L. D. K. quæ est ad latus quadrati minorem esse menisco A. K. D M. qui est ad latus hexagoni. Et est vtriusque differentia τμῆμα A. M. D. L. cui inueniendum fuerit Hippocrati rectilineum æquale, antequam compleuisset quadrationem propositi circuli, seu segmento toti A. H. D. L. Etenim vbi ex A. B. C. D. resecuerit quater A. I. D. triangulum remanebit pars quædam rectilinea æqualis tribus segmentis paribus A. M. D. L. & segmento A. H. D. M. quam deinde partiri vt oportet, opus & labor erit, donec rationem inuenerit aliquis, quam habet segmentum A. H. D. M. ad segmentum A. H. D. L. Hæc autem partitio videtur Aristoteli causa fuisse cur Hippocratem διὰ τῶν τμημάτων operatum dixerit. Sic ergo Geometria, secundum mentem Aristotelis, Hippocratis sophisma soluerit. Videamus quid sibi velit Antiphon, & quo errore peccet in*



a Per coroll. 27. l. 3.

b per 4. l. 1.

principijs artis vnde solutionem non mereatur, dato circulo primum inscripsit quadratum. Tum subtensos arcus bifariam secuit, & à sectionum punctis lineas deduxit ad quadrati angulos, vt fieret octagonum: Tum rursus arcus dissecuit, & lineas duxit, idque toties vt viderentur ductæ lineæ oculo non differre à periferia circuli: sicque existimauit se rectilineum inuenisse æquale proposito circulo. Verum principia artis in eo læsa videntur, quòd primum sensu Geometriam æstimauerit: tum quòd putarit posse deuenire ad vltimam alicuius quantitatis diuisionem. Tum denique quod cum rectum circulari posse ex æquo congruere æstimauerit in eodem circulo, necessario concesserit dari angulos rectilineos æquales angulis contingentiæ, quos Geometria numquam agnouit. Cur ergo Aristoteles Hippocratem Geometricè, Antiphontem vero non Geometricè rem tractasse dixerit, habemus in promptu, nec difficile fuit certum de toto negotio pronunciari, & docto Scaligero visum est [a] quo totam hanc rem, pace tanti viri dixerim, obtusè intuitus, passim se iniquum in virum mirabilem, ne dicam diuinum Archimedem gessit, quem & ἀγεωμετρησίας καὶ παραλογισμοῦ vbique insimulat, accusatque διὰ τιμαχισμῶν dimensionem hanc circuli infeliciter esse aggressum. Cùm tamen qui penitioribus oculis inspexerit Archimedeam operam, nec fuerit anticipata in opinione agitatus, nihil diuinius adhuc, quantum ad hanc rem attinet, in lucem prodijsse libentissimè confitebitur, & eò Siculum nostrum deuenisse quò humanæ solertiæ penetrandum diuina prouidentia dedit, vt Buteonis acuti Orontiomastigis verbis utar. Cæterum hoc negotium dimensionis circuli in duas difficultates incidit, quæ antiquos mirè torserunt, scilicet reperiundi rectilinei æqualis areæ circuli, & assignandæ lineæ rectæ æqualis periferiæ circuli. Etsi ex demonstratis ab Archimede facile sit ex vna inuenta alterum colligere. Data enim area, dabitur circuli periferia, vel hac exposita, illa assignabitur. Vtramque attigit Archimedes, etsi neutrā exactè perfecerit, sed adeo prope attigit, vt quod deest, sensum, ne dicam potentiam qua imaginamur, effugiat: reliquorum alij τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου conati sint assequi, alij vero τὸ περίμετρον perquisiuerunt, & præ cæteris machinamentis quæ vsi sunt, celebris fuit antiquus Dinostrati & Nicomedis linea, quam vocarūt τετραγωνίζουσαν, Latini quadratricem ab eius officio. Etenim inter multa quibus construendis vsui fuit illa quadratrix linea, potissimum quadraturæ circuli inseruijt, & κυκλοπεριμετρικῷ, vnde ad κυκλοδυναμικὴν trāsfertur. Eā Pappus [b] inter antiquos, Clauius [c] inter recētiores, & [dd] Vieta affatim te docebunt, & fortasse de ea nonnulla in sequentibus dicemus. Tandem Archimedem audiemus, si prius Brisonem qui inter veteres ad quadraturā circuli mentem adhibuit, non præterijsse ostenderimus. Putauit expositi circuli areā mediā esse proportionalē inter areas quadratorū inscripti & conscripti eodē circulo. Exhibeatur I.M. B.N. cui inscribatur quadratū M.N. aliudq; conscribatur L.P. sumatur autē H.K. latus mediū [d] inter latera M.I. & L.F. & fiat quadratū K.O. quod sit [e] mediū proportionale inter quadratū L.P. conscriptū, & N.M. inscriptū. Putauit Brison quadratum K.O. æquale esse exposito circulo. Hanc opinionē multis nominibus iniquam reprehendit Io. Scaliger. Verum dum carpit & conuellit Brisonem, idem carpi & conuelli meretur, grauiùs quàm trioboli Geometra committens in primum proprio diagrammate exposito. Putat quadratum K.O. medium situ et proportione statim posse



a Prolegom. in cyclomet. Element.

b Lib 4.

c Ad finem l. 6. Elem.

dd Variorū resp. lib. 8. c. 8.

d per 13. l. 6.

e per 22. l. 6. vel ipsius coroll.

inter duo M.N. & L.P. ita ut ducto dimetiente A.F. si diuidatur I.F. & B. A. bifariam in H. & E. credat H.E. fieri dimetientem medij quadrati K.O. & adpingi posse quadratum K.O. situ exactè medio inter conscriptum & inscriptum, & proinde perfecto quadrangulo C.D. ductáque C.D. dirimi quadrangulum C.D. in quatuor æqualia quadrata. Quod si diligentiùs inspexisset, falsum esset intuitus. Etenim hoc si constare poßit, ducatur G.L. transiens necessario, & ex hypothesi per puncta M.K. & triangulos constituens æquiangulos G.M.I, G.H.K, & G.L.F. quia latera M.I, K.H, & L.F. sunt ex hypothesi parallela: proinde quia bases M.I, K.H, & L.F. sunt continuè proportionales, ita quoque disposita sunt G.I, G.H, G.F. & tanta sui parte G.H. superabit G. I. quanta G.F. sui parte superat G.H. Verum G.F. maior est quàm G. H. Ergo pars qua G.F. superat G.H. maior est ea parte qua G.H, superat G.I. non ergo punctum H. medium est inter puncta I. & F. nec punctus E. medius inter A. & B. nec linea C.D. transit per E. sed infra, nec demum rectangula quatuor, in qua dirimitur quadrangulum C.D. æqualia sunt. Duo quidem C.E, E.D. sunt æqualia: reliqua duo inæqualia, R. Q. minus, & A.E. maius. Sic ergo vir tantus Brisonem dum interpretatur, ipsemet ludibriũ omnibus debuit: sed rursus dum eundem confutare nititur, non pauca absona à Geometria profert. Nisi enim quadrata ~~lateribus~~, & superficies lineis conferat, vt verba sonant (quod iam longè abest à bono Philosopho, vt alium eius sensum fuisse velim) saltem vult quadratum æquale circulo, quod vocat, quadratum circuli, maius esse potentia lateris trigoni Isopleuri, eodem circulo inscripti, quod nondum patet, quamuis Antiphontem id primò deprehendisse dicat, & qua arte conetur, est videre: sed quod concludit ex Antiphontis exposita demonstratione, longè aliud est. Deinde erroris Brisonem insimulat grauißimi, quod datis maiore & minore posse dari æquale affirmet: atque hoc falsum deprehendisse putat ex angulo contingentiæ (quem illic loci vocat τὴν κερατοειδῆ γωνίαν) quo datur quidem maior angulus rectilineus, sed minor aut æqualis non datur. Verum quam appositè hoc exemplum proferatur, docti viderint. Nam nec minor, nec æqualis angulus rectilineus datur angulo cornuto. Tum Bryso proponit in rebus eiusdem speciei: at Scaliger argumentatur à specie ad speciem. Anguli enim circulares, aut mixti omnino absunt à rectilineis: Verum relinquamus hæc ἀποπήματα, vt Archimedis diuini vocem audiamus, quæ sola miro suo Philosophandi artificio omnia in se contorta conuicia eludet.

PROPOS. I.

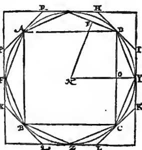
THEOR. I.

Omnis circulus æqualis eſt triangulo rectangulo, cuius radius eſt par vni eorum quæ ſunt circa rectum angulum: circumferentia vero baſi.

ΠΡΟΤΑ. Α.

ΘΕΩΡ. Α.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν· ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.



ΥΠΟΘΕΣ. Circuli A.B.C.D. radio N.Y. æqualis ſit κάθετος S.T. trianguli S.T.V. Periferia verò par exiſtimetur βάσει T.V.

ΣΥΜΠ. Dico rectangulum triangulum S.T.V. æqualem eſſe propoſito circulo A.B.C.D.

ΚΑΤΑΣ. Etenim ſi non ſit triangulus circulo par, maiorem eſſe vel minorem fateamur neceſſe eſt.

Primò cenſeatur minor, & circulo a inſcribatur figura æquilatera, & æquiangula, tot quidem angulorum & laterum, vt circulus eam exſuperet minori quantitate quam ſit ea qua triangulum excedit, vt ſcilicet inſcripta figura maior fiat ipſomet triangulo. Tandem ſit figura inſcripta D.A.F.B.Z.C.Y. & in aliquod ipſius latus perpendicularis agatur b à circuli centro, cuiuſmodi eſt N.E.

a per 2 manifeſt lib. 1. de ſphæra & cylind.

b per 12. l. 1.

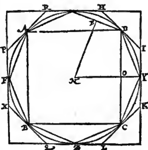
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vnumquodque figuræ latus, arcum ſubtendit, circumferentiæ circuli partem: & quia latera ſunt æqualia, totam periferiam diuidunt c in arcus æquales. Quodlibet vero latus minus eſt d eo quem ſubtendit arcum: proinde totus ambitus inſcriptæ figuræ minor eſt e tota circuli circumferentia, minorque ideo baſe trianguli S.T.V. Sit itaque æqualis lineæ T.θ. Deinde quia perpendicularis N.E. non attingit ambitum circuli, minor eſt radio N.Y. minorque perpendiculari S.T. Sit itaque T.ω. Nam ducta θ.ω. fiet triangulus

c per 28. l. 3.

d per 1. & 3. hypoth. l. 1. de ſphæra & cylind.

e per 8 hypoth. l. 1 de ſphær. & cylind.





T. ρ. minor quidem toto S. T. V. [a] sed æqualis[b] omnibus triangulis in quæ diuideretur inscripta figura, si lineæ à centro ad angulos ipsius rectæ ducerentur. Omnium etenim bases sunt æquales vni T.ρ. tum altitudo est perpendicularis N. E. Ergo inscripta figura minor erit triangulo S. T. V. quæ tamen posita est maior. Eodem ergo triangulo esset maior & minor, quod & à natura, & à Geometria abhorret. *a per 9. comm. sent. b per 1. l. 6.*

Verum fingatur triangulus maior circulo, & circa circulum describatur [c] figura æquilatera & æquiangula, totque laterum & angulorum, vt ipsa rursusmaneat triangulo S. T.V. minor. Ipsa verò sit A.P.F.X.B.Q.Z.L.C.K.Y.I. D.H R. *c Per 2. manif. l. 1. de sphær. & cyl.*

Αποδ. Singulis figuræ circumscriptæ angulis arcus circumferentiæ subtenduntur comprehensi singuli à duobus dimidijs lateribus: vt angulo A.P.F. subtenditur arcus A.F. & terminatur à duobus dimidijs lateribus A.P, P.F. quæ sunt ipso arcu maiora, quia ipsum comprehendunt. [d] Ita est de cæteris. Totus proinde ambitus circumscriptæ figuræ maior est circumferentia circuli, & ex consequenti base T.V. Sit ergo æqualis lineæ T.ρ.& ducatur S.ρ. Etenim si mente concipimus à centro circuli ad angulos figuræ duci lineas, tota circumscripta figura diuidetur in triangulos, quorum altitudo erit æqualis radio circuli N. Y. ducti enim radij à centro N. ad puncta contactuum figuræ, sunt [e] perpendiculares. Cùm ergo basis T.ρ. trianguli S. T. ρ. sit æqualis ambitui figuræ, & basibus omnium triangulorum, in quo ipsa dispescitur. Tum κάθετος S.T. æqualis καθέτοις illorum: triangulus S.T.ρ. est[b] æqualis illis omnibus, & toti circumscriptæ figuræ. Atqui ipse T.S.ρ. maior est [a] triangulo T.S.V. Ergo eodem triangulo T.S.V. maior est circumscripta figura: quæ tamen posita est minor. Insulsa igitur & dissentanea rationi ὑπόθεσις est, qua supponitur triangulus S. T. V. maior vel minor circulo. Vnde superest vt cum ipsi æqualem fateamur. *d Per 1. & 3. hyp. l. 1. de sphær. & cyl. e per 18. l. 3.*



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quam iniquè à quibusdam fuerit exceptus Archimedes, cum propter argumentandi formulam qua vtitur passim deducendo ad absurdum, tum quia æquales constituat quantitates, quarum neutra demonstratur altera maior vel minor, in Prolegomenis diximus, vt in proloquio cætera quæ pertinebant ad veterem opinionem, ἀεὶ τῶ ἐμβαδῶ τῶ κύκλω. Nihilominus hic lubet addere quædam ad confirmandum lectoris animum, cui constat nondum dari ex absolutis Geometriæ decretis lineam rectam æqualem periferiæ circuli: Equidem nondum conciliata est longitudo circularis longitudini rectæ, denique in obscuro est nosque latet, quid inter eas discriminis statuat curuitas, seu circuli gibbositas. Et vt nihilominus quis sanæ mentis censuerit, abhorrere à natura linearis quantitatis, quin possint dari curua & recta æquales? quia vtraque in infinitum diuisibilis est, & nihil obstat, quin ab alterutra quid dematur, vel ipsimet quid addatur, nec obijci potest quod etiam inter rectas

aliæ sint alijs incommensurabiles, & quod lateri seu costæ & diametro eiusdem quadrati, non detur communis mensura: vt inde conijci possit, tanta inter curuum & rectum ἀσυμμετρία καὶ ἀσυστασία, & repugnantia vt æqualitatem respuant. Sed hoc omnino contrarium est naturæ quantitatis, cui ademptio vel additio negari non potest, quibus mediantibus quæ sunt congeneæ in dimensione, vel simul lineari, vel simul plana, vel simul solida, æquales conficiantur. Et verò noster Archimedes hanc difficultatem ὀργανικῶς soluit, cum libro περὶ ἑλίκων demonstrauit lineas rectas æquales periferijs circulorum. Et quamquam ἕλιξ non sit linea simplex, sed ex duplici motu nascatur, vnde fortasse à quibusdam ἀγωγὴ dicta sit, nihilominus æqualitas lineæ rectæ, & periferiæ circuli in prima helicis descriptione decircinati, non dependet ex illo duplici motu, sed tantum ex contactu lineæ helices, quem omnis ratio admittit, cùm helix sit linea curua, non recta, quam proinde recta non potest tangere pluribus punctis vno, alioqui eadem linea esset recta, & curua simul, quod à ratione absonum est.

Quod verò longitudo continendi capacior fiat per curuitatem, quàm per directionem, hoc potius est ratione contenti plani, ἢ ἐμβαδὸν, vt loquuntur Græci, quam longitudinis seu περιμέτρου. Nec enim linea auget suam dimensionem hac curuitate, nec dici potest illi aliquid addi, siue constet punctis, siue partibus quantitatiuis: nisi fortasse quia ὅτι θέσιν ἐχόντων συνθῆκαι τῶν μορίων, vt inquit a Aristoteles, ex diuersa positione, aut ex vario situ longitudineiu variam nanciscatur. Verum hoc si fuerit, accidet vt ambitus quoque figurarum angularium non possint vnquam dici æquales lineis rectis: quia in angulo curuitas est, nec tamen in angulis vlla inesse ratio inæqualitatis linearum censetur. Certè anguli non contrahunt inter se eandem habitudinem, quam latera, nec Geometra argumentabitur ab angulo ad latus, nec ex anguli ad angulum ratione concludet rationem lateris oppositi aut subtensi ad latus. At verò non hoc accidit causa longitudinis, seu ambitus anguli, sed spatij comprehensi. Quia angulus est spatium & superficies contenta inter coincidentes lineas, nec tantum linearum coincidentia, etsi ex hac nascatur. Etsi verò linea recta æquiparari possit curuæ & circulari, tamen in ea expiscanda non admitterem ex Scaligero deductionem circuli super planum, quousque idem punctus planum tangens, redeat ad contactum eiusdem plani, vt scilicet distantia quæ intercesserit inter ambos contactus pro iusto ac vero circuli περιμέτρῳ capiatur. Hoc arte caret, & nimis χειρουργικῶν redolet, tum plurimum fallax, cum eius fides solis sensibus committatur, qui potissimum in magnis circulis vix contactum verum agnouerint: cum quicquid tale affirmauerint, non res indiuisibilis sit, sed corpus, & in infinitum diuisibile. Et quamquam hoc toto opere Archimedes communem hominum, & vulgarem vsum iuuare conetur, nec rem hanc adeò reuocet ad Geometricum pondus, quàm ad sensibilem modum, qui publicè in praxim reducatur, & mensurationem det omnium corporum citra errorem, qui sensu percipiatur, tamen malim ad lineas quadratrices recurrere, & earum arte periferias circulorum indagare, quam hanc recens inuectam circuli super plano circumuolutionem inducere. Vtut sit, quoniam in mechanicis maiorem nec subtiliorem, nec acutiorem Archimede nouit vlla ætas artificem, satius est eum hac in anxietate, quàm vllum alium in consilium adhibeamus. Ipse definit nobis, præscribit, ac Geometricè b demonstrat lineam rectam æqualem periferiæ circuli dati.

Detur enim circulus A. M. E. cuius circumferentiæ æqualis recta sit inuenienda. Eius radius sit B. A. tum describatur helix B.C.A. eo artificio, quod docet illic Archimedes, & repetemus ex Pappo ad s definitionem libri περὶ ἑλίκων: tangat autem helicem ad principium reuolutionis linea F. A. D. tandem ad punctum B. centrum tam spiræ, quam dati circuli erigatur B.D. perpendicularis ad radium A. B. Ea siquidem incidet in tangentem A.D. quia angulus B. A.D. fit minor recto. Hanc igitur lineam A. D. ostensiuè demonstrat c Archimedes æqualem esse circumferentiæ circuli. Cumque helices descriptio non compositior videatur eductione quadratricis, alio non est recurrendum, nec Archimedes ab quoquam quàm à seipso promouendus est: quamquam aduersus ipsius demonstrationes insultet Iosephus Scaliger d, atque τὴν εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγὴν, audeat vocare ἀδυνατοποίησιν: nam insulsas eius reprehensiones nihil morarer, nisi vnico verbo omnes eius machinas, quibus & Archimedis doctrinam euertere, & nouam circuli dimensionem adstruere conatus est, solo adæquare possem. Ex multis colligit d potentiam circuli minorem esse triangulo rectangulo, cuius eorum quæ rectum angulum continent laterum, alterum quidem semidiametro, alterum quidem ambitui circuli esse æquale. Etenim omnia istæc susque deque ferentur, & pudibunda ruina conijcientur, si ostendero dum errasse, dum demon-

a prop. 18. 19. & 20.

b cap. de quarto in Categor.

c propos. 18. l. de lineis spiralibus.

d coroll. 1. in prop. 5. Elem. cyclom. de potentia circuli.

strare nititur, *Quadratum* [a] *ab ambitu circuli decuplum esse quadrati à diametro.* Sic verò ratiocinatur. [a] prop 6 elem cyclom. de ambitu circuli

Dati circuli O. N. ambitum assignat [b] in Q. T. longitudine lineæ A. B, qua diametru semicirculum describit A. E. F. B. Tum in A. B. sumit triplum diametri O. N. (cum tamen nondum probauerit circumferentiam circuli, plusquam triplam esse diametri, sed omnia sibi putat licere) dicitque esse B. E. quam in semidiametro accommodat [c], & à puncto E. demittit [d] perpendicolarem E. C. iungitque E. A. Tum facit D. B. decimam partem ipsius A. B. erigitque D. F. ad rectos, iunctisque F. B, & F. A. additisque parallelis [e] B. P, A. k. concludit, & rectè quidem, lineam B. F. mediam proportionalem [f] inter A. B, B. D. & vt longitudo A. B. ad longitudinem B. D. est decupla, à esse quadratum A. B. decuplum quadrati B. F. & ex consequenti quadratum A. F. nonuplum [g] esse quadrati B. F. hoc est longitudinem A. F. esse [h] triplam lateris F. B. tum angulos alternos R. A. E, A. E. C. inter se, tum alios P. B. F, & B. F. D, inter se esse [i] æquales. [b] postulato suo 1. [c] per 1 li. 4. [d] per 12 l 1. [e] per 31 l. 1. [f] per coroll. 13 lib 6. [g] per 47 l 1 [h] ex coroll. 20. l 6 [i] per 29 l 1.

Item angulus ad verticem in H. esse [l] pares, proinde reliquos A. E. H, & H. F. B, in triangulis A. E. H, & H. F. B. relinqui pares. qui proinde à rectis R. A. B, & P. B. A. sublati relinquant illinc R. A. E, seu A. E. C. & H. A. B. simul, pares duobus P. B. F, seu B. F. D, & E. B. A. simul. [l] per 15 de 1.

Item sequi A. E. C. angulum, angulo E. B. A. æqualem [m]: tum B. F. D, & F. A. B. esse pares: At perperam hinc deducit, ergo æquari angulos E. B. A, & F. A. B, & triangulus A. E. B, B. F. A. esse æquales, æqualiumque laterum, & esse F. A. vt E. B, triplum diametri N. O. tum A. E. vt F. B. esse parem ipsi diametro N. O, cuius quadrati cum sit decuplum quadratum ex B. A. hoc est, ex perimetro circuli, sequi quod intenderat, quadratum nempè periferiæ decuplum quadrati diametri. [m] per 8 l 6

Hæc verò ψευδογραφήματα falsitatis originem ducunt ex illa prima illatione, qua angulum E. B. A. & F. A. B. dixit esse pares: quamuis enim hinc bini, illinc binis æquales sint, non tamen alter horum, alteri illorum æquatur: Et vt medium sit clarius, sumatur aliud quoduis punctum M. à quo perpendicularis erigatur in N. & iungantur N. A, & N. B. secet verò N. A, lineam B. F. in O. Etenim vt priùs anguli P. B. N, & B. N. M. alterni erunt pares, angulus N. A. B. angulo M. N. B. æqualis, anguli ad O. æqui: Et proinde in triangulis E. A. O, & O. N. B. anguli omnes sunt æquales, quia ambo A. E. O, & O. N. B. sunt recti. Ergo k. A. E, & N. A. B. simul, æquales duobus reliquis P. B. N, & E. B. A. Ergo si valeret illatio Scaligeri, angulum N. A. B, æqualem quoque inferremus angulo E. B. A, & ideò quoque angulo F. A. B. nempè partem toti.

Hoc machinamentu euerso tota corruit Scaligeri ingens Cyclometricorum elementorum structura. Fundamentum enim erat præcipuum, quo tota illa moles niteretur, & deinceps reliquis nulla fuerit adhibenda fides, & maneat Archimedes vanè impetitus. Equidem hoc dato initio falso, mirum in quot & quantos erroris scopulos authur alioqui perspicax, impegerit, & lectorem pudet, virum principem, grauem, & de literis amplissimè meritum, tam pueriliter lapsum. Illic certè [illegible], vt ait Sophocles, vel [illegible], vt inquit Homerus, adeo, vt totum opus potius conclusionum à dimensione circuli inuiarum, quam Cycloperimetricorum syllogismorum strues esse videatur.

Verùm hoc missum faciamus, vt interim dicamus Archimedem, non propterea complesse dimensionem circuli, [illegible], quod lineam rectam demonstrauerit æqualem periferiæ circuli mediante linea helica vel spirali. Etenim demonstrationes quidem quas elicit, tam 18. propositione, quàm segmentibus libri περὶ ἑλίκων, sunt verissimæ, & Geometricè concludunt, ita vt scientiam conficiant suarum conclusionum: nihilominus potiùs ostendunt quadraturam circuli esse scibilem, quam vt [illegible], ex perfecta scientia ducant.

Equidem posse fieri ostendit, cum non dubium sit ex eius demonstratis in illo opere quin recta æqualis dari possit circumferentiæ circuli: at quomodo id fiat, non plenè reliquit, cum non demonstrauit, qua arte ducatur linea verè helicem tangens in puncto dato. Hoc enim si nobis non reticuisset, tutam artem haberemus ab eo dimensionis circuli.



Repetatur figura praecedens, & sit linea spiralis A.V.B. cuius principium sit B. finis verò A. Imaginemur verò à puncto B. duci rectam B. D, πρὸς ὀρθὰς ad lineam A.B. Tum à puncto A. aliam A. D, tangentem spiralem, & occurrentem eum B. D, in D. Absquedubio his ex hypothesi datis, habetur ἀποδεικτικῶς lineam B. D, aequalem esse circuli A. M. E. circumferentiae. Verùm si proponatur προβληματικῶς circuli dati A. M. E, circumferentiae inuenire rectam aequalem, non potero problema soluere, cum non sciam qua ratione linea D. A. ducatur tangens helicem in A. Fit etenim angulus B. A. D. acutus, & notat Archimedes, ita vt fiat occursus linearum A. D, & B. D, sed quae sit quantitas illius acuti anguli non patet, nec ipsius adhuc habemus definitionem: & potest, vel attolli linea, vel deprimi plusquam par sit, & sic dati linea B. D. vel maior vel minor.

Nihilominus hoc de angulo, & de arte ducendae tangentis helicem, aliqua dicemus ad finem libri de Spiralibus.

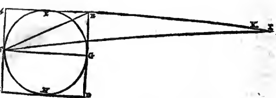
Satis est hoc attigisse nunc: sequitur vt Archimedem audiamus.

PROP. II. — ΠΡΟΤ. Β.

THEOR. II. — ΘΕΩΡ. Β.

Circulus ad quadratum suae diametri, rationem habet quam vndecim ad quatuordecim.

Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει ὃν ἕνδεκα πρὸς δεκατέσσαρα.



ΥΠΟΘ. Sit circulus A C. D. B. eiusque dimetiens F. G. cuius sit quadratum A. D.

ΔΙΟ. Propone circulum habere ad quadratum rationem subsupertripartientem vndecimas, & ad illud esse vt 11. ad 14.

ΚΑΤΑ. Producatur A.B. in k, & fiat B.k. dupla lateris A.B. Tum septima pars A.B, sit a k.I, & ducantur F.B.F.I.

a per 9.l.6.

ΑΠΟΔ.

ΑΠΟΔ. Quoniam A.I. continet ter A.B. & præterea vnam ipsius A.B. septimam partem, si posuerimus A.B. 7. erit A.I. 22. Atqui vt est A.I. ad A.B. sic est[a] triangulus A.F.I. ad triangulum A.F.B. Qualium ergo A.F.B. fuerit 7. talium A.F.I. erit 22. Est[b] autem A.F.B. vna quarta totius quadrati A.D. & qualium est A.F.B. 7. talium est quadratum A.D. 28. Itaque triangulum A.F.I. se habet ad quadratum A.D. diametri F.G. circuli propositi vt 22. ad 28. hoc est[c] vt 11. ad 14. & in ratione subsupertripartiente vndecimas, vt proponebatur.

a per 1. l. 6.
b per 1. l. 6. & 34. l. 1.
c per 15. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Duplici potissimum nomine Archimedes hac in propositione reprehenditur: tum quia ὑστέρῳ προτέρῳ vtatur. Nondum enim demonstrauit periferiam circuli triplam sesquiseptimam esse ad diametrum, quod sequenti fecit theoremate. Tum quia numeris vsus est qui demonstrationibus geometricis vsui esse non possunt, cum irrationales & incommensurabiles quantitates ἀλόγους καὶ ἀσυμμέτρους non explicant. Equidem peruersum esse harum trium propositionum ordinem, facillimè mihi persuaderem, vel saltem hanc secundam conuenientissimè tertiam recenseri. Et nisi tam excusi, quàm manu scripti libri hac serie proponerent, hanc vltimam fecissem. Quantum verò ad numeros attinet, libentissimè fateor non recipi in demonstrandis affectionibus & irrationalium aut incommensurabilium quantitatum habitudinibus, quoniam πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. ita ut sola quantitate continua cognoscantur. Verum quin possint in demonstrationibus quantitatis in continuarum addi numeri, non quidem pro fundamento rationis, sed maioris lucis gratia & explicandæ clariùs propositionis, nemo geometra negarit. Quod hic duntaxat fit ab Archimede. Nec enim robur demonstrationis petit à numeris: sed eam sub hypothesi lineæ A.I. æqualis circumferentiæ circuli tum triplæ sesquiseptimæ diametri F.G. ex veris Geometriæ fontibus primùm exhaurit, deinde numeris explanat, sine quibus ratio subsupertripartiens vndecimas non statim constat. Præterea cum perfectam non daret τὸ κυκλομέτρον, sed vulgaribus & mechanicis commensurationibus vtilem, & vt sit Eustocius, διὰ τὰς ἐν τῷ βίῳ χρείας: satius illi fuit vulgo studere, quàm seueriori rem examine pensitare, quod nec publicæ vtilitati conduceret, nec vulgo caperetur: cùm tamen interim ita propè scopum collimaret, vt si quid à vero desit, sensus non percipiat, sed solo supremi intellectus lumine animaduertatur. Nec enim antiqui Geometræ rigidi, adeo & seuati Geometriæ scientiæ vindices fuerunt, vt eam à contemplatione ad praxim nunquam diuerterint: quinimò necessariam omni omnino disciplinæ arti & cognitioni probarunt, cum ab ea dependere ostenderunt quodcumque pulchri, vtilis, laudabilis inesset artibus, quas vulgo illiberales & mechanicas dicunt, græci αἰσθητικὰς καὶ ἀγροικὰς non μηχανικάς. Quæ enim mechanicarum appellationem merentur, omnia liberali ingenio digna habentur: quamquam passim materiam attrectent, sed exquisita industria, & in splendentem finem optimum; ac humano generi vtilissimum tendunt. Itaque cum aliquid in vulgares vsus proponerent, facilia & clara dari, vulgique captum non excederent, oportuit. Numeri autem vel maxime rem facilem præbent. Hoc itaque opere Archimedes Geometris non scribit, sed vulgo, qui circa res sphæricas & rotundas circularesque versatur, vt doceat qua cum proportione & mensura exequi, absque sensibili errore, possint. Ea de causa, vt etiam vulgaribus commensurationibus aliquid condonemus, & Archimedeum artificium qualicumque illustremus luce præmittenda nobis erunt nonnulla, quæ ad numerorum elucidationem conferant.

PETITIONES.

I.

Liceat repetitionem mensuræ in obiecta quantitate vnitatum numero definire, & ipsam mensuram vnitatis nomine designare.

II.

Liceat duas quantitates eiusdem speciei seu congeneas simul addere.

III.

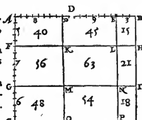
Liceat duarum inæqualium magnitudinum congenearum maiorem à minori detrahere.

IV.

Dentur decem priorum simpliciumque numerorum quadrati: tum decem priorum quadratorum numerorum dentur radices.

LEMMA I.

Si duæ lineares quantitates in aliquot partes diuidantur: rectangula quæ ex singulis partibus vnius fiunt per alterius segmenta, æqualia sunt toti ab integris comprehenso.



ΥΠΟΘ. Diuidantur lineares quantitates A.B, A.C. in partes quotlibet, prima nempè in A.F, F.G, G.C. secunda verò in A.D, D.E, E.B.

ΣΥΜΠΕ. Dico rectangula singularum partium vnius sub singulis alterius, æquari toti sub integris comprehenso rectangulo.

a Iuxta 1. defini. li. 2. ΚΑΤΑΣ. Sub A.B. & A.C. fiat [a] rectangulum C.B. & à punctis F. & G. agantur perpendiculares [b] F.H. & G.I. tum à punctis D. & E. aliæ D.O, E.P. b per 11. l. 1.

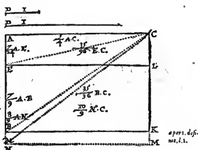
ΑΠΟΔ. Quoniam anguli ad A. D, & F. sunt recti, est F.D. rectangulum [a] comprehensum sub A.D. parte primæ A.B. & A.F. parte secundæ A.C. Eadem ratione K.E. rectangulum est & continetur sub D.E. secunda parte primæ A.B. & D.K. æquali [c] A.F. eidem parti secundæ A.C. Demum reliqua L.B, G.k, M.L, N.H, C.M, O.N, P.I. sunt rectangula comprehensa sub singulis partibus vnius, & singulis alterius. Atqui hæc omnia toti C.B. conueniunt: ipsi itaque sunt [d] æqualia.

c per 34 l. 1.
d per 8. cōmunem sent.

A.	B.	18
A.	C.	20
C.	B.	360

LEMMA II.

Si rectangulum continetur sub duabus congeneis & linearibus quantitatibus, vt se habebit mensura ad alteram ipsarum, ita se habebit quod fit ex altera, & mensura ad totum rectangulum.



ΥΠΟΘ. Sint duæ quantitates lineares congeneæ A.B, A.C. sub quibus contineatur rectangulum A.K. Detur autem vtriusque mensura D,

ΣΥΜΠ. Dico D. esse ad alteram, putà A.B. vt est quod fit ex D. & altera A. C. ad totum A. K.

ΚΑΤΑΣ. Est D.maior aut minor quantitate A.B. Ipsi itaque D.si minor sit, æqualis ponatur A.E. si maior par sit A. N. & absoluantur parallelogramma E.C,N.C.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vel E.C. vel N.C. est[a] id quod fit sub mensura D. hoc est A E. vel A. N. æquali & altera A.C. Atqui vt est A.E. vel A. B. hoc est D. mensura ad alteram propositarum quantitatum A.B. ita est[b] E.C. vel N. C. ad B.C. Ergo vt mensura ad alteram datarum, sic quod fit ex mensura & altera earumdem datarum ad id quod fit ex ipsis datis, vt vult Lemma.

a per 1. desinit. l. 1.

b per 1. l. 6.

LEMMA III.

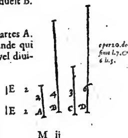
Si fuerint quatuor quantitates proportionales, numerus qui multiplicauerit aut diuiserit, primum vt faceret secundum, idem multiplicat aut diuidit tertium vt producat quartum.

ΥΠΟΘ. Sit A.ad B.vt C.ad D.

ΣΥΜΠ. Dico eundem numerum E, qui multiplicans A. producit B. multiplicantem C. gignere D.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam cum sit A. ad B. vt C. ad D. quæ pars est vel partes A. ipsius B. eadem pars, vel eædem partes est[c] C. ipsius D: proinde qui numerus multiplicat aut diuidit A. vt faciat B. multiplicat vel diuidit C. vt faciat D. quod vult Lemma.

c per 20. defini. l. 7. & 6 l. 5.



ΥΠΟΘ. Sunt 5. lineæ continuæ propottionales vt 1. ad 5. sic quadratum 2. ad quadratum 4.

ΑΠΟΔ. Nam 1. ad 5. quadruplam rationem habet a eius
a per 10. definit. l. 5. quam habet 1. ad 2. Tum 2. ad 4. duplam habet a eius quã habet 2. ad 3. hoc est 1. ad 2. Sed quadratum 2. ad quadratum 4. duplam habet b eius
b per 20. l. 6 quam 2. ad 4. hoc est quadruplam 1. ad 2. Ergo eandem quam 1. ad 5. vt vult lemma.

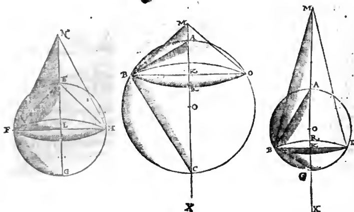
PROP. IX. — ΠΡΟΤ. Ζ.

THEOR. III. — ΘΕΩΡΗΜΑ Γ.

Sphæricorum segmentorum sub æquali superficie contentorum maximum est hemisphærum.

Τῶν ἐπὶ τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν τμημάτων μείζων ἐστὶ τὸ ἡμισφαίριον.

ΥΠΟΘ. Sint duo segmenta sphætarum B. A. D. quod non sit hemisphetium, sed maius vel minus, & F. E. H. hemisphætium: ambo veto æqualibus superficiebus contineantur.



ΣΥΜΠ. Dico maius esse hemispherum, scilicet F. E. H.

c per 2. huius. ΚΑΤΑΣ. Fiat N. E æqualis semidiametro E. L. & denique conus c F. N. H. æqualis segmento F. E. H. Deinde C. X. æqualis producatur radio sphætæ A. B. C. D. Et vt
d per 12 l. 6 C. X, C. k. simul seu X. k. est ad C. k. sic fiat d M. k. ad A. k. vel diuidendo e vt C. X.
e per 17. l. 5. ad C. k. sic M. A. ad A. k. seu denique conus B. M. D. æquetur e segmento B. A. D. Præterea agantur lineæ H. E, E. F, A. B, B. C. Demum quia in segmento S. hemisphærio maiori, linea A. k. segmenti altitudo maior est f radio sphætæ, multoque ma-
f per 7. l. 2. g per 2. lemma proxim iot linea B. k. In segmento vero T. minor est A. k. eadem B. k. propterea in vtroque teperiatur A. R. g potentia subdupla lineæ A B. quæ quidem A. R. in segmento S. erit
h per 47 l. 1 minor quam A. k. in segmento vero T. erit h maior sicque R. punctum vbique proximius est centro sphæræ O. quam punctum k.

ΑΠΟΔ. Cum sint amborum segmentorum supetficies æquales, sequitur lineas B. A. & F. B.

& F. E. esse æquales: sunt enim diametri circulorum æqualium. Est [a] autem A. C. ad A. B. vt A. B. ad A. k. & proinde rectangulum sub A. C, A. k. est [b] æquale quadrato A. B. At vero illius rectanguli dimidium est [c] rectangulum sub C. X, A. k. nam C. X. semissis est basis A. C. Tum quadratum A. R. est dimidium quadrati A. B. [d] Itaque rectangulum sub C. X, A. K. est æquale quadrato A. R. Est autem punctum R. propinquius centro O. quam punctum k. linea ergo A. C. diuisa in R. & k. rectangulum sub æqualioribus partibus A. R, R. C. maius est [e] rectangulo sub inæqualioribus A. k, k. C. vtrique parti addatur commune quadratum A. R. Etenim rectangulum sub A. R, R. C. cum quadrato A. R. maius quoque manebit rectangulo sub A. k k. C. cum eodem A. R. quadrato. Atqui rectangulo sub A. R, R. C. cum quadrato A. R. est [f] æquale rectangulum sub A. C, A. R. Tum rectangulum sub A. k, k. X. est [g] æquale rectangulis sub A. k, k. C. & A. k, C. X. hoc est, quadrato A. R, cui quadrato A. R. ostensum est æquale rectangulum sub A. k, C. X. Proinde rectangulum sub A. C, A. R. maius est rectangulo sub A. k, k. X. Sumpsimus autem [h] prius M. k. esse ad A. k. vt X. k. ad k. C. Ergo rectangulum sub M. k, k. C. nempe sub extremis, æquale est [i] rectangulo sub medijs A. k, k. X. & ideo minus est huiusmodi rectangulum sub M. k, k. C. rectãgulo sub A. C, A. R. Vnde sequitur M. k. habere [l] minorem rationem ad A. R. quam C. A. ad k. C. Verum in qua ratione C. A. est ad k. C. in eadem est quadratum A. B. ad quadratum B. k. [m] Cum sint [n] A. C, A. B, A. k, k. B, k. C. continuè proportionales: igitur quadratum A. B. maiorem habet rationem ad quadratum B. k. quam M. k, ad A. R. vel semissis [o] quadrati A B. nempè quadratum A. R. maiorem habet rationem ad quadratum B. k. quam semissis lineæ M. k. ad A. R. vel [o] quam tota M. k. ad duplam lineæ A. R. Quod apprimè notandum. Recordemur autem A. B. æqualem esse lineæ E. F., [p] proindeque lineas E. L. & A. R. esse pares cum earum sint quadrata æqualia [q] dimidijs quadratorum illarum A. B. & E. F. ideoque tandem quadratum E. L. vel F. L. æquari quadrato A. R. Ac tandem quadr. F. L. habere, sicut quadr. A. R. cui æquale est, maiorem rationem ad quadr. B. k. quàm M. k. ad lineam duplam ipsius A. R. Atqui dupla ipsius A. R. est N. L. Nam A. R. est æqualis ipsi F. L. radio, cuius dupla est N. L. Ergo quadr. F. L. ad quadr. B. k. seu [o] quadr. totius F. H ad quadr. totius B. D. seu [r] demum circulus vel basis F. H. ad circulum vel basim B. D. maiorem rationem habet quam altitudo M k. ad altitudinem N. L. Conus igitur [f] F. N. H. seu portio F. E. H. maior est cono B. M. D. seu portione B. A. D. quod fuit probandum. Cæterum hæc demonstratio etiam portioni competit hemicyclio minore. Ita vt liquido pateat, hemicyclium esse maximum omnium portionum sub æqualibus superficiebus sphæricis cõtentarum, vt proposuit Archimedes.

a per 8. & 4. l. 6.
b per 17. l. 6.
c per 1. l. 6.
d per 5. lib.
e per 5. lemma præxim. 8. huius.
f per 3. l. 2.
g per 1. eiusdem.
h per fabr.
i per 16. l. 6.
l per lemma 3. proposit. 8. huius.
m per 3 lemma.
n per 8. l. 6.
o per 15. l. 5.
p per 36. vel 37. l. praeced.
q per fabricam & 47. l. 1.
r per 2. l. 12.
f per 1. lemma proxim.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc sunt tandem quæ Archimedes mirando ingenio commentatus est de sphæra & cylindro: quæ adeò excedunt communem Geometrarum artem, vt nemo negotium sphæricum vnquam cum tanta laude tantoque honore egerit. Et quamquam nonnulla attigit vel pollicitus est quæ nõ perfecit, præ rei difficultate id accidit. Problema Deliacum in quod incidit propositione 1. huius libri secundi, non soluere neutiquam quocumque seculo pudori fuit vlli geometrarum: Arbitrati sunt enim dæmonem id hominibus pensi dedisse non ignarum summæ difficultatis, ne dicam τῆς ἀδυναμίας, quæ in eo exequendo latet: verum vt eorum vel incogitantiam vel ignauiam, vel etiam inscitiam accusaret, vel (dicimus nos) vt ansam haberet & effugium quò abscederet impotens, agendi quæ petebantur aut quæ promisisset. Denique vt hominum mentes excruciaret in iis quæ hominum artes exsuperarent. Aliud quoque propositione quarta reliquit imperfectum, quod fortasse in lemmatibus absoluerat, sed hæc lemmata cecidère summo quidem Geometriæ fato, vt plurima alia absque vllo Authoris vitio, qui ne pluries idem recoquèret, & hinc nauseam moueret, illa noluit hoc loco repetere. Dicerem etiam multa temporum iniuria extincta, multa laboribus ipsius & calamo suffocata, multa vetustate detrita, multa blattis ac tineis erosa, multa librorum penuria deleta, ignorari à nobis, & summa obliuione sepulta, quæ tamen diuinus ille artifex Geometriæ suppeditauerat, quibusque priuata doluit æternumque dolebit, vix vnquam secundum habitura Archimedem, qui quæ de primo desunt, splendidè restituat. Scio plurimos & quidem in campo Geometrico fortissimos Athletas insudasse, vt quæ desunt passim arti supplerent, etiam quæ imperfecta censentur, cũ in horum in aliis operib. cõplerẽt, sed nulli vires fuère Archimedeæ, nullusq; damnũ resarcire vel potis est, vel aggredi ausus.



ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ.

ARCHIMEDIS CIRCVLI DIMENSIO.

AD LIBELLVM ARCHIMEDIS DE CIRCVLI DIMENSIONE

PROLOQVIVM.



IHIL proloquutum esse Archimedem, sed veluti ex itinere initio huiusce libelli proposuisse, argumento est hoc opusculum ab eo statim subiunctum libris de sphæra & cylindro, tanquam operis tertium. Quid enim sphæræ, sphærarúmque portionum, conorum, ac omnino globosarum figurarum metiendarum rationem ex circulo deduxisset, nisi nobis ipsiusmet circuli dignoscendi modum ac κύκλου μέτρησιν obtulisset? Hęc enim mensuratio perfectio est tanti huiusce ἐπιχειρήματος, quod quidem imperfectum iacebit quousque in dimensione circuli hærebimus. hæremus autem, quantumlibet viri tanti in ea insudarint, & mirum Archimedis ingenium nihil non mouerit, vt eam nobis suppeditaret. Nec enim rem ἐν πόρῳ reliquit, nec perfecit, etsi propinquissimè attigerit, & equidem supra omnes qui circuli quadrationem seu mensurationem perquisiuerint, sit hic noster Archimedes laudãdus, quidquid aliqui nostro sæculo reclamarint; quorum antea ἐξαπάτας & imposturas iam deluimus, & rursus sophismata quæ huc maximè pertinent deinceps confutabimus. Eorum vero qui nobile hoc problema meditati sunt, numerus siue antiquorum siue recentium, (qui certè plurimi omnibus sæculis fuere, quamquam veterum irriti conatus, & illiberales quorumdam errores, neotericos ab hoc scopulo deterrere debuerint) in duas iampridem classes distributus est. Etenim quidã in hac perquisitione se Mathem. gessere, quidã aliter ἀγεωμέτρητοι, ex ea quã in hoc negotio nauarunt opera visi sunt, adeo recesserunt à via geometrica. Hãc eorũ bipartitionẽ inuexit primus Arist. qui disquisitiones Hippocratis & Antiphontis conferens, argumenta quidem illius soluenda esse vult: at huius

De sophist. reprehens. l. 1. c. 11.

solutione dedignatur, putà ἐριστικά, aut & litigiosa cum non deducantur ex principijs artis: Hippocrates verò etsi non rectè ratiocinatus fuerit, tamen ex arte procedit. Aristotelis verba sunt: ἅμα γὰρ οὐδὲ λύειν ἅπαντα προσήκει· ἀλλ' ἢ ὅσα ἐκ τῶν ἀρχῶν τις ἐπιδεικνὺς ψεύδεται, ὅσα δὲ μή, οὐκ· οἷον τὸν τετραγωνισμὸν τὸν μὲν διὰ τῶν τμημάτων γεωμετρικοῦ διαλῦσαι· τὸν δὲ Ἀντιφῶντος οὐ γεωμετρικοῦ. Itaque qui Geometricè dimensionem circuli perquirunt, ad Hippocratem referendi sunt, & eorum labor pensitandus: qui vero mechanicè & præter Geometriam ad Antiphontem amandandi & prætermittendi: vt verò illi aliquid dicunt, aliquid probant, aliquid docēt: at hi erroribus animos implent & sua ἀτυχίᾳ graues sunt peritis. Quod autē artifices impulerit vt hoc problema soluendum susciperent, fuit quòd hoc scibile καὶ πορευτόν, omnes antiqui crediderint, authore ipsomet Arist. qui scientia non existente scibile nihilominus esse exemplo docens ait, οἷον καὶ ὁ τοῦ κύκλου τετραγωνισμός, εἴγε ἐστὶν ἐπιστητόν, ἐπιστήμη μὲν αὐτοῦ οὐκ ἔστιν οὔπω, αὐτὸ δὲ ἐπιστητόν ἐστι.

De Categ. cap. 7.

Omnibus itaq; neruis contenderunt hac sciētia Geometriam cōplere. Et quia omnium conatus vix longo opere complecti possem, omnium instar proponam amborū Hippocratis & Antiphontis πειράματα & tentamenta, si prius quadraturam circuli esse definierimus τὸ τῷ κύκλου ἐπιπέδῳ ἴσον χωρίον εὐθύγραμμον εὑρεῖν. Ex quadrato enim seu plano rectilineo, circulo dato æquali inuento, dimensio sequitur & cognitio potentiæ. Hippocratem ergo audiamus hac in perquisitione anhelantem. Sic autem inuestigat, sumpto quadrato quolibet, putà A.B C.D. eiusdem dimetientem A.D. ducit, semicirculos tam costa A.B. quam diametro A.D. nempè A.F.B. & A.B.D. describit: tum à centro ducta

a per 47. l. 1.

E.B. linea, sic ratiocinatur. Potest [a] A.D. quadrata A.B. & B.D. hoc est alterutrius duplum. At circuli vel semicirculi se habent vt dimetientiū quadrata:

b per 2. l. 12.

[b] ac proinde semicirculus A.B.D. duplus est semicirculi A.F.B. & ex consequenti totius quarta, quæ est A G.B.E. dimidiū scilicet semis, æquatur semicirculo A.F.B. sublatoq; tandem segmento A.G.B.H. remanet lunularis figura seu μηνίσκος æqualis rectilineo triangulo A.B E. Hoc posito & ex arte inuento, sic putat ἐπιχείρημα perficere. Dato circulo cuius diameter I. duplam sumit K.N. cuius decircinat semiarcum K.L.M.N. in quo accommodat latera hexagoni K.L, L.M, M.N. singula

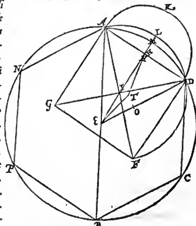
c per coroll. 15. l. 4.

[c] æqualia radio K.Z. & ideo diametro I. circuli dati. Et quoniam dimetiens K.N. duplus est diametri I. semicirculus K.L.M.N. quadruplus est semicirculi dati

d per 20. l. 6.

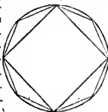
[d] I. hoc est æqualis quatuor semicirculis depictis ad lineas I. K Q, L.M, M.N. Auferantur itaq; segmēta cōmunia K.E.L.P, L.R.M.S. & M.V.N.T. remanebit quadrilaterū K.L M.N. rectilineū æquale meniscis tribus K.P.L.O, L.X.M.S, M.V.N.Y. & semicirculo I. Atque huc vsque nec Geometræ nec Logici reclamant: At deinceps in dialecticam committit.

Putat etenim ex illa prius lunulæ quadratura sibi licere ex rectilineo K.L M.N. auferre portiones æquales singulis tribus meniscis, & tandem sibi reliqui fore partem æqualem semicirculo I. Verum errat in eo quod ex cognitione lunulæ lateris quadrati, arbitratur omnem lunulam exprimere posse rectilineo spatio, & simpliciter meniscos nouisse. At plurimum interest inter lunulam quadrati & meniscum hexagoni, estque hoc illa minor: quod sic ostendo. Ponatur circulo, cuius diameter A. B, hexagonum inscriptum, cuius latus A. D. lateris autem A. D. quadratum sit A. G. F. D. cuius centrum I. describantur autem semicirculi A. K. D. centro H. & A. L. D. F. centro I. vt sit meniscus ad latus hexagoni A. M. D. K. lunula verò ad latus quadrati A. L. D. K. Punctum autem L. & ipsum deferentem arcum A. L. D. egredi primum circulum, & esse supra M. sic ostenditur. Angulus D. A. N. putà hexagoni maior est angulo quadrati D. A. G.[a] Et quidem angulus D. A. N. dirimitur bifariam dimetiente A. B. sicuti angulus D. A. G. bissecatur diametro A. F. Et ideo minor est I. A. a Per coroll. 27.l.3.
D. scilicet medietas minoris, quàm sit D. A. E. dimidium nempè maioris. Ergo centrum I. quadrati iacet intra lineas A. D. & A. E. Et præterea tria centra E. I. H. sunt in linea recta. Etenim A. I. & I. D. sunt æqualia latera, vt ambo semidiametri, & proinde anguli deinceps lineæ I. H. ad punctum H. sunt recti[b] vt æquales. Eodem argumento b per 4.l.1.
linea E. H. ducta efficit angulos rectos vtrinque ipsius ad punctum H. Proinde linea E. H. transit per I. Nam si non excurrat per T. punctum, vt sit linea E. T. H. recta, & angulus T. H. D. rectus. Etenim cum angulus I. H. D. sit quoque rectus, erit T. H. D. & pars æqualis toti I. H. D. quod est absurdum. adhuc cum sit linea E. I. H. M. æqualis lineæ E. D. & ambæ E. I. & I. D. maiores sola E. D. sublata E. O. æquali ipsi E. I. remanebit O. D. seu I. M. minor quam sit I. D. Sed I. D. & I. L. sunt æquales, vt radij eiusdem circuli. Ergo arcus A. L. D. F. transcendit extra arcum A. M. D. C. & segmentum A. L. D. H. est maius segmento A. M. D. H. Proinde remanet lunulam A. L. D. K.



quæ est ad latus quadrati minorem esse menisco A. K. D. M. qui est ad latus hexagoni. Et est vtriúsque differentia τμῆμα A. M. D. L. cui inueniendum fuerit Hippocrati rectilineum æquale, antequam compleuisset quadrationem propositi circuli, seu segmento toti A. H. D. L. Etenim vbi ex A. B. C. D. resecuerit quater A. I. D. triangulum remanebit pars quædam rectilinea æqualis tribus segmentis paribus A. M. D. L. & segmento A. H. D. M. quam deinde partiri vt oportet, opus & labor erit, donec rationem inuenerit aliquis, quam habet segmentum A. H. D. M. ad segmentum A. H. D. L. Hæc autem partitio videtur Aristoteli causa fuisse cur Hippocratem διὰ τῶν τμημάτων operatum dixerit. Sic ergo Geometria, secundum mentem Aristotelis, Hippocratis sophisma soluerit. Videamus quid sibi velit Antiphon, & quo errore peccet in

principiis artis vnde solutionem non mereatur, dato circulo primum inscripsit quadratum. Tum subtensos arcus bifariam secuit, & à sectionum punctis lineas deduxit ad quadrati angulos, vt fieret octagonum: Tum rursus arcus dissecuit, & lineas duxit, idque toties vt viderentur ductæ lineæ oculo non differre à periferia circuli: sicque existimauit se rectilineum inuenisse æquale proposito circulo.



Verum principia artis in eo læsa videntur, quòd primum sensu Geometriam æstimauerit: tum quòd putarit posse deuenire ad vltimam alicuius quantitatis diuisionem. Tum denique quod cum rectum circulari posse ex æquo congruere æstimauerit in eodem circulo, necessario concesserit dari angulos rectilineos æquales angulis contingentiæ, quos Geometria numquam agnouit. Cur ergo Aristoteles Hippocratem Geometricè, Antiphontem vero non Geometricè rem tractasse dixerit, habemus in promptu, nec difficile fuit certum de toto negotio pronunciari, & docto Scaligero visum est [a] quo totam hanc rem, pace tanti viri dixerim, obtusè intuitus, passim se iniquum in virum mirabilem, ne dicam diuinum Archimedem gessit, quem & ἀγεωμετρησίας καὶ παραλογισμοῦ vbique insimulat, accusatque διὰ τετραγωνισμῶν dimensionem hanc circuli infeliciter esse aggressum. Cùm tamen qui penitioribus oculis inspexerit Archimedeam operam, nec fuerit anticipata in opinione agitatus, nihil diuinius adhuc, quantum ad hanc rem attinet, in lucem prodiisse libentissimè confitebitur, & eò Siculum nostrum deuenisse quò humanæ solertiæ penetrandum diuina prouidentia dedit, vt Buteonis acuti Orontiomastigis verbis utar. Cæterum hoc negotium dimensionis circuli in duas difficultates incidit, quæ antiquos mirè torserunt, scilicet reperiundi rectilinei æqualis areæ circuli, & assignandæ lineæ rectæ æqualis periferiæ circuli. Etsi ex demonstratis ab Archimede facile sit ex vna inuenta alterum colligere. Data enim area, dabitur circuli periferia, vel hac exposita, illa assignabitur. Vtramque attigit Archimedes, etsi neutrā exactè perfecerit, sed adeo prope attigit, vt quod deest, sensum, ne dicam potentiam qua imaginamur, effugiat: reliquorum alii τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου conati sint assequi, alii vero τὸ περίμετρον perquisiuerunt, & præ cæteris machinamentis quæ vsi sunt, celebris fuit antiquis Dinostrati & Nicomedis linea, quam vocarūt τετραγωνίζουσαν, Latini quadratricem ab eius officio. Etenim inter multa quibus construendis vsui fuit illa quadratrix linea, potissimum quadraturæ circuli inseruiit, & κυκλοπεριμετρικῷ, vnde ad κυκλοδυναμικὴν trāsfertur. Eā Pappus [b] inter antiquos, Clauius [c] inter recētiores, & [dd] Vieta affatim te docebunt, & fortasse de ea nonnulla in sequentibus dicemus. Tandem Archimedem audiemus, si prius Brisonem qui inter veteres ad quadraturā circuli mentem adhibuit, non præteriisse ostenderimus. Putauit expositi circuli areā mediā esse proportionalē inter areas quadratorū inscripti & conscripti eodē circulo. Exhibeatur I.M.B.N. cui inscribatur quadratū M.N. aliudq; conscribatur L.P. sumatur autē H.K. latus mediū [d] inter latera M.I. & L.F. & fiat quadratū K.O. quod sit [e] mediū proportionale inter quadratū L.P. conscriptū, & N.M. inscriptū. Putauit Brison quadratum K.O. æquale esse exposito circulo. Hanc opinionē multis nominibus iniquam reprehendit Io. Scaliger. Verum dum carpit & conuellit Brisonem, idem carpi & conuelli meretur, grauius quàm trioboli Geometra committens in primum proprio diagrammate exposito. Putat quadratum K.O. medium situ et proportione statim posse

a Prolegom. in cyclomet. Element.

b Lib. 4.

c Ad finem l. 6. Elem.

dd Variorū resp. lib. 8. c. 8.

d per 13. l. 6.

e per 22. l. 6. vel ipsius coroll.

inter duo M.N. & L.P. ita ut ducto dimetiente A.F. si diuidatur I.F. & B.A. bifariam in H. & E. credat H.E. fieri dimetientem medij quadrati K.O. & adpingi posse quadratum K.O. situ exactè medio inter conscriptum & inscriptum, & proinde perfecto quadrangulo C.D. ductáque C.D. dirimi quadrangulum C.D. in quatuor æqualia quadrata. Quod si diligentiùs inspexisset, falsum esset intuitus. Etenim hoc si constare poßit, ducatur G.L. transiens necessario, & ex hypothesi per puncta M.K. & triangulos constituens æquiangulos G.M.I, G.H.K, & G.L.F. quia latera M.I, K.H, & L.F. sunt ex hypothesi parallela: proindequia bases M.I, K.H, & L.F. sunt continuè proportionales, ita quoque disposita sunt G.I, G.H, G.F. & tanta sui parte G.H. superabit G.I. quanta G.F. sui parte superat G.H. Verum G.F. maior est quàm G.H. Ergo pars qua G.F. superat G.H. maior est ea parte qua G.H, superat G.I. non ergo punctum H. medium est inter puncta I. & F. nec punctus E. medius inter A. & B. nec linea C.D. transit per E. sed infra, nec demum rectangula quatuor, in quæ dirimitur quadrangulum C.D. æqualia sunt. Duo quidem C.E, E.D. sunt æqualia: reliqua duo inæqualia, R.Q. minus, & A.E. maius. Sic ergo vir tantus Brisonem dum interpretatur, ipsemet ludibriū omnibus debuit: sed rursus dum eundem confutare nititur, non pauca absona à Geometria profert. Nisi enim quadrata lateribus, & superficies lineis conferat, vt verba sonant (quod tam longè abest à bono Philosopho, vt alium eius sensum fuisse velim) saltem vult quadratum æquale circulo, quod vocat, quadratum circuli, maius esse potentia lateris trigoni Isopleuri, eodem circulo inscripti, quod nondum patet, quamuis Antiphontem id primò deprehendisse dicat, & qua arte conetur, est videre: sed quod concludit ex Antiphontis exposita demonstratione, longè aliud est. Deinde erroris Brisonem insimulat grauißimi, quod datis maiore & minore posse dari æquale affirmet: atque hoc falsum deprehendisse putat ex angulo contingentiæ (quem illic loci vocat τὴν κερατοειδῆ γωνίαν) quo datur quidem maior angulus rectilineus, sed minor aut æqualis non datur. Verum quam appositè hoc exemplum proferatur, docti viderint. Nam nec minor, nec æqualis angulus rectilineus datur angulo cornuto. Tum Bryso proponit in rebus eiusdem speciei: at Scaliger argumentatur à specie ad speciem. Anguli enim circulares, aut mixti omnino absunt à rectilineis: Verum relinquamus hæc ἀποπήματα, vt Archimedis diuini vocem audiamus, quæ sola miro suo Philosophandi artificio omnia in se contorta conuicia eludet.

PROPOS. I.

THEOR. I.

Omnis circulus æqualis est triangulo rectangulo, cuius radius est par vni eorum quæ sunt circa rectum angulum: circumferentia vero basi.

ΠΡΟΤΑ. Α.

ΘΕΩΡ. Α.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν· ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.

ΥΠΟΘ Ε. Circuli A.B.C.D. radio N. Y. æqualis sit κάθετος S. T. trianguli S. T. V. Periferia verò par existimetur βάσει T.V.

ΣΥΜΠ. Dico rectangulum triangulum S. T. V. æqualem esse proposito circulo A. B. C.D.

ΚΑΤΑΣ. Etenim si non sit triangulus circulo par, maiorem esse vel minorem fateamur necesse est.

Primò censeatur minor, & circulo a inscribatur figura æquilatera, & æquiangula, tot quidem angulorum & laterum, vt circulus eam exsuperet minori quantitate quam sit ea qua triangulum excedit, vt scilicet inscripta figura maior fiat ipsomet triangulo. Tandem sit figura inscripta D. A. F. B.Z C. Y. & in aliquod ipsius latus perpendicularis agatur b à circuli centre, cuiusmodi est N.E.

a per 2 manifest lib. 1. de sphæra & cylind.

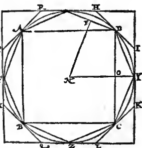
b per 12. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vnumquodque figuræ latus, arcum subtendit, circumferentiæ circuli partem: & quia latera sunt æqualia, totam periferiam diuidunt c in arcus equales. Quodlibet vero latus minus est d eo quem subtendit arcum: proinde totus ambitus inscriptæ figuræ minor est e tota circuli circumferentia, minorque ideo base trianguli S.T.V. Sit itaque æqualis lineæ τ. θ. Deinde quia perpendicularis N. E. non attingit ambitum circuli, minor est radio N. Y. minorque perpendiculari S. T. Sit itaque τ. ω. Nam ducta θ. ω. fiet triangulus

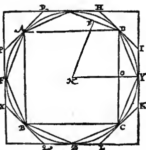
c per 28 l. 3.

d per 2. & 3. hypoth l. 1. de sphæra & cylind.

e per 8 hypoth. l. 1 de sphær. & cylind.









T. ꝑ. minor quidem toto S. T. V. [a] sed æqualis[b] omnibus triangulis in quæ diuideretur inscripta figura, si lineæ à centro ad angulos ipsius rectæ ducerentur. Omnium etenim bases sunt æquales vni T. ꝑ. cum altitudo est perpendicularis N. E. Ergo inscripta figura minor erit triangulo S. T. V. quæ tamen posita est maior. Eodem ergo triangulo esset maior & minor, quod & à natura, & à Geometria abhorret.

Verum fingatur triangulus maior circulo, & circa circulum describatur [c] figura æquilatera & æquiangula, totque laterum & angulorum, vt ipsa rursus maneat triangulo S. T.V. minor. Ipsa verò sit A P.F.X.B. Q.Z. L.C. K.Y.I. D.H R.

ΑΠΟΔ. Singulis figuræ circumscriptæ angulis arcus circumferentiæ subtenduntur comprehensi singulià duobus dimidijs lateribus: vt angulo A.P.F. subtenditur arcus A.F. & terminatur à duobus dimidijs lateribus A.P, P.F. quæ sunt ipso arcu maiora, quia ipsum comprehendunt. [d] Ita est de cæteris. Totus proinde ambitus circumscriptæ figuræ maior est circumferentia circuli, & ex consequenti base T. V. Sit ergo æqualis lineæ T.ρ. & ducatur S.ρ. Etenim si mente concipimus à centro circuli ad angulos figuræ duci lineas, tota circumscripta figura diuidetur in triangulos, quorum altitudo erit æqualis radio circuli N. Y. ducti enim radij à centro N. ad puncta contractuum figuræ, sunt [e] perpendiculares. Cùm ergo basis T.ρ. trianguli S. T. ρ. sit æqualis ambitui figuræ, & basibus omnium triangulorum, in quo ipsa dispescitur. Tum κάθετος S.T. æqualis καθέτοις illorum: triangulus S.T.ρ. est[b] æqualis illis omnibus, & toti circumscriptæ figuræ. Atqui ipse T.S.ρ. maior est [a] triangulo T.S.V. Ergo eodem triangulo T.S.V. maior est circumscripta figura: quæ tamen posita est minor. Insulsa igitur & dissentanea rationi ὑπόθεσις est, qua supponitur triangulus S. T. V. maior vel minor circulo. Vnde superest vt cum ipsi æqualem fateamur.

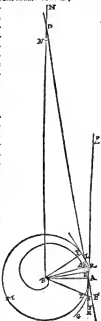
a per 9. comm. sent.
b per 1. l. 6.
c Per 2. mănuf. l. 1. de sphær. & cyl.
d Per 1. & 3. hyp. l. 1. de sphær. & cyl.
a per 18. l. 3.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quam iniquè à quibusdam fuerit exceptus Archimedes, cum propter argumentandi formulam qua vtitur passim deducendo ad absurdum, tum quia æquales constituat quantitates, quarum neutra demonstratur altera maior vel minor, in Prolegomenis diximus, vt in proloquio cætera quæ pertinebant ad veterem opinionem, ἀεὶ τὸ μεταξὺ τὸ κοινόν. Nihilominus hic lubet addere quædam ad confirmandum lectoris animum, cui constat nondum dari ex absolutis Geometriæ decretis lineam rectam æqualem periferiæ circuli: Equidem nondum conciliata est longitudo circularis lõgitudini rectæ, denique in obscuro est vsque latet, quid inter eas discriminis statuat curuitas, seu circuli gibbositas. Et vt nihilominus quis sanæ mentis censuerit, abhorrere à natura linearis quantitatis, quin possint dari curua & recta æquales? quia vtraque in infinitum diuisibilis est, & nihil obstat, quin ab alterutra quid dematur, vel ipsi met quid addatur, nec obijci potest quod etiam inter rectas

aliæ sint alijs incommensurabiles, & quod lateri seu costæ & diametro eiusdem quadrati, non detur communis mensura: vt inde conijci possit, tantam inter curuum & rectum ἀσυμμετρία καὶ ἐναντιότης, & repugnantia vt æqualitatem respuant. Sed hoc omnino contrarium est naturæ quantitatis, cui ademptio vel additio negari non potest, quibus mediantibus quæ sunt congeneæ in dimensione, vel simul lineari, vel simul plana, vel simul solida, æquales conficiantur. Et verò noster Archimedes hanc difficultatem ἀποδεικτικῶς soluit, cum libro περὶ ἑλίκων demonstrauit lineas rectas æquales periferijs circulorum. Et quamquam ἕλιξ non sit linea simplex, sed ex duplici motu nascatur, vnde fortasse à quibusdam ἀγωγὴ dicta sit, nihilominus æqualitas lineæ rectæ, & periferiæ circuli in prima helicis descriptione decircinati, non dependet ex illo duplici motu, sed tantum ex contactu lineæ helices, quem omnis ratio admittit, cùm helix sit linea curua, non recta, quam proinde recta non potest tangere pluribus punctis vno, alioqui eadem linea esset recta, & curua simul, quod à ratione absonum est.

Quod verò longitudo continendi capacior fiat per curuitatem, quàm per directionem, hoc potius est ratione contenti plani, τὸ ἐμβαδὸν, vt loquuntur Græci, quam longitudinis seu περιμέτρου. Nec enim linea auget suam dimensionem hac curuitate, nec dici potest illi aliquid addi, siue constet punctis, siue partibus quantitatiuis: nisi fortasse quia ὅτι θέσιν ἔχουσιν συνάπτει τῶν μορίων, vt inquit ᵃ Aristoteles, ex diuersa positione, aut ex vario situ longitudinem variam nanciscatur. Verum hoc si fuerit, accidet vt ambitus quoque figurarum angularium non possint vnquam dici æquales lineis rectis: quia in angulo curuitas est, nec tamen in angulis vlla inesse ratio inæqualitatis linearum censetur. Certè anguli non contrahunt inter se eandem habitudinem, quam latera, nec Geometra argumentabitur ab angulo ad latus, nec ex anguli ad angulum ratione concludet rationem lateris oppositi aut subtensi ad latus. At verò non hoc accidit causa longitudinis, seu ambitus anguli, sed spatij comprehensi. Quia angulus est spatium & superficies contenta inter coincidentes lineas, nec tantum linearum coincidentia, etsi ex hac nascatur. Etsi verò linea recta æquiparari possit curuæ & circulari, tamen in ea expiscanda non admitterem ex Scaligero deductionem circuli super planum, quousque idem punctus planum tangens, redeat ad contactum eiusdem plani, vt scilicer distantia quæ intercesserit inter ambos contactus pro iusto ac vero circuli περιμέτρῳ capiatur. Hoc arte caret, & nimis χειρουργικὸν redolet, tum plurimum fallax, cum eius fides solis sensibus committatur, qui potissimum in magnis circulis vix contactum verum agnouerint: cum quicquid tale affirmauerint, non res indiuisibilis sit, sed corpus, & in infinitum diuisibile. Et quamquam hoc toto opere Archimedes communem hominum, & vulgarem vsum iuuare conetur, nec rem hanc adeò reuocet ad Geometricum pondus, quàm ad sensibilem modum, qui publicè in praxim reducatur, & mensurationem det omnium corporum citra errorem, qui sensu percipiatur, tamen malim ad lineas quadratrices recurrere, & earum arte periferias circulorum indagare, quam hanc recens inuectam circuli super plano circumuolutionem inducere. Viue sit, quoniam in mechanicis maiorem nec subtiliorem, nec acutiorem Archimede nouit vlla ætas artificem, satius est eum hac in anxietate, quàm vllum alium in consilium adhibeamus. Ipse definit nobis, præscribit, ac Geometricè ᵇ demonstrat lineam rectam æqualem periferiæ circuli dati.



Detur enim circulus A. M. E. cuius circumferentiæ æqualis recta sit inuenienda. Eius radius sit B. A. tum describatur helix B. C. A. eo artificio, quod docet illic Archimedes, & repetemus ex Pappo ad 1 definitionem libri περὶ ἑλίκων: tangat autem helicem ad principium reuolutionis linea F. A. D. tandem ad punctum B. centrum tam spiræ, quam dati circuli erigatur B. D. perpendicularis ad radium A. B. Ea siquidem incidet in tangentem A. D. quia angulus B. A. D. fit minor recto. Hanc igitur lineam A. D. ostensiuè demonstrat ᶜ Archimedes æqualem esse circumferentiæ circuli. Cumque helices descriptio non compositior videatur eductione quadratricis, alio non est recurreodum, nec Archimedes ab quoquam quàm à seipso promouendus est: quamquam aduersus ipsius demonstrationes insultet Iosephus Scaliger ᵈ, atque τὴν εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγὴν, audeat vocare παραλογισμόν: nam insulsas eius reprehensiones nihil morarer, nisi vnico verbo omnes eius machinas, quibus & Archimedis doctrinam euertere, & nouam circuli dimensionem adstruere conatus est, solo adæquare possem. Ex multis colligit ᵈ potentiam circuli minorem esse triangulo rectangulo, cuius eorum quæ rectum angulum continent, laterum, alterum quidem semidiametro, alterum quidem ambitui circuli esse æquale. Etenim omnia istæc susque deque ferentur, & pudibunda ruina conijcientur, si ostendero dum errasse, dum demon-

ᵃ prop. 18. 19. & 20.

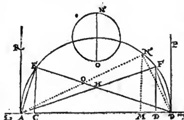
ᵇ cap. de quarto in Categor.

ᶜ propos. 18. l. de lineis Spiralibus.

ᵈ coroll. 1. in prop. 5. Element. cyclom. de potentia circuli.

ſtrare nititur. *Quadratum* [a] *ab ambitu circuli decuplum eſſe quadrati à diametro.* Sic verò ratiocinatur. *a prop 6 elem cyclom. de ambitu circuli*

Dati circuli O. N. ambitum aſſignat [b] in Q. T. longitudine lineæ A. B, qua diametro ſemicirculum deſcribit A. E. F. B. Tum in A. B. ſumit triplum diametri O. N. (cum tamen nondum probauerit circumferentiam circuli, pluſquam triplam eſſe diametri, ſed omnia ſibi putat licere) dicitque eſſe B. E. quam in ſemidiametro accommodat [c], & à puncto E. demittit [d] perpendicularem E. C. iungitque E. A. Tum facit D. B. decimam partem ipſius A. B. erigitque D. F. ad rectos, iunctiſque F. B, & F. A. additiſque parallelis [e] B. P, A. k. concludit, & rectè quidem, lineam B. F. mediam proportionalem [f] inter A. B, B. D, & vt longitudo A. B. ad longitudinem B. D. eſt decupla, à eſſe quadratum A. B. decuplum quadrati B. F. & ex conſequenti quadratum A. F. nonuplum [g] eſſe quadrati B. F. hoc eſt longitudinem A. F. eſſe [h] triplam lateris F. B. tum angulos alternos R. A. E, A. E. C. inter ſe, tum alios P. B. F, & B. F. D, inter ſe eſſe [i] æquales. *b poſtulato ſuo 1. c per 1 li. 4. d per 12 l 1. e per 31 l. 1. f per coroll. 13 lib 6. g per 47 l 1 h ex coroll. 20 l 6 i per 29 l 1. l per 15 li 1.*



Item angulos ad verticem in H. eſſe [l] pares, proinde reliquos A. E. H, & H. F. B, in triangulis A. E. H, & H. F. B. relinqui pares. qui proinde à rectis R. A. B, & P. B. A. ſublati relinquant illinc R. A. E, ſeu A. E. C. & H. A. B. ſimul, pares duobus P. B. F, ſeu B. F. D, & E. B. A. ſimul.

Item ſequi A. E. C. angulum, angulo E. B. A. æqualem [m]: tum B. F. D, & F. A. B. eſſe pares: At perperam hinc deducit. ergo æquari angulos E. B. A, & F. A. B, & triangulus A. E. B, B. F. A. eſſe æquales, æqualiumque laterum, & eſſe F. A. vt E. B, triplum diametri N. O. tum A. E. vt F. B. eſſe parem ipſi diametro N. O, cuius quadrati cum ſit decuplum quadratum ex B. A. hoc eſt, ex perimetro circuli, ſequi quod intenderat, quadratum nempè periferiæ decuplum quadrati diametri. *m per 8 l 6*

Hæc verò ψευδογραφήματα falſitatis originem ducunt ex illa prima illatione, qua angulum E. B. A. & F. A. B. dixit eſſe pares: quamuis enim hinc bini, illinc binis æquales ſint, non tamen alter horum, alteri illorum æquatur: Et vt medium ſit clarius, ſumatur aliud quoduis punctum M. à quo perpendicularis erigatur in N. & iungantur N. A, & N. B. ſecet verò N. A, lineam B. F. in O. Etenim vt priùs anguli P. B. N. & B. N. M. alterni erunt pares, angulus N. A. B. angulo M. N. B. æqualis, anguli ad O. æqui: Et proinde in triangulis E. A. O, & O. N. B. anguli omnes ſunt æquales, quia ambo A. E. O, & O. N. B. ſunt recti. Ergo k. A. E, & N. A. B. ſimul, æquales duobus reliquis P. B. N, & E. B. A. Ergo ſi valeret illatio Scaligeri, angulum N. A. B, æqualem quoque inferremus angulo E. B. A, & ideò quoque angulo F. A. B. nempè partem toti.

Hoc machinamento euerſo tota corruit Scaligeri ingens Cyclometricorum elementorum ſtructura. Fundamentum enim erat præcipuum, quo tota illa moles niteretur, & deinceps reliquis nulla fuerit adhibenda fides, & maneat Archimedes vanè impetitus. Equidem hoc dato initio falſo, mirum in quot & quantos errotis ſcopulos author alioqui perſpicax, impegerit, & lectorem pudet, virum principem, grauem, & de literis ampliſſimè meritum, tam pueriliter lapſum. Illic certè ἐπὶ νόσῳ νόσος, vt ait Sophocles, vel ἐφ' ἕλκει ἕλκος ἄρηται, vt inquit Homerus, adeo, vt totum opus potius concluſionum à dimenſione circuli inuiarum, quam Cycloperimetricorum ſyllogiſmorum ſtrues eſſe videatur.

Verùm hoc miſſum faciamus, vt interim dicamus Archimedem, non propterea compleſſe dimenſionem circuli, ἢ τετραγωνισμὸν τοῦ κύκλου, quod lineam rectam demonſtrauerit æqualem periferiæ circuli mediante linea helica vel ſpirali. Etenim demonſtrationes quidem quas elicit, tam 18. propoſitione, quàm ſegmentibus libri περὶ ἑλίκων, ſunt veriſſimæ, & Geometricè concludunt, ita vt ſcientiam conficiant ſuarum concluſionum: nihilominus potiùs oſtendunt quadraturam circuli eſſe ſcibilem, quam vt πρόβλημα κύκλου δοθέντος τὸ ἐμβαδὸν εὑρεῖν, ex perfecta ſcientia ducant.

Equidem poſſe fieri oſtendit, cum non dubium ſit ex eius demonſtratis in illo opere quin recta æqualis dari poſſit circumferentiæ circuli: at quomodo id fiat, non plenè reliquit, cum non demonſtrauit, qua arte ducatur linea verè helicem tangens in puncto dato. Hoc enim ſi nobis non reticuiſſet, totam artem haberemus ab eo dimenſionis circuli.

ΑΠΟΔ. Quoniam A.I. continet ter A. B. & præterea vnam ipsius A.B. ſeptimam partem, ſi poſuerimus A. B. 7. erit A. I. 22. Atqui vt eſt A. I. ad A.B. ſic eſt[a] triangulus A. F. I. ad triangulum A. F. B. Qualium ergo A. F. B. fuerit 7. talium A. F. I. erit 22. Eſt[b] autem A. F. B. vna quarta totius quadrati A.D. & qualium eſt A. F. B. 7. talium eſt quadratum A.D. 28. Itaque triangulum A. F. I. ſe habet ad quadratum A. D. diametri F. G. circuli propoſiti vt 22. ad 28. hoc eſt[c] vt 11. ad 14. & in ratione ſubſupertripartiente vndecimas, vt proponebatur.

a per 1. l. 6.
b per 1. l. 6. & 34 l. 1.
c per 15. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Duplici potiſſimum nomine Archimedes hac in propoſitione reprehenditur: tum quia ὑστέρῳ προτέρῳ vtatur. Nondum enim demonſtrauit periferiam circuli triplam ſeſquiſeptimam eſſe ad diametrum, quod ſequenti fecit theoremate. Tum quia numeris vſus eſt qui demonſtrationibus geometricis vſui eſſe non poſſunt, cum irrationales & incommenſurabiles quantitates ἀλόγους καὶ ἀσυμμέτρους non explicant. Equidem peruerſum eſſe harum trium propoſitionum ordinem, facillimè mihi perſuaderem, vel ſaltem hanc ſecundam conuenientiſſimè tertiam recenſeri. Et niſi tam excuſi, quàm manu ſcripti libri hac ſerie proponerent, hanc vltimam feciſſem. Quantum verò ad numeros attinet, libentiſſimè fateor non recipi in demonſtrandis affectionibus & irrationalium aut incommenſurabilium quantitatum habitudinibus, quoniam ὡς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. ita ut ſola quantitate continua cognoſcantur. Verum quin poſſint in demonſtrationibus quantitatis in continuarum addi numeri, non quidem pro fundamento rationis, ſed maioris lucis gratia & explicandæ clariùs propoſitionis, nemo geometra negarit. Quod hic duntaxat fit ab Archimede. Nec enim robur demonſtrationis petit à numeris: ſed eam ſub hypotheſi lineæ A. I. æqualis circumferentiæ circuli tum triplæ ſeſquiſeptimæ diametri F.G. ex veris Geometriæ fontibus primùm exhaurit, deinde numeris explanat, ſine quibus ratio ſubſupertripartiens vndecimas non ſtatim conſtat. Præterea cum perfectam non daret τὸ κύκλου μέτρον, ſed vulgaribus & mechanicis commenſurationibus vtilem, & vt ait Eutocius, διὰ τὰς ἐν τῷ βίῳ χρείας: ſatius illi fuit vulgo ſtudere, quàm ſeueriori rem examine penſitare, quod nec publicæ vtilitati conduceret, nec vulgo caperetur: cùm tamen interim ita propè ſcopum collimaret, vt ſi quid à vero deſit, ſenſus non percipiat, ſed ſolo ſupremi intellectus lumine animaduertatur. Nec enim antiqui Geometræ rigidi, adeo & ſeueri Geometriæ ſcientiæ vindices fuerunt, vt eam à contemplatione ad praxim nunquam diuerterint: quinimò neceſſariam omni omnino diſciplinæ arti & cognitioni probarunt, cum ab ea dependere oſtenderunt quodcunque pulchri, vtilis, laudabilis ineſſet artibus, quas vulgo illiberales & mechanicas dicunt, græci αἰσθητικὰς καὶ ὀργανικὰς non μηχανικάς. Quæ enim mechanicarum appellationem merentur, omnia liberali ingenio digna habentur: quamquam paſſim materiam attrectent, ſed exquiſita induſtria, & in ſplendentem finem optimum, ac humano generi vtiliſſimum tendunt. Itaque cum aliquid in vulgares vſus proponerent, facilia & clara dari, vulgique captum non excederent, oportuit. Numeri autem vel maxime rem facilem præbent. Hoc itaque opere Archimedes Geometris non ſcribit, ſed vulgo, qui circa res ſphæricas & rotundas circulareſque verſatur, vt doceat qua eum proportione & menſura exequi, abſque ſenſibili errore, poſſint. Ea de cauſa, vt etiam vulgaribus commenſurationibus aliquid condonemus, & Archimedeum artificium qualicumque illuſtremus luce præmittenda nobis erunt nonnulla, quæ ad numerorum elucidationem conferant.

PETITIONES.

I.

Liceat repetitionem menſuræ in obiecta quantitate vnitatum numero definire, & ipſam menſuram vnitatis nomine deſignare.

II.

Liceat duas quantitates eiuſdem ſpeciei ſeu congeneas ſimul addere.

III.

Liceat duarum inæqualium magnitudinum congenearum maiorem à minori detrahere.

IV.

Dentur decem priorum ſimpliciumque numerorum quadrati: tum decem priorum quadratorum numerorum dentur radices.

LEMMA I.

Si duæ lineares quantitates in aliquot partes diuidantur: rectangula quæ ex ſingulis partibus vnius fiunt per alterius ſegmenta, æqualia ſunt toti ab integris comprehenſo.

ΥΠΟΘ. Diuidantur lineares quantitates A.B, A.C. in partes quotlibet, prima nempè in A.F, F.G, G C. ſecunda verò in A.D, D.E, E.B.

ΣΥΜΠΕ. Dico rectangula ſingularum partium vnius ſub ſingulis alterius, æquari toti ſub integris comprehenſo rectangulo.

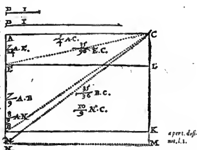
a lemma 1. defin. lib. 2. ΚΑΤΑΣ. Sub A.B. & A.C. fiat [a] rectangulum C.B. & à punctis F. & G. agantur perpendiculares [b] F.H. & G.I. tum à punctis D. & E. aliæ D.O, E.P. b per 11 l. 1.

ΑΠΟΔ. Quoniam anguli ad A. D, & F. ſunt recti, eſt F.D. rectangulum [a] comprehenſum ſub A.D. parte primæ A.B. & A.F. parte ſecundæ A.C. Eadem ratione K.E. rectangulum eſt & continetur ſub D.E. ſecunda parte primæ A.B. & D.K. æquali [c] A.F. eidem parti ſecundæ A.C. Demum reliqua L.B, G.k, M.L, N.H, C.M, O.N, P.I. ſunt rectangula comprehenſa ſub ſingulis partibus vnius, & ſingulis alterius. Atqui hæc omnia toti C.B. conueniunt: ipſi itaque ſunt [d] æqualia. c per 34 l. 1. d per 8. cōment sent.

A. B. 18
A. C. 20
C. B. 360

LEMMA II.

Si rectangulum continetur sub duabus congeneis & linearibus quantitatibus, vt se habebit mensura ad alteram ipsarum, ita se habebit quod fit ex altera, & mensura ad totum rectangulum.



ΥΠΟΘ. Sint duæ quantitates lineares congeneæ A.B, A.C. sub quibus contineatur rectangulum A.K. Detur autem vtriusque mensura D,

ΣΥΜΠ. Dico D. esse ad alteram, putà A.B. vt est quod fit ex D. & altera A. C. ad totum A. K.

ΚΑΤΑΣ. Est D maior aut minor quantitate A.B. Ipsi itaque D. si minor sit, æqualis ponatur A.E. si maior par sit A. N. & absoluantur parallelogramma E.C, N.C.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vel E.C. vel N.C. est[a] id quod fit sub mensura D. hoc est A E. vel A. N. æquali & altera A.C. Atqui vt est A. E. vel A. B. hoc est D. mensura ad alteram propositarum quantitatum A. B. ita est[b] E. C. vel N. C. ad B. C. Ergo vt mensura, ad alteram datarum, sic quod fit ex mensura & altera earumdem datarum ad id quod fit ex ipsis datis, vt vult Lemma.

a per 1. defi. nit. l. 1.

b per 1. l. 6.

LEMMA III.

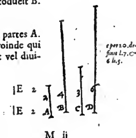
Si fuerint quatuor quantitates proportionales, numerus qui multiplicauerit aut diuiserit, primum vt faceret secundum, idem multiplicat aut diuidit tertium vt producat quartum.

ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. vt C. ad D.

ΣΥΜΠ. Dico eundem numerum E, qui multiplicans A. producit B. multiplicantem C. gignere D.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam cum sit A. ad B. vt C. ad D. quæ pars est vel partes A. ipsius B. eadem pars, vel eædem partes est[c] C. ipsius D: proinde qui numerus multiplicat aut diuidit A. vt faciat B. multiplicat vel diuidit C. vt faciat D. quod vult Lemma.

c per 20. definit. l. 7. & 6 l. 5.

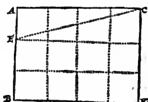


LEMMA IV.

Dato rectangulo eiusque altero latere, dare ignotum latus.

ΥΠΟΘ. Dentur rectangulum A k. eiusque latus A.C. in mensura D.





ΣΥΜΠΕ. Dico A.B. posse dari in eadem mensura D.

ΚΑΤΑΣ. Fiat ex D. & A. C. rectangulum E.C.

ΑΠΟΔ. Vt est D. ad A.B. sic est[a] E.C. ad A.k. Atqui datur D. seu A. E. datur & A.C. proinde dabitur E.C. sed & datur A.k. scietur proinde quoto numero E.C. multiplicauerit vel diuiserit A k. Vnde nec ignorabitur[b], quoto numero D. multiplicabit, diuidetue A.B. Vnde dabitur, quod iubet lemma.

a per lemma 2. proximum.

b per 3. lemma.

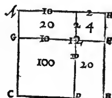
LEMMA V.

Si quadrati latus diuidatur in duas partes, quadrata duarum partium & duo rectangula sub ambabus partibus æqualia sunt toti quadrato.

Hoc constat ex 4. lib. 2. τῶν στοιχείων.

LEMMA VI.

Dati in numeris quadrati latus inuenire.



ΥΠΟΘ. Detur quadratum A.B. in numeris.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico ipsius posse dari radicem.

ΚΑΤΑΣ. Datum quadratum vel maius est quocumque nouem priorum quadratorum, aut alicui ex ipsis æquale est. Si æquale, dabitur facillimè. [c]Si maius, ipsum disseca in partes non maiores literarum numero, quam sit maximum quadratum nouem priorum simplicium, scilicet duabus literis singulas constantes, excepta vltima quæ vno charactere aliquãdo terminatur. Itaque A.B. partiamur in [d]M. & N. Sectionum autem multitudo, multitudinem literarum lateris designat. Vltima verò continet quadratum maioris partis lateris in duo diuisi. Siquidem M. est quadratum G. D. cuius radix est O. æstimatio nempè vltimæ literæ totius lateris quod quæritur, cuiusmodi est C.D. vel C. G. totius C. B. vel C. A. Cæterum

c per 4. pet.

d Iuxta lemma præc.

M. N.
1|4 4 (12
2 2
2
* *

A B	144
M	100
N	44
O	10
P	20
Q	2
R	4
S	40

numeri huius sectionis vltimæ si fuerit quadratus, vel si non quadratus fuerit, quadrati proxime inferioris radix sumitur,ᵃ tanquam nouem priorum simplicium quadratorum, notaturque vt simplex, sed operationis progressu æstimatio augetur pro numero literarum, quibus componitur latus. Hoc quadrato dempto, residuum N. continet gnomonem ᵇ G H.D. nempè quadratum minoris partis lateris quæsiti, putà F.H. & duo rectangula sub duabus lateris partibus veluti A.F, & F. B. æqualis. Horum autem rectangulorum latus vnum cognoscitur, nempè O. quod si duplicauero, efficiam P. basim rectanguli ex duobus compositi, sed altitudo quæritur quæ est altera pars lateris totius, & latus quadrati minoris. Itaque per latus cognitum tentamus inuentionem alterius, & notata litera, tum per se ducitur, vt habeamus quadratum F. H. nempè R. tum multiplicatur per P. duplum alius lateris, fitque S. summa nempè amborum rectangulorum. His tandem R. & S. sublatis nihil superest, vnde numerus oblatus statuitur verè planus seu quadratus, & remanet latus conflatum ex O, & Q. quod quærebatur.

ᵃ per 4. petit.

ᵇ Iuxta sima præ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc est methodus inueniendi lateris numeri perfectè plani. Verum quando numerus proponitur non quadratus, eruitur radix numeri quadrati maximi qui in eo continetur. Et post operationem, superest excessus quo propositus numerus maior est. Verbi gratia sit inueniendum latus numeri D. F. Hic quia non est quadratus, radicem non haber, quæ numeris exprimi possit: Verum C.D. numeri proxime infra quadrati radix dabitur. Tum vt quam proxime fieri potest accedamus ad numerum qui in se ductus producat D.F. supra lineolam collocabimus A.F, cui duplum inuentæ radicis vnitate adauctum subscribemus, fietque minutia numerata ab eo quod superest, & denominata à gnomone, quo quadratum lateris vnitate maioris, quàm sit A.D. vt lateris E.D. superat quadratum D.C. cuius est latus seu radix A. D. Etenim quadrata habueris omnium numerorum si quadrato præcedentis addideris bis suam radicem cum vnitate. Vt si noueris quadratũ numeri A. esse B. & quæras quadratum G. adde ipsi B. bis A. cum vnitate: conficies D. numerum æqualiter planum, cuius radix est C. Bis autem capitur latus, quia ductum in vnitatem, qua latus excrescit, restituit in numeris idem duplicatum latus, pro duobus supplementis vt A.F. & B. G, & tandem additur vnitas nempè quadratum G. F. Ex gnomone ergo seu minutiæ denominatore, aufer quod superest post inuentionem radicis numeri inæqualiter plani, supererit id quo deficit à vero & quadrato plano.

D. F.
12.

$3\frac{1}{7}$

A.	4.
B.	16.
C.	5.
D.	25.

Denique non alia est methodus extrahendæ radicis numeri pluribus quàm quatuor syphris constantis. Namquantuscumque sit, in ipsius inuestigando latere, duas tantum partes consideramus quadratas, reliquæ sunt supplementa. Ducatur X. in se & producetur quadratus numerus V. Huius producti censentur partes Y. & Z. quadratæ: reliquæ continent duo supplementa sub lateribus amborum Y. & Z. nempè A. & B. itaque quodlibet est C.ᵃ Cæterum quadratarum partium prima & maior litera vel literis constat vltimæ sectionis (Hic enim à dextra ad læuam itur Hebræorum more, qui primi fuere harum artium doctores) si complete quadratum complent cum tot syphris quot præcedunt literæ in primis sectionibus. Aut si quid habent præter quadratum, litera vel literis explicatur quadrati proxime inferioris cum totidem syphris, quot sunt itidem præcedentes literæ in prioribus sectionibus. Secondum verò quadratum constat tot numero characteribus, quot sunt gradus numerales ab vltima sectione. Radix demum primi quadrati constat litera quæ est radix numeri quadrati vt simplicis sumpti ᵇ in vltima sectione, & tot syphris quot sectiones præcedunt. Radix denique secundi & minoris quadrati tot χαρακτῆρας habet, quot sunt sectiones, vltima dempta. Hæ autem duæ radices supplementorum latera cõstituunt, & simul iunctæ totum propositi quadrati latus absoluunt. Prima quidem facilè inuenitur: Imo secundam, quæ pluribus vna literis significatur, vix alia quàm quæ explicata est cautela venamur, hoc solum est discriminis, quòd dispescitur gnomon, reliquus ex priori quadrato in

X	134
V	17956
Y	10000
Z	1156
A	100
B	34
C	3400
D	20
E	3

ᵃ ex 4. lemmate.

ᵇ Ex 4. αἰτήματα.

multos gnomones qui omnes pari mensurantur artificio. Detur α. β. quadratum: sectionibus factis vt decet, manet vltimum quadratum Y. cuius est A. latus: itaque secatur in A. & B. At quia B. ignoratur, & sunt duæ sectiones ante vltimam, diuidi intelligitur quadratum in duos gnomones. δ κ γ. & μ λ ρ. quorum binæ altitudines vt δ μ. μ. α. Duabus inueniendis literis significantur. Vt prima habeatur, duplicatur inuēta prius litera, fitque bis φ. γ. quia sunt duo supplementa ρ ε. & ε. μ, & hoc duplo, putà D. diuido superiores caracteres, inuenitutque E. latitudo nempè δ. μ. & in se ducitur ε. vt habeatur quadratum ε. κ. Tandem vltima operatione duplicatur complexum ex D. & ε. nempè tota μ. κ. vt iungantur simul longitudines supplementorum μ. ν. & ν. ρ. & tandem inuenitur eorumdem & quadrati κ. λ. latitudo μ α. Interim notandum huiusmodi literas erui vt simplices, quæ tamen operationis decursu vires, & pondus denariorum, centenariorum, millenariorum, & similium graduum numeralium, pro locis quæ occupant, nanciscuntur.

LEMMA VII.

Noti quadrati latus ignotum Geometrice cognoscere.

ΑΠΟΔ. Detur quadratum A. B. in mensura C. E. quadrata, terminiq. rationis A. B. ad C. E sint H. & I.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico posse dari A. F.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam datur A. B. in mensura C. E. danturque termini rationis A. B. ad C. E. inueniatur [a] medium proportionale inter H & I. quod sit G.

a per lemma 5. & 11 li. 8.

ΑΠΟΔΕΙ. A. B. est ad C. E. Hoc est H. ad I. in duplicata [b] ratione lateris A. F. quæsiti ad latus C. D. mēsuræ propositæ. Atqui H. est ad I. in duplicata ratione H. ad G. Ergo vt H. ad G. vel G. ad I. sic est A. F. ad C. D. Proinde C. D. metitur A. F. per numerum G. Verùm si quadratum A. B. sit ad mensuram C. E. non sicut quadratus numerus ad quadratum numerum, non erit [c] mensura C. D. commensurabilis ignoto lateri A. F: itaque numeris non cognoscetur, sed lineis hoc modo.

b per 20. l. 6 & 11. l. 8.

c per 4. l. 10

ΚΑΤΑΣ. Habe lineam k. in qua C. D. repetatur per numerum, per quem C. E metitur A. B. tum inter K & C. D. inueniatur [d] media proportionalis L.

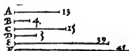
d per 13. l. 6

ΣΥΜΠ. Dico esse L. ignotum latus. Nam quadratum A. B. est [e] ad C. E. seu k. ad C. D. in ratione dupla lateris ignoti ad C. D. latus: sed k. ad C. D. duplam habet [f] rationem eius quam habet L. ad C. D. Ergo L. & ignotum latus sunt [g] æqualia. Si ergo in L. repetieris C. D. quantum fieri poterit, ipsam L. seu ignotum latus cognosces proximè vero, quod hic tantum possumus.

e per 20. l. 6
f per 10 defini. l. 5.
g per 9. l. 5.

LEMMA VIII.

Si quatuor magnitudinum prima ad secundam maiorem rationem habuerit quam tertia ad quartam, sumantur autem primæ & tertiæ æquemultiplices: æquemultiplex primæ habebit maiorem quoque rationem ad secundam quàm æquemultiplex tertiæ ad quartam.



ΥΠΟΘ. Habeat A. prima ad B. secundam maiorem rationem quàm tertia C. ad D. quartam: primæ autem A. & tertiæ C. æquemultiplices sint E. & F. & E. quidem ipsius A. verum F. ipsius C.

ΣΥΜΠ. Dico E. habere ad B. maiorem rationem quàm F. ad quartam D.

ΑΠΟΔ. Si A. esset æquemultiplex B. quotuplex est C. ipsius D. haberet a A. ad B. eandem rationem quam C. ad D. Atqui maiorem rationem habet A. ad B. quàm C. ad D. ergo maior est b A. quàm vt sit dumtaxat totuplex B. quotuplex est C. quartæ D. Sunt autem E. & F. æquemultiplices A. & C. Ergo E. pluries continet B. quàm F. ipsum D. atqui si E. totuplex esset B. quotuplex F. est D. esset a E. ad B. vt F. ad D. sed maior est E. quàm totuplex B. quotuplex est F. ipsius D. Et maior ad eandem maiorem rationem habet. b Ergo E. maiorem rationem habet ad B. quàm F. ad D. vt vult lemma. *a per 15 h. 5. b per 8. l. 5.*

ΠΡΟΤ. Γ. — PROP. III.

ΘΕΟΡ. Γ. — THEO. III.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλάσιον ἐστὶ, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

Cuiuscumque circuli circumferentia tripla est diametri, & adhuc excedit minori quidem quā septima parte diametri, maiori vero quam decem septuagesimis primis.

ΥΠΟΘ. Sit circuli cuiuspiam circumferentia A. B. C. D. & diameter A. C.

ΣΥΜΠ. Dico circumferentiam continere triplum diametri, & aliquid minus vna septima ipsius; sed maius decem ipsius septuagesimis primis.

ΚΑΤΑΣ. Anguli recti B. E. C. sumantur duæ tertiæ descripto c super E. C. triangulo æquilatero E. C. O. tum in puncto C. tangat circulū linea d P. C. I. cum qua cōcurrat E. O producta in I. Deinde bifariā diuidatur e angulus C. E. I. ita vt C. E. F. sit $\frac{1}{3}$ recti, cui posito f æquali C. E. P. fiat triāgulus F. P. E. æquilater & æquiangulus: Nam cùm C. E. F. sit $\frac{1}{3}$ recti, & F. C. E. rectus, manet C. F. E. pro $\frac{2}{3}$ recti, quantusquoque est F. E. P. vnde constat reliquum P. esse $\frac{2}{3}$ recti. Et F. P. esse æqoalem ipsi F. E. Sed E. C. secat F. E. P. bifariam: proinde vt F. E, E. P. sūnt æquales, ita sunt g pares F. C, C. P. Et ideo F. est dupla ipsius F. C. Rursus bifariam secetur angulus C. E. F. recta E. G. Et angulus C. E. G. recta E. H. Similiter angulus H. E. C. in duas partes æquales dirimatur linea K. E. & demum angulus K. E. C. bipartito secetur linea E. L. & angulo C. E. L. ponatur æqualis C. E. M. *c per 1 li. 5. d per 17. l. 3. e per 9. l. 1. f per 23. l. 1. g per 3. l. 6.*

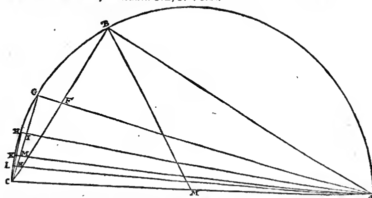
ΑΠΟΔ. τὸ πρῶτον μέρος. Quoniam E. F. est dupla lineæ E. C. qualium fuerit E. F. 306. talium erit E. C. 153 Atqui quadratū E F. est h æquale quadratis F. C. & C. E. proinde ex quadrato E. F. 93636. ablato i quadrato F. C. 23409. remanet quadratum E. C. 70227. cuius latus est l proximè, 265. Quoniam autem angulorum sequentium bipartitio continua est, vt est m F E. ad E. C. sic est F. G. ad G. C. & componendo n vt F. E. E. C. ad E. C. sic F. C. ad G. C & vicissim o vt F. E, E. C. ad F. C. sic E. C. ad C. G. Est vero E. C. aliquantulo longior quam 265. qualium est E. F. 306. proinde ambæ simul sunt quid aliquantulo maius quam 571. vnde habent E. C. & E. F. simul maiorem rationem p ad 153. quam 571. ad eadem 153 Ergo similiter E. C. habet q ad C. G. maiorem rationem quam 571. ad 153. Et si C. G. ponatur 153. necesse est fateri C. E. aliquātulo maius esse quam 571. & eius quadratum maius r quam 326041. Et demum quadratum E. G. (quod quadratis amborum E. C. & C. G. æquale est) excedere 349450. *h per 47. l. 1. i per 3. ἀιτήματα. l per lemma 5. & ϗ. m per 3. l. 6. n per 18. l. 5. o per 16. l. 5. p per 8. l. 5. q per 11. l. 5. q per coroll. 20. lib. 6. r per 8. l. 5.*

denique ipsum latus E. G. maius esse quam 591 $\frac{1}{8}$ Propterea concludimus quadratum
a per 8. l. 5. E. G. esse a ad quadratum C. G. in maiori ratione quam 349450. ad 326041. & latus E.
b per 3. l. 6. G. esse ad C. G. latus ἐν μείζονι λόγῳ ἢ 591. $\frac{1}{8}$ ad 153. Eodem prorsus argumento cum angu-
c per 18 l. 5. lus G. E. C. sit bifariã sectus, vt G. E. ad E. C. sic b G. H. ad H. C. & cõponendo c vt G. E,
d per 16 l. 5. E. C. ad E. C. sic G. C. ad H. C. & permutãdo d vt G E, E. C ad G. C sic E. C. ad C. H.
Atqui E. C. quid maius est quã 571. Tũ E. G. quid maius quã 591 $\frac{1}{8}$ Simul itaque G. E.
& E. C. sũt ad G. C. hoc est ad 153. in maiori ratione quã 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153. Et proinde E. C.
e per 47. l. 1 quoq; est ad C. H. in ratione maiori quã 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153. Et quia quadratũ E. H. est e æ-
quale quadratis E. C, C. H. quę paulo maiora sunt quã quadrata numerorũ 1162 $\frac{1}{8}$ &
f per 2. petitionem. 153. quæ sunt 1350534 $\frac{33}{64}$ & 23409. & simul f complent 1373943 $\frac{33}{64}$ sequitur quadratum
E. H. excedere 1373943 $\frac{33}{64}$ & esse E. H. latus quid maius quàm 1172. $\frac{1}{8}$ & denique H.
E. ad H. C. maiorem rationem habere quam 1172 $\frac{1}{8}$ ad 153. Haud dissimili via E. K.
probatur ad K. C. maiorem rationem habere quàm 2339 $\frac{1}{4}$ ad 153. Nam ex pręcedenti
angulorum diuisione bifaria H. E. ad E. C. est b vt H. K. ad K. C. coniungendo ac per-

mutando [a] H. E, E. C. sunt ad H. C. vt E. C. ad K. C. Atqui H. E. & E. C. simul maiorem rationem habent ad C. H. seu ad 153. quàm $1172\frac{1}{8}$ & $1162\frac{1}{8}$ simul, hoc est $2334\frac{1}{4}$ ad eadem 153. Ergo pariter E. C. est ad K. C. in maiori ratione quàm $2334\frac{1}{4}$ ad 153. Vnde sequitur posito K. C. 153. esse E. C. quid maius quam $2334\frac{1}{4}$ eiusque quadratum quid amplius quàm $5448723\frac{1}{16}$ Ac proinde quadratũ huc $5448723\frac{1}{16}$ quod cũ quadrato lineæ C.K. seu 153. nẽpe cũ 23409. efficit $5472132\frac{1}{16}$ quid minus cũpunere quadrato E.K. Iã quadratum E. k. æquale est [a] quadratis E. C, C. k. Et ideo E. k. quid maius est quàm $2339\frac{1}{4}$ habetque ad C. k. maiorem rationem quàm $2339\frac{1}{4}$ ad 157. [a per 16 l. 5] [a per 47. l. 1]

Denique cum diuidatur rursus bifariam angulus k. E. C. linea E. L sunt [b] k. E. & E. C. simul ad C. k. vt E. C. ad C. L. Atqui k. E. & E. C. simul maiorem rationem habent [c] ad C. k. quàm $2339\frac{1}{4}$ fere k. E. & $2334\frac{1}{4}$ fere C. E. simul seu $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Ergo E. C. ad C. L. in maiori ratione est quàm $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Est autem L. M. dupla L. C. eum sint enim æquales anguli L. E. C, C. E. M. & æquales anguli ad M. vt recti latus M. E. commune, latera C. L, C. M. sunt æqualia, & totum M. L. duplum alterutrius. Deinde tota diametrus C. A. dupla est radij C. E. Proinde tota C. A. est [d] ad L. M. totam in maiori ratione quam $4673\frac{1}{2}$ ad 153. & inuertendo [e] L. M. ad A. C. in minori ratione vt ad maiorem [f] quàm 153. ad $4673\frac{1}{2}$ vt ad minorem ipsa A. C. Cæterum quoniam angulus F. E. C. fuit $\frac{1}{3}$ recti: erit $\frac{1}{12}$ quatuor rectorum qui fiunt in centro circuli à duobus diametris sese bifariam illic secantibus. Et proinde semissis anguli F. E. C. nempe G. E. C. est eorumdem 4. rectorum $\frac{1}{24}$ tum eiusdem semissis H. E. C. $\frac{1}{48}$ demum k. E. C. $\frac{1}{96}$ denique L. E. C. $\frac{1}{192}$ dictorum 4. rectorum. Atqui totus angulus L. E. M. duplus est ipsius L. E. C. qui ideo est $\frac{1}{96}$ dictorum rectorum. Et idcirco linea L. M. latus est polygoni laterum 96. circa circulum descripti: cumque singula polygoni latera ad diametra A. C. sint in minori ratione quàm 153. ad $4673\frac{1}{2}$ sequitur [g] (ductis 153. per 96) esse totum nonagesexagoni polygoni ambitum in minori ratione ad diametrum A. C. quàm 14688. ad $4673\frac{1}{2}$ Atqui 14688. non sunt tripla sesquiseptima numeri $4673\frac{1}{2}$ sed $14688\frac{6}{7}$. Ergo multo minus ambitus nonagesexagoni triplus sesquiseptimus est diametri A.C. Atqui ambitus ille maior est [h] circumferentia circuli. Ergo rursus circumferentia circuli minor est quàm tripla sesquiseptima diametri: quæ fuit prima pars propositionis. [b per 3 l. 6.] [c per 8 l. 5.] [d per 15. l. 5.] [e per coroll. 4. l. 5.] [f per 8. l. 5.] [g per 8. lemma.] [h per 3. hypoth. l. 1. de sphæ. & cylindro.]

ΚΑΤΑΣ. τῦ δευτέρου μέρους. Vt secunda propositionis pars demonstretur, sumatur rursus circulus A. C. B. in cuius centro M. constituatur [a] angulus trianguli æquianguli & æquilateri C. B. M. æquiualens duabus tertijs recti, & ducatur B. A. vt fiat angulus B. A. C. $\frac{1}{3}$ recti: [b] qui bissecetur [c] linea A. G. tum rursus angulus G. A. C. bifariam diuidatur, eiusque semissis H. A. C. similiter, & item k. A. C. adhuc in duos æquales k. A. L. & L. A. C. dirimatur, ductis lineis C. L, C. k, C. H, C. G. [a per 1. l. 1.] [b per 10 l. 1.] [c per 9. l. 1.]



ΑΠΟΔ. Qualium A. C. fuerit 1560. talium erit, M. C. vel C. B æqualis 780. Est [d] vero C. B. A. angulus rectus. Ergo quadratum A. C. vel numeri 1560. quod est [e] 2433600. [d per 31. l. 3] [e per 47. l. 1]

ambas lineas A. K. & K. C. illorumque quadrata nempe 1014049. & 4356. harũ quadrata superenr. Atqui harum A. K. & k. C. quadrata sunt [a] æqualia quadrato A.C. Et proinde quadrarum A. C. minus est quàm duo 1014049. & 4356 simul, seu quàm 1018405. & demum A. C. latus, minus quam 1009 $\frac{1}{6}$ & ideo randem A. C. minorem rarionem haber ad C K. quam 1009 $\frac{1}{6}$ ad 66. Denique quia angulum K. A. C. bifariam diuidit linea A. L. & sunt trianguli L. C. N. & L. C. A. similes componendo & permurando, vt sunt k. A, A. C. simul ad k. C. sic est L. A. ad L. C. Atqui k. A. minor est quàm 1007. & A. C. minor quã. 1009 $\frac{1}{6}$. Tum C. k. est 66. Et ideo k. A. & A. C. simul in minori ratione est ad k. C. quam 1007. & 1009 $\frac{1}{6}$ simul, seu quam 2016 $\frac{1}{6}$ ad 66. Et proinde quoque L. A. est [b] ad L. C. in minori ratione quam 2016 $\frac{1}{6}$ ad 66. Itaq; si L. C. constituarur 66. minus quid erit A. L. quam 2016 $\frac{1}{6}$ eiusque quadrarum, minus quam 4064928 $\frac{1}{36}$ Ambo ergo quadrata numerorum 66. & 2016 $\frac{1}{6}$ nempe 4356. & 4064928 $\frac{1}{36}$ simul, hoc est 4069284 $\frac{1}{36}$ excedũt quadratum A. C. æquale [c] duobus quadratis ex A. L. & C. L. Vnde sequitur constituto L. C. 66. partium, pauciorum esse A. C. talium quam 2017 $\frac{1}{4}$ Et ideo A. C. minorem rationem habere [d] ad C. L. quam 2017 $\frac{1}{4}$ ad 66. Et inuertendo C. L. esse in maiori ratione ad A. C. quam 66. ad 2017 $\frac{1}{4}$ Cæterum arcus C. B. est [e] vna sexta totius circumferentiæ circuli: corda enim C. B. est par lateri hexagoni. Et ideo C. G. arcus est $\frac{1}{12}$ Tum C. H. arcus $\frac{1}{24}$ Præterea arcus C. k. $\frac{1}{48}$ demum reliquus L. C. $\frac{1}{96}$ Cum itaque C. L. maiorem rationem habeat ad A. C. quã 66. ad 2017 $\frac{1}{4}$ si multiplicentur 66. per 96. & fiant 6336. habebit torus polygoni nonagesexagoni ambitus ad diametrum A. C. maiorem rationem quam 6336. ad 2017 $\frac{1}{4}$ Atqui 6336. superat triplum 2017 $\frac{1}{4}$ vnitatibus 384. & $\frac{1}{4}$ hoc est plusquam decem septuagesimis primis eiusdem numeri 2017 $\frac{1}{4}$ Ergo nonagesexagonæ figuræ æquilateræ circulo inscriptæ ambitus maior est triplo diametri A. C. & decem septuagesimis primis eiusdem. Atqui circumferentia circuli longior est [f] ambitu dictæ figuræ τῆς ἰσοδυναμούσης. Proinde randem sequitur circumferentiam circuli excedere triplum diametri & $\frac{10}{71}$ eiusdem, vt vult secunda pars propositionis.

a per 47. l. 1.
b per 8 l. 5.
c per coroll. 4 lib. 5. & 8. eiusdem lib.
d per coroll. 15 l. 4.
e per 8. lemma.
f per 3 hyp. l. 1. de sph. & cyl.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Refert Eutocius Apollonium Pergæum, tum Philonem Apogadarum hoc exquisitius inuenisse, ꝗ (vt inquit) οὐκ ἀκριβῶς ἐπέρων ὅτι ποιοῦντες μᾶλλον ἀγαγεῖν. Verum vsos esse multiplicationibus per myriadas, ac diuisionibus quæ non facile in vsum caderent, nec tandem scopum attingerent. At Archimedem operam suam publico vsui vouisse, & certè omnium qui hactenus in quadrando circulo gnauiter insudaroot, nullus propiùs scopum collimasse visus est, adeo vt hæc τῆ κύκλου μέτρησις iam vulgo trita sit, admodumque familiaris. Hoc ergo diuinitus inuento vtamur, fruamur, donec mens quędam diuinior Geometris illuxerit. Cæterum infiniti propemodum numero sunt, qui circuli τετραγωνισμὸν susque deque agitarint, quorum fortasse industriam, nec non à scopo multifidam deuiationem meminisse locus requireret. Verum ad Buteonem lectorem remitto, & ad ea quæ multi suorum laborum suspicienda quidem & laudanda reliquerunt monumenta: si tamen monuero vt lustrentur cum iudicio, inspectorque à scopulis caueat, in quos magni etiam viri non sine famæ iactura impegerunt.

Nihilominus antequam hoc opusculum relinquamus, visum est nobis perpendere nobile paradoxon, quod in Geometria aduertit Scaliger: ignorauit (ait) Archimedes, nempe, *ambitum* [g] *dodecagoni circulo inscribendi plus posse quam circuli ambitum. Et quanto deinceps plurium laterum fuerit polygonum circulo inscribendum, tanto plus posse ambitum polygoni quam ambitum circuli.* Etenim hoc si legitimè demonstrasset Iosephus Scaliger, tantus fortasse inter Mathematicos vir esset habẽdus, quãtus inter literatissimos suspiciẽdus est. Sit ergo circulus G. A. H. cuius diameter G. H. radius F. A. cui ęqualis sit A. B. latus [h] sexagoni, quod in ęqualia dirimatur [i] perpẽdiculari F. H. D. iũgatur D. A. latus dodecagoni, quod itidẽ bifariam secetur [i] perpendiculari F. E. C. ac demum ducantur D. C, C. A. latera τῶν πολυγώνων ... . Quandoquidem posito G. H. diametro 16 (nam magnus Scaliger tantum in numeris vult hoc proponi ...) erit B. F. 8. eiusque quadratum 64. & quia B. A. dirimitur in H. bifariam, erit B H. 4. Et ideo quadratum H. F. 48. cuius latus est 6 $\frac{12}{13}$ fere vti ipse admittit. Sed 6 $\frac{12}{13}$ in se ductus reddit duntaxat 47 $\frac{17}{169}$ quæ deficiunt à 48. nempè à potentia lineæ F.H. partibus $\frac{12}{169}$ vt proinde vbi dempseris ex toto F. D. seu ex 8. numerum 6 $\frac{12}{13}$ remanserit 1 $\frac{1}{13}$ quod est quid amplius quam sit potentia

g prop. 5. Elem. Cyclomet. de ambitu circ.
h per 15. l. 4.
i per 3. l. 3.

D. H. proinde quãuis $1\frac{3}{13}$ duodecies additus potẽtialiter triplo diametri excederet $\frac{12}{13}$ quibus amplissimus Scaliger metitur perimetrũ circuli (quã tamẽ Archimedes faceret tantũ $50\frac{3}{7}$ nõ statim sequeretur ambitũ dodecagoni aut deinceps figurarũ pluriũ angulorũ, superare circuli ambitũ. Verũ nec his numeris rite tractatis, & vt decet Arithmeticũ, excedet A.D duodecies sumpta periferiã circuli. Quippe D.H. nempe $1\frac{3}{13}$ quadratum reddit $\frac{256}{169}$ quod iunctum quadrato A. H. scilicet 16. faciet quadratum A. D. $\frac{2960}{169}$ cuius latus est $4\frac{2}{13}$ quod duodecies sumptum facit ambitum dodecagoni tantum $49\frac{11}{13}$ quæ longè distant à $50\frac{3}{7}$ quanta esset circuli circumferentia secundum Archimedem posita diametro 16. Videamus de latere figuræ 24 laterum cuiusmodi est A.C. Etenim A. E. quadratum est $\frac{740}{169}$ nempe quarta pars quadrati A. D. quod est $\frac{2960}{169}$ Hoc verò quadratum A. E. si substuleris ex 64. quadrato nimirum radij F. A. relinquetur quadratum F. E. $\frac{10091}{3615}$ cuius latus est proximum $7\frac{1900}{3615}$ proinde E.C. est $\frac{715}{3615}$ qui numerus in se ductus efficit $\frac{108569}{6827769}$ & additus quadrato A. E. $\frac{725}{169}$ dat quadratum A. C. seu lateris figuræ viginti quatuor laterum $\frac{503604686}{2313893961}$ cuius radix vero maior est $\frac{70966}{51568}$ seu $2\frac{3030}{51568}$ quod sumptum vigesies quater reddit $50\frac{4784}{51568}$ quæ deficiunt à $50\frac{3}{7}$ nempe ab amplitudine circumferentiæ Archimedeæ quantitate $\frac{24448}{857776}$ & proinde multo minor quam 51. quantam ponebat Scaliger circuli circumferentiam. Verum vt hoc ex numeris clarius pateat, negotium examinemus statera sinuum, & ponamus sinum 10000. erit enim tota diameter G H. 20.000 eiusque triplum 60.000. septima autem pars 2.857. Ita vt tota circumferentia maneat 62.857. Hoc posito videamus quid dederit angina pro figuris duodecim vel 24. laterum. Quadratum B.F. est 100.000.000. cuius $\frac{3}{4}$ nempe 75.000.000. faciunt quadratum perpendicularis F. H. quarta vero 25.000.000. reddit quadratum B. H. seu H. A. Est itaque linea F. H. 8660. quæ ablata à toto sinu relinquit D. H. 1340. cuius quadratum 1.795.600. additum quadrato H. A. 25.000.000. constituit 26.795.600. quadratum scilicet D. A. cuius proinde latus est 5176. quod duodecies sumptum facit ambitum dodecagoni circulo inscripti 62.112 qui minus est quam circumferentia eiusdem circuli, partibus 745. Rursus si D. A. est partium 5.176. erit E. A. 2588 eiusque quadratum 6.697.744. quod ablatum ex quadrato radij, reddidit pro quadrato F. E. 93.302.256. cuius radix est 9659. quæ ablata à radio toto relinquũt C. E. 341. cuius quadratum est 116.281. quod additum quadrato E. A facit 6.814.025. nimirum quadratum C. A. cuius latus est 2610. scilicet figuræ laterum 24. Hoc itaque latus sumptum vigesies, quater efficit 62640. ambitum videlicet figuræ 24. laterum circulo inscriptæ, minorem quam circumferentia particulis 217. paucioribus quidem quam ambitus dodecagoni. Nam quanto figura plurium erit laterum tanto minus deficiet ab amplitudine, periferiæ vt est rationi consentaneum. Viderint ergo docti Scaligeri manes, an adeo quantitas discreta continuæ contrarietur, vt tantum in Geometria monstrum pepererit. Archimedes itaque non iniustè numeris circumferentiam circuli perpendit, cum indiscreta quantitas discretæ lumine clarissimè illustretur.

APXI-



ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ, Η ΚΕΝΤΡΑ ΒΑΡΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ,

ΤΟ Α.

ARCHIMEDIS PLANORVM ÆQVIPONDERANTIVM, SEV

CENTRA GRAVITATVM PLANORVM, vel de æquiponderantibus.

LIBER I.

PRAEFATIO.



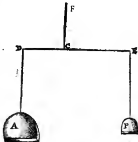
MECHANICEN duabus constare partibus, ex antiquo mechanico Herone repetit [a] *Pappus Alexandrinus: altera quidem rationali petita ex Geometria, Arithmetica, Astronomia, & ex Physicis rationibus: altera effectiua, manuumque opera vtente, quæ desumitur ex artibus attrectandæ materię immersis, ęraria, fabrili, ædificatoria, tectonica, statuaria, & huiusmodi. Miri vero hæc ars momenti est, quia ex naturæ Genio* [b] θαυμάζονται μὲν τὰ κατὰ φύσιν συμβαίνοντα ὅσων ἀγνοεῖται τὸ αἴτιον τῶν δὲ παρὰ φύσιν ὅσα γίγνεται διὰ τέχνην πρὸς τὸ συμφέρον τοῖς ἀνθρώποις. *Scilicet miramur quæ hinc promanant instrumenta, ob effectus qui prę ter naturam in hominum vtilitatem, mediantibus ipsis pręstantur, & eo magis quanto materię insolubiliùs adhęrent. Materiam enim materięque errores domare, & naturalem ipsius qualitatem, quæ potest esse & non esse, ad aliquem certum & determinatū effectum adigere, non parū arduū ac difficile est, illicq; maxima humani animi vis & pręstātia relucent. Ea de causa Archim. mirū nactus ingeniū in hac mi-*

[a] Proœmio l. 8. collect. Mathem.

[b] In Mathematicis.

rabili arte excelluit: cumque perfectißimè omnes mathematicas artes fuisset contemplatus, eas denuo ad praxim & ad hominũ commoditates stupendis modis reuocauit. Hinc αὐτόματα quo cælestis moles, cælestisque compaginis motus enixè referebatur: hinc manium per terram decursus, hinc illius Alexandrinæ immanis magnitudine in mare protrusio, sola regis manu præstita, hinc πολύβολα, καὶ πετρόβολα ὄργανα: reliqua denique ἀφετήρια, quibus ab expugnatione Marcelli diu Syracusas defendit: hinc demum immixti votiuæ coronæ argenti deprehensio manauit. Huic itaque parti tantum operæ tribuit diuinus hic Syracusius, vt mirer Plutarchum scribere
a In vita Marcelli. a Archimedem hac in arte nihil memoriæ mandasse. Non legerat Archimedem ipsum, qui scribit ad propositionem 6. lib. περὶ τῆς τετραγωνισμοῦ παραβολῆς δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς. Scilicet concludat centrum grauitatis trianguli cuius inuentionem docuerat in his libris, quos proinde illic loci intelligit quosque μηχανικοὺς vocat: quia fundamentum totius mechanices continent, nullámque mechanicum instrumentum excogitari aut fabricari potest, quod non innitatur ijs quæ his libris ostenduntur. Tum etiam credibile est Archimedem alios ab istis libros scripsisse περὶ τῶν μηχανικῶν, quos rursus citat propos. 10. de quadratura paraboles, quique iniuria temporum perierint. Etenim quamuis deduci poßit ex his quæ hoc
b Prop. 10. li. 8 collect. Mathem. opere demonstrantur, vt & deducemus, b quod illic infert Archimedes, tamen hic non habetur formaliter demonstratum. Deinde scripsit Archimedes mechani-
Lemmatet. cum librum περὶ ὀχουμένων quem explicamus in sequentibus: Et alium περὶ τῆς
c Ad 15. prop. huius. σφαιροποιίας vt ex Carpo Anthiocensi refert a Pappus, qui rursus citat c librum Archimedis περὶ ζυγῶν vt & Zetzes alium περὶ τοῦ ἰδροπίοχου, vt aliàs diximus. Denique hic Artifex, cui præter quemcumque alium conuenit dictum illud Antiphontis, τέχνῃ γὰρ κρατοῦμεν ὧν φύσει νικώμεθα, vera mechanices elementa his duobus libellis reliquit, primæ videlicet partis. Etenim vt quod res est fatear, fabrilis artis, ærariæ aut statuariæ elementa non continet. Ita vt si de hac secunda parte operaria loquutus fuerit Plutarchus, fortasse sit audiendus: licet etiam Pappus contradicere videatur, qui quadragesimum organum mechanicum Archimedis memorat, b vt Zetzes τεῖπασον. Verum hæc ὄργανα inuenit quidem ordinémque ac constructionis proportionem dedit, sed manum dolandæ materiæ, findendæ, fundendæ, denique parandę, construendæ imposuisse non est quod credamus: operarios potius habuit quibus quod vellet fieri perhiberet. Propterea hac de parte nihil edidit. Quam-
d Lib. 1. c. 1. Architect. quam Archimedi non denegarim, quod in mechanico requirit d Vitruuius, omnem nempe γραφίδος partem εὐθυγραμμικὴν καὶ κυκλικήν: verum vtramque profert Geometria. Et licet tandem materiam aptasse condonemus ipsi, nec tantum lineas radio, aut circulos circino delineasse, sed corpora quoque quadrata, quadrangula, rotunda deformasse securi & torno verbis Polybij preßi, qui de machinis Ar-
Polyb. li. 8. chimedis scribens habet, ὡς ἂν Ἱέρωνος μὲν ἀρχηγοῦ γεγονότος, ἀρχιτέκτονος δὲ καὶ δημιουργοῦ τῶν ἐπινοημάτων Ἀρχιμήδους: tamen ne artem suam faceret illiberalem, ἀνελεύ-
Diuisio Operis. θερον καὶ ἀγοραῖον, à præceptis huius partis abstinuit. Cæterum hoc opus in duos libros diuiditur: in quorum primo agitur de centro grauitatis, & æquiponderatione corporum, quę figura rectilinea & plana comprehenduntur: in secundo tra-
Verbis. ctatur de ijsdem æquipondio ac grauitatis polo corporum mixtis constantium figuris, cuiusmodi sunt, quę conicis sectionibus continentur. Atque vbi quidē primi libri sexta & septima prop. ostendit reciprocas radiorũ & ponderũ rationes in æquipondio,

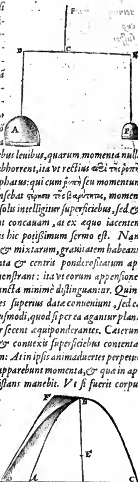
deinceps particulatim quærit æquiponderationem, tùm in singulis corporibus, tum in coniunctis: quod est vniuersum mechanicorum fundamentum. Licet enim corpora suspendas, efferas, trudas, pulses, demittas, aut quocumque modo moueas, ex æquiponderatione eorum cum alijs oneribus, de proportione instrumenti, deque vi mouente fertur iudicium. Ad mouendum enim non sufficit vis quæ in æquilibrio suspendat, sed maior requiritur, quæque ad pondus maiorem rationem habeat, quàm sit ea quæ est radiorum reciproca. Titulum autem fecit Archimedes huic operi ἐπιπέδων ἰσοῤῥοπιῶν, ἢ κεντραβαρῶν ἐπιπέδων, *vt habet manuscriptus & regius codex: seu* ἢ κέντρα βαρῶν *separatim, vt est in libro impresso & vulgari, seu* ἐπιπέδων ἰσοῤῥοπικῶν, ἢ κέντρα βάρων ἐπιπέδων, *vt legit* a *Guidus Vbaldus. Communis Latina* ἐπιγραφὴ, *est, De æquiponderantibus. Et quoniam hæc inscriptio tam variè sumitur, placet conuenientiorem seligere. Impressa vulgaris & Guidi Vbaldi vix græca est. Quippe particula* ἢ *disiunctiua similes casus non disiungit, & rectius haberetur* ἢ κέντρων βάρων: *vel si* κέντρα *dictio sit retinenda, coniunctim sit legendum* κεντραβαρῶν, *Aut si duas hic* ἐπιγραφὰς *adnotari quis dixerit, & proindeaddi* πλεῖαν στιγμὴν *ante disiunctiuam particulam, dicam quòd cùm in prima intelligatur propositio* περὶ *sensum requirere, vt & eadem inscriptioni secundæ subseruiat: porro hinc quidem patere, iam olim incertum fuisse horum librorum titulum. Deinde non tam libenter reciperem* ἰσοῤῥοπικῶν, *quamquam sit Eutocij & libro sequenti præfigatur vulgo, quàm* ἰσοῤῥοπιῶν *vel* ἰσοῤῥόπων *seu* ἰσοῤῥοπούντων. *Propterea ad regiam inscriptionem me recipio. Atque huius quidem tituli partes duæ bipartitum operis subiectum manifestant. Etenim hic agitur, vel de collatione ponderum inter se, quatenus æquiponderant, aut non seruant æquilibrium, & hoc designatur his verbis* ἐπιπέδων ἰσοῤῥοπιῶν: *vel agitur de centro seu polo grauitatis singulorum corporum, puncto nempe quo appensa manent parallela horizonti, & secundum omnes suas partes æquiponderant, quod reliquo tituli indicatur. Aliud est enim loqui* περὶ τῆς ἰσοῤῥοπίας *corporum inter se collatorum, aliud de centro grauitatis & æquipondio cæterorum corporum. Etenim dum pondera inter se conferuntur, æquilibrium apparet in statera & in radijs, aut agina trutinæ, non in ipsis corporibus quæ librantur. Quippe nihil interest quomodo appendeant, vel an horizonti recta sint, vel sint obliqua: satis est vt stateræ scapus quo appenduntur & pensitantur, horizonti parallela stet. Conferantur inter se pondera A. & P. tententúrque statera D. C. Etenim si in examine stante libris in C. maneat scapus D. E. æqualium momentorum & æquidistans horizonti, dicentur æquiponderare corpora A. & B. siue pondere æqualia sint, siue sint imparia, & siue recta horizonti seu obliqua stent. At vero æquilibrium in singulis corporibus est, quando appensa à centro grauitatis steterint horizonti omni ex parte sui æquidistantes. Est enim polus seu centrum grauitatis planorum corporum, qualium est hoc opus punctum intra ipsa corpora, à quo suspensa in aërem parallela horizontis planities manent:*



Titulus.

a Sua in opus paraphrasi elegantissima.

a Proemio 8. collect. Mathemat.



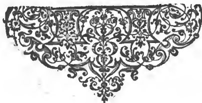
Aut vt habemus ex Pappo a *punctum est, à quo si graue dependens mente concipiatur, dum fertur, quiescit, eamque seruat quam in principio habuerit positionem, neque in ipsa latione circumuertitur. Positio enim, quam corpora planis superficiebus contenta habuerint, dum terræ accubant, eadem est quã in centro grauitatis suspensa retinebunt, nempe horizonti parallelam. Hinc ergo ratio petitur cur inscribat Archimedes suum opus* περὶ τῶν ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν. *quippe quòd cõuenit planis corporibus nõ superficiebus, in quibus grauitatis differentia nulla cerni potest, vt nec centrum grauitatis, sicut nec in rebus leuibus, quarum momenta nulla sunt: imo quæ à momento & pondere natura sua abhorrent, ita vt rectius* περὶ τῆς ῥοπῆς *Plato quàm Aristoteles vel Ptolemæus sit philosophatus: qui cum* ῥοπὴ *seu momentum sit grauitatis effectus, leuitatem, quam recte esse censebat* στέρησιν τῆς βαρύτητος, *momento priuauit. Vocabulum autem* ἐπιπέδων, *non de solis intelligitur superficiebus, sed & omni mole quæ figuram non habet conuexam aut concauam, at ex æquo iacentem inter suas lineas: cuiusmodi sunt grauia, de quibus hic potissimum sermo est. Nam licet sphærica corpora seu figurarum irregularium & mixtarum, grauitatem habeant, & centra grauitatum: non tamen in sublime elata & centris ponderositatum appensa, æqualia suarum partium momenta commonstrant: ita vt eorum appensiones per ponderositatum polos ab elationibus per alia puncta minimè distinguantur. Quinimo his grauitatum centris nequaquam definitiones superius datæ conueniunt, sed ea solum quam tradidit* b*Campanus, nempe vt sint eiusmodi, quod si per ea agantur plana figuras quomodocumque secantia, in partes semper secent æquiponderantes. Cæterum secundo libro conspexeris corpora mixta planis & conuexis superficiebus contenta, examinari penes grauitatem, grauitatisque centrum: At in ipsis animaduertes perpetuo planas duas superficies, secundum quas æqualia apparebunt momenta, & quæ in appensione per centrum grauitatis horizonti æquidistans manebit. Vt si fuerit corpus cuius plana superficies alta & ima, recta linea A. C. & A. B. C. D. F. hyperbolica sectione contineantur. Ipsum si appendatur centro grauitatis, putà E. manebit planum A. B. C. æquidistans horizonti, & plana superficies æquilibrium oculis patefaciet. Hinc tandem conijcere est scopum Archimedis, & rationem tituli. Aequiponderantium enim corporum planorum primo rationem quærit: Tum centrum grauitatis corporum inuestigat, quæ planitie quadam æquilibrium demonstrant. Denique totius mechanices solidissima fundamenta iacit. Cæterum quoniam hoc totum opus de pondere est, corporáque hic Archimedes non vt corpora, sed vt ponderosa contemplatur, dubitare quis posset, num hic Mathematicum agat, qui in sola quantitate versetur: Pondus vero quantitatem esse in dubio sit, tum quia inter quantitatis species ab Aristotele nõ annumeretur,* c *tũ quia põdus nihil aliud esse videtur quàm grauitas, qua corporũ quantitatẽ adnotamus: grauitas autẽ potius qualitatis rationẽ quã quantitatis habere censetur. Tũ etiã quia pondus cõtinuane an discreta quãtitas sit, vix perspexeris. nihilominus & Archim. hic Math. est & põdus verè quãtitas est: imo Arist. testimonio*

b Libro de centro grauitatum.

c In Cathegoria quantitatis.

qui pondus inter quantitates recensuit. [a] *Ratio enim quantitatis nempe componi ex partibus integrantibus, ponderi conuenit, cum pondus varijs grauitatis vncijs tanquam partibus componatur. Deinde omnes quantitatis affectiones etiam ipsi ponderi competunt: nempe diuidi in vncias quibus constituitur, mensurare grauitatem corporum, eorumq; inter se æqualitatem vel inæqualitatem penes grauitatem ostendere. Quamquam autem Philosophus non meminerit ponderis vbique suorum operum, quibus sibi de quãtitate sermo fuerit, tamen satis est si vspiam ipsum inter quantitates recensuerit: imo vero si nusquam pondus albo quantitatis adscripserit, vnde tamen non statim esset à quantitatum numero amandandum. Argumentum enim ab authoritate negatum non concludit, vt dialectici perhibent. Deinde vera ratio ponderis non pendet ex eo quo corpora deorsum deprimantur, quodque est grauitas & inde qualitas: verum ex eo quo corpora penes grauitatem mensurantur. Huius enim mensurationis species principium est momentum siue inclinatio, non secus atque punctum ptincipium est lineæ. Et proinde pondus est species continuæ quantitatis, cuius partes momentis copulantur: licet non desint qui discretam quantitatem esse velint. Sed in eo continui ratio clarius quàm discretie lucescit. Sed audiamus Archimedem quàm iustißimè de ponderibus & ponderantibus edicentem.*

[a] Lib. 10. Metaphysices cap. 2. ex B. Thoma expositione.



pendatur pondus Q. Certum est pondus ipsum sua grauitate motũ impertiri rotæ D.E,G.& ex consequenti alij concentricæ I.L.quæ identidẽ dentibus suis impactis dentib. rotæ F. N.eandẽ secũ rapiet & hæc iandẽ cõcentricã sibi O.P. mouebit. Similiter si tenuis & oblõga lamina ex chalybe præparetur recta,& æqualis spissitudinis, quæ axi S.P. altera extremitate impacta,altera cauo cylindro S.T.adfixa pressim reuoluatur circa eundẽ axẽ S.P. scilicet reuoluto fune circa conũ V.Z. vt fit in cõmunibus horologijs:nõ quiescet arcuata lamina& strictim cõplicata,nec trahere desinet,donec laxiorẽ statum nacta fuerit intra cauitatem cylindri R.T. quantũque sibi licuerit rectam sibi figuram restituet. Imò si communis arcus ℓ. tendatur reuolutione rotæ α.β.δ. rectam repetet lineam, & donec fuerit extensus rotam mouebit cui fune adligatur. Hinc balistarum eiaculationes; hinc denique reliqui effectus oriuntur, qui ex ligni, ferri. funis, & aliarum materierum tensione fiunt. Duplicetur funis A. B. & ferro vel ligno C.D. sæpe conuoluto contorqueatur: maxima vi contorsus funis in pristinum statum redire enitetur. Denique non figura tantum recta has vires nacta est, sed circularis quoque si ad rectam vi adducatur. Quam enim quodlibet res primum figuram sortita est, eam pertinaciter retinet. Vt si lamina ferrea primum in arcum deformetur, deinde vi dirigatur, non cessabit donec obliquetur. Hinc fit vt non tantum æqualia pondera in æqualibus rectis distantijs æqualiter ponderant, sed in radijs etiam obliquis. Siquidem fuerint D. E. æqualiter grauia, à radijs obliquis æqualibus, & vniformiter arcuatis A. B, A. C. appensa fiet æquilibrium. Cæterum si duo æqualia plana, æqualiterque ponderantia simul iunxeris, ne putes distantiam ita inter vtrumque absorptam fore, vt cum æqualiter ad se inuicem coniungenda accesserint, tandem centrum grauitatis totius compositi maneat in linea coniunctionis. Fieri enim potest vt hoc non contingat, sed contra vt æqualia priùs pondera iam non censeantur æquiponderare.



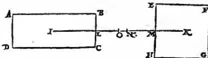
Sint a æqualia plana rectangulum D. B. & quadratum E.G. æqualiterque separatim ponderantia. Coniungantur ita ut eorum centra ponantur in recta linea quæ latera coniuncta B.C. E. H. diuidat ad angulos rectos & bifariam. Dico centrum grauitatis non reperiri in linea E.H. Etenim horum parallelogrammorum diametri secent se in I. & k. vt sint b I. & k. centra grauitatum ipsorum. Ducaturque I.k. efficiens rectos ad L. ex hypothesi. Erit I. L. maior quàm L. k. quia dimidium lateris A.B. maius est dimidio lateris E. F. Proinde si appendantur duo parallelogramma proposita à puncto L. erit grauius A. C. c appensum à longiori distantia I. L. quàm E. G. dependens à breuiori radio L. k. Sed & multominus foret centrum grauitatis totius compositi in alio puncto lineæ E.H. quàm in L.quia radij essent adhuc inæqualiores. Hinc fit vt quæ partes plani fuerint æquales magnitudine,non proinde sint æquales pondere,dum in toto sunt, nec rectè ex æquali partium magnitudine, æqualitatem ponderis earumdem concluderemus. Nec quando linea quomodolibet acta per centrum grauitatis secat d totum planum in æqueponderantia, inferremus partes esse magnitudine æquales. Nequaquam enim est magnitudinis, & ponderis eadem ratio: nisi fuerint æquales partes etiam similes. Tunc enim pondus & magnitudo se æqualitate consequuntur, vt luculentius postea ostendemus. Hinc denique assumendum pro sequentibus, quæcumque æquiponderant in aliquibus distantijs, appendi per centra grauitatis, distantiasque numerari, non ab extimis ponderum superficiebus, sed à centris grauitatum ad centrum librationis, quod reperitur in linea quæ illa grauitatum centra coniungit. Verbi gratia repetantur superiora plana æqualia A. B. C. D. & E. F. G. H. quorum centra grauitatum I. & k. iungantur linea recta I. k. Dico æqualitatem distantiarum quæ hic requiritur ad æquilibrium horum planorum æqualium, non sumi ab extimis punctis L.& M. ita vt sit punctus æquilibrationis in N. medio scilicet inter L. & M. sed accipi in puncto O. pari interuallo dissito à centris I,& k. Vnumquodque enim graue ponderat in centro grauitatis. Ita vt si libratio fieret in N. foret vt distantiæ essent inæquales: maior enim est N. I, quàm N. k. Experimur autem ponderationem, à centro tanquam polo proficisci, quia si quodlibet pondus appensum fuerit filo aut alio ligamento quò liberè deorsum tendat, numquam cessarit, donec centrum grauitatis abierit quantum poterit infimè. Plani A.B. centrum grauitatis sit C. & appendatur filo à puncto E. Certum est maiorem partem A. E. tendere deorsum donec C. descripserit arcum C. F. fueritque in linea librationis D.E.F. At si suspendatur filo G. C. quiescet neutraque pars inclinabitur. Vnde si statera appenderis illa duo plana A. C, E. F. per centra I. & k. fueritque librile in N.

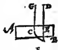
a per 14. l. 1.

b secundum 10. l. huius.

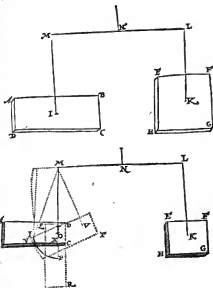
c secundum 6. & 7. huius.

d per definitionem centri grauitatis à Campano.





puncto medio inter M. & L. & ex æquo respondenti puncto intermedio inter centra I. & K. fiet æquilibrium, manebuntque plana horizonti parallela. Verum si suspensio ipsius A. C. fieret à puncto O. non centro grauitatis, caderet punctum I. in P. & planum A.C. in Q.R. vt graue appenderet à centro. Aut si A.C. eo modo suspenderetur, vt A.O. non sineret partem A. D. elabi: & esset putà M. O. ferrea virga quæ retineret A.C. perpetuo ad angulum rectum, alterum ex duobus contingeret: nempè vt si M.O. ita arctè deligatur extremitati M. vt diuerti ad latus non possit, nec mutet angulum M. non foret æquilibrium ex N. nam A. C. licet æquale ipsi E.G. grauius erit ex puncto O. quàm E. G. quia pondus quodlibet quo appenditur à radijs seu partibus inæqualioribus, eò grauius est, vt ostendimus in mechanicis: scilicet appenderet sicut à radio S. N. & offerretur E. G. nutusque esset ad partem A.B. Aut equidem si linea O.M. posset mutare angulum M. ipsum à recto deduceret quantitate anguli I. M.O. ita vt ipsa caderet in lineam M. V. & linea M.I. fieret M.X. punctusque I. reperiretur in puncto X. perpendicularis deductæ à puncto M. distantiæ extremo ad centrum terræ, vt pondus tandem factum Y.T. penderet à centro suæ grauitatis. Distantiæ itaque numerantur à centris grauitatum in recta linea quæ ipsa centra coniungit. Ex quo denique superest, centrum æquilibrij ambarum magnitudinum, seu vt loquitur Archimedes, compositæ magnitudinis, esse in linea illa quæ rectò ab vno centro ad aliud fertur.



PETITIO II.

Æqualia verò pondera ab inæqualibus distantijs non æquiponderare, sed inclinari ad grauitatem quæ à distantia maiori tendet.

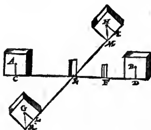
AITHMA B.

Τὰ δὲ ἴσα βαρέα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν αὐτὸ τὸ βάρος τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος.

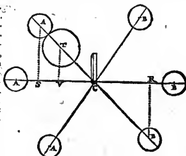
ΣΧΟΛΙΟΝ.

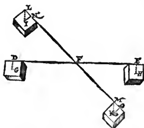
a per præcedentem petit.

Ponderent a æqualiter paria pondera A. & B. ab æqualibus distantijs C.E, & E.D. Mutetur verò ansa seu librile, & iam appendeantur à puncto F. inæqualibus scilicet radijs C.F, F.D. vult Archimedes, in hoc vltimo ponderum situ perdi æquilibrium. Notandum verò est æqualitatem aut inæqualitatem radiorum non sumi perpetuo à perpendiculari ducta à centro grauitatis ponderis in scapum trutinæ, sed duntaxat in stateris horizonti parallelis, vt hic



in C.D. In reliquis verò mensurantur radij seu distantiæ ab agina ad puncta scapi, in quæ inciduot lineæ rectæ ductæ à centro grauitatis ad centrum terræ. Sit scapus L. I. æqualis scapo C. D. sintque pondera H.&G. æqualia duobus A.& B. vel si mauis trutina C. D. loco moueatur in L.& I. Iam radij erunt non quidem E.L.&E.I. sed E.N, & E.M. resecti à lineis G.N, & H. M. quæ ad centrum terræ tenduot. Ita ut iam etiam immoto librili, pondera æqualia non æquiponderent. sed præponderet inferius G. quia iam censetur appendi à radio maiori. Ergo mutatio æquilibrij in æqualibus ponderibus non accidit solùm ex translatione librilis, sed etiam ex commutatione situs stateræ. Nisi quidem statera ipsa transierit per centrum grauitatis ponderuoi. Tunc enim in omni situ, æquiponderantia manet, vt hic cernere est. Si fuerint enim radii A.C,C.B, æquales, tum A. & B. paria, vbicunque fuerit A. manebit cum B. in æquilibrio, quiescetque statera. At si pondera pendeant infra trutinam (supra præcedentia posuimus) vt G. & H. In radiis quidem æqualibus D.F,F.E, æquiponderabunt, quia tunc conueniunt perpendicularis ducta à centro grauitatis in scapum, & linea tendens ab eodem centro ad centrum terræ. Verum si loco mutentur, quod superius feretur, grauius fiet. Peodeant enim I. & k, à trutina N. O. æquali præcedenti D.E: tunc radius à quo pendebit I. erit F. L. alter verò à quo suspendetur k, erit F.M, minor illo F. L: proinde erit [a] I. ponderosius, & si libetum maneat attrahet k. donec redierit ad G. quod fusiùs alibi ostendimus. [b] Cæterum difficultatem suboleo, videoque ἔννοιαν hic formari posse ex his quæ de æquilibrio diximus, quod definiuimus [c] statum trutinæ horizonti parallelæ: cuius iam contrarium innuimus, quando æquiponderare pondera dicimus æqualia, in distantiis æqualibus, licet trutina horizonti non æquidistet. Mota etenim A. & B. quocumque voluerit, æquiponderare mox affirmauimus. At verò [illegible] satisfiet si notauerit æquilibrium illud intelligi factum à trutina horizonti parallela. Nam si à punctis A. & B. trutinæ obliquæ lineas duxeris ad centrum terræ ipsæ secabunt A. B. horizonti parallelam recto in punctis S.& R. ita ut in ipsis punctis libratio fieri videatur. Et cùm sint S.C,C.R. æquales radii: triangulorum enim A. S. C, & C.R.B. anguli ad C. sunt [d] æqui: tum ad R.& S. recti, & idcirco A. C, C. B. sunt ex hypothesi pares, ita quoque S.C,C.R. æquantur: [e] sequitur suspensum A. à puncto S.& appensum B. à puncto R. æquiponderare. [f] Ergo in situ illo obliquo æquipondium ex hac recta trutina S. C. R. metimur. Quod etiam in æquilibrio ex reciproca ponderum, & distantiarum ratione nato, fit. Suspensa quippè T.& B. inæqualia pondera ex radiis T.C,C.B. quiescant & æquiponderent: tum à punctis T. & B. perpendiculares agantur T.V, B.R. in trutinam horizonti parallelam. Nam cùm æquiponderent T. & B, vt est sphæra T. ad B. sphæram, ita est [g] distantia B.C. ad distantiam C. T. Atqui ex triangulorum T.V.C.& B.R.C, paribus angulis, latera sunt proportionalia [h], & vt B.C, ad C.R, sic T.C. ad C.V. & permutando [i] vt B.C, ad C. T. sic R. C. ad C.V. Proinde vt T. sphæra ad B. sphæram, sic reciprocè R.C. ad C.V. Quidni ergo suspensum T. ex V.& appensum B. ex S. non æquiponderabunt? Vera ergo ratio ἰσορροπίας, quam supra definiuimus, in recta trutina est. Verum æquiponderare etiam esse dicimus, æqualis esse ponderis, & gestanti par imponere onus. Ita vt cùm dicimus A. & B. vel T.& B. æquiponderare, siue in obliquo, siue in recto situ ad horizontem intelligimus, si manus fuerit C. quæ gerat ipsa pondera, æqualiter grauari: dummodo radii quibus gestantur onera, sint vbique iidem. Hoc tamen est discriminis inter æquilibrium primum, seu primò definitum, quod & artis est, ab æquilibrio hoc vltimo, quod metimur grauamine manus gestantis: & appellamus æquilibrium oneris. Etenim æquipondium artis remanet, siue sint iidem radii longi, siue sint breues in eadem ratione. Etenim T. & B. non tantum æquiponderant in radiis T.C, C.B. longioribus, sed etiam in breuioribus V.C, C. R. qui sunt in eadem ratione ac T. C, C.B. Quinimò quando T. & B. fere sese tangerent ad punctum C. dummodo seruetur semper ratio distantiarum à centris grauitatum eorum ad C. punctum reciproca, quia sunt inæqualia, quæ est ipsorum ponderum, mane-





a per petit. hanc 2.

b Lib.1. nostrorum mechanicorũ.

c præfation. huius operis.

d per 15. l. 1.

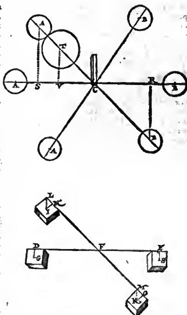
e per 4. l. 6.

f per axioma præcedens.

g per 6. & 7. prop. huius.

h per 4. l. 4.

i per 16. l. 5.



bit semper æquilibrium, quod artis deinceps appellabimus. Et denique si pondera sint æqualia, & iungantur ad punctum C. alterum hinc, alterum illinc, ita vt C. maneat medium inter eorum centra grauitatis, etiam æquiponderabunt à centro C. Verum non idem erit de manu gestante. Quandoquidem maioris sunt ponderis T. & B. manui gerenti à distantiis T. C, C. B. quàm ab V. C. C. R. nam hæ sunt breuiores, illæ longiores. At quò aliquid fertur in radiis prolixioribus eo grauiùs fertur, vt demonstrauimus in mechanicis. Et licet quodlibet pondus in centro proprie grauitet, non tamen semper similiter grauitat. Semper quidem similiter si corpus sit simplex, A. v. g. semper æqualiter pondetat in proprio centro: At magnitudo composita qualem efficiunt T. B. iuncta linea T. B. & cuius est centrum C. non perpetuo æqualis est oneris in C. Etenim si à se inuicem recesserint, seruata semper ratione distantiarum, quæ est B. C. ad C. T. grauior fiet magnitudo, si accesserint, leuior. Imò eadem quantitas si mole extendatur grauior fieri potest, si contrahatur, leuior. Cæterum aliquis rursus obiiciet, lineas à centris grauitatum A. T. vel B. ductas ad vmbilicum terræ non incidere rectò in rrutinam A. B horizonti parallelam: Qui enim fieret vt quæ concurrunt lineæ in terræ meditullio, ἀσύμπτωτοι caderent in eandem rectam lineam? Sed hic nos Physica tuetur, quæ ad Mathematicam amussim omnia hæc mechanica referre prohibet. Dicimus itaque, si Geometricè sit agendum, valere instantiam: si verò sensuum iudicio sit lis dirimenda, vt his in rebus oportet, exactè perpendiculares esse A. S, T. V, & B. R. neque quicquam discriminis à sensu iudicari, quod etiam aliàs tetigimus.

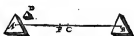
PETITIO III.

Si ponderibus æquiponderantibus ab aliquibus distantijs alteri ipsorum ponderum adijciatur aliquid, non amplius æquiponderare, sed inclinari ad pondus illud qui additum est.

ΑΙΤΗΜΑ Γ.

Εἶτα βαρέων ἰσορροπεόντων ἀπό τινῶν μακέων ποτὶ τῷ ἑτέρῳ τῶν βαρέων ποτιτεθῇ τι μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐκεῖνο ᾧ ποσετέθη.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Æquiponderent A. & B. in distantiis A.C, & C.B. Vni autem A. addatur D. inclinabitur A. & cessabit æquilibrium. Hac enim additione inæqualia redduntur pondera, vel ratio ponderis ad pondus desinit esse eadem, quæ ratio radii ad radium reciprocè. Quod autem de additione ponderis dicitur, intelligi quoque oportet de additione radii. Nam si augeatur C. B. & fiat F. B. alter verò F. A. perdetur quoque æquilibratio.

ΑΙΤΗ. Δ.

Ὁμοίως δὲ καὶ εἴκα ἀπὸ τῶ ἑτέρω τῶν βαρέων ἀφαιρεθῇ τι, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐφ᾽ ὃ οὐκ ἀφῃρέθη.

PETIT. IV.

Similiter verò, & si ab altero ponderum auferatur aliquid: non æquiponderare, sed inclinari versus illud pondus à quo nihil ablatum fuerit.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vt enim superiori additione deleta est ponderum æqualitas, hic abstractione similiter profligatur, & ex consequenti eorumdem æquiponderatio. Idem intellige de radijs.

ΑΙΤΗ. Ε.

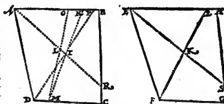
Τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων σχημάτων ἐπιπέδων ἐφαρμοζομένων ἐπ᾽ ἄλληλα, καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζειν ἐπ᾽ ἄλληλα.

PETIT. V.

Æqualium & similium figurarum planarum inter se mutuo conuenientium, centra grauitatum inter se mutuo conuenire.

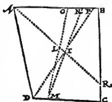
ΣΧΟΛΙΟΝ.

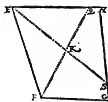
Sint duæ quælibet figuræ æquales & similes A.B.C.D. & E.F.G.H. quæ, si mutuo adaptentur, vnius nimirum anguli æqualibus sibi angulis, & latera lateribus conueniant: Optat Archimedes sibi concedi, non solum alteram alteri ex æquo accommodari, & perfectè conuenire, sed ambarum quoque centra grauitatum in vnum punctum coincidere.



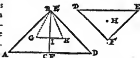
Quod quidem licet gratis concedi oporteat, neganti tamen extorquere possumus hac ratione. Sint propositarum figurarum centra grauitatum I.& k. Siquidem cuiusque duo esse grauitatum, vel vno demum plura centra non possunt. Si possint, admittamus L.& I. centra grauitatum in figura A. B. C. D. & per L.& I. à puncto M. quomodocumque sumpto, agantur lineæ M.I.N. & M.L.O. Quippè linea M.I.N. bissecat figuram in partes æqualiter ponderantes, ex definitione centri grauitatis. [a] Iam parti M.N.B.C. addatur particula O.N. M. Tunc O.M.C.B. grauior erit [b] parte A.D.N.M. & multo proinde grauior alia minore parte A. D. M. O. Atqui existente L. centro grauitatis debent partes A. D.M.O. & M.O. B. C. æqualiter ponderare. [c] Absurdum ergo est plura vno inuehere grauitatum centra in qualibet figura. Rursus ducatur linea E.k.S. per centrum grauitatis, & ad punctum A. ponatur [d] angulus B A.R. æqualis angulo H.E.S. Triangulus enim E.H.S. angulos H. & H. E. S. æquales habebit [e] angulis B.& B.A.R. trianguli B.A.R. latus prætęrea H.E. lateri B. A. æquale est: proinde alter triangulus H.E.S. alteri B.A.R. est [f] æqualis. Atqui figuræ æquales sunt, & æqualiter ponderant, [g] vt similes. Tum æquales & similes trianguli E.H.S. & A.B. R. æqualiter ponderant. Demum E.H.S. ęquiponderat [h] cum E.F.G.S. quia linea E S. agitur per centrum grauitatis. Ergo quoque A.B. R. æquiponderat cum reliquo A.D.C.R. & proinde A. R. transit [h] per L. centrum grauitatis. Adhuc à puncto F. per k. transeat linea F.k.Q. & ad punctum D. ponatur [d] angulus A. D. P. æqualis angulo E.F.Q. Similiter ostendemus triangulum E. F. Q. æqualem triangulo A.D.P. similem & æquiponderantem, ac demum lineam D.P. habere in se centrum grauitatis, & proinde agi per punctum I. Cæ-

a Campano data.
b per 4. petitionem.
c per eandem centri grauitatis definitionẽ.
d per 23 l 1.
e ex figurarum æqualitate & similitudine per 1. defini. l. 6.
f per 26. l 5.
g per ea qua 1. petitione diximus.
h per defini. centri grauit.





terum triangulus A.I.D. duos angulos I. A. D, & I.D.A. æquales habet angulis. k. E. F, & k. F. E. trianguli. E. F. k. & latus A.D. est æquale lateri E. F. proinde totus triangulus toti triangulo est ᵃ æqualis: & angulus A.I. D. per angulo E. k. F, & demum latera A.I, I. D. æquantur lateribus E.k, k. F. Applicato ergo A. C. planum plano E. G. secundum angulos æquales incidet necessario I. in k. & centrum centro, quod fuit probandum.) Hinc deducere possumus, æquales figuras & similes, si coniungantur homologis lateribus, habere centrum grauitatis in linea qua coniungantur, puncto per quod transit linea coniungens centra grauitatum eorumdem. Sint enim plana æqualia & similia A.B.C, D.E.F. quorum centra grauitatum sint G. & H. Applicentur sibi mutuo homologis lateribus C. B, & E. F, iunganturque grauitatum centra linea G.H. Dico centrum grauitatis compositi esse in puncto I. Ducantur enim G.E. & H.E. Erunt quippè ex ante demonstratis, & ex simili positione punctorum G. & H. anguli G.E.I. & H.E.I. æquales: tum latera G.E, & E.H æqualia. Est verò E.I. commune triangulis G.E.I, & H.E. I. Proinde bases G.I, I.H. sunt ᵇ æquales. Appensæ ergo in æquales partes A.C.B, & F.E.D. seu C. B.D, in æqualibus distantijs G.I, & I.H. æqualiter ponderabunt ᶜ, & erit I. centrum grauitatis totius compositi. Quod fuit probandum. Cæterum vulgaris liber legit ἐφαρμόζῃ, manuscriptus ἐφαρμόζῃ. Ego verò reposui ἐφαρμόζειν, vt petitionem magis redoleat, præcedentique ac subsequenti sensui conueniat.



ᵃ per 26. li. 1.

ᵇ per 4. li. 1.

ᶜ per 1. pet. huius.

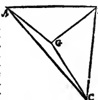
PETIT. VI.

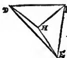
Puncta verò similiter poni in similibus figuris, à quibus ad æquales angulos ductæ rectæ, angulos ad latera similium rationum æquales efficiunt.

ΑΙΤΗ. ϛ.

Ὁμοίως δὲ σαμεῖα κέεσθαι ποτὶ τὰ ὅμοια σχήματα ἀφ' ὧν ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι ποιῶντι γωνίας ἴσας ποτὶ τὰς ὁμολόγως πλευράς.

ΣΧΟΛΙΟΝ.





Sint duæ figuræ similes, sitque vt A.B. ad D.F. sic B.C. ad F.E. & C.A. ad D.E. Sumantur autem G. & H. puncta, à quibus ducantur lineæ G.A, G.B, G.C. tum H.D, H.F, H.E. ita vt lineæ ab vtroque ductæ in latera homologa, seu similis rationis, putà A.B. D.F. efficiant tum angulos A.G. B, D.H.F. æquales, tum G.B.A, H.F.D. pares, reliquos item H.D.F. & G.A.B. æquos. Deinde idem sit de reliquis triangulis figurarum. Petitur puncta G. & H. similiter poni. Ordinem verò huius petitionis peruertimus: & quam hic sextam facimus, Archimedes septimam statuit: quod nobis operæ pretium visum est, & ne ὕστερον πρότερον ab hac doctrina alienissimum admitteremus. Ex vulgari enim textus ordine, antequam petierit quid sit punctum similiter positum, assumit in similibus figuris inæqualibus centra grauitatum similiter poni. Cæterum assumpto puncto in vna figurarum, reperiri potest in altera punctum similiter positum. Sumatur enim G. à quo ducantur lineæ ad figuræ angulos G.B, G.A, G.C. Et ad puncta D.F. ponantur ᵈ anguli F.D.H. æqualis ipsi B.A.G. & D.F.H. æqualis A.B.G. tum ducatur H.E. Etenim H. erit punctus similiter positus ac est G. Nam triangulorum D.H.F. & A.G.B. reliqui anguli ad G. & H.

ᵈ per 23. l. 1.

& H. sunt a æquales, & ptoinde vt G.B. ad A.B. sic b H.F, ad F. D. Atqui ex similitudine figurarum vt A.B. ad B.C. sic D.F. ad F.E. Et ergo ex æquo, c vt G.B, ad B.C. sic H.F. ad F.E. Remanserunt autem anguli G.B.C. & H.F.E. æquales sublatis paribos A.B.G. D.F.H. ex totis B. & F. æqois propter figurarum similitudinem. Ergo anguli B.C.G. & F.E.H. sunt d æquales, & item F.H. E. & B.G.C. Denique triangulorom A.G.C, & D.H.E. angoli facillimè probabuntur æquales, lateraqoe ptoportionalia. Et ptoinde H. erit e similiter positus ac G. qui quærebatur. a per 32. l. 1. b per 4 l. 6. c per 22. l. 5. d per 6 l. 6. e per hanc pet.

ΑΙΤΗ. Ζ.

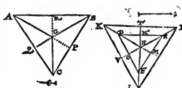
Τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοίων δὲ, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἦμεν κείμενα.

PETIT. VII.

Inæqualium verò, sed similium centra grauitatum similiter esse posita.

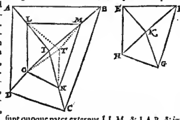
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sint plana A. C. B, & D.F.E. inæqualia, sed similia: Petit Archimedes centra grauitatum ipsorum G. & H. fateri esse similiter posita. Quod si quis ἀναισχύντως negauerit, eios pertinaciam sic ratione retinemus. A ceotro H. docantur lineæ ad angulos E. D.F, qoæ sint H.E, H.D, H.F. & in A.C.B. inueniatur f puoctum quodcumque G. similiter positum, vt est H. & ducaotur G.A, G.C, G.B. quæ ex hypothesi erunt maiores illis H.D, H.E, H.F. Protendantur ergo hæ

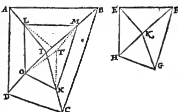


H.D, H.E, H.F. & fiant H.k, H.I, H.L. æquales illis G.A, G.C, G.B. Iunganturque k.I, I.L, L.k. Quoniam enim angulus k.H.I. est æqualis aogulo A.G.B. ex simili positione puoctorum G. & H. tum latera A.G, G.B. æqualia sunt lateribus k.H, H.I. Est g triangulus k.H.I. æqualis triangulo A.G.B. Eadem ratione I.H.L. est æqoalis triangulu B.G.C. & reliquus k.H. L. reliquo A. G C. Totus ergo k. L.I. toti A.C.B. par est, & ceotrum grauitatis vnius cunuenit h cum centro grauitatis alterius. Atqui quoniam anguli H.D.E. & G.A.B. tum H. E. D. & G. B. A. sunt æquales ex similitudine positionis ponctorum G. & H. Etiam H.D.E, & H.k.I. sunt i æquales, reliquique l ad E. & I. & soot m trianguli H.D.E. & H.k.I. similes, eadem ratiooe similes sunt E.H.F. & I.H.L. & demum D.H.F. & k. H.L. Et proinde qoæ erit pars D.H.E. trianguli D.E.F. eadem erit H.k.I. trianguli k.I.L. & ita de reliquis. Atque producta L.H. recto in T. erunt n anguli H.N.D, & H.T.k. æqoales, quia sont D.E, & k.I. parallelæ, & proinde H.N.D. erit m similis ipsi H.T.k, & quæ erit pars H.N.D. totius D.E.F. eadem erit H.T.k. alterius I.k.L. & coniungendo, quæ erit pars tota F.N.D. figuræ F.D.E. eadem erit o tota L.D k. figuræ k.L.I. Vt ergo F.N. secat D.F.E. in duas æqoiponderantes partes, ita L.T. secat k.L.I. in duo æquiponderantia, & ideò L.T. habet p in se centrum grauitatis figuræ k.L.I. Idem concludam de lineis I.V, & k.X. quæ cùm nullum punctum commune habeant præter H. necesse est punctum H. esse centrum grauitatis figuræ k.L, I. qood cùm sit positum, similiter idemque ac centrum grauitatis D.E.F. Sequitur punctum G. esse quoque ceotrum grauitatis A.C.B. & similiter puni ac H. ceotrum grauitatis D.F.E. quod erat probaodum. f per praeced. pet. g per 4. l 1. h per 5. pet. huius. i per 1. cōm. sent. l per 32. l. 1. m per 4. l. 6. & defini. eiusdem. n per 29 l. 1 o per 24. l. 5. p per defin. centri.

Minorem aotem maiori applicare, ita vt centra grauitatum conoeniant, lateraque vtriusque sint parallela possumus. Sint enim similes & inæquales figuræ A,B,C,D. E,F,G,H, in quibus sumpta sint q duo puncta I. & k. similiter posita. Ab his ad angulos rectæ agantur triangulos componentes similes r. Tom in lineis I.A, I.B, I.C, I.D. maioris resecentur I.L, I.M, I.O, I.N, æquales lineis k.E, k F, k.G, k.H, minoris, & demum iungantur lineis puncta L,M,N,O. Erit enim figura L,M,N,O, æqualis & similis minori E, F,G,H. nam triangulorum L, I, M, & E,k,F. anguli ad I, & k, sunt æqoales, ex simili punctorum I, & k, positione: & proinde æquianguli, similes & æquales sont s trianguli: Idem de reliquis esto iudicium. Quoniam verò anguli k, E,F, & I.A.B. sunt æquales ex simili positione, sunt quoque pates externus I.L.M. & I.A.B. & igitur parallela sunt t latera A.B, L.M. similique ratione reliqua reliquis. q per iam demōstrata. r ex similis punctorum positione. s per 4. l. 1. & 4. l. 6. t per 28 l. 1.



Aut igitur I. & K. puncta sunt centra grauitatum, & sic habemus quod quærimus: aut certè non sunt. Sed tamen dico quæcumque puncta fuerint centra grauitatum horum planorum similium sibi mutuo similiter applicatorum, ipsa congruere & simul esse. Quandoquidem si fieri potest sit I. centrum vnius, nempè maioris, & T. alterius, scilicet minoris, & à puncto T. lineæ ducantur ad angulos L.M. N.O. angulos constituentes dissimiles angulis prioribus, tum ijs qui fiunt ad puncta A.B.C. D. Hinc etenim sequeretur similium figurarum centra grauitatum non similiter poni: contra id quod nuper demonstrauimus.



PETIT. VIII.

Si magnitudines ab aliquibus distantijs æquiponderant, etiam alias ipsis æquales ab ijsdem distantijs æquiponderare.

ΑΙΤΗ. Η.

Εἴκα μεγέθεα ἀπό τινων μακέων ἰσορροπέωντι, κὴ τὰ ἴσα αὐτοῖς ἀπὸ τῶν αὐτῶν μακέων ἰσορροπήσειν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Nihil hac petitione iustius. Si enim æqualium pondere magnitudinum, æqualia sunt momenta, quæ fuerit priorum vis ad mouendum inferiè, eadem erit posteriorum. Cùm autem æquales dicit magnitudines, intellige pondere & grauitate, non extensione.

PETIT IX.

Cuiuscumque figuræ si fuerit ambitus in easdem partes cauus, centrum grauitatis figuræ intus esse.

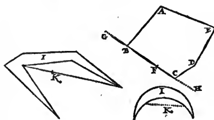
ΑΙΤΗ. Θ.

Παντὸς σχήματος εἶκα ἁ περίμετρος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα ᾖ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς εἶναι τοῦ σχήματος.

a in 1. & 2. defin. li. 1. de sphær. & cyl.

De lineis & figurarum perimetris in easdem partes cauis antea diximus.a Sit igitur figura A.B.C. D.E. cuius perimetrus sit ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα: vult Archimedes centrum grauitatis intra ambitum esse. Etenim si fieri potest sit in ipsomet ambito, putà F. Et secus lineam B. C. agatur planum G. H. transiens per centrum grauitatis ponderis. Debet hoc planum in duo æqualia grauia diuidere figuram. At nõ ipsam secat, sed duntaxat attingit. Ergo non est hoc centrum in ambitu. Multo verò minus extra esse potest, ob eandem rationem. Cæterum figuræ quarum ambitus in diuersas partes cauus est, vt I. extra propriam periferiam centrum grauitatis habent, sicuti in K. quia intra ipsam adigi non potest planum quæ eas in duo æqualiter ponderantia secet. Quamuis enim possit secari quidem in duas partes, quæ in statera diuisim appensæ pariter in aliquibus distantiis ponderent: tamen illic non erit centrum grauitatis totius b, quia dum partes totum constant, aliter ponderãt quàm separatæ. Extremæ enim partes, quia longiùs recedunt à medio, & maioribus appendentur radiis, grauiores sunt quàm interiores.

b per ea quæ dixi- mus ad finem 1. pet. huius.



Τούτων δ' ὑποκειμένων. His verò suppositis.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

An quæ præmisit Archimedes rectè αἰτήματα, seu petitiones dixerit, an potius fuerint vel hypotheses, vel communes sententiæ, seu axiomata dicenda, quidam dubitarunt. Atque harum quidem petitionum multas, vt primam, quintam, & septimam, verius appellari ἀξιώματα, quàm αἰτήματα, censuit Geminus, subscripsitque [a] Eutocius: quasdam quoque esse definitiones, vt sextam. Hoc autem non latuisse Archimedem credibile est. Verum cùm opus exiguum emitteret magno, vti apparatu noluit, imò ne procemio quidem, sicuti in reliquis consueuerat: Principiaque quæ essent præmittenda nomine, vt vult Proclus [b], comprehendit, quod esset, & definitionibus & dignitatibus, cum petitionibus commune. Petere enim possumus hoc vel illud sic appellari, tum hoc vel illud quod naturæ lumine cognoscimus, ratum statui: denique hoc vel illud possibile fieri. At omne quod fieri, vel sic nominari potest, dignitatem appellare nequimus, nec innatam mentibus nostris cognitionem, definitionem esse concedetur. Breuitati itaque studens Archimedes principia sua duntaxat petiuit, non definiuit, non statuit. Cæterum Græci codices alia duo vel tria postulata subnectunt, quæ nos propositiones fecimus. Quamuis enim à postulatis parum differant, simplicissimaque sint, tamen ea postulata facere alienum videtur à mente Archimedis: Quippè cum præcedentia simpliciter petijsset nulla addita causa vel ratione, hæc non purè aut nudè proponit, sed ipsis demonstrationem subnectit. Nullius verò artificis est sua principia probare. Neutiquam ergo vt principia, sed vt propositiones Archimedes subiunxit. Exscriptorum autem errore factum est, vt postulatorum loco habita sint: quia cum postulata propositionesque primùm solis literis numeralibus ad marginem appositis, distinguerentur, vixque hic breues demonstrationes diiudicarent, vna aut altera linea inferius, quàm par fuerat primum characterem adnotarunt, & primam, quæ tertia erat, propositionem fecerunt. Cæterum pro sequenti libro alia hæc etiam petemus.

[a] Eutocius suo comm.
[b] in 2. & 3. lib. suorum comm. in I. Euclidis.

ΑΙΤΗΜΑ Ι. PETIT. X.

Planum contentum sub recta linea, & rectanguli coni sectione, planum parabolicum appellari.

Hoc autem planum qualenam sit, quibusque superficiebus contineatur, sequentis libri procemio dicemus.

ΑΙΤΗ. ΙΑ. PETIT. XI.

Similes sectiones Coni esse, in quarum singulis, ductis lineis basi parallelis numero æqualibus, sunt ipsæ parallelæ, & bases ad abscissas, ab ipsis parallelis à vertice partes diametrorum, in eadem ratione, tum abscissæ ipsæ ad abscissas.

Ex sexto libro Conicorum elementorum Apollonij hoc αἴτημα refert Eutocius: sed quia liber abest, quem nobis surripuit temporum miseria, infelici harum scientiarum casu, petitioni rationem illam subiungemus, quam alias dedimus [c], ne quid impossibile, indecens, aut iniustum postulare videamur: Quamquam relatoris authoritati fortasse aliquid debetur. Verum hic nihil nomini, vel famæ condonamus: soli rationi, vt soli in humanis constanti veritatis amicæ, solique demonstrationis ἀψευδεῖ credimus.

[c] ad 17. defin. li. de conoidib. & sphæroidib.

ΑΙΤΗ. ΙΒ. PETIT. XII.

Figuras euidenter descriptas in portionibus parabolicis esse similes, quæ describuntur numero laterum pares.

Quæ sit figura euidenter inscripta in parabolica portione habebimus in manifesto libri secundi huius operis.

' Tum similes esse eas quæ paribus numero lateribus constant, habebitur ex 3. & 7. eiusdem libri: quæ enim in tertia describuntur pari laterum numero, similes ὅμοια ἀδύγραμμα ab Archimede demonstratione propositionis septimæ dicuntur.

PROPOS. I. — ΠΡΟΤ. A.

THEOR. I. — ΘΕΩΡ. A.

Æquiponderantia grauia ab æqualibus distantijs, æqualia sunt.

Τὰ ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσοῤῥοποῦντα βάρεα, ἴσα ἐστί.

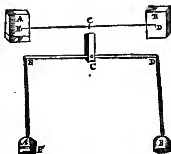
ΥΠΟΘ. Sint æquiponderantia pondera A. F. & B. à distantijs æqualibus E. C, D.C.

ΣΥΜΠ. Dico A. F. & B. esse æqualia.

ΚΑΤΑΣ. Si non sunt æqualia, alterum altero maius est. Sit itaque A. F. maius, & ab eo excessus tollatur F.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Sublato F. ex A. F. reliquum A. non æquiponderat [a] cum B. Ar nihilominus ipsi B. æquale est A. Ergo æqualia grauia ab æqualibus distantijs non æquiponderanr, conrra primam peritionem huius. Absurdum ergo est totum A. F. & B. non esse æqualia..

a per 4. petit. huius.



PROP. II. — ΠΡΟΤ. B.

THEOR. II. — ΘΕΩΡ. B.

Inæqualia grauia non æquiponderant ab æqualibus distantijs, sed inclinabuntur ad maius.

Τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἄνισα βάρεα οὐκ ἰσοῤῥοποῦντι, ἀλλὰ ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον.

ΥΠΟΘ. Sint iam A. F. & B. pondera inæqualia: A. F. quidem maius, B. verò minus, appensa ab æqualibus distaniijs E.C, C.D.

ΣΥΜΠ. Dico non æquiponderare ipsa, sed inclinari ad A.F.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam A.F. maius est altero B. tollatur excessus, qui sit F.

ΑΠΟΔΕΙ. A. tandem æquale fiet ipsi B. proinde in distantijs æqualibus E.C, C.D. æquiponderant [b] A & B. Si itaque F. restituatur parti A. totum A.F. inclinabitur [c], quod fuit probandum.

b per 1. pet. huius.
c per 3. pet. huius.

ΠΡΟΤΑ. Γ. — PROP. III.

ΘΕΩΡ. Γ. — THEOR. III.

Τὰ αἴισα βάρεα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσορροπησοῦντι, καὶ τὸ μεῖζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

Inæqualia grauia ab inæqualibus distantijs æquiponderant, & quidem maius à minori.

ΥΠΟΘΕ. Æquipondetent A.F. & B.inæqualia pondera, scilicet A.F. maius ex parte F. & B. minus à distantijs E.C,C.D.




ΣΥΜΠΕ. Dico inæquales esse distantias E.C,C.D. & minorem esse E.C. à qua scilicet maius pondus A.F. appenditur.

ΑΠΟΔ. Sublata parte F. manebit A. æquale alteri B. sed inclinabitur[a] B. Et proinde C.D. distantia maior est[b] altera E. C. quod fuit probandum. a per 4. petit. huius. b per 2. pet. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vocabulum τὸ μεῖζον, quod in typico libro deerat, restitui ex manuscripto.

ΓΡΟΤ. Δ. — PROP. IV.

ΘΕΩΡ. Δ. — THEO. IV.

Εἴκα δύο ἴσα μεγέθεα μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχοντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθῶν συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἔσται τοῦ βάρεος τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος.

Si duæ æquales magnitudines non habent idem centrum grauitatis: magnitudinis ex vtrisque magnitudinibus compositæ centrum grauitatis est in medio rectæ lineæ centra grauitatum ipsarum magnitudinum coniungentis.

ΥΠΟΘ. Sint æquales pondere magnitudines A. & B. quarum grauitatum centra iungantur linea recta A. B.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico sic compositæ ex vtrisque magnitudinis centrū grauitatis esse in medio rectæ A.B. putà C.

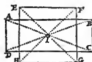
ΚΑΤΑΣ. Etenim si non est centrum æquilibrij in C. ponatur in D. si fieri potest.

ΑΠΟΔ. Centrum ipsum æquilibrij esse in linea A.B. distantiasque numerari à centris A. & B. superiùs ostendimus[c]. Et quoniam constituitur ab aduersario in D. non in C. erunt distantiæ A.D,D.B. inæquales: Et ita duo grauia æqualia in distantijs inæqualibus æquiponderabunt contra quàm supra[d] petijmus. c Σχολίῳ priore pet. d 2. petit. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes sua demōstratione habet, ἐν γὰρ εὐθείᾳ τᾶς α. β. [illegible]. Vbi verò centrum æquilibrationis magnitudinis cōpositæ esse in linea coniungente componentiū magnitudinū centra, ostenderit, nō paret. Hoc videtur potius in omnibus quæ præcesserūt assumere, quàm apertè petere aut claré demōstrare. Nos verò exposuimus σχολίῳ primæ petitionis. Duo sunt rursus hic in textu notanda: nempè vocari μεγέθεα, seu magnitudines, quæ hactenus βάρεα seu grauia dicta fuerant: tum compositam dici magnitudinem, quæ conflatur ex duabus illis, quæ inter se penes grauitatem conferuntur. Pri-

mum fit, qoia ex his quæ de grauibus huc vſque dixit, dubitari non poteſt, num loquatur de puris magnitudinibos, an de magnitudinibus grauibus. Cùm enim petierit ea quæ neceſſaria ſunt ad demonſtrandas graoium rerum proprietates, non eſt ambigendum qua formali ratione de magnitudinibus agat: ſed ſatis intelligere eſt magnitudines hic agitari, non quatenus magnitudines ſunt, ſed vt ſunt graues: itavt dum io poſterum μεγέθεα enunciat, βάρεα ſit ſubintelligendum: vt materiale ſit ſubiectum magnitudo, formale ſit grauitas. Grauis aotem in poſtulatis ſolùm mentionem fecit, quòd præmiſſæ ſint in gratiam formæ, & proprietatum quæ ex ea manant, non cauſa magnitudinis, cuius vt magnitudo eſt, nullæ hic affectiones demonſtrantur. Cæterum oon vſus eſt nomine magnitudinis in 3. primis propoſitionibus, quia vix aberant à petitionibus, ſimpliceinque ac nudum habebant cooceptum: tum eodem vocabulo incipit proponere qoo petietar, ne quid alienum à poſtulatis enunciare videretur. Aliam rationem affert Guidus Vbaldus, qui ab Archimede vult nomen μεγεθέων vſurpari, quia deinceps pondera conſiderat diuiſibilia: diuiduntur autem vt magnitudioes ſunt, non vt grauia. At verò libenter cauſam hanc minimè reciperem, cum etiam grauia, quæ tam in prima, quàm in ſecunda & tertia appendimus, io demooſtratione diuiſerimus. Illic itaque etiam non grauia ſed magnitudines dicendæ fuerant. Quantom autem attinet ad ſecundum, duplici nomine Archimedes magnitudinem compoſitam appellare videtur: Tum quia copulantur ambæ lineæ coniungente earum centra, itavt coniunctas vocet, qoæ tantum copulatæ ſont: tum quia ambarum ſuſpenſarum ſit voum idemque centrum grauitatis. Cùm enim magnitudines hic conſiderentur, vt concipiuntur graues, rationi videtur conſentaneum multitudinem magnitudioum metiri ex grauitatum ceotris: itavt vbicumque fuerit vnicum grauitatis centrum, voa etiam magnitudo eſſe dicatur. Non enim grauitates omnium partium in vnum polum conſpirant, niſi mutua continuaque partium coniuoctio ſit, ex qua vnica magnitudo dici debeat. Hinc fit vt inpoſterum magnitudines omnes quæ efferentur vnico puncto, coniuncta magnitudine intelligantur.



Denique duas magnitudines æquales, idem centrum habere grauitatis, haodqoaquam incongruum eſt. Poſſumus enim æqualia rectangulum & quadratum proferre A.B.C.D. & E.F.G.H. quæ idem grauitatis centrum habeaot, nempè I. vt oſtendetor poſtea propoſitione 10. huius. Proptetea ergo hanc ὑπόθεσιν ponit Archimedes, μὴ ἐν αὐτῷ κέντρῳ τοῦ βάρεος ἔχοντα.

PROP. V.

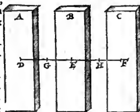
THEO. V.

Si trium magnitudinum centra grauitatis in rectam lineam fuerint poſita, & magnitudines æqualem grauitatem habuerint. Tum quæ inter centra lineæ, fuerint æquales: magnitudinis ex omnibus compoſitæ centrum grauitatis erit punctum, quod eſt mediæ ipſarum centrum grauitatis.

ΠΡΟΤΑ. Ε.

ΘΕΩΡ. Ε.

Εἴκα τριῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἐόντι κείμενα, καὶ τὰ μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχοντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι, ἴσαι ἐόντι· τοῦ ἐκ πάντων μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου τῶν αὐτῶν κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.



ΥΠΟΘ. Sint tres magnitudines A. B. C. æquales, quarum centra grauitatum D. E. F. iungat recta linea D. F. ita vt æqualiter diſtent: nempè D E. ſit æqualis ipſi E. F.

ΣΥΜΠ. Dico centrum grauitatis compoſitæ magnitudinis ex tribus, A. B. C. eſſe punctum E. ſcilicet centrum grauitatis mediæ ipſarum.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam D. E, & E. F. diſtantiæ ſunt æquales, centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex A. & B. eſt [a] punctum E. Atqui idem punctum E. eſt centrum grauitatis ipſius B. mediæ magnitudinum propoſitarum.

[a] per præcedentem.

Ergo idem punctum E. centrum est grauitatis & mediæ propositarum magnitudinum & compositæ ex tribus propositis, quod erat probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic est demonstrationis Archimedeæ typus: verum quia non videtur clarissima conclusio, nec patuit hucusque idem punctum quod fuerit duarum magnitudinum centrum grauitatis, fore quoque centrum compositæ ex illis duabus; sic aliter ostendo. Diuidantur [a] D. E. & E. F. bifariam in punctis G. & H. Erunt [b] quippe partes æquales. Et quia A. & B. sunt æqualia grauia. Et D. G, G. E. æquales distantiæ, est [c] G. centrum grauitatis compositæ ex A. est B. Rursus centrum grauitatis compositę ex B. & C. est H. Atqui G. E. & E. H. sunt pares distantiæ: tum magnitudo composita ex A. & B. æqualis est compositæ ex B. & C. Ergo compositæ magnitudinis ex his duabus compositis centrum grauitatis erit in E. quod fuit probandum. Cæterùm hinc deducemus hoc corollarium.

[a per 10. l. 1. b per 15. l. 5. c per 4. huius.]

COROLLARIVM.

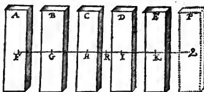
Punctum quod fuerit duarum magnitudinum centrum grauitatis, erit quoque centrum magnitudinis ex ipsis duabus compositæ. Valet enim vbique præcedens demonstratio.

ΦΑΝΕΡ. Α.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ὁπόσων καὶ τῷ πλήθει περισσῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἐῶντι κείμενα εἴκα τά τε ἴσον ἀπέχοντα ἀπὸ τοῦ μέσου μεγέθεος, ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ εὐθεῖαι αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσαι ἐῶντι τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος, κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου αὐτῶν κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

MANIFESTVM I.

Ex hoc manifestum est, quod si quotcumque magnitudinum numero imparium centra grauitatis in recta linea fuerint constituta, sique æqualiter absuerint à media magnitudine & æqualem habuerint grauitatem, nempe si rectæ lineæ inter earum centra fuerint æquales: magnitudinis ex omnibus compositæ centrum grauitatis erit punctum quod & mediæ ipsarum centrum est grauitatis.



ΥΠΟΘ. Sint plures tribus magnitudines numero tamen impari & æquales A. B. C. D. E. quarum centra recta linea F. K. coniungantur, cuius partes inter centra sint pares.

ΣΥΜΠ. Dico centrum magnitudinis ex illis compositæ esse centrum H. nempe inter ipsas mediæ.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam centrum compositæ ex tribus A. B. C. est [d] G. Deinde centrum compositæ ex C. D. E. est [d] I. Tandem compositæ ex duabus æqualibus compositis nẽpe ex A. B. C. & ex C. D. E. est [e] H. quod fuit probandum.

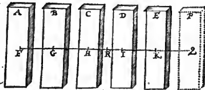
[d per 5. huius. e per 4 huius.]

MANIFESTVM II.

Si quoque pares fuerint multitudine magnitudines, & centra grauitatis earum in rectam fuerint constituta, & mediæ ipsarum æqualem grauitatem habuerint, fuerintque lineæ inter centra rectæ æquales: magnitudinis ex omnibus illis magnitudinibus compositæ grauitatis centrum erit medium rectæ lineæ coniungentis centra grauitatis magnitudinum, vt dictum est.

ΦΑΝΕΡΟΝ Β.

Εἴκα καὶ ἄρτια ἔωντι τῷ πλήθει τὰ μεγέθεα, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ἔωντι κείμενα, καὶ τὰ μέσα αὐτῶν ἴσον βάρος ἔχοντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἔωντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος, τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος τῶν μεγεθέων, ὡς ὑπογέγραπται.



ΥΠΟΘ. Superiori magnitudinum numero addatur sexta P. æqualis singulis aliarum, & sit eius cētrum Q. æquali reliquis distantia seiunctum à cētro K.

ΣΥΜΠ. Dico centrum magnitudinis ex omnibus sex cōpositæ esse medium lineæ F.Q. nempe R.

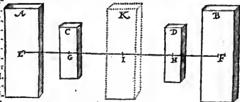
ΑΠΟΔ. Nam sunt duæ lineæ F.G, G.H. æquales ex hypothesi duabus Q.K, K.I. Cum ergo R. ponatur medium punctum totius F.Q. sublatis æqualibus F.H. & I.Q. ab æqualibus dimidijs F.R. & R.Q. remanebunt R.H. & R.I. æquales. Atqui magnitudinis A.B.C. centrum grauitatis est [a] G. Tum magnitudinis D.E.P. centrum est [a] K. Compositæ ergo ex ambabus A.B.C. & D.E.P. centrum magnitudinis est [b] R. quod fuit probandum.

a per 5. huius.
b per 4. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quoniam qui habentur & typo & calamo libri legunt in textu huius manifesti καὶ τὰ μέσα αὐτῶν ἴσον βάρος ἔχωντι, ita scripsi: quamquam optime restituatur καὶ τὰ μεγέθεα αὐτῶν ἴσον βάρος ἔχωντι, vt fere Vbaldus. Nihilominus si sensum Archimedis ex his verbis hunc esse velimus, vt positis duabus extremis æqualibus satis sit vt binæ æqualiter à medio distantes inter se sint æquales, licet alijs comparibus sint impares, etiam constabit φανερόν. Sunt enim A. & B. magnitudines pondere æquales, & sint E.I. & F.I. æquales, scilicet F.E. coniungens ambarum centra grauitatis, bifariam diuidatur in I. Erit [c] quippe I. centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex A. & B. Sint rursus æquales C. & D. inæquales vero ipsis A. & B. & æqualiter distent eorum centra G. & H. à puncto I. [c] erit iterum compositæ ex C. & D. magnitudinis centrum grauitatis in I.

c per 4. huius.



Ergo tandem totius compositæ ex A.B.C.D. erit etiam punctum I. centrum grauitatis. Imo si addi-

derimus K. cuiuſcumque molis, ita vt centrum grauitatis ipſius ſit I. erit [a] ſecundum primum φάνερν I. magnitudinis ex 5. A. C. K. D. & B. compoſitæ centrum. a per coroll. 5. huius.

LEMMA.

Si A. fuerit ad B. vt C. ad D. Et A. commenſuretur ipſi B. vt C. quartæ D. Quoties vero E. communis menſura ipſarum C. & D. fuerit in antecedente C. toties G. ſit in A. erit G. communis menſura quantitatum A. & B.

A.	B.
C.	D.
E.	
G.	

ΑΠΟΔ. Quoniam G. toties eſt in A. quoties E. eſt in C. quæ pars eſt G. ipſius A. eadem eſt E. alterius C. & G. eſt [a] ad A. vt E. ad C. Atqui A. eſt ad B. vt C. ad D. Proinde ex æquo G. eſt [b] ad B. vt E. ad D. & G. toties eſt in B. quoties E. in D. Cum itaque G. ſit toties in A. quoties E. in C. & adhuc toties in B. quoties E. in D. Erit [c] & G. toties in A. & B. quoties E. reperitur in C. & D. Vt ergo E. exactè metitur C. D. ita G. exactè metitur A. B. & eſt vtriuſque communis menſura quod fuit probandum.

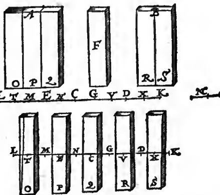
a per 15. l. 5
b per 22. l. 5
c per 2. l. 5.

ΠΡΟΤ. ς. — PROP. VI.

ΘΕΩ. ς. — THEOR. VI.

Τὰ σύμμετρα μεγέθεα ἰσορροπέοντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότων, καὶ τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς βάρεσιν.

Commenſurabiles magnitudines ex diſtantijs reciprocis eandem rationem habentibus quam pondera, æquiponderant.



ΥΠΟΘ. Sint commenſurabiles magnitudines A. & B. ſitque vt A. ad B. ſic diſtantia D. C. ad diſtantiam C. E.

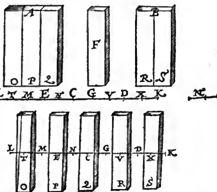
ΣΥΜΠΕ. Dico pondus A. ſuſpenſum centro grauitatis à puncto E. & B. ſimiliter à puncto D. æquiponderare ex puncto C. tanquam grauitatis centro magnitudinis ex A. & B. compoſitæ.

ΚΑΤΑΣ. Recto producatur vtrinque E. D. & fiat E. L. æqualis parti C. D. tum ſumantur D. G, D. K. ſingulæ æquales alteri E. C. Et quoniam D. C. eſt ad C. E. vt A. ad B. erit quoque L. G. ad G. K. vt A. ad B. Nam cum E. C. & G. D. ſint æquales, vtrique addita C. G. fient [d] C. D. & E. G. æquales. Sed eidem C. D. æquatur & L. E. proinde L. E, E G. ſunt æquales. Et L. G. dupla ipſius C. D. At G. K. poſita eſt quoque dupla ipſius C. E. Ergo dupla L. G. ad duplam G. K. erit [e] vt ſimplex C. D. ad ſimplicem C. E. hoc eſt vt A. ad B. & proinde L. G, G. K. ſunt [f] commenſurabiles. Earum ſit [g] communis menſura N. & quoties N. eſt in L. G. toties F ſit in A. vt F. ſit [h] æqualis & communis menſura ambarum A. & B. ita vt toties N. ſit rurſus in G. K. quoties F. in B. diuidantur A. & B. in partes æquales menſuræ F. nempè.

d per 3. com. sent.
e per 15. l. 5.
f per 10. l. 10
g per 1. l. 10
h per præcedens lemma.

O. P. Q. R. S. Tum L. G, G. K. secentur in partes æquales ipsi N. nimirum in L. M, M. Y, Y. G, G. D, D. K. Incident enim sectiones tum in G. quia est finis partis L. G. tum in D. Quia cum G. K. sit dupla simplicis E C. Et sit N mensura bis in G. K. sicuti F. bis in B. incidet sectio in D. Et erit N. æqualis ipsi G. D. vel E. C. Denique partes huiusmodi lineæ L. K. dirimantur bifariam [a] in punctis T. E. C. V. X. inter quæ E. & C. repetientur: quia cum N. sit communis mensura duplarum L. G, G. K. erit ipsa dupla communis mensura simplicium D. C, C. E. Et vt N. ter repetitur in G. L. quia F. ter est in A. sic semissis N. ter erit in D. C. Cum ergo N. impleat exactè K. D, D. G. extensa rursus transibit vltra C. eiusque medium cadet exactè in C. & extremum exactè inter C. & E. cum etiam C. E. illi sit æqualis, & propterea adhuc extensa etiam ipsius medium cadit in E. Ab ipsis tandem punctis appendantur singulæ partes magnitudinum A. & B. per earum grauitatis centra.

a per 10 l. 1.

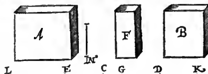


ΑΠΟΔ. Est L. E. æqualis ipsi C. D. tum E. C. par reliquæ D. K. proinde L. C, C. K. sunt æquales, & C. est punctum medium lineæ L. K. seu T. X. Nam L. T. & X. K. sunt pares, sicuti aliæ omnes distantiæ inter centra appensarum magnitudinum. Ideirco centrum grauitatis compositæ magnitudinis ex his S. O. P. Q. R. S. erit [b] punctum C. Atqui magnitudinis compositæ ex tribus O. P. Q. centrum est [c] in E. Et simul iunctæ in E. æquiponderant [e] ex E. vt separatæ: Tum magnitudinis compositæ ex R. & S. centrum est [d] D. & illic iunctæ æquiponderant vt separatæ. Proinde si tres O. P. Q. hoc est A. appendeant ex E. & duæ R. & S. hoc est B. pendeant ex D. centrum grauitatis magnitudinis ex A. & B. compositæ erit C. quod fuit probandum.

b per manifestum 1. huius. *c per ea quæ ostendimus 2. petitione huius.* *d per manifest. 2. huius*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ex hac & sequenti propositione tota Mechanice dependet: ita vt vix dici possit quàm stabile nobis hic Archimedes totius illius artis fundamentum statuerit. Apprimè autem nobis aduertenda est distinctio, quàm supra fecimus duplicis speciei æquilibrij. Propositio quippe statim constat si de æquilibrio quod diximus artis, intelligatur: sed ambigitur, hæsitaturque si de æquiponderatione, quam oneris appellauimus, sermo sit: Quamquam de vtroque verissima est. Etenim in præcedenti χήμαν, quanta distantia accedit O. tanta recedit Q. Et quod alterum detrahit, alterum addit. In alia itidem parte recedit R. accedit æqualiter S. ita vt manus æquale perpetuo onus dijudicet, & censeantur distantiæ posteriores prioribus æquales. Hoc vero discriminis est quod si A. & B. dissiungantur secundum lineam L. k. maioribus distantijs proportionalibus, tamen illis primis semper ex arte æquiponderent in C. ex manu vero non æqualiter grauitent. Quoniam autem impari partium numero vsi sumus sic generalius videtur propositio demonstrari. Supposito vt supra L. G. esse ad G. k. vt D. C. ad C. E. seu vt A. ad B. Et esse L. G. duplum ipsius C. D. tum G. k. duplum consequentis E. C. demum E. & D. esse puncta media partium L. G, G. k. Tandem N. communem esse mensuram distantiarum L. G, G. k. vt est F. magnitudinum A. & B. Secentur L. G. in partes æquales ipsi mensuræ N. & in



tot partes A. diuidatur pares mensuræ F. cum sint L. G. ipsius N. & A. ipsius F. æquemultiplices. Tũ G. k. toties dirimatur per N. quoties B. per F. cum sint rursus G. k. lineæ N. & B. plani F. æquemultiplices. Appendantur deoique partes A. à partibus L. G. ita vt planarum partium centra grauitatum respondeant mediis punctis partium L. G. Et partes B. adstruantur partibus G. k. per centra planorũ, & media puncta linearum. Magnitudinis enim compositæ ex omnibus, quia æquales sunt, & æqualiter distant earum centra à se inuicem, nempè per quantitatem N. centrum grauitatis est [a] C. dimidium ipsius L. k. Atqui magnitudo composita ex separatim appensis ad L. G. ponderat in medio. Tũ magnitudinis compositæ ex diuisim appensis ad G. k. centrum est [a] in D. Tum omnes ex L. G. simul coniunctæ, hoc est A. æquiponderant [b] etiam in E. vt omnes ex G. k. cooiunctæ scilicet B. æqualiter grauitant in D. magnitudo ergo composita ex A. appenso ad E. & B. pendeote ex D. centrum habet grauitatis in C. quod fuit probandum. Sic breuius & simplicius Archimedes, qui tamen clarius auditur ex iis quæ præmisimus. Cæterum maior propositionum pars quas Archimedes vt Theoremata profert, etiam vt problemata tradi queunt. Etenim hæc præseos his concipi verbis potest.

[a] per 1. vel 2. manifest. huius.
[b] per ea quæ diximus ad 2. postulatũ huius.

Data pondera inæqualia commensurabilia in distantijs appendere vt æquiponderent.

Nam sumptis distantijs D. C, C. E. in eadem ratione quam habet A. ad B. ita vt D. C. sit ad C. E. sicut A. ad B. permutatimque appensis nempè A. à puncto D. rum B. à puncto E. probabuntur itidem æquiponderare, & esse magnitudinis ex ipsis compositæ centrum grauitatis C. Ad appendendum vero magnitudines incommensurabiles, in distantijs quibus stent in æquilibrio, hæc præmittenda sunt.

COROLLARIVM.

Hinc deducimus, inæquales sed commensurabiles magnitudines appensas à distantijs quæ sint reciprocè in maiori ratione quàm magnitudines, accidere magnitudinum inclinationem. Sit enim D. C. distantia ad C. E. vt A. magnitudo ad B. Sumatur vero C. F. maior quam D. C. quæ propterea habeat [c] ad C. E. maiorem rationem quam A ad B. Et appendatur A. ex E. Tum B. ex F.

A. B. G. H.

E C D D F

ΔΙΟ. Dico B. inclinari.

ΑΓΟΔ. Nam si B. appenderetur ex D. æquiponderarent [d] A. & B. Cum ergo B. appenditur ex F. adijcitur illi aliquid, & propterea inclinatur [e].

Vice versa. Si A. maiorem rationem habuerit ad B. quam D. C. ad C. E. Dico A. inclinari: Etenim sit G. ad B vt D. C. ad C. E. Siquidem G. habebit ad B. minorem rationem quam A. ad idem B. & proinde G. erit minor quam A. Sit differentia H. & appendatur G. ex E. Tum B. ex D. Æquiponderabunt [d] B. & G. Ipsi vero G. addatur H. hoc est ponatur A. loco G. adijcietur ipsi G & ex consequenti inclinabitur [e].

[c] per 8. l 5.
[d] per præcedentem.
[e] per 3. petitionem huius.

Denique sequitur appensis A. ex E. & B. ex F. vt priùs, addi debere aliquid ipsi A. ne fiat inclinatio, vel appensis A. ex E. & B. ex D. vt posteriùs, aliquid esse addendum ipsi B. vt non inclinetur.

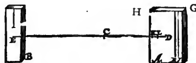
At equidem B. priori modo appenso in F. detrahendum esse aliquam distantiæ partem ad æquilibrium consequendum. Ex eo quod enim C. F. sit maior quam C. D. fit inclinatio à parte B. Demum posteriori modo maior distantia quam C. D. adijci debet ipsi B. vt æquiponderet. Ex eo quod enim C. D. minorem rationem habet ad C. E. quam A. ad B. inclinatur A. Verum maior distantia quam D. C. maiorem quoque rationem haberet ad C. E. quæ tandem posset fieri æqualis ipsi quam habet A. ad B.

PROP. VII. ΠΡΟΤ. Z.

THEOR. VII. ΘΕΩ. Z.

At vero si incommensurabiles fuerint magnitudines: similiter æquiponderabunt à distantijs permutatim rationem habentibus eandem quam magnitudines.

Καὶ τοίνυν εἴκα ἀσύμμετρα ἔωντι τὰ μεγέθεα, ὁμοίως ἰσορροπησοῦντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς μεγέθεσιν.



ΥΠΟΘ. Sint duæ magnitudines inæquales A. maior, B. minor incommensurabiles suspensæ à punctis D. & E. in distantijs D. C, C. E. eandem habentibus reciprocè ratione quam ipsæ magnitudines: scilicet quarum maior E. C. est ad minorem C. D. vt A. est ad B.

ΔΙΟ. Dico A. & B. æquiponderare.

ΚΑΤΑΣ. Si non æquiponderant altera inclinatut. Inclinetur A. nempè ob nimium pondus. Et ab ipso A. excessus ponderis auferatur, quo in huiusmodi libratione vincit B. sitque F. G. ita vt reliquum F. H. iam æquiponderet cum B. Duabus autem propositis magnitudinibus B. & F. auferatur dimidium ex B. Et rursus ex semisse dimidiũ,
a per coroll. 1. l. 10. idque toties fiat vt deueniamus [a] ad particellam minorem excessu F. G. Hæc particella metietut H. F. vel non metietur: si metiatur illic steterimus. Si non metiatur eam in F. H. quoties poterimus repetemus, & deinde eam extendemus rum in reliquum ex F. H. quod necessario minus ea erit & in partem aliquam excessu F. G. Repetitio autem exacta, ipsius particella fiat in magnitudine I. H. Ita vt I. H. sit ipse B. commensurabilis.

b per 8. l. 5. ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam A. maius est parte I. H. maiotem rationem habet [b] ad B. quam I. H. ad eandem B. Sed A. est ad B. vt E. C. ad C. D. Proinde I. H. minorem habet
c per præcedens coroll. rationem ad B. quam E. C. ad C. D. Incliuabitur ergo B [c]. & multo magis inclinabi-
d iuxta pet. 4 huius. tur oppositum soli F. H. minori [d]. Absurdum ergo est ponere B. & F. H. in distantijs E. C, C. D. æquiponderare, & absurdum itidem negare A & B. non esse in æquilibrio, vnde absurditas illa sequuta est. Quod si quis rationem negati retulerit ad distantias, dixeritque æquilibrium non fieri, quia distantia C. D. nimia sit.

ΚΑΤΑΣ. Tollamus excessum, & sit K. D. ita vt A appensum ex K. æquiponderet cum B. in distantijs K. C, C. E. Propositarum vero magnitudinum E. C, K. D. dissecemus C. E. quoad particella sese obtulerit quæ minor sit K. D. quæque metiatur ipsam C. E. cum partium commensurabilium semper facta sit διχοτομία. Repetatur ipsa particella in C. K. quantum poterit fieri: Si exactè repetatur, bene est: si non exactè, extendatur rursus ita vt cadat exactè in punctum L. medium necessario inter K. & D. quia minor est excessu K. D. & sint propterea E. C, C. L. commensurabiles.

ΑΠΟΔ. Distantia L. C. minor est quam C. D. & minorem rationem habet [b] ad C. E. quam D. C. ad C. E. hoc est quam B. ad A. Appensis ergo B. ex E. & A. ex L. inclinabitur [c] B. & vt consequamur æquilibrium, augenda [c] est distantia C. L. Tantum abest vt sit minuenda vel vt possint æquiponderare A. ex K. & B. ex E. Censendum ergo B. & A. æquiponderare ex E. & D. vt proponitur.

Cæterum si particellæ fuerint commensurabiles, prima scilicet cum H. F. vel secũda cum C. K, vtemur partibus H. F. vel C. H. tanquam alijs I. H. & C L. vt deducamus

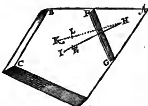
mus ἰσχυρῶς & pertinacem ad absurdum. Etenim cum F. H. sit minor quam A. vel C k. quam C. D. reliquum sequitur demonstrationis.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Porrò non videbitur forsan perfectè elui, si quis animaduerterit nos corollario præcedenti assumpsisse magnitudines commensurabiles, hic vero nunc incommensurabiles. Verum quoque animaduertendum, demonstrationem non dependere solum ab illo corollario, sed potissimum ex supposito à negante æquilibrio, primùm magnitudinum H. I. & B. à distantijs C. D. & C. E. tum magnitudinū A. & B. à distantijs C. K. & C. E. Ex illis enim admissis æquilibriis, & conuicta necessitate aliquid addendi vel magnitudini H. I. vel distantiæ C. L. iuxta corollarium præcedens, sequitur perbellè conclusio absurditatis. Cęterum præter institutum Archimedis demonstrationem tum ex ratione ponderum, tum ex ratione distantiarum deduximus: vt quæ forent demonstrationes fundamenta totius mechanices, vtroque principio & naturali & Mathematico innitererentur, & euidentius amborum συμπάθεια cerneretur.

LEMMA I.

Quolibet plano in duas partes secto, si partium centra recta linea coniungantur, agetur hæc recta per centrum totius.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit planum A. B. C. D. cuius centrum grauitatis sit E. quodque dirimatur in partes A. F. G. & G. D. C. B. F.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico si partium centra I. & H. iungantur recta, transire rectam per E.

ΚΑΤΑΣ. Si non transit per E. sit K. alterum centrorum, lineaque centra iungens sit K. H. non acta per E.

ΑΠΟΔ. Quoniam K. & H. partium supponuntur centra, partes suspensæ manebunt [a] in æquilibrio, in distantijs quæ se habeant reciprocè vt ipsæ partes. Et sit L. centrum æquilibrationis seu centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex ambabus partibus. Sed eadem est quæ primum proposita est A. B. C. D. Ergo magnitudo proposita duo centra grauitatis haberet E. & L. contra quam superius demonstrauimus. a per 6. & 7. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Cæterum licet in sequentibus agatur de planis, tamen ne planæ superficies intelligerentur, quæ pondus habere non cernuntur, figuras vt corpora adsignauimus.

LEMMA II.

Si æquiponderantibus ęquiponderantia addantur, omnia æquiponderant: aut ab æquiponderantibus si æqualiter ponderantia auferantur, etiam reliqua æquiponderant.

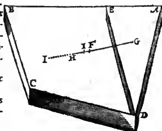
Cum enim sint [a] vbique eædem rationes reciprocæ ponderum & distantiarum, remanebunt [b] rursus eum post additionem tum post substractionem eędem rationes ponderum & distantiarum reciprocæ. Et propterea æquilibrium. b per 11. l. 5.

PROP. VIII. | ΠΡΟΤ. Η.

THEOR. VIII. | ΘΕΩΡΗΜΑ Η.

Si ab aliqua magnitudine resecetur quædam portio non habens idem centrum cum tota: reliquæ magnitudinis centrum grauitatis est in recta linea coniungente centra grauitatum totius magnitudinis, & ablatæ portionis, producta ad eas partes versus quas centrum est totius magnitudinis, nempe si assumpta aliqua pars ex producta coniungente dicta centra, habeat eandem rationem ad illam quæ est inter centra, quam habet grauitas detractæ magnitudinis ad grauitatem reliqui, erit centrum illud assumptæ terminus.

Εἴκα ἀπὸ τινος μεγέθεος ἀφαιρετῇ τι μέγεθος μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ, τοῦ λοιποῦ μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ ἐκβληθείσας τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τῶν βάρεων, τοῦ τε ὅλου μεγέθεος καὶ τοῦ ἀφῃρημένου ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐφ᾽ ἃ τὸ κέντρον τοῦ ὅλου μεγέθεος, καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς ἀπὸ τᾶς ἐκβληθείσας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ εἰρημένα κέντρα, ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον πρὸς τὴν μεταξὺ τῶν κέντρων, ὃν ἔχει τὸ βάρος τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος πρὸς τὸ τοῦ λοιποῦ βάρος, τὸ πέρας τᾶς ἀπολαφθείσας.



ΥΠΟΘ. Detur quodcumque planum A. B. C. D. cuius centrum sit F. Ab eo resecetur portio E. D. A. cuius centrum sit G. Iungantur centra G. & F. recta G. F. quæ producatur in H. & fiat F. H. ad F. G. inter centra, sicuti est resecta portio A. E. D. ad reliquam B. C. D. E.

ΣΥΜΠΕ. Dico centrum grauitatis reliquæ portionis B. C. D. E. esse H.

ΚΑΤΑΣ. Si non est H. centrum grauitatis portionis B. C. D. E. ipsum sit I. in recta [a] scilicet linea centra F. & G. coniungente.

[a] per lemma præced.

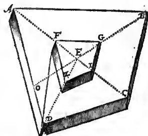
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam I. est centrū grauitatis magnitudinis B. C. D. E. Et G. centrum partis E. D. A. Tum F. centrum magnitudinis ex ambabus compositæ: sequitur [b] G. F. esse ad F. I. vt est magnitudo B. C. D. E. ad magnitudinem E. D. A. Atqui eandem rationem habet G. F. ad F. H. Eadem ergo eandem rationem habet ad inæquales, contra certissima Geometriæ elementa. [c] Non potest ergo aliud punctum quam H. esse centrum grauitatis reliqui B. C. D. E. quod fuit probandum.

[b] per 6. & 7 huius.

[c] Contra 7. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Habet Archimedes μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ. Quandoquidem si portio auferretur in qua ipsum totius centrum iacet, ita vt ipsummet centrum totius superesset partis resectæ centrum: iam non contingeret conclusio propositionis: verum accideret vt idem punctum esset centrum trium magnitudinum, totius resectę & reliquæ, quod sic ostendo.



Sit enim τὸ ἐπίπεδον A. B, C. D. cuius centrum E. diuellatur ab eo pars similis vel dissimilis F. L. I. G. cuius etiam grauitatis centrum sit E. & quocumque modo agantur lineæ B. E. O. & A. E. C. per E. centrum.

ΑΠΟΔ. Cum enim E. sit centrum grauitatis, æquiponderabunt a A. C. B. & A. D. C. Tum etiam in parte resecta erunt a æquiponderantia F. I. G. & F. L. I. Ab æquiponderantibus ergo A. C. B. & A. D. C. tollamus æquiponderantia F. G. I. & F. L. I. remanebunt b partes A. F. G. I. C. B. & A. F. L. I. C. D. æquiponderantes. Centrum ergo grauitatis partium reliquarū vel reliquæ magnitudinis erit in linea A. C. Simili argumento probabimus centrum grauitatis reliquę magnitudinis esse in O. B. Ergo illud centrum reliquæ partis erit in puncto communi duabus lineis A. C. & B. O. nempè in E. Ergo idem punctum E. est centrum grauitatis totius, resectæ & reliquæ, quod fuit probandum. Cæterum figuras hac propositione demus irregulares licet omnibus sui partibus æquiponderantes, ne regulares aut parallelogrammæ figurę hoic solæ negotio deseruire putarentur. Atque sic vniuersalior videtur demonstratio, & verbis authoris magis consentanea, qui generalissimè loquutus dixit ὅταν ἀπὸ παντὸς μεγέθους, &c.

a per defin. centri grauitatis. b per 2. lemma praeced.

ΠΡΟΤ. Θ.	PROB. IX.
ΘΕΩΡ. Θ.	THEOR. IX.
Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐστὶν ἐπὶ τᾶς εὐθείας ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τᾶς κατ' ἐναντίον τοῦ παραλληλογράμμου πλευράς.	Cuiuscumque parallelogrammi centrum grauitatis est in recta linea coniungente opposita parallelogrammi latera bifariam secta.



ΥΠΟΘ. Sit planum parallelogrammum A. B. C. D. cuius latera A. D. & B. C. bifariam diuidantur c punctis E. & F. quæ iungantur linea E. F.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico centrum grauitatis parallelogrammi esse in linea E. F.

ΑΠΟΔ. Parallelogramma D. F. & E. B. sunt d æqualia, tum similia e: parallelas enim C. F, F. B. & D. E, E. A. iungentes D. C, E F, A. B. sunt f parallelæ. Vnde anguli primum D. C. F. & E. F. B. deinde C. D. E. & F. E. A. sunt g æquales. Ergo ipsa iuncta simul per latus E. F. eum efficiant totam C. A. sequitur centrum totius esse h in E. F. quod erat probandum.

c per 10. l. 1. d per 1. li. 6. e per 1. defin. l. 6. f per 34. l. 1. g per 29. l. 1. h per ea quæ demonstr. 5. petit. huius.

ΑΛΛΩΣ.

ΚΑΤΑΣ. Ponantur H. & I. centra grauitatum ambarum partium D. F. & E. B. & iungantur lineæ H. I, H. E, H. F, I. E, I. F, I. A. & I. B.

ΑΠΟΔ. Quoniam sunt D. F. & E. B. parallelogramma æqualia & similia, centra H. & I. similiter ponuntur i proinde trianguli A. I. B, & H. F. E. sunt l æquianguli & æquilateri: Sed trianguli I. A. B. & I. E. F. sunt m quoque æquianguli & æquilateri: Ergo æquianguli & æquilateri sunt n trianguli H. F. E. & E. I. F. nempe I. F. æquale est lateri H. E. & angulus I F. G. æqualis angulo G. E. H. Sunt vero etiam æquales o anguli H. G. E. & I. G. F. Ideirco æquilateri sunt r trianguli H. G. E. & I. G F. & latus H. G. par lateri G I. Cum ergo parallelogramma D. F. E. B. sint æqualia, æquiponderant in distātijs æqualibus p hoc est in radijs H G, I. G. & magnitudinis ex vtroque compositæ centrum grauitatis est G. in linea E. F. quod fuit probandum.

i per 5. & 7 petit. huius. l per 26 l 1. m per 15, 29 & 26. l 1. n. et com. sent. r per 15. l 1 p per 6 & 7 huius.

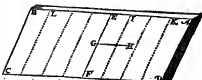
COROLLARIVM.

Hinc patet centtum illud esse in medio lineæ E. F. Cum sint enim trianguli I. G. F. & E. G. H. æquilateri, patent E. G, G. F. æquales. Et igitut G. punctum est in medio lineæ E. F.

Patet item, idem centtum oecupare medium dimetientis coniungentis oppositos angulos. Dueantur enim lineæ G. A. & G. C. Cum sint [a] enim anguli G. F. G. & G. E. A. æquales: tum latera C. F, F. G. lateribus A. E, E. G. æqualia [b]: reliqua larera C. G, G. A. sunt [c] æqualia, & anguli F. G. C. & E. G. A. æquales. Vnde sequitur in rectum esse [d] duas C. G, G. A. & totam C. A. esse dimetientem, in cuius igirur medio eenttum est G.

a per 29. l. 1 — b per præsenē. prop. — c per 4. l. 1. — d per coroll. 15. l. 1.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

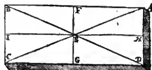


Archimedes paulo aliter pr opositionem demonstrar hoc modo. Repelatur parallelogrammum A. C. lineaque E. F. io qua si non fuerit parallelogrammi A. C. centrum grauitaris, ipsum sit H. à quo in E. F. ducatur linea H. G. æquidistanter lateri A. B. Tum diuidatur A. E. bifariam, & rursus bifariam, quoad particulam inuenerimus [e] mioorem linea H. G. vt E. I. per quam rurfus metiamur E. B. cum sint E. B. cum sint E. B. & E. A. æquales & à punctis diuisionum lineas agamus [f] parallelas ipsi E. F. & lateribus A. D, B. C.

ΑΠΟΔ. Siquidem cum B. F. & E. D. sint æqualia & similia, in similia & æqualia magnitudine ac numero parallelogramma diuidentur [g]: proprerea eorum eentra conuenient [h] si sibi motoo apponantur: & proinde lineæ à centris in larera similiter ductis sunt æquales. Atqui omnium centra sunt [i] in recta linea quæ haber in se centrum magnitudinis ex omnibos compositæ, æqualiter distans [n] à centris æqualiter distantium parallelogrammorum. Et H. oon potest æqualiter distare à centris parallelogrāmorum v. g. C. L, D. K. æqualiter disiunctorum à medio totius, sed punctum quod esset in E. F. Ergo ceotrum totius est in E. F. quod fuit probaodum.

e per 1. l. 10. — f per 31. l. 1 — g per 1. l. 6. & 29. l. 1. — h per 5 petit. huius. — i per 1. lemma præfixū 8. huius. — n per 6. & 7. huius.

PROP. X.	ΠΡΟΤ. Ι.
THEOR. X.	ΘΕΩΡ. Ι.
Cuiuscumque parallelogrāmi centrum grauitatis est punctum quo diametri coincidunt.	Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τῦ βάρεος ὅτι τὸ σαμεῖον καθ᾽ ὃ αἱ διάμετροι συμπίπτοντι.



ΥΠΟΘ. Sit planum parallelogrāmū A.C.

ΣΥΜΠ. Dieo ipsius eentrum esse in concursu dimetientiū puncto, euiusmodi est E.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur diametri à lareribus F. G. I. H. tum à puncto E. coneursus harum diametrorum ducantur ad angulos lineæ E. B, E. A, E. D, E. C.

ΑΠΟΔ. Propositionem demonstrauimus in præcedenti corollario. Sed vt aliquid Archimedi demus, dicemus centrum esse [l] in F. G. linea. Tum in I. H. [l] quæ quoque parallelogrammum A. C. διχοτομεῖ. [m] Ergo ipsum eentrum est E. punctum concutsus. Atqui in eodem puncto E. concurrunt & aliæ diametri ab angulis ducti B. D, A. C. Etenim H. I. diuidens bifariam latus A. D. etiam bifariam secat [m] F. G. Idcirco triangulorū E. G. D, E. F. B. anguli ad F. & G. sunt [n] æquales, & latera B. F, F. E. paria lateribus E. G, G. D. Vnde fit vt sint [o] bases B. E, E. D. tū anguli G. E. D, & B. E F. æquales. Deniq; vt B. E. & E. D. in rectā ferātur [p] lineā. Ergo B. E. D. est diamerer. Similiter probabitur

l per præced. — m per 34. l. 1 — n per 29. l. 1. — o per 4. l. 1. — p per 15. l. 1.

diametrum esse A.C.& tandem conuenire quoque diametros angulorum in E.in quo probauimus esse centrum grauitatis parallelogrammi A. C.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

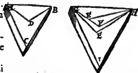
Paululum recessimus ab Archimede, qoi per applicationem similium & æqualium triangulorum B. D. A. & B. D. C. propositionem demonstrat: vt & in præcedenti per parallelogrammorum congruam dispositionem. Verum cum hæc figurarum motua congestio quibusdam geometris non parui nominis displicuerit, vt mechanicæ actioni simillima, suaderem ab ea abstinere quando aliæ rationes suppetunt: quarum si non copia sit, illius tandem vsum à Geometria minimè reijcerem, eo argumento quia Archimedes eam vsurpauit, & ab ea summi alii viri non abhorruerunt. Quando autem Archimedes sumit centra triangulorum vt hinc conclusionem propositionis eruat, ea solùm per hypothesim capit non determinatiuè. Nondum enim trilateralium figurarum centra grauitatis quæ sint definiuit, quod statim facturus est. Eas autem centra habere, & quidem intra se, cum sint figuræ in easdem partes cauæ, dubitarit nemo.

ΠΡΟΤ. ΙΑ. — PROP. XI.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΑ. — THEOR. XI.

Εὰν δύο τρίγωνα ὅμοια ἀλλήλοις ᾖ, καὶ ἐν αὐτοῖς σαμεῖα ὁμοίως κείμενα πρὸς τὰ τρίγωνα, καὶ τὸ ἐν σαμεῖον τοῦ ἐν ᾧ ἐστι τριγώνου κέντρον ᾖ τοῦ βάρεος, καὶ τὸ λοιπὸν σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐν ᾧ ἐστι τριγώνου· ὁμοίως δὲ λέγομεν σαμεῖα κέεσθαι ποτὶ τὰ ὅμοια σχήματα, ἀφ' ὧν αἱ ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι, ἴσας ποιοῦσι γωνίας πρὸς ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς.

Si duo triangula similia inter se fuerint, & in ipsis puncta similiter posita ad ipsa triantriangula, alterumq; punctum trianguli in quo steterit centrum fuerit grauitatis, reliquũ quoque punctum centrum est grauitatis eius in quo stat trianguli: similiter verò dicimus puncta iacere in similibus figuris illa, à quibus rectæ ad æquales angulos ductæ lineæ æquales, ad similia latera angulos faciunt.



ΥΠΟΘ. Sint duo triangula similia A. B. C, G.H. I. in quibus sumpta sint duo puncta similiter posita D. & F.

ΔΙΟ. Dico si D. fuerit centrum grauitatis trianguli A. B. C. fore punctum F. centrum quoque grauitatis trianguli G. H. I.

ΚΑΤΑΣ. Si F. non est grauitatis centrum trianguli G.H. I. sit ipsum E. & ducantur lineæ D. A, D. B, E. G, E. H, F. G, F. H.

ΑΠΟΔ. Quum F. & D. similiter ponantur in similibus triangulis, fiunt [a] anguli D. A. B, F. G. H. æquales. Atqui cum E. & D. sint grauitatis centra in similibus figuris, etiã anguli D. A. B. & E. G. H. pares sunt [b]. Et proinde anguli E. G. H. & F. G. H. sunt [c] æquales, pars scilicet toti [d]. Quod si E. fuerit in linea G. F. probabuntur simili argumento E. H. G. & F. H. G. itidem æquales. Quod est absurdum. Quin ergo & absurdum erit negare punctum F. centrum esse grauitatis trianguli G. I. H.

a per 6. petitionem huius.
b per 7. petitionem huius.
c per 1. com. sent.
d Quod aduersatur 9. comm. sent.

ΑΛΛΩΣ.

a per 6 petitionem huius. b per 7. pet. huius. c per 1 com. sent. d per 9. com. sent. & 7. lib. 1.

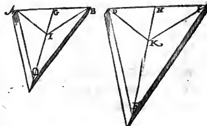
Quia anguli trianguli A D. B. colliguntur[a] [b] æquales angulis tum trianguli G.F.H. tum alterius G. E.H. sequitur[c] angulos triangulorum G. E. H. & G.F. H. esse æquales. Basis autem vtrique communis est Proinde totus triangulus altera alteri æqualis est: vel lineæ G. F, F. H. æquales sunt lineis G. E, E.H. altera alteri, quod omne Geometriam labefactat[d].

PROP. XII. — ΠΡΟΤ. ΙΒ.

THEOR. XII. — ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΒ.

Si duo triangula similia fuerint, vnius verò trianguli centrum grauitatis fuerit in recta, quæ ducta est ab vno angulo in mediam basim: etiam reliqui trianguli centrum erit grauitatis in linea similiter ducta.

Εἴκα δύο τρίγωνα ὅμοια ἔωντι, τοῦ δὲ ἑνὸς τριγώνου κέντρον ᾖ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας ἅ ἐστιν ἀπὸ τινος γωνίας ἐπὶ μέσαν τὰν βάσιν ἀγομένα· καὶ τοῦ λοίπου τριγώνου τὸ κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας γραμμᾶς.



ΥΠΟΘ. Sint triangula similia A. B.C, D. E. F. ab angulis vero C. & F. æqualibus agantur rectæ C. G, F. H. quæ bases A. B, D. E. bifariam diuidant.

ΣΥΜΠ. Dico si centrum grauitatis trianguli A. B. C. fuerit in C. G. fore quoque centrum grauitatis trianguli D. E. F. in linea F. H.

ΚΑΤΑΣ. Sit I. centrum à quo ducantur I. A, I.B. Tum fiat angulus F. D. k. æqualis angulo C. A. I. & tandem iungatur k. E.

e per 1 defi. nit. l. 6. f per 15 l. 2. g per 6. l. 6. h per 32. l. 1. i per 4. l. 6. l per 16. l. 5. m per 22. l. 5. n per 3. com. sent. o per 6. petition. huius. p per prae.

ΑΠΟΔΕΙ. Ex triangulorum similitudine A. C. est[e] ad A. B. vt D. F. ad D. E. & igitur[f] C. A. ad A. G. vt F. D. ad D. H. Atqui anguli C. A. G. & F. D. H. sunt æquales. Ergo trianguli A. G. C. & H. D. F. sunt[g] æquianguli: nempè angulus A. C. I. æqualis est angulo D. F. K. Est autem ex fabrica I. A. C. æqualis angulo k. D. F. proinde reliquus A. I. C. reliquo D. k. F. æquatur[h] & est[i] vt D. F. ad F. k. sic A. C. ad C. I. vel vt D. F. ad D. k. sic A. C. ad A. I. Cum verò A. C. ad C. I. sit vt D. F. ad F. k. vicissim est[l] A. C. ad D. F. vt C. I. ad F. k. Atqui ex triangulorum similitudine quia A. C. est ad C. B, vt D. F. ad F. E. vicissim[l] est A. C. ad D. F. vt C. B. ad F. E. Et ex consequenti[m] C. I. est ad k. F. vt C. B. ad F. E. & permutando[l] C. I. ad C. B. vt k. F. ad F. E. Sed ex totis angulis C. & F. æqualibus sublatis paribus A. C. I, D. F. K. remanent[n] I. C. B, k. F. E. æquales. Et igitur trianguli I. C. B, k. F. E. sunt æquianguli. Eodem argumento probabuntur æquianguli trianguli A. I. B, D. k. E. & inde sequetur[o] I. & k. puncta similiter poni. Atque tandem si I. fuerit trianguli in quo est centrum grauitatis esse[p] itidem k. centrum grauitatis trianguli D. F. E. quod erat probandum.

ΑΛΛΩΣ.

Si H.F. secta [a] fuerit in puncto k. vt est G.C.in I. eadem elicietur conclusio, ductis lineis quæ patent. Nam probabatur A.C.ad D.F, vt A.G,ad D.H, & triangula A.C. G, D.F.H.similia, & hinc vt A.C.ad D.F. sic G.C.ad H.F, quia vt G.C.ad I.C. sic H. F.ad F.k, vicissim [b] vt G.C.ad H.F.hoc est [c], vt A.C.ad D.F.sic I.C. ad k.F, & A.I, ad D.k: vnde anguli patebunt æquales, & tandem puncta I.& k.similiter posita, simulque grauitarum esse centra suorum triangulorum. a per 22 l.6 b per 16.l.5. c per 11.l.5.

COROLLARIVM.

Hinc possum διαιρεῖν triangula similia in partes similes, seu triangula similia diuidi, lineis ab angulis æqualibus in medias bases eductis. Ostendimus enim triangula A.G.C, D.H.F. esse similia. Idemque censendum est de reliquis G.C.B.& H.F.E.

ΛΗΜΜΑ Α.

Si triangulus bifariam dirimatur linea à superiori angulo in oppositum latus educta, ipsumque bifariam dirimente: basis autem semisses in partes æquales distribuantur, & à sectionum punctis rectæ intra triangulum ducantur, parallelæ illi bifariam triangulum secanti: harum parallelarum binæ æqualiter remotæ à secante æquales erunt.

ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B.C. à cuius angulo A. linea A.D. in semissem basis B.C.agatur, triãgulum bifariam dirimens [d]: Tũ basis binæ semisses D.B, & D. C. in partes æquales secentur [e] punctis H.G,F.E. à quibus erigantur [f] lineæ ipsi D.A. secanti parallelæ, quæ sint H.L, G.M, F.K,E.I. d per. 1.6. e per 10.l.6 f per 31.l.1.

ΣΥΜΠ. Dico harum parallelarum binas æqualiter remotas à linea D.A, vt H,L,E.I, vel G.M,& F.K.esse æquales.

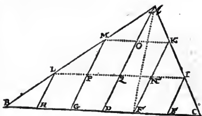
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam lineæ sunt omnes parallelæ ductæ intra triangulum, anguli ad triangulorum bases sunt [g] æquales, & proinde vt est C.D.vel B.D.ad D.A. ita est [h] C. E.ad E.I, sed vt B.D.ad D.A. sic itidem est [h] B.H.ad H.I. Proinde C.E. est [i] ad E.I. vt B.H ad H.L. Et vicissim [l] vt E.C.æqualis est [m] ipsi B.H. Sic est E.I. æqualis alteri H.L. Simili argumento probari possunt G.M,& P.k, æquales. g per 29.l.1 h per 4.l.6. i per 11 l.5. l per 16.l.5. m per fabricam.

ΛΗΜΜΑ Β.

Si iungantur lineæ L.I,M.K. erit triangulus A.D.C. ad triangula A.O.K, K.N.I,I.E.C.vt est A.C.ad A.K.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea A.F.

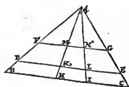
ΑΠΟΔ. Quoniam L.H.& I.E.sunt [n] parallelæ & æquales. Sunt [o] quoque H.E, & L. I. inter se æquales. Atqui D.Q. cum sit parallela vtrisque L.H. & E.I.efficit, vt parallelogramma sint L.D, D.I.quorum cum bases H.D,D,E. sint æquales, sunt [p] quoque L. n per fabricam & lemma praeced. o per 33.l.1. p per 34 l.1



a per 34. l. 1. Q.Q.I. pares, & Q.D. par a alterutri duarum L. H. & E. I. Simili ratione, sunt N.I. & O. k. æquales duabus D. F, F. E, ac inter se. Tum Q.O, vni N. k. Ita vt quæque basium O K, N.I, E.C. sit æqualis parti D.F. Tum tria latera, E.I, N.K. O.A. paria vni D.A. Igitur triangulus A.D.F. tribus A.O.k, k.N.I, b per 1 l. 6. & I.E. C. æquiualet b. Atqui triangulus A.D.C. triangulo A. c per 1 l. 6. D.F. se habet b, vt C.D. ad D.F, hoc est c, vt C.A. ad A K. Proinde triangulus A.D.C. triangulo A.D.F. seu triangulis tribus A.O.K, K.N.I, I.E.C, est vt A.C. parti A.k. quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Si trianguli bina latera lineæ secuerint basi æquidistantes, & ab angulo opposito in reliquum basim lineæ demittantur, hæc illas, & basim secant proportionaliter: tum vicissim hæ, & latera secta ab illis, & basi proportionaliter secantur.



ΘΕΣΙΣ. Intra triangulum A. B.C. agantur lineæ D.E, F.G. secantes latera A.B, A.C, & æquidistantes basi B.C. Tum ab angulo A. demittantur in basim rectæ A.I, A.H.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico lineas F.G, D.E, & B. C. secari proportionaliter, & esse N.G, ad N.M, vt E.L. ad L.K, vel C.I, ad I.H. Et adhuc N.M. ad M.F, vt L.k, ad k.D. vel I.H. ad H B. Pręterea rectas A.I, A.H tum latera A.C, A.B. similiter quoque dirimi.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam lineæ F.G, D.E. basi sunt parallelæ, trianguli A, N.G, A.L. d per 29. et 32. l. 1. E. & .I.C. sunt d æquianguli, & est e vt A.G. ad G.N. sic A.E. ad E.L. & A.C, ad C.I. e per 4. l. 6. & vicissim f vt A.G, ad A.E, sic G.N. ad E.L, & vt A.E. ad E.C. sic E.L. ad C.I. At si- f per 16 l. 5. militatione vt sunt A. G, A.E, A.C, sic se habent G.M, E.k, C.H. Ergo vt G.N, E.L, g per 11. l. 5. C.I, sic g G M, E.k, C.H, & diuidendo h vt N.M, L.k, I.H, sic sunt G.N, E.L, C.I. Sic h per 17 l. 5. quoque sunt M.F, k.D, H.B, ex eadem ratiocinatione. Præterea vt est A.E, ad E C, i per 2 l. 6. sic i A.L, ad L.I. & componendo l A.C, est ad E.C, vt A.I, ad I.L, & vicissim f vt A.C, ad l 18. l. 5. A.I, sic E.C, ad L.I. Atqui vt A.C, ad A.I. sic eadem ratione est G.C, ad N.I. Proinde m per 19. l. 5. E.C. est g ad L I, vt G.C. ad N I, vel etiam m G.A. ad A.N. Cùm ergo E.C, sit ad L.I. vt G.C, ad N.I. erit diuidendo h E.C, ad L.I. vt G.E. ad N.L. hoc est vt i A.G. ad A. N. Ac vicissim erit E.C, ad E.G, & E.G, ad G.A. vt I.L ad L.N. & L.N. ad N.A. Eodem modo probabimus, sic etiam esse H.k. ad K.M, & k.M. ad M.A. Tum denique B. D. ad D.F, vt D.F. ad F.A. quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ Δ.

Si trianguli omnia latera bifariam secentur, lineisque iungantur sectionum puncta: fient quatuor similia toti, & inter se & æqualia triangula.

ΥΠΟΘ. Trianguli A.B.C. bifariam dirimantur latera punctis D.E.F, quæ lineis iungantur.

ΣΥΜΠ. Ostendendum triangulos qui figura patent, esse similes & æquales.



ΑΠΟΔΕΙ. Lineæ A.C, F.D. sunt [a] parallelæ, & ergo triangulus F.B.D. toti A.B.C. est [b] similis. Idem concludendum est de duobus A.F.E, & E.D.C. ex eadem ratione. Demum cùm sint [a] F.D. & A.E. æquidistantes, sunt [b] anguli A.E.F, & E.F.D. æquales. Pares etiam sunt ex eadem causa F.E.D.E, & F.A. proinde reliquus [c] reliquo. Sunt itaque A.F.E, & F.E.D. similes, & hic toti [d]: & demum omnes 4. æquales esse hinc patet. Quia bases omnium 4. B.D, D.C, & F.E. quæ est duorum A.F.E, & E.F.D. sunt [e] æquales. Tum adiunctæ A.F, F.A, D.E. quæ communis est duobus F.E.D, E.D.C. Tandem hypotenusæ E.C, E.A, & F.D, duorum F.E.D, & F.B.D, sunt quoque pares. Trianguli proinde sunt [f] quoque pares: Ergo similes & æquales, quod fuit probandum.

[a] per 2 l 6. [b] per 19 l.1. & defin. 1. l 6. [c] per 32. l.1. [d] per 21. l 6 [e] ex hypot. [f] per 8. li.1.

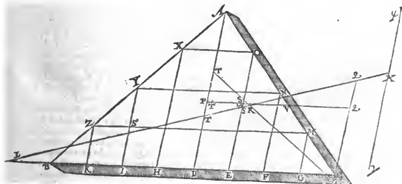
ΠΡΟΤΑ. ΙΓ. — PROP. XIII.

ΘΕΩΡ. ΙΓ. — THEOR. XIII.

Παντὸς τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τῆς εὐθείας ἅ ἐστιν ἐκ τῆς γωνίας ἐπὶ μέσαν ἀγομένα τὰν βάσιν.

Cuiuscumque trianguli centrum grauitatis est in recta linea, quæ ab angulo in mediam basim ducitur.

ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B.C, à cuius angulo A. in basim B.C. agatur linea A.D, eandem basim bifariam secans.



ΣΥΜΠ. Dico centrum grauitatis trianguli A.B.C. esse in linea A.D.

ΚΑΤΑΣ. Si centrum illud grauitatis non est in A.D, sit in R, si possibile est. Et à puncto R. in A.D, linea ducatur [a] parallela basi C.B, quæ sit R.P. Quoniam verò R.P. minor est semisse basis C.D. cum sit pars minoris [b] P.V. diuidatur [c] C.D, bifariam in F. & rursus quæque pars bifariam in E. & G. idque fiat tandiu, quoad reliquæ particellæ sin-

[a] per 31. l.1. [b] per 2. & 4 l.6. [c] per coroll. 1. l.10.

a per coroll. 1. & 10 gulæ minores sint a linea R.P. Idem quoque fiat de semisse D.B, quæ vt præcedens D.
b per 31. l. 1 C. dirimatur punctis K.I.H. Tum à punctis K.I.H, E. F. G, erigantur b lineæ intrà
triangulum, parallelæ sagittæ A.D, quæ sint K.Z, I.Y, H X, E.O, F.N, G.M, iungan-

turque transuersis Z M, Y.N, X.O, constituentibus parallelogramma Z.G, Y.F, X.E.
quæ cum bifariam diuellat sagitta A. D, centrum grauitatis magnitudinis ex ipsis pa-
c per 9. huius. rallelogrammis compositæ in se habebit c. Ipsum itaque sit T. & à puncto T. per R. du-
catur linea infinita T.R.Q. in quam à signo C. cadat d linea C.Q. parallela sagittæ A.
D. Quia verò punctum T. incidit in P. vel infra P. versus A. vel demum supra P. ver-
sus D. incidat primùm in P. Tunc enim erunt parallelogramma C. S, & P.E. Erit-
d per coroll. 7. l. 5. que d Q.S, ad S.P, vt æqualis C.E, ad æqualem E.D, hoc est, e vt C.O, ad O.A. Si verò
e per 2. l. 6. cadat versus A, ducatur linea P.R.Q, vt fiant f æquianguli trianguli T.P.R, & Q.R.
f per 15. 29. & 32. l. 1. Q, & sit g Q.R, ad R.Q, sicut T.R, ad R.P, ac vicissim h Q.R, ad R.T, sicut Q.R, ad R.
g per 4. l. 6. P, hoc est i sicut C.O, ad O.A. Demum si iacuerit versus D, concurrent l Q.T, & C.
h per 16. l. 5. D, in L. Et fient m Q.S, ad S.T, vt C.E, ad E.D, hoc est, vt C.O, ad O.A, & coniun-
i per 11. l. 5. gendo m Q.T, est ad T S, vt C.A, ad A.O. Atqui vt est C.A, ad A.O, ita est n triangu-
l per vltimã com sent. & lus A.D.C, ad triangulos, quorum sunt bases A.O, O.N, N.M, M.G, vel triangulus A.
coroll 31. l. 1 D. B, ad triangulos illis compares, quorum sunt subtendentes A.X, X.Y, Y.Z, Z.B,
m per lēma 3. præc. vel tandem totus o A.B.C, ad omnes illos 8. triangulos. Igitur Q.T, est i ad T.S, vt A.
n per lēma 1. præced. B.C, triangulus ad 8. illos triangulos. Atqui Q.T, habet p ad T.R, vt ad maiorem, mi-
o per 15. l. 5. norem rationem quàm ad T.S, minorem: Proinde Q.T, habet ad T.R, minorem ra-
p per 8. l. 5. tionem quàm A.B.C, triangulus ad 8. dictos triangulos. Fiat proinde T.X, quæ ad T.
R, eandem rationem habeat quàm A.B.C, triangulus ad 8. triangulos. Et à puncto X,
agatur linea α γ, παράλληλος lineæ A.D, ἐπιπέδῳ in eodem plano, in quo fuerit T.X.

ANOA. Etenim quoniam T.X, est ad T.R, vt A.B.C, triangulus, ad dictos 8. triangu-
q per 17. l. 5 los, erit diuidendo q X.R, ad R.T, vt parallelogramma Z.G, δ.N, & ε. O, ad dictos 8.
triangulos. Appensis ergo parallelogrammis à puncto T, & rectangulis à puncto X,
r per 6. vel 7. huius. secus lineam α γ, centrum magnitudinis sic compositæ ex parallelogrammis, & trian-
gulis erit r punctum R, quod nihilominus est impossibile: Quia quando pars triangu-
lorum ponderat à parte B.A, & alia à latere A.C, supponitur nihilominus æquilibrium
s per 3. & 4. postulata huius. in R. Non stabit s ergo æquilibrium quando omnes trianguli ponderauerint ab vna
eademque parte, & omnes habuerint ab eodem latere grauitatis centra. Absurdum
est itaque R, esse centrum grauitatis trianguli A.B.C, vel posse ipsum esse extra li-
neam A.D.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Huius demonstrationis συμπέρασμα nonnihil habere videtur difficultatis, si consideretur ex verbis Archimedis, qui ita habet, τὸ ἄρα X. σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ συγκειμένου μεγέθεος, ἐκ τῶν παραλληλογράμμων. ὅπερ ἀδύνατον. Τᾶς γὰρ ἀπὸ τοῦ X. ἀχθείσας εὐθείας παρὰ α. δ. ἀγμένας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ, ἐπὶ ταῦτα μέρη ἐστί : ποτὶ ἐπὶ θάτερον μέρος. δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

Neque enim absurdum est magnitudinis compositæ ex prędictis triangulis centrum esse posse punctum X. si secus lineam α γ. æqualem ipsi A.D. exponantur, vt hic in schemate patent. Imò hoc probari potest: Tum nihil hucvsque in contrarium ostensum est. Præterea οὐδαμῶς ἀδύνατον τὸ magnitudinis compositæ ex parallelogrammis Z.G, ♂.N, E.O. appensis à puncto T. & ex triangulis prædictis pendentibus ex centro X. grauitatis centrum esse R. Imò est S.R. necessario istud grauitatis centrum, si magnitudines ita disponantur. Quid itaque absurdum concludit Archimedes? hoc scilicet, quod isthæc verba redolent, ἐπὶ ταῦτα μέρη ἐστί: ποτὶ ἐπὶ θάτερον μέρος, quæ sic explicat manuscriptus codex', ἐπὶ τὰ αὐτὰ ταῦτα κεῖνται τὰ τρίγωνα. Nempè absurdum est idem punctum R. centrum esse huiusce compositæ magnitudinis, tùm cùm trianguli simul sunt ἐπὶ τὰ αὐτά, & in eadem parte hic disponuntur, tùm cum per medium diuiduntur, καὶ ἐπὶ θάτερον μέρος, sc in diuersis lateribus collocantur, partimque à parte puncti T. partim à latere X. ponderant. Hoc enim ἀδύνατον, καὶ ἄτοπόν ἐστι, iuxta præcedentia ἀρτίως.

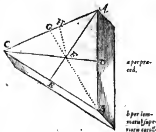
ΑΛΛΩΣ.

Eandem conclusionem demonstrat Archimedes hoc secundo medio.

ΥΠΟΘ. Sit triangulus A. B. C, è cuius vertice A. decidat διάμετρος A. D, basim B. C. medio dirimens.

ΣΥΜΠΕ. Dico in A. D, centrum grauitatis esse trianguli A. B. C.

ΚΑΤΑ. Etenim si non fuerit centrum istud in A. D, sit alicubi extra lineam A. D, puncto nempè H.



ΥΠΟΘ. Ab angulis A, & C. trianguli A.B.C, demittantur lineæ A.E.C.D, in media latera opposita C.B, A.B, quæ secent se in F.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico F. esse centrum grauitatis trianguli A.B.C.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Nam C.D, linea habet a in se centrum grauitatis trianguli A.B.C. Idem quoque habet, & linea A.E. Ergo commune est istius centri punctum ambabus lineis C.D, A.E. Nullum verò commune punctum habent præter F. Ergo punctum F. est centrum grauitatis trianguli A.B.C. Linea verò quæ ab angulo B, traduceretur in medium A.C, transibit b necessario per F.

a per præced.

b per lemmatum superiorum coroll.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

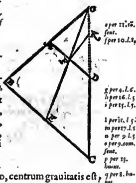
Hine sequitur lineam ab angulo trianguli per centrum grauitatis ipsius actam in oppositum latus, ipsum bifariam secare. Si enim B.F, non incidit in G. medium lateris A.C, cadat si potest in H, & ducatur B.G.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim B.G, habet c in se centrum F, ita vt B.F.G, sit recta. Sed quoque ponitur B.F.H, recta: Ergo anguli H F.A, A.F.B, sunt d duobus rectis æquales, & proinde æqui quoque duobus G.F.A, & A.F.B. Si itaque ab vtraque parte substuleris communem A.F.B, absurdè manebit H.F.A, æqualis maiori G.F.A. Ergo absurdum quoque est negare lineam à B. actam per F, non cadere in G.

c per 13. huius.
d per 13. l. 1.

ΛΗΜΜΑ A.

Si trapezium duo latera habuerit inæqualia & parallela, quæ bifariam secta recta linea iunganrur è sectionum punctis, reliqua verò latera producantur vna cum linea iungente: latera producta in iungente concurrent: Eritque in iungente centrum grauitatis trapezij.



ΥΠΟΘ. Trapezij A.B.C.D, sint duo latera B.C, A.D, parallela & inæqualia, sitque A.D, minus: vt reliqua latera B.A, C.D, producta concurrant e à parte A.D. in puncto G. Diuisis f verò A.D, B.C, bifariam in punctis F. & E, iungatur F.E.

ΣΥΜΠ. Dico in producta E.F, esse punctum G.

ΚΑΤΑ. Si enim punctum G. non est in E.F, producta, transeat ipsa E.F, si fieri potest per K. non per G, & ducatur F.G.

ΑΠΟΔ. In triangulo B.G.C, quoniam A.D, basi B.C, parallela est vt est G.D, ad D.A, ita est g G.C, ad C.B, & vicissim h vt G.D, ad G.C, sic A.D, ad C.B, seu i N.F, ad C.E. Atqui per eandem rationem, quia ponitur E.F, K, recta, K.D, est ad N.C, vt N.F, ad C.E. Et proinde G.D, est l ad G.C, vt K.D, ad K.C, & diuidendo m G N, est ad N.C, vt K D, ad N.C, sicque G.N, & K.D, ad D.C, eandem habent rationem, & ideò G.N, est n æqualis ipsi K.D, hoc est totum parti, quod est absurdum. o

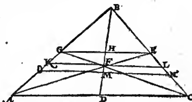
Concurrunt ergo C.D, & B.A, in E.F, recto producta, seu E.F, producta incidit in concursum G. Cæterum trianguli G.A.D, centrum grauitatis est p in G.H, sed & totius G.B.C, centrum est r in G.E. Trapezij ergo centrum grauitatis est q in F.E, vt vult lemma.

e per 11. ax. sent.
f per 10. l. 1.
g per 4. l. 6.
h per 16. l. 5.
i per 15. l. 5.
l per 11. l. 5.
m per 17. l. 5.
n per 9. l. 5.
o per 9. com. sent.
p per 13. huius.
q per 8. huius.

ΛΗΜΜΑ B.

Si per centrum grauitatis trianguli agatur linea parallela vni ex lateribus: inter eam & dictum parallelum latus resecabitur tertia pars aliorum laterũ. Et si linea ducta parallela vni lateri resecuerit tertiam reliquorum partem, centrum grauitatis trianguli in ea continebitur.

ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B C, cuius centrum grauitatis sit F. per quod linea ducatur K. F. L, parallela basi A.C.



ΣΥΜΠ. Dicitur esse K. A, tertiam partem lateris A.B, tum L.C. esse itidem tertiam partem alterius B.C.

ΚΑΤΑΣ. Agantur lineæ A.F.E, B.F.D, & A.F. G, per F. grauitatis centrum, iungaturque G.E.

a per coroll. 14. huius. b per 2. l. 6. c per coroll præc lemm. d per 4. l. 6. e per 15. l. 1. f per 29. l. 1. g per 32. l. 1. h per 16 l. 5

ΑΠΟΔ. Puncta G,E,D, diuidunt[a] bifariam latera B.A, A.C, & B.C. Proindéque vt B.G, ad G.A, sic B.E, ad E.C, vnde fit vt G.E, sit[b] basi A.C, parallela, vel semissis[c] G H, semissi A.D. Ita vt quemadmodum B.A. est duplum B.G, sic A.D, sit[d] duplum G.H. vel alterius semissis H.E. Atqui anguli H.F.E, & A.F.D, sunt[e] æquales: tum alij[f] A.D.F, & F.H.E, sequiturque[g] triangulos F.A.D, & F.H.E, esse æquiangulos, & esse[d] A.D, ad A.F, vt H.E, ad E.F, & vicissim[h] A.D, ad H.E, vt A.F, ad F.E. Vt ergo A.D, dupla est H.E, sic F.A, dupla est alterius F.E. Eodemque prorsus argumento demonstrabitur C.F, dupla alius F.G. Est[b] autem in triãgulo C.E.G, vt C.F, ad F.G, sic C.L, ad L.E. Ideirco C.L, dupla est alius L.E, & est L.E, vna tertia totius E.C, vel vna sexta lateris B.C. Similiter A.k, est vna sexta lateris B.A. Dupla ergo L.C, est vna tertia lateris B.C, vel k.A, vna tertia lateris B.A, vt vult prima pars Lemmatis. Quod ad secundam attinet.

ΥΠΟΘ. Sint A.K, & C.L, tertiæ partes laterum B.A, B.C, agaturque K.L.

i per 13. huius.

ΣΥΜΠΕ. Erit in K. L, centrum grauitatis propositi trianguli, scilicet F.[i] punctum commune etiam lineæ B.D, decidenti ab angulo B, & secanti bifariam oppositum latus A.C.

l per 31. l. 1.

ΚΑΤΑ. Si non est F. centrum grauitatis, ipsum sit M, & ducatur[l] O.M, O.N, parallela basi B.C.

m per priorem partem huius demonst.

ΑΠΟΔ. Est[m] ergo O.A, tertia pars lateris B.A, & est æqualis toti k.A, scilicet pars toti, quod est absurdum. Patet ergo centrum grauitatis non esse M, sed F, quod fuit probandum.

COROLL.

n per lemma 1. præfixum 13. huius.

Sequitur lineæ cuiuslibet eductæ ab angulo per centrum grauitatis trianguli in oppositum latus, tertiam partem contineri inter centrum & oppositum latus. Nam vt B.A,[n] ad A.k, sic B.D, ad F.D.

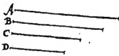
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc autem est de quo Archimedes prop. 6. & 10. libri de quadratura paraboles ait, δέδεικται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς: hos libros μηχανικοὺς appellans, vel alios libros de mechanicis insinuans, qui tandem maximo nostro malo perierunt.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Quatuor magnitudinum proportionalium, duplum primæ cum secunda est ad duplum secundæ cum prima, vt duplum tertiæ cum quarta ad duplum quartæ cum tertia.

ΥΠΟΘ. Sint A.B.C.D, proportionales, scilicet A. ad B, vt C. ad D.



ΣΥΜΠΕ. Dico duplum A. cum B. esse ad duplum B. cum A, vt duplum C, cum D. ad duplum D. cum C.

o per 16. l. 5 p per 15. & 11. l. 5. q per 12 l. 5 r per 11. l. 5

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quia A. est ad B, vt C. ad D, vicissim est[o] A. ad C, vt B. ad D, & duplum[p] A, ad duplum C, vt B. ad D, & simul duplum A. cum B, est[q] ad duplũ C, cum D, vt B, ad D, vel A. ad C. Cùm rursus B. sit ad D, vt A. ad C. duplum B, est[p] ad duplum D, vt A, ad C, & simul[q] duplum B, cum A, est ad duplum D. cum C, vt A. ad C. Ideirco duplum A, cum B, est[r] ad duplum C, cum D, vt duplum B, cum A, ad duplum D, cum C. Et demũ permutando[o] duplum A, cum B, est ad duplum B, cum A, vt duplum C. cum D, ad duplũ D, cum C, quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ Δ.

Si è duobus trianguli lateribus in latera opposita lineæ agantur, quæ ea similiter secent: ipsæ quoque se diriment in ratione, quam habet quodlibet latus ad suam partem angulo proximam, tum si à reliquo angulo per punctum intersectionis præcedentium tertia linea ducatur in oppositum latus: ipsum bifariam secabit.

ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B.C. è cuius angulis A. & B. lineæ agantur in opposita latera B.C. & A.C. nempè B.E, & A.D. quæ ipsa latera similiter secent in punctis E. & D. Sese verò mutuo dirimẽt[a] in F. Quia anguli B.A.D, & A.B.E. minores sunt duobus rectis. Ducatur rursus per F. punctum à reliquo angulo C. linea C.F.G. [a] per vltimum com. sent.

ΣΥΜΠ. Dico partes linearum A.D.B.E, in quas se mutuo secant, nempè A.F, ad F.D. & B.F, ad F.E. esse vt latera ad suas partes resectas, scilicet vt A.C, ad E.C. vel B.C, ad D.C. Tum A.B. secari bifariam in G.

ΚΑΤΑΣ. Agatur D.E. tum B.I. parallela[b] vni A.D, & concurrat cum C.G. in I. [b] per 31. l. 1. [c] per 2. l. 6.

ΑΠΟΔ. Quoniam ex hypothesi vt B.C, ad D.C. sic A.C, ad E.C. sunt[c] A.B. & D.E. parallelæ. Et proinde vt B.C, ad D.C, sic B.A, ad D.E. Atqui triangulorum A.B.F, F.D.E. anguli ad F. sunt[d] æquales, tum reliqui[e] vnius reliquis alterius: Est[f] vt B.A. ad A.F, sic D.E. ad D.F, & vicissim[g] vt B.A. ad D.E, sic A.F, ad F.D. Et proinde A.F. est ad F.D. vt B.C, ad D.C, vel vt A.C, ad E.C. Idem probabitur de B.F, F.E, quod est prima pars lemmatis. Atqui vt B.C. ad D.C, ita[c] B.I, ad D.F, nam sunt B.I, & D.F. parallelæ. Ergo I.B, ad A.F. sunt[h] æquales. Cæterum quoniam I.B, & A.F, sunt parallelæ, & anguli ad G. sunt[i] æquales, patet triangulos I.B.G, A.G.F, esse æquiangulos, & vt I.G, ad B.G, sic esse[l] F.A. ad A.G, & vicissim[g] vt I.B. ad A.F, sic B.G, ad G.A. Vt itaque I.B, & A.F, sunt æquales, sic pares sunt B.G, & G.A, ita vt B.A, bifariam dirimatur in G, vt vult reliquum lemmatis. [d] per 15. l. 1. [e] per 29. l. 1. [f] per 4. l. 6. [g] per 16. l. 5. [h] per 9. l. 5. [i] per 15. l. 1. [l] per 4. l. 6.

COROLLARIVM.

Hinc patet lineam ductam è medio lateris A.B, nempè è puncto G. ad angulum C. transire per F. Si enim alibi transiret,[m] duæ rectæ lineæ comprehenderent spatium, cum iam sumpserimus lineam C.F.G. esse rectam. [m] contra 12 com. sent.

ΠΡΟΤΑ. ΙΕ.

ΘΕΩΡ. ΙΕ.

Παντὸς τραπεζίου τὰς δύο πλευρὰς ἔχοντος παραλλήλους ἀλλήλαις, τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τῶν παραλλήλων διαιρεθείσας, ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὰν διχοτομίαν τᾶς ἐλάσσονος τῶν παραλλήλων ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον ὃν ἔχει συναμφότερος, ἁ ἴσα τᾷ διπλασίᾳ τᾶς μείζονος μετὰ τᾶς ἐλάσσονος πρὸς τὰν διπλασίαν τᾶς ἐλάσσονος μετὰ τᾶς μείζονος τῶν παραλλήλων.

THEOR. XV.

PROP. XV.

Cuiuscumque trapezij duo latera parallela habentis, centrum grauitatis est in recta linea coniungente bisectiones parallelorum, ita diuisa, vt portio ipsius terminata in bisectione minoris parallelorum ad reliquam sectionem, habeat eam rationem quam habet ęqualis duplæ maioris cum minori ad duplam minoris cum maiori parallelorum laterum.

ΥΠΟΘ. Sit trapeziũ A.B.C.D. cuius duo latera A.D. minus, & B.C. maius parallela diuidantur[a] bifariã in punctis E. & F, quæ iungantur linea E.F. [a] per 10. l. 1.

ΣΥΜΠ. Dico centrum grauitatis trapezij esse in lineæ E.F. puncto, quo ita ita diuisa fuerit, vt portio terminum habens punctum E. se habuerit ad reliquam portionem, sicut est duplum B.C. cum A.D. ad duplum A.D. cum B.C.

ΚΑΤΑΣ. Producantur latera .A, C.D. quæ concurrant [a] in G. puncto lineæ F.E, vlterius quoque eiectæ. Et diuidantur [b] eadem trifariam punctis N.L, & T.M. iunganturque N.T, L.M. tum B.E, B.D, & D.F. Demum O.X.

ΑΠΟΔ. Centrum grauitatis trianguli D.B.C. est [c] in linea D.F, sed idem est [d] in linea M.L. Ergo ipsum est punctum X. Rursus trianguli A.D.B. centrum grauitatis est [c] in lineis B.D. & N.R. [d] Ergo ipsum est punctum O. Compositæ igitur magnitudinis ex ambobus triangulis D.B.C, & A.D.B. hoc est trapezij A.B.C.D. centrum grauitatis est in linea O.X. [e] Atque idem centrum est [f] in linea E.F. Ergo ipsum centrum est P. Et proinde est [g] O.P, ad P.X, vt triangulus D.B.C. ad triangulum A.B.D. hoc est [h] vt basis B.C, ad basim A.D. Atqui trianguli O.R.P. & P.S.X. habent [i] angulos ad P. æquales, vt etiam [l] in R. & S. Proinde sunt [m] æquianguli, & vt O.P. ad P.R. sic [n] X.P, ad P.S, & vicissim [o] vt O.P. ad P.X, sic R.P. ad P.S. Ideirco R.P. est [p] ad P.S. vt B.C. ad A.D. Et duplum R.P. cum P.S. est [q] ad duplum P.S. cum R.P. sicut duplum A.C. cum A.D. ad duplum A.D. cum B.C. Verùm tres E.R, R.S, S.F. sunt [r] æquales, vt pares sunt D.T, T.M, M.C. Proinde E.R. semel continet, & R.P, & P.S. ita vt in tota E.P. sit bis R.P. & semel P.S. Tum S.F. itidem complectitur semel duas P.R. & S.P, ita vt in F.P, sit bis P.S, & semel P.R. Igitur E.P. nempè duplum R.P. cum P.S. est [p] ad F.P. scilicet ad duplum P.S. cum P.R, vt duplum B.C. cum A.D. ad duplum A.D. cum B.C. vt voluit propositio.

a per lemma 1. huius. b per 12. l. 6. c per 13 huius. d per 2. lemma proximum huius. e per 1 lemma præsentium 5. huius. f per 1. lemma huius. g per 6. vel 7. huius. h per 1. l. 6. i per 15. l. 1. l per 32. l. 1. m per 29 l. 1. n per 4. l. 6. o per 16 l. 5. p per 11. l. 5. q per proximum lemma 3. huius. r per 3. lemma prox. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quamquam Archimedes tradidit omnes huius libri propositiones specie theorematum, tamen etiam διὰ τῶν προβλημάτων proponi possunt. Si enim quarta sic offeratur: magnitudinis compositæ ex duabus æqualibus magnitudinibus centrum reperire. Bifariam verò diuiseris spatium quod est inter ambarum componentium centra, demonstrabis punctum sectionis esse compositæ magnitudinis centrum, sicque imperatum absolueris. Ita est de reliquis. Nihilominus conuenientius visum est Archimedi theoremata dicere quàm problemata: Quoniam proponendo θεωρηματικῶς data supponit centra componentium magnitudinum, quæ προβληματικῶς efferendo, fuissent quærenda: quod nondum tamen fecerat, deincepsque absoluit. Licet enim trium duntaxat figurarum, nempè parallelogrammorum, triangulorum & trapeziorum centra grauitatum ostenderit, omnium tamen figurarum rectilinearum demonstrasse censetur. Siquidem ex probatis hoc exequi problema possumos.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Cuiuscumque rectilineæ figuræ centrum grauitatis reperire.

ΚΑΤΑ. Ducantur ab angulis A. & B. trianguli A. dati A.B.C. lineæ in opposita latera, quæ ipsa bifariam secent, conueniantque in F. Dati verò parallelogrammi agantur diametri G.I, & K.H, conuenientes in L. Dati trapezij duo latera M.N. P.O. parallela, bifariam secentur linea P.Q. tum iungantur P.R. (cuius tertia pars sit R.T.) & Q.N. (cuius tertia pars sit S.Q.) addaturque S.T. secans R.Q. in V.

Propositi alius trapezij omnimodè deformis A.B.C.D. iungantur anguli B.& D. linea B.D, & in B.D, educantur [a] perpendiculares A.I. C.E, scilicet altitudines triangulorum A.B.D, D.C.E. Tum centra grauitatum amborum triangulorũ, nempè G. & F. [b] iungantur recta G.F; quæ tandem diuidatur [c] in H. ita vt G.H, sit ad H.F, vt est altitudo C.E. ad altitudinem A.I. vel vt [d] est triangulus B.D.C. ad triangulum A.B.D.

Penragonum L.M.N.O.P. propositum dirimatur in triangula lineis M.O, M.P. Tum quadrilateri L.P.O.M. centrũ inueniatur [e] R. alius verò quadrilateri M.P.O.N. centrum grauitatis sit Q. Triangulorum autem L.P.M, & M.O.N. centra sint [f] S.& T. Denique iungantur puncta S.Q,& R.T. lineis secantibus se in X.

In hexagono A.B.C.D.E.F. capiantur duo triangula A.B.F, B.D.C, quorum centra grauitatum sint [f] G.& H. Tum inueniantur [g] pentagonorum B.F.E.D.C,& A.B.D.E.F. centra etiam grauitatum k.& I. ducantur demum lineæ G.I, H.k. cõcurrentes in O.

Denique in omnibus figutis regularibus siue irregularibus, excipiantur semper duo trianguli, eorumque grauitatum centra, tum reliquæ seorsim figuræ inueniatur quoque centrum grauitatis, ac demum permutatim iungantur hæc centra.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico expositarum figurarum centra grauitatum esse F, L, V. H. X. O.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. De F. [h] L. [i] vel [k] H. [l] nihil dubij. Cæterum quia S.Q. continet [m] in se centrum pentagoni L.M.N.O.P. compositi ex triangulo M.L.P. & ex quadrangulo M.N.O.P. quia iungit centra ambarum partium: Tum etiam T.R idem cẽtrum habet [m], quia iungit centra partium M.N.O, & M.O.P.L, idem pentagonum L.M.N.O.P. cõstituentium: sequitur & concurrere lineas S.Q.T.R. & concursum X. nempè punctum vtrique lineæ commune esse centrum grauitatis propositi Pentagoni. Denique ob eãdem rationem, & concurrunt S.I, H k. in hexagono, & est concursus, seu commune vtrique punctum O. centrum grauitatis Hexagoni: Ac tandem in quibuslibet figuris lineæ iungentes permutata centra concurrent, & erit concursus earum, centrum grauitatis figuræ, quod erat inueniendum.

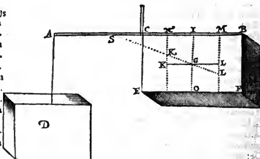
[a] per 12. l. 6
[b] per 14. huius.
[c] per 10. l. 6
[d] per 1. l. 6.
[e] per præcedentem operationem.
[f] ex proxima operatione.
[g] vt mox faciebamus.
[h] per 14. huius.
[i] per 10. huius.
[k] per 15. huius.
[l] per 6. vel 7. huius.
[m] per 1. lemma 9. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vocamus hanc permutatam centrorum coniunctionem, quia permutatim triangula assumpta, reliquam figuræ partem complent. Vt in Hexagono quando seorsim capis triangulum A.B.F. reliquum figuræ est B.F E.D.C. quod completur alio triangulo B.D.C. Verùm quando triangulum B.C.D. detrahis, reliqua figuræ pars est A.B.D.E.F. in qua triangulum A.B.F. vicissim reperitur. Hinc nobis permutando est. Cæterum hoc theorema vice Lemmatis addemus.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

Si fuerint duæ quantitates in æquilibrio, quæ ambæ vel ambarum vna, radijs adhæserint: à centris autem grauitatum earumdem in radios, quibus appenduntur, perpendiculares agantur: incident hæ in radiorum puncta, à quibus si appensæ fuerint eædem quantitates, ita vt iam radijs non toto corpore adhæreant, sed tantum ab illis punctis appendeant, manebunt rursus in æquilibrio.



ΥΠΟΘ. A radijs A.C, C. B. stent in æquilibrio D. & C. F. cuius centrum grauitatis sit G. Pendeat verò D. è filo per centrum grauitatis: at C. F. adhæreat radio C. B. toto corpore: à centro verò G agatur perpendicularis G. I. in radium C.B.

ΣΥΜΠ. Dico quod si C.F. à radio diuellatur, & à puncto I. per centrum G. filo pendeat in radio C.I. remanere ambarum magnitudinum C.F. & D. æquilibrium.

ΚΑΤΑΣ. Producatur I.G. vsque in O. & intelligatur dirimi C. F. secundum lineam I.O partium autem C.O, & O.B, centra esse [a] K. & L. quæ iungantur linea K.L. transeunte per G. [b] necessario. Demum à punctis K. & L. perpendiculares cadant k.N, L. M. Ac tandem si k.L. non est parallela ipsi N.M, intelligantur produci, & concurrere in S.

ΑΠΟΔ. Vt est L.G, ad G.k, sic est [c] reciprocè pars C.O. ad partem O.B. Atqui vt L. G, ad G.K, sic est M.I, ad I.N, siue concurrant [d] K.L, N.M. siue parallelæ sint [e]. Proinde M.I est ad I.N, vt reciprocè pars seu pondus C.O. ad pondus O.B. Ergo à puncto I. æquiponderant [e] C.O, & O.B, in radijs N.I, & I.M, & tandem ex I. tantum ponderat magnitudo composita C.F, quantum ambæ partes C.O, & O.B, à punctis N, & M. vel quotlibet aliæ, in quas diuideretur C.F. Pondus enim totius puncto G. tamquam polo respondet. Æquilibrium ergo fit in radijs I.C, C.A, quod fuerat probandum.

a per præcedens problema.
b per 1 lemma nona huius.
c per 6. & 7. huius.
d per lemma 3. proximum 13 huius.
e per 34 l. 1.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Idem quoque concluderetur si C.B. trutinæ radius transiret per centra K.G.L, seu per medium ponderis E.B. Centrum enim grauitatis perpetuo esset G. à quo radius æquilibrationis est dimetiendus, [f] qui proinde esset I.C. A puncto itaque I. quocumque modo appensum pondus E.B. æquiponderabit cum pondere D. Imò quoduis aliud pondus ipsi E B. æquale. Æqualium enim ponderum æqualia sunt [g] momenta.

f per 9. & 10 prima pet. 1. præce.
g per 8. pet. 1. præced.



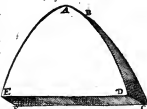
ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ Β·

ARCHIMEDIS ÆQVIPONDERANTIVM LIBER II.

ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.



NISI iam quantum satis est conicas sectiones explicuissemus, earumque prosusiorem tractationem ad initium operis quod sequitur περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων commodius retulissemus, locus hic à nobis illud ipsum efflagitaret: cum in sequentibus propositionibus passim Archimedes ὀρθογωνίου κώνου τομὴν repetat. Hac autem rectanguli coni sectione intelligit parabolem. Sectio enim hæc quamquam in omnibus conis, fit vt ostenditur in conicis Elementis, tamen παραβολὴ dicta est ὀρθογωνίου κώνου τομὴ, quia primum generationem habuit in rectangulo cono, sicuti ὑπερβολὴ in amblygonio, ac demum ἔλλειψις in oxygonio. Propositum est itaque Archimedi hoc libro demonstrare, quanam via inueniatur centrum grauitatis plani contenti recta linea & rectanguli coni sectione: Est autem corpus quatuor comprehensum superficiebus, quarum tres sunt plana, quarta verò curua iuxta sectionem parabolicam. Atque planarũ rursus duæ sunt æquales suprema, & ima, tertia quadrangularis basis ritè dici potest. Æqualium vna refertur superficie E. A. D. posita E. D. recta & linea curua E. A. D. sectione parabolica: tertia est E. F. D. Quarta pars hoc intuitu visa est D. C. B. A. Tota vero est fascia quædam superficialis, æqualiter vbique ac basis lata, quæ à latere basis D. C. ad aliud latus E. F. figuram secus curuitatem sectionis D. A. E. complectitur. Ne quis igitur hic agi putet περὶ τοῦ τμήματος seu de portione,



quę à cono parabolica sectione diuellitur: Longè enim interest inter illud τμῆμα seu segmentum, & planum, cuius hic centrum quęrimus: illud enim conica superficie continetur, basimque habet circuli portionem: demum in illo tres tantum superficies notari possunt, vna conuexa, & duæ plana. Et propterea aliter ac nostrum planum definitur

quod nihil conuexi habet, quamquam aliquid obliqui, sed plani. Nam fascia quidem illa contorquetur, sed non globosa est, non gibba, qualis est superficies sphæræ seu coni. Denique ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς γράμμαις κεῖται. Et est plana inter duas parabolicas sectiones E. A. D. superiorem, & B. F. C. inferiorem, licet curua sit habita ratione aliorum terminorum E. F, D. C. Superficierum enim planarum duplicem agnosco differentiam. Quædam ex æquo iacent inter suas rectas lineas, ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῶν εὐθείαις

47 definit. lib. 1. *vt definit Euclides: & hæ quidem sunt perfectè plana. Quædam etiam ex æquo iacent inter quædam quidem lineas, sed non rectas, ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῶν γράμμαις, ἀλλὰ μὴ εὐθείαις: cuiusmodi sunt tum hæc fascia nostra παραβολικῶς conuoluta, tum quælibet aliæ planæ quouismodo intortę. A vera quidem & legitima planitie discedunt, nihilominus plana dici possunt, cùm natura sua plana natę sint, curuitatemque duntaxat ab aliena contorsione recipiant. Non est eiusmodi sphærica superficies, quæ ideo non plana est, quia gibbosa nata est, concaua vel conuexa: nihil denique recti habet, aut in ea describi potest: fascia vero hæc parabolica, plana consideratur, in eaque rectæ lineæ describi possunt à summo ad imum. Eam ergo planam dicere non pigebit, figuramque quam constituit, planam appellare. Ea ratio fuit cur libri inscriptioni restituerim ἐπιπέδων, quod vocabulum forsan sublatum est, cùm hic aliquid non planum vulgus suspicaretur. Vulgaris enim ἐπιγραφὴ est tantum ἰσοῤῥοπιῶν. quæ ideo minus accedet, quia nimis vniuersalis est. Omnia enim quæ æquiponderare possunt, complectitur, & plana, & minime plana. At de planis tantum agimus. Quamquam enim libro superiori Archimedes multa edixerit quæ omnibus grauibus conueniunt, vt quæ tertia, quarta, quinta, sexta, septima propositionibus demonstrantur, ob quod illic μεγέθεα dixit, seu βάρεα, in aliis παραλληλόγραμμα seu τρίγωνα: Tamen si scopum Archimedis attentiùs intueamur, in centrum grauitatis planorum ponderosorum τὸ αὐτὸ στοχάζεσθαι καὶ προσέχειν τὸν νοῦν animaduertemus: nonnullaque primò demonstrasse, quæ grauibus cunctis communis essent, vt inde centra planorum æquiponderantium inuestigaret, hoc est, puncta, seu polos, quibus quælibet plana appensa æquiponderarent, & horizonti parallela remanerent, libro primo plana rectilinea absoluit, hoc vero plana curuilinea persequitur, vt satius sit librum esse dicere planorum æquiponderantium, quam simpliciter æquiponderantium, ne ab Authoris scopo inaniter diuagemur. Antequam autem proponat Archimedes, problema hoc necessarium præmittemus.*

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Plano sub recta linea & parabolica sectione contento parallelogrammum æquale reperire, ipsumque ad datam rectam lineam applicare, ita vt recta hæc illud bifariam dirimat.

ΕΚΘΕΣ. Detur planum A. B. C. contentum sub recta linea A. C. & rectanguli coni sectione A. B. C. planum inquam parabolicum [a] cuius vertex sit [b] B. Detur item linea I. k. — a per 10. petitionem lib. præcedent. b per 3. defin. lib. de conoid. & sphæroid.

ΚΑΤΑΣ. Producatur A. C. & fiat C. D. tertia pars totius A. C. ducanturque lineæ A. B, C. B, D. B, Ad lineam autem I. k. in angulo k. I. G. applicetur [c] rectangulum I. H. æquale dimidio trianguli A. B. D. Tum producta rectâ G. I. in E. fiat I. E. æqualis ipsi I. G. & perficiatur parallelogrammum E. k. — c per 44. l. 1.

ΣΥΜΠ. Dico E. H. parallelogrammum æquale esse proposito plano parabolico A. B. C. & bifariam diuidi à linea I. k. cui applicatur.

ΑΠΟΔΕΙ. Planum parabolicum A. B. C. est [d] sesquitertium trianguli A. B. C. Atqui eiusdem trianguli A. B. C. sesquitertius est [e] altera A. B. D. Hic igitur triangulus A. B. D. æqualis est [f] proposito plano parabolico. Atqui parallelogramma I. H. & I. F. sunt [e] æqualia, tum alterum I. H. factum est æquale dimidio trianguli A. B. D. Totũ proinde E. H. triangulo A. B. D. par est, & itaque [g] plano parabolico A. B. C. Ad lineã ergo I. k. datam applicauimus parallelogrammum æquale dato parabolico plano, ita vt data linea parallelogrammum bifariam diuidat, quod fuerat agendum. — d per 17. & 24. lib. de quadrat. parabo. e per 1. l. 6. f per 9. l. 5. g per 1. com. sent.

ΠΡΟΤ. Α.
ΘΕΩΡΗΜΑ Α.

Εἴκα δύο χωρία περιεχόμενα ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχοντα· τοῦ δὲ ἀμφοτέρων αὐτῶν συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσεῖται ἐπὶ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν, διαιρέοντα οὕτω τὰς εἰρημένας εὐθείας, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ἀντιπεπονθότων τῶν αὐτῶν λόγον ἔχειν τοῖς χωρίοις.

PROP. I.
THEOR. I.

Si duo spacia comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione, quæ possumus ad datam rectam lineam applicare, idem grauitatis centrum nõ habeant: compositæ ex vtrisque magnitudinis cẽtrum grauitatis erit in recta linea coniungente grauitatis eorum centra quæ dictam rectam sic diuiserat, vt portiones ipsius permutatim eandem rationem ac ipsa spacia habuerint.

ΥΠΟΘ.

Sint duo spacia seu plana parabolica a A. B. C. D. quorũ grauitarũ cẽtra E. & F. recta linea E F. iunganturquę diuidatur in H. ita vt F. H. sit ad H. E. vt est A. B. ad C. D.

a aperto. petitionem lib. praecedent.

ΣΥΜΠ. Dico H. esse centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex duobus spacijs A. B. C. D.

ΚΑΤΑΣ. Lineæ E. H. fiat æquales quæque duarum F. P. & F. K. tum ipsi E. P. pari alteri H. F. Cuum cum sint E. H. & P. F. æquales, communi P. H. sublata manent b E. P. & H. F. æquales) ponatur E. N. quoque æqualis. Ad lineam autem N. P. applicetur c parallelogrammum G. Q. æquale spacio A. B. bifariamque diuisum linea E. P. Denique perficiatur parallelogrammum Q. I.

b per 3. com. sent.
c per lemma praecedens.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam quælibet duarum P. E, E. N. vni H. F. est æqualis tota P. N. ipsius F. H. est dupla. Deinde quæque duarum P. F, F. K. vni H. E. est æqualis, & ideo tota P. K. vnius H. E. est dupla. Vt itaque F. H. ad H. E. sic est d N. P. ad P. K. vel Q. M. e ad Q. L. vel denique parallelogrammum f Q. G. ad aliud Q. I. Atqui vt F. H. ad H. E. sic est g A. B. ad C. D. vt ergo Q. G. ad Q. I. ita est h A. B. ad C. D. & vicissim i vt Q. G. ad A. B. sic Q. I. ad C. D. Est vero Q. G. æqualis g spacio A. B. Est itaque Q. I. æquale spatio C. D. Est l autem parallelogrammi Q. G. centrum grauitatis E. sicuti F. centrum grauitatis parallelogrammi Q. I. Et ideo H. m centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex duobus parallelogrammis Q. G. & Q. I. Proinde centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex duobus spacijs A. B. C. D. pondere æqualibus illis duobus parallelogrammis erit n punctum H. quod fuit probandum.

d per 15. l. 5.
e per 34. l. 1.
f per 1. l. 6.
g per fabricam.
h per 11. l. 5.
i per 16. l. 5.
l per 9 & 10. l. prac.
m per 6 vel 7. l. prac.
n per 8 posit. lib. praeced. & per coroll. additi theorem. ad finem eiusdem lib.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vocabula duo propositionis mutauimos, & pro μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχοντα, vt vulgo legitur, posuimus ἔχοντι; tum pro διῃρημένον ὅπως τὰς εἰρημένας τὸ δίχα scripsimos διῃρημένα. Sic enim sensus multo clarior est, & menti Archimedis conuenientior, qui aliter nullus fere est. Prima etenim clausula verbo caret. Secunda vero sectionem refert ad lineam quæ potios secator quam vt secet. Centra sont grauitatum magnitudinum quæ secant distantiam E. F. aut saltem terminant. Magis quadraret lectio manuscripti qui habet διῃρημένας ὥστε τὰς εἰρημένας τὸ δίχα, quod nos aduerbio absoluto explicatemus, diuisa, scilicet, sic dicta recta linea, &c.

MANIF. I.

Si in portione sub recta & rectanguli coni sectione comprehensa triangulum inscribatur eandem basim habens ac portio, & altitudinẽ æqualem: & rursus in reliquis portionibus triangula inscribantur easdem habẽtia bases cum portionibus

ΦΑΝΕ. Α.

Εἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ πάλιν εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὰς αὐτὰς βάσεις ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσι καὶ

ὕψος ἴσον, καὶ ἀεὶ εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὸν αὐτὸν τρόπον· τὸ γενόμενον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι γνωρίμως ἐγγράφεσθαι λεγέσθω· φανερὸν δὲ ὅτι τοῦ οὕτως ἐγγραφέντος σχήματος αἱ τὰς γωνίας ἐπιζευγνύουσαι τάς τε ἔγγιστα ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος, καὶ τὰς ἑξῆς παρὰ τὰν βάσιν ἐσσοῦνται τοῦ τμάματος, καὶ δίχα τμαθήσονται ὑπὸ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου, καὶ τὰν διάμετρον οὖτι εἰς τοὺς τῶν ἑξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγους, ἑνὸς λεγομένου ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τοῦ τμάματος. τοῦτο δέδεικται ἐν ταῖς τάξεσι.

& altitudines æquales, & semper in reliquis portionibus triãgula fiant hoc ipso modo: Nata hinc figura in portione euidenter inscribi dicatur. Manifestum verò est, quod figuræ sic inscriptæ angulos à vertice quidem portionis deinceps proximos iungenres lineæ sint parallelæ basi portionis, & quod à diametro portionis bifariam diuidantur, diametrum vero (diuidant) in rationes numerorum, deinceps imparium, vno dicto ad verticem portionis. Hoc autem demonstrandum fuit in ordinibus.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

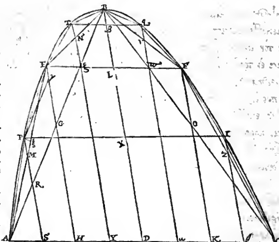
Passim textus Græcus apud hunc authorem corruptè legitur. Vulgaris liber habet διαμέτρου καὶ τὸν διαμέτρον ὑπὸ εἰς &c. genitiui nempe pluralis vocabulom, qood accusatiui singularis est: ita ut sic nullus sit sensus. Tum vltimis verbis legit δέδεικται, qood manuscripti codices restituunt δειχθήσεται. Cuius mihi alia vis esse videtur quam præteriti. Quippe huius demonstrandi manifesti, sibi Archimedes imponit onus, cum scribit δειχθήσεται, quod fortasse ab alio demonstratum innueret verbo δέδεικται. Per ordines autem, in qoibus illud sibi demonstraodum dicit, intelligit linearum descriptiones, quas ordinatim applicari vocat Apollonius, figurarumque deformationes, quæ fiuot in sectiooibus conicis per lineas ordinatim io ipsis applicatas. Etenim lineæ quas hic Archimedes proponit basi parallelas, ordinatim τεταγμένως, καὶ κατὰ τάξιν positæ sunt, vt mox demoostrabimus. Atque ex hoc quidem loco manifestissimè deduci potest, hanc linearum ordinationem, illosqoe ordines seu τάξεις demonstrasse vspiam, oempe in conicis elementis, quæ Archimedi surripuisse Apollonium ex Heraclio alibi retolimus: neque enim verisimile est hoc intactum reliquisse. Equidem hoc maoifestum, ex aliis Archimedis scriptis demonstrari potest: & ipsum doctos Geometra Goido Vbaldus princeps: iogenij quidem sui potius subtilitate quàm Archimedis intentione ostendit. Nos itaque conica elementa quæ extant, non tanquam Apollonii: sed Archimedis inuenta, hic in consilium adhibebimus, vt pariter Archimedem per seipsum necessaria proposoisse manifestum fiat.

ΥΠΟΘ. Detur parabole, seu planum parabolicum A. B. C. cuius diameter a D. B. diuinat basin. A. C. bifariam: in ea inscribatur triangulus A. B. C. eadem basi, parique altitudine ac portio. Tum in reliquis segmentis A. E. B. & C. F. B. alii inscribantur trianguli A. E. B, C. F. B. paribus item basi ac altitudine cum segmentis. Demum in 4. segmentis reliquis A. P. E, E. T. B, C. I. F. & F. Q. B. trianguli vti præcedentes inscribãtur. Omnium scilicet portionum à prius inuentis diametris. Denique figuræ hoc pacto in portione euidenter ἢ γνωρίμως inscriptæ quæ lateribus definitur A. P, P. E, E. T, T. B, B. Q. Q F, F. I, I. C, & C. A. anguli oppositi lineis iunganturquæ sint P. I, E. F, T. Q. secantes diametrum seu axem D. B. in punctis . L X. *a inuentam per 28. l. 2. conic.*

ΣΥΜΠ. Dico lineas T. Q, E F, P. I. ordinatim esse b applicatas, hoc est, esse basi A. C. parallelas: easque bifariam diuidi à diametro B. D. Demum eas ita partiri diametrum B. D. vt qualium partium B. a. ad verticem est vna, talium sit a. L. tres, & L. X. quinque, demum: X. D. septem: progrediendo nempe ratione numerorum imparium. *b per 16. definit. l. 1. conic.*

ΚΑΤΑΣ. Omnium segmẽtorum axes educantur recto in basim A. C. qui incidant in puncta S. H. Y. ω. K. θ. & agatur P. γ. parallela linea R. G.

ΑΠΟΔ. Quoniam lineæ P. M, E. G, T. N, Q. V, F. O, I. Z. sunt portionũ diametri, omnes sunt diametro ex generatione B. D. æquidistants, ac inter se. Nam si v g.



P.M. non æquidistat diametro B D. & alia vt P. ξ. duci possit à puncto P. vertice por-
bb per 46. tionis A. P. E. parallela ipsi B. D. Ipsa P. E. erit *bb* diameter, & basim A. E. bifariam
cc per coroll. 51. l. 1. conic. diuidet *c*: at eandem bifariam secat P.M. ex proprietate inuenti diametri: essent pro-
c per 10. defin. l. 1. conic. inde A. M. & A ξ. æquales, pars scilicet toti, quod est absurdum. Eductæ ergo P. S, E.
H, T. Y, sunt vni diametro B. D. parallelæ: Et vt E. G. bifariam in G. sic A. D. trian-
d per 2. l. 6. guli A. B. D. latus bifariam diuiditur *d* in H. Deinde cum itidem sint N. R, E. G, N.
ξ. æquidistantes, vt latus E. B. trianguli E. B. G. bifariam secatur in N. sic G. B. in ξ.
dirimitur. *d* Rursus in triangulo E. A. G, vt latus E. A. æqualiter finditur in M. sic *d* A.
e per 15. l. 5. G. in R. Erunt *e* itaque partes A. R, R. G, G. ξ. & ξ. B. æquales, cum sint æqualium A.
f per 3. lemma præsenti 23. libri præcedentis. G, G. B. semisses. Æquales ergo quoque sunt *f* A. S, S. H, H. Y, Y. D. Eodem argu-
mento æqualiter diuisam probabimus D. C. in punctis ω. K. θ. Cumque sint A. D, D.
C. æquales, erunt *e* & illius partes partibus huius æquales iam vt A. D. seu D. C. ad
g per 4. l. 6. D. B. sic *g* A. S. ad S. R. Et & sic quoque C. θ. ad θ. ρ. est *h* itaque A. S. ad S. R. vt C. θ. ad θ.
h per 11 l. 5. ρ. Et vicissim *i* vt A. S. est æqualis ipsi θ. C. sic S. R. par est quartæ θ. ρ. Et quoniam θ. I.
i per 16. l. 5. est diametro D. B. æquidistans, vt est A. D. seu *l* D. C. ad D. θ. seu D. S. *m* ita est θ. ρ.
l per 7. l. 5. ad ρ. I. Atqui rursus vt C. D. ad D S. sic *m* S. R. ad R. P. Itaque vt θ. ρ. ad ρ. I. sic S. R.
m per 4. lib. de quadratura paraboles. ad R. P. & vicissim *i* vt θ. ρ æquales est secundæ S. R. sic ρ. I. æquatur quartæ R. P. Vn-
de apparet P. S. & I. θ. esse æquales. Atqui sunt parallelæ. Ergo P. I. & S. θ. seu basis A.
n per 33 l. 1 C. sunt *n* parallelæ. Similiter probabimus E. F. & T. Q. parallelas esse basi A. C. Vnde
o per 10. defin. & coroll. 7. l. 1. Conic. sequetur ordinatim applicatas P. I. E. F, T. Q. à diametro A. B. bifariam secari, in
punctis *o* L. X. Denique cum E. H. & F. k. sint æquales & parallelæ, sunt *n* etiam
æquales & parallelæ E. F. & H. K. earumque semisses *e* E. L. & H. D. Atqui vt est B.
p per 20 l. 1. Conic. D. ad B. L. sic est *p* quadratum A. D. ad quadratum E. L. seu ad quadratum H. D.
q per 20. l. 6 Est *q* vero quadratum A. D. quadruplum quadrati H. D. quis H. D. est semissis ipsius
A. D. Ergo qualium partium B. D. erit 4. talium erit vna B. L. aut qualium erit B.
D. sexdecim, talium erit B. L. 4. & L. D. duodecim. Eodem argumento probabimus,
qualium partium fuerit quatuor B. L. earumdem esse B ζ. vnam, & ideo B. L. tres.
Adhuc sunt E. H. & L. D æquales ideoque qualium L. D. erit 12. talium erit & 12.
E. H. Atqui vt est A. D. dupla semissis A. H. ita est *ds*. B. D. dupla quartæ H. G. ob
trianguli A. H. G. & A. D. B. similitudinem. Qualium ergo erit B. D. sexdecim, ta-
lium erit H. G. octo. Est autem E H. earumdem duodecim. Est ergo E. G. quatu-
or. Verum cum in portione A. E. B. basi A. G. B. parallela sit P. γ. vt est quadratum
A. G duplum quadrati P. γ. nempe quadrati R. G. ita est *r* quadruplum E. G. partis
E. γ. ita vt qualium E. G. est quatuor, talium sit E. γ vnius & γ. G. seu æquales B. R.

trium

trium. Atqui vt A. H. est dupla A. S. sic dupla est H. G. alterius S. R. Et qualium est H. G. octo, talium est S. R. quatuor, & tota P. S. septem. Sunt vero P. S. & X. D. æquales. Ergo X. D. est septem qualium tota L. D. est duodecim, vnde manet L. X. esse quinque. Tandem igitur qualium B. β. est 1. talium est β. L. 3, L. X. 5. & X. D. 7. quod fuerat probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Cæterum notandum est, maximam partem huius manifestæ propositionis definitionem esse figuræ euidenter ἢ γνωρίμως descriptæ: vt in posterum cum de hac figura mentio fiet, quænam sit, intelligatur.

ΠΡΟΤ. Β.

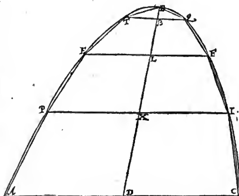
ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

Εἰ δὲ καὶ εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγραφῇ· τοῦ ἐγγραφέντος κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου.

PROP. II.

THEOR. II.

Si vero in portione comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione rectilineum euidenter inscribatur: inscripti centrum grauitatis erit in diametro portionis.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit portio comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione A. B. C. cuius diameter B. D. & in qua euidenter descripta sit figura rectilinea A. P. E. T. B. Q. F. I. C.

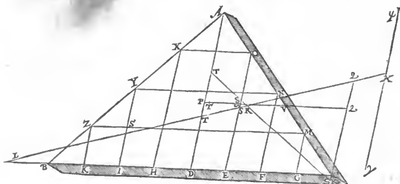
ΣΥΜΠΕ. Dico figuræ euidenter inscriptæ centrum grauitatis esse in diametro B. D.

ΚΑΤΑΣ. Coniungantur anguli figuræ lineis P. I, E. F, T. Q.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam trapezij A. P. I. C. latera P. I. & A. C. sunt [a] parallela, bifariamque dirimuntur [a] in X. & D. centrum grauitatis ipsius est [b] in linea X. D. Eadem ratione centrum grauitatis trapezij P. F. est in linea L. x. Rursus centrum grauitatis trapezij E. Q. est in β. L. denique trianguli T. B. Q. centrum grauitatis est [c] in B. β. Ergo centrum grauitatis compositæ magnitudinis ex omnibus illis figuris tribus trapezijs & triangulo, nempe figuræ γνωρίμως inscriptæ, est [d] in linea coniungente omnium centra nempe in D, B. diametro: quod fuit probandum.

a per præt. manifest.
b per 13. lib. præcedent.
c per 13. lib. præced.
d per 8. eiusdem præt. libri.

a per coroll. 1 & 10 gulæ minores sint *a* linea R.P. Idem quoque fiat de semisse D.B, quæ vt præcedens D.
b per 31. 1. C. dirimatur punctis K.I.H. Tum à punctis K.I.H, E. F. G, erigantur *b* lineæ intrà triangulum, parallelæ sagittæ A.D, quæ sint K.Z, I.Y, H X, E.O, F.N, G. M, iungan-

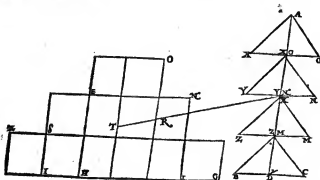


turque transuersis Z M, Y.N, X.O, constituentibus parallelogramma Z.G, Y.F, X.E. quæ cum bifariam diuellat sagitta A. D, centrum grauitatis magnitudinis ex ipsis pa-
c per 9. huius. rallelogrammis compositæ in se habebit *c*. Ipsum itaque sit T. & à puncto T. per R. ducatur linea infinita T.R.Q. in quam à signo C. cadat *d* linea C.Q parallela sagittæ A. D. Quia verò punctum T. incidit in P. vel infra P. versus A. vel demum supra P. versus D. incidat primùm in P. Tunc enim erunt parallelogramma C. S, & P.E. Erit-
d per coroll. 7. l. 1. que *d* Q.S, ad S.P, vt æqualis C. E, ad æqualem E.D, hoc est, *e* vt C.O, ad O.A. Si verò
e per 2. l. 6. cadat versus A, ducatur linea P.R.Q, vt fiant *f* æquianguli trianguli T.P.R, & Q.R.
f per 15. 29. & 32. l. 1. Q, & sit *g* Q.R, ad R.Q, sicut T.R, ad R.P, ac vicissim *h* Q.R, ad R.T, sicut Q.R, ad R.
g per 4. l. 6. P, hoc est *i* sicut C.O, ad O.A. Demum si iacuerit versus D, concurrent *l* Q.T, & C.
h per 16. l. 5. D, in L. Et fient *m* Q.S, ad S.T, vt C.E, ad E.D, hoc est, *e* vt C.O, ad O.A, & coniun-
i per 11. l. 5. gendo *m* Q.T, est ad T S, vt C.A, ad A.O. Atqui vt est C.A, ad A.O, ita est *n* triangu-
l per vltimã com. sent. & coroll. 32. l. 1. lus A.D.C, ad triangulos, quotum sunt bases A.O, O.N, N.M, M.G, vel triangulus A. D. B, ad triangulos illis compares, quorum sunt subtendentes A.X, X.Y, Y.Z, Z.B,
m per lema 3. prae. vel tandem totus *o* A.B.C, ad omnes illos 8. triangulos. Igitur Q.T, est *i* ad T.S, vt A.
n per lema 1. praced. B.C, triangulus ad 8. illos triangulos. Atqui Q.T, habet *p* ad T.R, vt ad maiorem, minorem rationem quàm ad T.S, minorem: Proinde Q.T, habet ad T.R, minorem ra-
o per 15. l. 5.
p per 8. l. 5. tionem quàm A.B.C, triangulus ad 8. dictos triangulos. Fiat proinde T.X, quæ ad T. R, eandem rationem habeat quàm A.B.C, triangulus ad 8. triangulos. Et à puncto X, agatur linea α.γ, παράλληλος lineæ A.D, ἐν τῷ αὐτῷ in eodem plano, in quo fuerit T.X.

ΑΠΟΔ. Etenim quoniam T.X, est ad T.R, vt A.B.C, triangulus, ad dictos 8. triangu-
q per 17. l. 5 los, erit diuidendo *q* X.R, ad R.T, vt parallelogramma Z.G, Y.N, & X. O, ad dictos 8. triangulos. Appensis ergo parallelogrammis à puncto T, & rectangulis à puncto X, secus lineam α γ, centrum magnitudinis sic compositæ ex parallelogrammis, & trian-
r per 6. vel 7. huius. gulis erit *r* punctum R, quod nihilominus est impossibile: Quia quando pars triangulorum ponderat à parte B. A, & alia à latere A.C, supponitur nihilominus æquilibrium
s per 3. & 4. postulata huius. in R. Non stabit *s* ergo æquilibrium quando omnes trianguli ponderauerint ab vna eademque parte, & omnes habuerint ab eodem latere grauitatis centra. Absurdum est itaque R, esse centrum grauitatis trianguli A.B.C, vel posse ipsum esse extra lineam A.D.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Huius demonſtrationis συμπέρασμα nonnihil habere videtur difficultatis, ſi conſideretur ex verbis Archimedis, qui ita habet, τὸ ἄρα X. σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ συγκειμένου μεγέθεος, ἐκ τῶν παραλληλογράμμων. ὅπερ ἀδύνατον. Τᾶς γὰρ ἀπὸ τοῦ X. ἀχθείσας εὐθείας παρὰ α. β. ἀγομένας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ, ἐπὶ ταῦτα πάντα ἐστί: τουτέστιν ἐπὶ θάτερον μέρος. δῆλον οὖν τὸ προκείμενον.



Neque enim abſurdum eſt magnitudinis compoſitæ ex prędictis triangulis centrum eſſe poſſe punctum X. ſi ſecus lineam α. γ. æqualem ipſi A. D. exponantur, vt hic in ſchemate patent. Imò hoc probari poteſt: Tum nihil hucvſque in contrarium oſtenſum eſt. Præterea ὑποκείμενον ἀδύνατον τὸ magnitudinis compoſitæ ex parallelogrammis Z.G, P.N.E.O. ſuſpenſis à puncto T. & ex triangulis prædictis pendentibus ex centro X. grauitatis centrum eſſe R. Imò eſt S.R. neceſſario iſtud grauitatis centrum, ſi magnitudines ita diſponantur. Quid itaque abſurdum concludit Archimedes? hoc ſcilicet, quod iſthæc verba redolent, ἐπὶ ταῦτα πάντα ἐστί: τουτέστιν ἐπὶ θάτερον μέρος, quæ ſic explicat manuſcriptus codex', ἐπὶ τὰ αὐτὰ πάντα κείμενα τὰ τρίγωνα. Nempè abſurdum eſt idem punctum R. centrum eſſe huiuſce compoſitæ magnitudinis, tùm cùm trianguli ſimul ſunt ἐπὶ τὰ αὐτὰ, & in eadem parte hic diſponuntur, tùm cum per medium diuiduntur, καὶ ἐπὶ θάτερον μέρος, ac in diuerſis lateribus collocantur, partimque à parte puncti T. partim à latere X. ponderant. Hoc enim ἀδύνατον, καὶ ἄτοπον τὸ, iuxta præcedentis αἰτήματα.

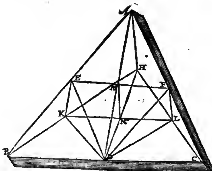
ΑΛΛΩΣ.

Eandem concluſionem demonſtrat Archimedes hoc ſecundo medio.

ΥΠΟΘ. Sit triangulus A. B. C, è cuius vertice A. decidat κάθετος A. D, baſim B. C. medio dirimens.

ΣΥΜΠΕ. Dico in A. D, centrum grauitatis eſſe trianguli A. B. C.

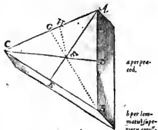
ΚΑΤΑ. Etenim ſi non fuerit centrum iſtud in A. D, ſit alicubi extra lineam A. D, puncto nempè H.



ΥΠΟΘ. Ab angulis A, & C. trianguli A.B.C, demittantur lineæ A.E.C.D, in media latera opposita C.B, A.B, quæ secent se in F.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico F. esse centrum grauitatis trianguli A B.C.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Nam C.D, linea habet a in se centrum grauitatis trianguli A.B.C. Idem quoque habet, & linea A E. Ergo commune est istius centri punctum ambabus lineis C.D, A.E. Nullum verò commune punctum habent præter F. Ergo punctum F. est centrum grauitatis trianguli A.B.C. Linea verò quæ ab angulo B, traducetur in medium A.C, transibit b necessario per F.



a per præced.

b per lemmatis superioris coroll.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc sequitur lineam ab angulo trianguli per centrum grauitatis ipsius actam in oppositum latus, ipsum bifariam secare. Si enim B.F, non incidit in G. medium lateris A.C, cadat si potest in H, & ducatur B.E.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim B.G, habet c in se centrum F, ita vt B.F.G, sit recta. Sed quoque ponitur B.F.H, recta: Ergo anguli H F.A, A.F.B, sunt d duobus rectis æquales, & proinde æqui quoque duobus G.F.A, & A.F.B. Si itaque ab vtraque parte substuleris communem A.F.B, absurdè manebit H.F.A, æqualis maiori G.F.A. Ergo absurdum quoque est negare lineam à B. actam per F, non cadere in G.

c per 15. huius.

d per 13. l. 1.

ΛΗΜΜΑ A.

Si trapezium duo latera habuerit inæqualia & parallela, quæ bifariam secta recta linea iungantur è sectionum punctis, reliqua verò latera producantur vna cum linea iungente: latera producta in iungente concurrent: Eritque in iungente centrum grauitatis trapezij.

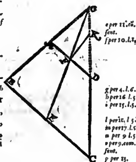
ΥΠΟΘ. Trapezij A.B.C.D, sint duo latera B.C, A.D, parallela & inæqualia, sitque A.D, minus: vt reliqua latera B.A, C.D, producta concurrant e à parte A.D. in puncto G. Diuisis f verò A.D, B.C, bifariam in punctis F. & E, iungatur F.E.

ΣΥΜΠΕ. Dico in producta E.F, esse punctum G.

ΚΑΤΑ. Si enim punctum G. non est in E.F, producta, transeat ipsa E.F, si fieri potest per K. non per G, & ducatur F.G.

ΑΠΟΔ. In triangulo B.G.C, quoniam A.D, basi B.C, parallela est vt est G.D, ad D.A, ita est g G.C, ad C.B, & vicissim h vt G.D, ad G.C, sic A.D, ad C.B, seu i D.F, ad C.E. Atqui per eandem rationem, quia ponitur E.F.K, recta, K.D, est ad D.C, vt D.F, ad C.E. Et proinde G.D, est l ad G.C, vt K.D, ad K.C, & diuidendo m G D, est ad D.C, vt K D, ad D.C, sicque G.D, & K.D, ad D.C, eandem habent rationem, & ideò G.D, est n æqualis ipsi K.D, hoc est totum parti, quod est absurdum.o

Concurrunt ergo C.D, & B.A, in E.F, recto producta, seu E.F, producta incidit in concursum G. Cæterum trianguli G.A.D, centrum grauitatis est p in G.H, sed & totius G.B.C, centrum est q in G.E. Trapezij ergo centrum grauitatis est r in F.E, vt vult lemma.



e per 11. ax. sent.

f per 10. l. 1.

g per 4. l. 6.

h per 16 l. 5

i per 15. l. 5.

l per it. l. 5.

m per 17. l. 5

n per 9 l. 5

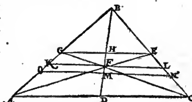
o per 9. com. sent.

p per 15. huius.

q per 8. huius.

ΛΗΜΜΑ B.

Si per centrum grauitatis trianguli agatur linea parallela vni ex lateribus: inter eam & dictum parallelum latus resecabitur tertia pars aliorum laterũ. Et si linea ducta parallela vni lateri resecuerit tertiam reliquorum partem, centrum grauitatis trianguli in ea continebitur.



ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B C, cuius centrum grauitatis sit F. per quod linea ducatur K. F. L, parallela basi A.C.

ΣΥΜΠ. Dicitur esse K. A, tertiam partem lateris A.B, tum L.C. esse itidem tertiam partem alterius B.C.

ΚΑΤΑΣ. Agantur lineæ A.F.E, B.F.D, & A.F. G, per F. grauitatis centrum, iungaturque G.E.

a per coroll. 14 huius. b per 2. l. 6. c per coroll prae lemm. d per 4. l. 6. e per 15. l. 1. f per 29. l. 1 g per 32. l. 1. h per 16 l. 5

ΑΠΟΔ. Puncta G,E,D, diuidunt [a] bifariam latera B.A, A.C, & B.C. Proindéque vt B.G, ad G.A, sic B.E, ad E.C, vnde fit vt G.E, sit [b] basi A.C, parallela, vel semissis [c] G H, semissi A.D. Ita vt quemadmodum B.A. est duplum B.G, sic A.D, sit [d] duplum G.H. vel alterius semissis H.E. Atqui anguli H.F.E, & A.F.D, sunt [e] æquales: tum alij [f] A.D.F, & F.H.E, sequiturque [g] triangulos F.A.D, & F.H.E, esse æquiangulos, & esse [d] A.D, ad A.F, vt H.E, ad E.F, & vicissim [h] A.D, ad H.E, vt A.F, ad F.E. Vt ergo A.D, dupla est H.E, sic F.A, dupla est alterius F.E. Eodemque prorsus argumento demonstrabitur C.F, dupla alius F.G. Est [b] autem in triãgulo C.E.G, vt C.F, ad F.G, sic C.L, ad L.E. Idcirco C.L, dupla est alius L.E, & est L.E, vna tertia totius E.C, vel vna sexta lateris B.C. Similiter A.k, est vna sexta lateris B.A. Dupla ergo L.C, est vna tertia lateris B.C, vel k.A, vna tertia lateris B.A, vt vult prima pars Lemmatis. Quod ad secundam attinet.

ΥΠΟΘ. Sint A.K, & C.L, tertiæ partes laterum B.A, B.C, agaturque K.L.

i per 13. huius.

ΣΥΜΠΕ. Erit in K.L, centrum grauitatis propositi trianguli, scilicet F. [i] punctum commune etiam lineæ B.D, decidenti ab angulo B, & secanti bifariam oppositum latus A.C.

l per 31. l. 1.

ΚΑΤΑ. Si non est F. centrum grauitatis, ipsum sit M, & ducatur [l] O.M, O.N, parallela basi B.C.

m per priorem partem huius demonst.

ΑΠΟΔ. Est [m] ergo O.A, tertia pars lateris B.A, & est æqualis toti k.A, scilicet pars toti, quod est absurdum. Patet ergo centrum grauitatis non esse M, sed F, quod fuit probandum.

COROLL.

Sequitur lineæ cuiuslibet eductæ ab angulo per centrum grauitatis trianguli in oppositum latus, tertiam partem contineri inter centrum & oppositum latus. Nam vt B.A, [n] ad A.k, sic B.D, ad F.D.

n per lemma 5. praefixum 13. huius.

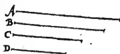
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc autem est de quo Archimedes prop. 6. & 10. libri de quadratura paraboles ait, δέδεικται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς: hos libros μηχανικοὺς appellans, vel alios libros de mechanicis insinuans, qui tandem maximo nostro malo perierunt.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Quatuor magnitudinum proportionalium, duplum primæ cum secunda est ad duplum secundæ cum prima, vt duplum tertiæ cum quarta ad duplum quartæ cum tertia.

ΥΠΟΘ. Sint A.B.C.D, proportionales, scilicet A. ad B, vt C. ad D.



ΣΥΜΠΕ. Dico duplum A. cum B. esse ad duplum B. cum A, vt duplum C, cum D. ad duplum D. cum C.

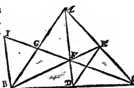
o per 16. l. 5 p per 15. & 11. l. 5. q per 12 l. 5 r per 11. l. 5

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quia A. est ad B, vt C. ad D, vicissim est [o] A. ad C, vt B. ad D, & duplum [p] A, ad duplum C, vt B. ad D, & simul duplum A. cum B, est [q] ad duplũ C, cum D, vt B, ad D, vel A. ad C. Cùm rursus B. sit ad D, vt A. ad C. duplum B, est [p] ad duplum D, vt A, ad C, & simul [q] duplum B, cum A, est ad duplum D. cum C, vt A. ad C. Idcirco duplum A, cum B, est [r] ad duplum C, cum D, vt duplum B, cum A, ad duplum D, cum C. Et demũ permutando [o] duplum A, cum B, est ad duplum B, cum A, vt duplum C. cum D, ad duplũ D, cum C, quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ Δ.

Si è duobus trianguli latetibus in latera opposita lineæ agantur, quæ ea similiter secent: ipsæ quoque se dirimentin ratione, quam habet quodlibet latus ad suam partem angulo proximam, tum si à reliquo angulo per punctum intersectionis præcedentium tertia linea ducatur in oppositum latus: ipsum bifariam secabit.

ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B.C. è cuius angulis A.& B.lineæ agantur in opposita latera B.C. & A.C.nempè B.E,& A.D. quæ ipsa latera similiter secent in punctis E.& D. Sese verò mutuo dirimẽt [a] in F. Quia anguli B.A.D, & A.B.E. minores sunt duobus rectis. Ducatur rursus per F.punctum à reliquo angulo C.linea C.F.G.



[a] per vltimum com. sent.

ΣΥΜΠ. Dico partes linearum A.D.B.E, in quas se mutuo secant, nempè A.F,ad F.D. & B.F,ad F.E. esse vt latera ad suas partes resectas, scilicet vt A.C,ad E.C.vel B.C, ad D.C. Tum A.B.secari bifariam in G.

ΚΑΤΑΣ. Agatur D.E. tum B.I.parallela [b] vni A.D,& concurrat cum C.G.in I. [b] per 31.l.1.

ΑΠΟΔ. Quoniam ex hypothesi vt B.C, ad D.C.sic A.C, ad E.C. sunt [c] A.B.& D.E. parallelæ. Et proinde vt B.C,ad D.C,sic B.A, ad D.E. Atqui triangulorum A.B.F,F.D.E. anguli ad F.sunt [d] æquales, tum reliqui [e] vnius reliquis alterius: Est [f] vt B.A.ad A.F, sic D.E.ad D.F, & vicissim [g] vt B.A ad D.E, sic A.F,ad F.D. Et proinde A.F.est ad F.D. vt B.C,ad D.C,vel vt A.C,ad E.C. Idem probabitur de B.F, F.E, quod est prima pars lemmatis. Atqui vt B.C. ad D.C, ita [c] B.I,ad D.F,nam sunt B.I,& D.F.parallelæ. Ergo I.B,ad A.F. sunt [h] æquales. Cæterum quoniam I.B,& A.F, sunt parallelæ, & anguli ad G.sunt [i] æquales, patet triangulos I.B.G, A.G.F, esse æquiangulos, & vt I.G, ad B.G, sic esse [l] F.A.ad A.G,& vicissim vt I.B.ad A.F, sic B.G, ad G.A. Vt itaque I.B,& A.F, sunt æquales, sic pares sunt B,G,& G.A,ita vt B.A, bifariam dirimatur in G, vt vult reliquum lemmatis.

[c] per 2.l.6. [d] per 15.l.1. [e] per 29.l.1. [f] per 4.l.6. [g] per 16.l.5. [h] per 9.l.5. [i] per 15.l.1. [l] per 4.l.6.

COROLLARIVM.

Hinc patet lineam ductam è medio lateris A.B, nempè è puncto G. ad angulum C. transire per F. Si enim alibi transitet, [m] duæ rectæ lineæ comprehenderent spatium, cum iam sumpserimus lineam C.F.G. esse rectam.

[m] contra 12 com. sent.

ΠΡΟΤΑ. ΙΕ.

ΘΕΩΡ. ΙΕ.

Παντὸς τραπεζίου τὰς δύο πλευρὰς ἔχοντος παραλλήλους ἀλλήλαις, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τῶν παραλλήλων διαιρεθείσας, ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὰν διχοτομίαν τᾶς ἐλάσσονος τῶν παραλλήλων ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον ὃν ἔχει συναμφότερος, ἁ ἴσα τᾷ διπλασίᾳ τᾶς μείζονος μετὰ τᾶς ἐλάσσονος πρὸς τὰν διπλασίαν τᾶς ἐλάσσονος μετὰ τᾶς μείζονος τῶν παραλλήλων.

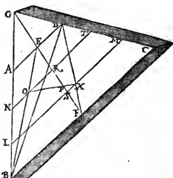
THEOR. XV.

PROP. XV.

Cuiuscumque trapezij duo latera parallela habentis, centrum grauitatis est in recta linea coniungente bisectiones parallelorum, ita diuisa, vt portio ipsius terminata in bisectione minoris parallelorum ad reliquam sectionem, habeat eam rationem quam habet çqualis duplæ maioris cum minori ad duplam minoris cum maiori parallelorum laterum.

ΥΠΟΘΕ. Sit trapeziũ A.B.C.D.cuius duo latera A.D.minus,& B.C.maius parallela diuidantur [a] bifariã in punctis E.& F, quæ iungantur linea E.F.

[a] per 10.l.1



ΣΥΜΠ. Dico centrum grauitatis trapezij esse in lineæ E.F. puncto, quo ita ita diuisa fuerit, vt portio terminum habens punctum E. se habuerit ad reliquam portionem, sicut est duplum B.C. eum A.D. ad duplum A.D. cum B.C.

ΚΑΤΑΣ. Produeantur latera .A, C.D. quæ eoneurrant [a] in G. puncto lineæ F.E, vlterius quoque eiectæ. Et diuidantur [b] eadem trifariam punctis N.L, & T.M. iunganturque N.T, L.M. tum B.E, B.D, & D.F. Demum O.X.

ΑΠΟΔ. Centrum grauitatis trianguli D.B.C. est [c] in linea D.F, sed idem est [d] in linea M.L. Ergo ipsum est punctum X. Rursus trianguli A.D.B. eentrum grauitatis est [c] in lineis B.D. & N.R. [d] Ergo ipsum est punctum O. Compositæ igitur magnitudinis ex ambobus triangulis D.B.C, & A.D.B. hoc est trapezij A.B.C.D. centrum grauitatis est in linea O.X. [e] Atque idem centrum est [f] in linea E.F. Ergo ipsum eentrum est P. Et proinde est [g] O.P, ad P.X, vt triangulus D.B.C. ad triangulum A.B.D. hoe est [h] vt basis B.C, ad basim A.D. Atqui trianguli O.R.P. & P.S.X. habent [i] angulos ad P. æquales, vt etiam [l] in R. & S. Proinde sunt [m] æquianguli, & vt O.P. ad P.R. sic [n] X.P, ad P.S, & vieissim [o] vt O.P. ad P.X, sic R.P. ad P.S. Ideireo R.P. est [p] ad P.S. vt B.C. ad A.D. Et duplum R.P. eum P.S. est [q] ad duplum P.S. eum R.P. sicut duplum A.C. cum A.D. ad duplum A.D. eum B.C. Verùm tres E.R, R.S, S.F. sunt [r] æquales, vt pares sunt D.T, T.M, M.C. Proinde E.R. semel continet, & R.P, & P.S. ita vt in tota E.P. sit bis R.P. & semel P.S. Tum S.F. itidem eomplectitur semel duas P.R. & S.P, ita vt in F.P, sit bis P.S, & semel P.R. Igitur E.P. nempè duplum R.P. cum P.S. est [p] ad F.P. scilicer ad duplum P.S. eum P.R, vt duplum B.C. eum A.D. ad duplum A.D. cum B.C. vt voluit propositio.

a per lemma 1. huius.
b per 12. l. 6
c per 13 huius.
d per 2. lemma proximũ huius.
e per 1 lema præfixum 8. huius.
f per 1. lemma huius.
g per 6. vel 7. huius.
h per 1. l. 6.
i per 15. l. 1.
l per 32. l. 1.
m per 29 l. 1.
n per 4. l. 6
o per 16 l. 5.
p per 11. l. 5.
q per proximũ lemma 3. huius.
r per 3. lema prox. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quamquam Archimedes tradidit omnes huius libri propositiones specie theorematum, tamen etiam διὰ τῶν προβλημάτων proponi possunt. Si enim quarta sic offeratur: magnitudinis compositæ ex duabus æqualibus magnitudinibus centrum reperire. Bifariam verò diuiseris spatium quod est inter ambarum componentium centra, demonstrabis punctum sectionis esse compositæ magnitudinis centrum, sieque imperatum absolueris. Ita est de reliquis. Nihilominus conuenientius visum est Archimedi theoremata dicere quàm problemata: Quoniam proponendo θεωρηματικῶς data supponit centra componentium magnitudinum, quæ προβληματικῶς efferendo, fuissent quærenda: quod nondum tamen fecerat, deincepsque absoluit. Licet enim trium duntaxat figurarum, nempè parallelogrammorum, triangulorum & trapeziorum centra grauitatum ostenderit, omnium tamen figurarum rectilinearum demonstrasse censetur. Siquidem ex probatis hoc exequi problema possumus.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Cuiuscumque rectilineæ figuræ centrum grauitatis reperire.

ΚΑΤΑ. Ducantur ab angulis A. & B. trianguli A. dati A.B.C. lineæ in opposita latera, quæ ipsa bifariam secent, conueniantque in F. Dati verò parallelogrammi agantur diametri G.I, & K.H, conuenientes in L. Dati trapezij duo latera M.N. P.O. parallela, bifariam secentur linea P.Q. tum iungantur P.R. (euius tertia pars sit R.T.) & Q.N. (euius tertia pars sit S.Q.) addaturque S.T. secans R.Q. in V.

Propositi alius trapezij omnimodè desormis A.B.C.D. iungantur anguli B.& D. linea B.D, & in B.D, educantur [a] perpendiculares A.I. C.E, scilicet altitudines triangulorum A.B.D, D.C.E. Tum centra grauitatum amborum triangulorũ, nempè G.& F. [b] iungantur recta G.F, quæ tandem diuidatur [c] in H. ita vt G.H, sit ad H.F, vt est altitudo C.E. ad altitudinem A.I. vel vt [d] est triangulus B.D.C. ad triangulum A.B.D. a per 12 l.6 b per 14. huius. c per 10.l.6 d per 1.l.6.

Pentagonum L.M.N.O.P. propositum dirimatur in triangula lineis M.O, M.P. Tum quadrilateri L.P.O.M. centrũ inueniatur [e] R. alius verò quadrilateri M.P.O.N. centrum grauitatis sit Q. Triangulorum autem L.P.M, & M.O.N. centra sint [f] S.& T. Denique iungantur puncta S.Q.,& R.T. lineis secantibus se in X. e per præcedentem operationem. f ex proxima operatione.

In hexagono A.B.C.D.E.F. capiantur duo triangula A.B.F,B.D.C, quorum centra grauitatum sint [f] G.& H. Tum inueniantur [g] pentagonorum B.F.E.D.C,& A.B.D.E.F. centra etiam grauitatum k.& I. ducantur demum lineæ G.I,H.k. cõcurrentes in O. g vt mox faciebamus. h per 14. huius.

Denique in omnibus figuris regularibus siue irregularibus, excipiantur semper duo trianguli, eorumque grauitatum centra, tum reliquæ seorsim figuræ inueniatur quoque centrum grauitatis, ac demum permutatim iungantur hæc centra. i per 10.huius. k per 15. huius.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico expositarum figurarum centra grauitatum esse F, L, V, H. X. O. l per 6 vel 7.huius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. De F. [h] L. [i] vel [k] H. [l] nihil dubij. Cæterum quia S.Q. continet [m] in se centrum pentagoni L.M.N.O.P. compositi ex triangulo M.L.P.& ex quadrangulo M.N.O.P. quia iungit centra ambarum partium: Tum etiam T.R idem cẽtrum habet [m], quia iungit centra partium M.N.O,& M.O.P.L, idem pentagonum L.M.N.O.P. cõstituentium: sequitur & concurrere lineas S.Q.T.R.& concursum X. nempè punctum vtrique lineæ commune esse centrum grauitatis propositi Pentagoni. Denique ob eãdem rationem, & concurrunt S.I,H k. in hexagono, & est concursus, seu commune vtrique punctum O. centrum grauitatis Hexagoni: Ac tandem in quibuslibet figuris lineæ iungentes permutata centra conueniunt, & erit concursus earum, centrum grauitatis figuræ, quod erat inueniendum. m per 1 lemma 9 huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vocamus hanc permutatam centrorum coniunctionem, quia permutatim triangula assumpta, reliquam figuræ partem complent. Vt in Hexagono quando seorsim capis triangulum A.B.F. reliquum figuræ est B.F.E.D.C. quod completur alio triangulo B.D.C. Verùm quando triangulum B.C.D. detrahis, reliqua figuræ pars est A.B.D.E.F, in qua triangulum A.B.F. vicissim reperitur. Hinc nobis permutandò est. Cæterum hoc theorema vice Lemmatis addemus.



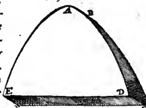
ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ Β.

ARCHIMEDIS ÆQVIPONDERANTIVM LIBER II.

ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.



NISI iam quantum satis est conicas sectiones explicuissemus, earumque profusiorem tractationem ad initium operis quod sequitur περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων commodius retulissemus, locus hic à nobis illud ipsum efflagitaret: cum in sequentibus propositionibus passim Archimedes ὀρθογωνίου κώνου τομὴν repetat. Hac autem rectanguli coni sectione intelligit parabolem. Sectio enim hæc quamquam in omnibus conis, fit vt ostenditur in conicis Elementis, tamen παραβολὴ dicta est ὀρθογωνίου κώνου τομή, quia primum generationem habuit in rectangulo cono, sicuti ὑπερβολὴ in amblygonio, ac demum ἔλλειψις in oxygonio. Propositum est itaque Archimedi hoc libro demonstrare, quanam via inueniatur centrum grauitatis plani contenti recta linea & rectanguli coni sectione: Est autem corpus quatuor comprehensum superficiebus, quarum tres sunt planæ, quarta verò curua iuxta sectionem parabolicam. Atque planarũ rursus duæ sunt æquales suprema, & ima, tertia quadrangularis basis ritè dici potest. Æqualium vna refertur superficie E. A. D. posita E. D. recta & linea curua E. A. D. sectione parabolica: tertia est E. F. D. Quarta pars hoc intuitu visa est D. C. B. A. Tota vero est fascia quædam superficialis, æqualiter vbique ac basis lata, quæ à latere basis D. C. ad aliud latus E. F. figuram secus curuitatem sectionis D. A. E. complectitur. Ne quis igitur hic agi putet περὶ τοῦ τμήματος seu de portione,



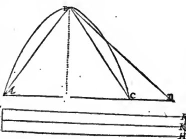
quę à cono parabolica sectione diuellitur: Longè enim interest inter illud τμῆμα seu segmentum, & planum, cuius hic centrum quęrimus: illud enim conica superficie continetur, basimque habet circuli portionem: demum in illo tres tantum superficies notari possunt, vna conuexa, & duæ planæ. Et propterea aliter ac nostrum planum definitur

quod nihil conuexi habet, quamquam aliquid obliqui, sed plani. Nam fascia quidem illa contorquetur, sed non globosa est, non gibba, qualis est superficies sphæræ seu coni. Denique ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς γράμμαις κεῖται. *Et est plana inter duas parabolicas sectiones E. A. D. superiorem, & B. F. C. inferiorem, licet curua sit habita ratione aliorum terminorum E. F, D. C. Superficierum enim planarum duplicem agnosco differentiam. Quædam ex æquo iacent inter suas rectas lineas,* ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις

a 7 defin. lib. 1. *vt definit* [a] *Euclides: & hæ quidem sunt perfectè planæ. Quædam etiam ex æquo iacent inter quasdam quidem lineas, sed non rectas,* ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς γράμμαις, ἀλλὰ μὴ εὐθείαις: *cuiusmodi sunt tum hæc fascia nostra* παραβολικῶς *conuoluta, tum qualibet aliæ planæ quouismodo intortę. A vera quidem & legitima planitie discedunt, nihilominus planæ dici possunt, cùm natura sua planæ natę sint, curuitatemque duntaxat ab aliena contorsione recipiant. Non est eiusmodi sphærica superficies, quæ ideo non plana est, quia gibbosa nata est, concaua vel conuexa: nihil denique recti habet, aut in ea describi potest: fascia vero hæc parabolica, plana consideratur, in eaque rectæ lineæ describi possunt à summo ad imum. Eam ergo planam dicere non pigebit, figuramque quam constituit, planam appellare. Ea ratio fuit cur libri inscriptioni restituerim* ἐπιπέδων, *quod vocabulum forsan sublatum est, cùm hic aliquid non planum vulgus suspicaretur. Vulgaris enim* ἐπιγραφὴ *est tantum* ἰσοῤῥοπιῶν. *quæ ideo minus accedet, quia nimis vniuersalis est. Omnia enim quæ æquiponderare possunt, complectitur, & plana, & minime plana. At de planis tantum agimus. Quamquam enim libro superiori Archimedes multa edixerit quæ omnibus grauibus conueniunt, vt quæ tertia, quarta, quinta, sexta, septima propositionibus demonstrantur, ob quod illic* μεγέθεα *dixit, seu* βάρεα, *in alijs* παραλληλόγραμμα *seu* τρίγωνα: *Tamen si scopum Archimedis attentiùs intueamur, in centrum grauitatis planorum ponderosorum* τὸ αὐτὸ στοχάζεσθαι καὶ προσέχειν τὸν νοῦν *animaduertemus: nonnullaque primò demonstrasse, quæ grauibus cunctis communis essent, vt inde centra planorum æquiponderantium inuestigaret, hoc est, puncta, seu polos, quibus qualibet plana appensa æquiponderarent, & horizonti parallela remanerent, libro primo plana rectilinea absoluit, hoc vero plana curuilinea persequitur, vt satius sit librum esse dicere planorum æquiponderantium, quam simpliciter æquiponderantium, ne ab Authoris scopo inaniter diuagemur. Antequam autem proponat Archimedes, problema hoc necessarium præmittemus.*

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Plano sub recta linea & parabolica sectione contento parallelogrammum æquale reperire, ipsumque ad datam rectam lineam applicare, ita vt recta hæc illud bifariam dirimat.



ΠΡΟΘ. Detur planum A. B. C. contentum sub recta linea A. C. & rectanguli coni sectione A. B. C. planum inquam parabolicum [a] cuius vertex sit [b] B. Detur item linea I. k.

ΚΑΤΑΣ. Producatur A. C. & fiat C. D. tertia pars totius A. C. ducanturque lineæ A. B, C. B, D. B, Ad lineam autem I. k. in angulo k. I. G. applicetur [c] rectangulum I. H. æquale dimidio trianguli A. B. D. Tum producta rectâ G. I. in E. fiat I. E. æqualis ipsi I. G. & perficiatur parallelogrammum E. k.

ΣΥΜΠ. Dico E. H. parallelogrammum æquale esse proposito plano parabolico A. B. C. & bifariam diuidi à linea I. k. cui applicatur.

ΑΠΟΔΕΙ. Planum parabolicum A. B. C. est [d] sesquitertium trianguli A. B. C. Atqui eiusdem trianguli A. B. C. sesquitertius est [e] altera A. B. D. Hic igitur triangulus A. B. D. æqualis est [f] proposito plano parabolico. Atqui parallelogramma I. H. & I. F. sunt [e] æqualia, tum alterum I. H. factum est æquale dimidio trianguli A. B. D. Totũ proinde E. H. triangulo A. B. D. par est, & itaque [g] plano parabolico A. B. C. Ad lineã ergo I. k. datam applicauimus parallelogrammum æquale dato parabolico plano, ita vt data linea parallelogrammum bifariam diuidat, quod fuerat agendum.

a per 10. petitionum lib. præcedent. b per 3. diffinit. lib. de conoid. & sphæroid. c per 44. l. 1. d per 17. & 24. lib. de quadrat. parabo. e per 1. l. 6. f per 9. l. 5. g per 1. com. sent.

ΠΡΟΤ. Α. ΘΕΩΡΗΜΑ Α.

Εἴκα δύο χωρία περιεχόμενα ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχοντα· τοῦ δὲ ἀμφοτέρων αὐτῶν συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν, διαιρέοντα οὕτω τᾶς εἰρημένας εὐθείας, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τοῖς χωρίοις.

PROP. I. THEOR. I.

Si duo spacia comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione, quæ possumus ad datam rectam lineam applicare, idem grauitatis centrum nõ habeant: compositæ ex vtrisque magnitudinis cẽtrum grauitatis erit in recta linea coniungente grauitatis eorum centra quæ dictam rectam sic diuiserat, vt portiones ipsius permutatim eandem rationem ac ipsa spacia habuerint.

ΥΠΟΘ. Sint duo spacia seu plana parabolica ᵃ A. B. C. D. quorũ grauitatũ cẽtra E. & F. recta linea E F. iungaturque & diuidatur in H. ita vt F. H. sit ad H. E. vt est A. B. ad C. D.

a per 10. peti-tionem lib. praecedent.

ΣΥΜΠ. Dico H. esse centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex duobus spacijs A. B. C. D.

ΚΑΤΑΣ. Lineæ E. H. fiat æquales quæque duarum F. P. & F. K. tum ipsi E. P. pari alteri H. F. Cuum cum fiot E. H. & P. F. æquales, communi P. H. sublata manent ᵇ E. P. & H. F. æquales) ponatur E. N. quoque æqualis. Ad lineam autem N. P. applicetur ᶜ parallelogrammum G. Q. æquale spacio A. B. bifariamque diuisum linea E. P. Denique perficiatur parallelogrammum Q. I.

b per 3. com. sent.

c per lemma praecedens.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam quælibet duarum P. E, E. N. vni H. F. est æqualis tota P. N. ipsius F. H. est dupla. Deinde quæque duarum P. F, F. K. vni H. E. est æqualis, & ideo tota P. k. vnius H. E. est dupla. Vt itaque F. H. ad H. E. sic est ᵈ N. P. ad P. K. vel Q. M. ᵉ ad Q. L. vel denique parallelogrammum ᶠ Q. G. ad aliud Q. I. Atqui vt F. H. ad H. E. sic est ᵍ A. B. ad C. D. vt ergo Q. G. ad Q. I. ita est ʰ A. B. ad C. D. & vicissim ⁱ vt Q. G. ad A. B. sic Q. I. ad C. D. Est vero Q. G. æqualis ᵍ spatio A. B. Est itaque Q. I. æquale spatio C. D. Est ˡ autem parallelogrammi Q. G. centrum grauitatis E. sicuti F. centrum grauitatis parallelogrammi Q. I. Et ideo H. ᵐ centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex duobus parallelogrammis Q. G. & Q. I. Proinde centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex duobus spacijs A. B. C. D. pondere æqualibus illis duobus parallelogrammis erit ⁿ punctum H. quod fuit probandum.

d per 15. l. 5. e per 34. l. 1. f per 1. l. 6. g per fabricam. h per 11. l. 5. i per 16. l. 5. l per 9 & 10. l praec. m per 6 vel 7. l. praec. n per 8 postu. lib. praeced & per coroll. addito theorem. ad finem eiusdem lib.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vocabula duo propositionis mutauimus, & pro μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχοντα, vt vulgo legitur, posuimus ἔχοντι; tum pro διαιρέον ὥστε τὰ εἰρημένα ἔχειν scripsimus διαιρέοιτο. Sic enim sensus multo clarior est, & menti Archimedis conuenientior, qui aliter nullus fere est. Prima etenim clausula verbo caret. Secunda vero sectionem refert ad lineam quæ potius secatur quam vt secet. Centra sunt grauitatum magnitudinum quæ secant distantiam E. F. aut saltem terminant. Magis quadraret lectio manuscripti qui habet διαιρεθείσας ὥστε τὰς εἰρημένας ἔχειν quod nos aduerbio absoluto explicaremus, diuisa, scilicet, sic dicta recta linea, &c.

MANIF. I.

Si in portione sub recta & rectanguli coni sectione comprehensa triangulum inscribatur eandem basim habens ac portio, & altitudinẽ æqualem: & rursus in reliquis portionibus triangula inscribantur easdem habẽtia bases cum portionibus

ΦΑΝΕ. Α.

Εἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ πάλιν εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὰς αὐτὰς βάσεις ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι καὶ

ὕψος ἴσον, καὶ ἀεὶ εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωνται τὸν αὐτὸν τρόπον· τὸ γενόμενον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι γνωρίμως ἐγγράφεσθαι λεγέσθω· φανερὸν δὲ ὅτι τοῦ οὕτως ἐγγραφέντος σχήματος αἱ τὰς γωνίας ἐπιζευγνύουσαι τάς τε ἔγγιστα ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος, καὶ τὰς ἑξῆς παρὰ τὰν βάσιν ἐσοῦνται τοῦ τμάματος, καὶ δίχα τμαθήσονται ὑπὸ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου, καὶ τὰν διάμετρον οὕτω εἰς τοὺς τῶν ἑξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγους, ἑνὸς λεγομένου ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τοῦ τμάματος. τοῦτο δεικτέον ἐν ταῖς τάξεσι.

& altitudines æquales, & semper in reliquis porrionibus triãgula fiant hoc ipso modo: Nata hinc figura in portione euidenter inscribi dicatur. Manifestum verò est, quod figuræ sic inscriptæ angulos à vertice quidem portionis deinceps proximos iungentes lineæ sint parallelæ basi portionis, & quod à diametro portionis bifariam diuidantur, diametrum vero (diuidant) in rationes numerorum, deinceps imparium, vno dicto ad verticem portionis. Hoc autem demonstrandum fuit in ordinibus.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

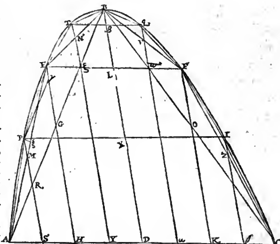
Passim textos Græcus apud huoc authorem corruptè legitur. Vulgatis liber habet διαμέτρου καὶ τὰν διαμέτρον οὕτω &c. genitiui nempe pluralis vocabulum, quod accusatiui singularis est: ita ut sic nullus sit sensus. Tum vltimis verbis legit δείκνυται, quod manuscripti codices restituunt δεικτέον. Cuius mihi alia vis esse videtur quam præteriti. Quippe huius demonstrandi manifesti, sibi Archimedes imponit onus, cum scribit δεικτέον, quod fortasse ab alio demonstratum innueret verbo δείκνυται. Per ordines autem, in quibus illud sibi demonstrandum dicit, intelligit linearum descriptiones, quas ordinatiu applicari vocat Apollonius, figurarumque deformationes, quæ fiunt in sectionibus conicis per lineas ordinatim in ipsis applicatas. Etenim lineæ quas hic Archimedes proponit basi parallelas, ordinatim τεταγμένως, καὶ κατὰ τάξιν positæ sunt, vt mox demonstrabimus. Atque ex hoc quidem loco manifestissimè deduci potest, hanc linearum ordinationem, illosque ordines seu τάξεις demonstrasse vspiam, nempe in conicis elementis, quæ Archimedi surripuisse Apollonium ex Heraclio alibi retulimus: neque enim verisimile est hoc intactum reliquisse. Equidem hoc manifestum, ex aliis Archimedis scriptis demonstrari potest: & ipsum doctus Geometra Guido Vbaldus princeps: ingenij quidem sui potius subtilitate quàm Archimedis intentione ostendit. Nos itaque conica elementa quæ extant, non tanquam Apollonii: sed Archimedis inuenta, hic in consilium adhibebimus, vt pariter Archimedem per seipsum necessaria proposuisse manifestum fiat.

ΥΠΟΘ. Detur parabole, seu planum parabolicum A. B. C. cuius diameter a D. B. diuinat basin. A. C. bifariam: in ea inscribatur triangulus A. B. C. eadem basi, parique altitudine ac portio. Tum in reliquis segmentis A. E. B. & C. F. B. alii inscribantur trianguli A. E. B, C. F. B. paribus item basi ac altitudine cum segmentis. Demum in 4. segmentis reliquis A. P. E, E. T. B, C. I. F. & F. Q. B. trianguli vti præcedentes inscribãtur. Omnium scilicet portionum à prius inuentis diametris. Denique figuræ hoc pacto in portione euidenter καὶ γνωρίμως inscriptæ quæ lateribus definitur A. P, P. E, E. T, T. B, B. Q, Q. F, F. I, I. C, & C. A. anguli oppositi lineis iungantur quæ sint P. I, E. F, T. Q. secantes diametrum seu axem D. B. in punctis . L X.

a inuentum per 28. l. 2. conic.

ΣΥΜΠ. Dico lineas T. Q, E. F, P. I. ordinatim esse b applicatas, hoc est, esse basi A. C. parallelas: easque bifariam diuidi à diametro B. D. Demum eas ita partiri diametrum B. D. vt qualium partium B. s. ad verticem est vna, talium sit s. L. tres, & L. X. quinque, demum: X. D. septem: progrediendo nempe ratione numerorum imparium.

b per 16. definit. l. 1. conic.



ΚΑΤΑΣ. Omnium segmẽtorum axes educantur recto in basim A. C. qui incidant in puncta S. H. Y. ω. K. θ. & agatur P. γ. parallela linea R. G.

ΑΠΟΔ. Quoniam lineæ P. M, E. G, T. N, Q. V, F. O, I. Z. sunt portionũ diametri, omnes sunt diametro ex generatione B. D. æquidistants, ac inter se. Nam si v g. P.M. non æquidistat diametro B.D.& alia vt P. ξ. duci possit à puncto P. vertice portionis A. P. E. parallela ipsi B. D. Ipsa P. E. erit bb diameter, & basim A. E. bifariam diuidet c: at eandem bifariam secat P.M. ex proprietate inuenti diametri: essent proinde A. M. & A. ξ. æquales, pars scilicet toti, quod est absurdum. Eductæ ergo P. S, E. H, T. Y, sunt vni diametro B. D. parallelæ: Et vt E G. bifariam in G. sic A. D. trianguli A. B. D. latus bifariam diuiditur d in H. Deinde cum itidem sint N. R, E. G, N. ξ. æquidistantes, vt latus E. B. trianguli E. B. G. bifariam secatur in N. sic G. B. in ξ. dirimitur. d Rursus in triangulo E. A. G. vt latus E. A. æqualiter finditur in M. sic d A. G. in R. Erunt e itaque partes A. R, R. G, G. ξ. & ξ. B. æquales, cum sint æqualium A. G, G. B. semisses. Æquales ergo quoque sunt f A. S, S. H, H. Y, Y. D. Eodem argumento æqualiter diuisam probabimus D. C. in punctis ω. K. θ. Cumque sint A. D, D. C. æquales, erunt e & illius partes partibus huius æquales iam vt A. D. seu D. C. ad D. B. sic g A. S. ad S. R. Et & sic quoque C. θ. ad θ. ρ. est h itaque A. S. ad S. R. vt C. θ. ad θ. ρ. Et vicissim i vt A. S. est æqualis ipsi θ. C. sic S. R. par est quartæ θ. ρ. Et quoniam θ. I. est diametro D. B. æquidistans, vt est A. D. seu l D. C. ad D. θ. seu D. S. m ita est θ. ρ. ad ρ. I. Atqui rursus vt C. D. ad D. S. sic m S. R. ad R. P. Itaque vt θ. ρ. ad ρ. I. sic S. R. ad R. P. & vicissim i vt θ. ρ æquales est secundæ S. R. sic ρ. I. æquatur quartæ R. P. Vnde apparet P. S. & I. θ. esse æquales. Atqui sunt parallelæ. Ergo P. I. & S. θ. seu basis A. C. sunt n parallelæ. Similiter probabimus E. F. & T. Q. parallelas esse basi A. C. Vnde sequetur ordinatim applicatas P. I. E. F, T. Q. à diametro A. B. bifariam secari, in punctis ζ. L. X. Denique cum E. H. & F. k. sint æquales & parallelæ, sunt n etiam æquales & parallelæ E F. & H. K. earumque semisses o E. L. & H. D. Atqui vt est B. D. ad B. L. sic est p quadratum A. D. ad quadratum E. L. seu ad quadratum H. D. Est q vero quadratum A. D. quadruplum quadrati H. D. quis H. D. est semissis ipsius A. D. Ergo qualium partium B. D. erit 4. talium erit vna B. L. aut qualium erit B. D. sexdecim, talium erit B. L. 4. & L. D. duodecim. Eodem argumento probabimus, qualium partium fuerit quatuor B. L. earumdem esse B. ζ. vnam, & ideo B. L. tres. Adhuc sunt E. H. & L. D æquales ideoque qualium L. D. erit 12. talium erit & 12. E. H. Atqui vt est A. D. dupla semissis A. H. ita est d g. B. D. dupla quartæ H. G. ob trianguli A. H. G & A. D. B. similitudinem. Qualium ergo erit B. D. sexdecim, talium erit H. G. octo. Est autem E H. earumdem duodecim. Est ergo E. G. quatuor. Verum cum in portione A. E. B. basi A. G. B. parallela sit P. γ. vt est quadratum A. G duplum quadrati P. γ. nempe quadrati R. G. ita est p quadruplum E. G. partis E. γ. ita vt qualium E. G. est quatuor, talium sit E. γ. vnius & γ. G. seu æquales B. R. trium

bb per 46. & per coroll. 51. l. 1. conic.
c per 10. definit. l. 1. conic.
d per 2. l. 6.
e per 15. l. 5.
f per 3. lemma præfixũ 13. libri præcedentis.
g per 4. l. 6.
h per 11. l. 5.
i per 16. l. 5.
l per 7. l. 5.
m per 4. lib. de quadratura parabolæ.
n per 33. l. 1.
o per 10. definit. & coroll. 7. l. 1. Conic.
p per 20. l. 1. Conic.
q per 20. l. 6.

trium. Atqui vt A. H. est dupla A. S. sic dupla est H. G. alterius S. R. Et qualium est H. G. octo, talium est S. R. quatuor, & tota P. S. septem. Sunt vero P. S. & X. D. æquales. Ergo X. D. est septem qualium tota L. D. est duodecim, vnde manet L. X. esse quinque. Tandem igitur qualium B. *β*. est 1. talium est *β*. L. 3, L. X. 5. & X. D. 7. quod fuerat probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Cæterum notandum est, maximam partem huius manifestæ propositionis definitionem esse figuræ euidenter ἢ γνωρίμως descriptæ: vt in posterum cum de hac figura mentio fiet, quænam sit, intelligatur.

ΠΡΟΤ. Β.

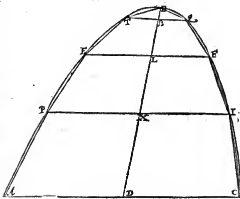
ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

Εἰ δὲ καὶ εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγραφῆ· τοῦ ἐγγραφέντος κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου.

PROP. II.

THEOR. II.

Si vero in portione comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione rectilineum euidenter inscribatur: inscripti centrum grauitatis erit in diametro portionis.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit portio comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione A. B. C. cuius diameter B. D. & in qua euidenter descripta sit figura rectilinea A. P. E. T. B. Q. F. I. C.

ΣΥΜΠΕ. Dico figuræ euidenter inscriptæ centrum grauitatis esse in diametro B. D.

ΚΑΤΑΣ. Coniungantur anguli figuræ lineis P. I, E. F, T. Q.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam trapezij A. P. I. C. latera P. I. & A. C. sunt [a] parallela, bifariamque dirimuntur [a] in X. & D. centrum grauitatis ipsius est [b] in linea X. D. Eadem ratione centrum grauitatis trapezij P. F. est in linea L. x. Rursus centrum grauitatis trapezij E. Q. est in *β*. L. denique trianguli T. B. Q. centrum grauitatis est [c] in B. *β*. Ergo centrum grauitatis compositæ magnitudinis ex omnibus illis figuris tribus trapezijs & triangulo, nempe figuræ γνωρίμως inscriptæ, est [d] in linea coniungente omnium centra nempe in D. B. diametro: quod fuit probandum.

a per præc. manifest.
b per 15. lib. præcedent.
c per 13. lib. præced.
d per 8. eiusdem præc. libri.

C. & L. D. k. sunt in eadem altitudine, & intra easdem parallelas. Proinde primus est[a] ad secundum vt basis k. C. ad basim L. D. Similiter ostendetur trigonum N. H. G. esse ad trigonum O. H. N. vt N. G. ad O. H. Est[b] vero N. G. ad O. H. vt k. C. ad L. D. Ergo trigonus K. D. C. est ad trigonum k. L. D. vt N. H. G. triangulus ad O. N. H. triangulum & componendo[c] trapezium L. C. est ad triangulum L. K. D. vt trapeziũ Q. G. ad triangulum O. N. H. Verum k. L. D. triangulus est[a] ad triangulum L. P. k. vt D. L. ad L. P. & triangulus N. O. H. est ad alium O. Q. N. vt H. O. ad O. Q. Sed D. L. est[d] ad L. P. vt H. O. ad O. Q. quia fecimus vt esset K. C. ad P. D. tùm ad ablatum L. D. sicut N. G. ad Q. H. tùm ad ablatum O. H. Itaque k. L. D. triangulus est ad P. k. L. triangulum vt O. N. H. ad Q. N. O. Sunt igitur magnitudines, nempe in primo ordine k. A. ad L. C. & hæc ad L. k. D. & hæc ad P. k. L. sicut in secũdo ordine N. E. ad O. G. & hæc ad O. N. H. & hæc ad Q. N. O. Et est[e] prima ex æquo k. A. ad triangulum k. P. L. vt N. E. ad triangulum Q. N. O. Totum itaque k. A. trapezium est ad ablatũ L. K. C. D. vt totum N. E. ad ablatum O. N. G. H. deinde, idem totum K. A. est ad reliquum P. k. L. vt idem totum N. E. ad reliquum Q. N. O. Vnde fit[f] vt totum k. A. sit ad totum trapezium P. k. C. D. vt totum N. E. ad totum trapezium Q. N. G. H. quod fuerat probandum.

[a] per 1. l. 6.
[b] per fabr.
[c] per 18. l. 5.
[d] per 1. lemma præced.
[e] per 22. l. 5.
[f] per 2. lemma præced.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc deducere quoque possumus, trapezium I. C. esse ad triangulum K. D. C. vt aliud N. G. ad trigonum N. G. H.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur enim lineæ K. A. N. E.

ΑΠΟΔΕΙ. Cum enim triangulus k. I. A. sit[g] ad triangulum k. A. C. vt basis I. A. ad basim k. C. Tum triangulus[g] N. M. E. ad alium N. E. G. vt M. E. ad N. G. Est[h] vero I. A. ad k. C. vt M. E. ad N. G. sequitur[i] k. I. A. esse ad k. A. C. vt N. M. E. ad N. E. G. & componendo[l] I. C. est ad k. A. C. vt M. G. ad N. E. G. Sed k. A. C. est[g] ad k. C. D. vt A. C. ad C. D. seu vt[i] E. G. ad G. H. & vt E. G. ad G. H. sic[g] N. E. G. ad N. G. H. Ergo vt k. A. C. ad k. C. D. sic N. E. G. ad N. G. H. & ex æquo[m] I. C. est ad k. C. D. vt M. G. ad N. G. H. quod fuit probandum.

[g] per 1. l. 6
[h] per fabri.
[i] per 11. l. 5.
[l] per 18. l. 5.
[m] per 22. l. 5

ΠΡΟΤ. Γ. — PROP. III.

ΘΕΩΡΗΜΑ Γ. — THEOR. III.

Εἴκα δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, εἰς ἑκάτερον εὐθύγραμμον ἐγγραφῆ γνωρίμως, ἔχοντι δὲ τὰ ἐγγραφέντα εὐθύγραμμα τὰς πλευρὰς ἴσας τῷ πλήθει ἀλλάλαις τῶν εὐθυγράμμων, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως τέμνοντι τὰς διαμέτρους τῶν τμαμάτων.

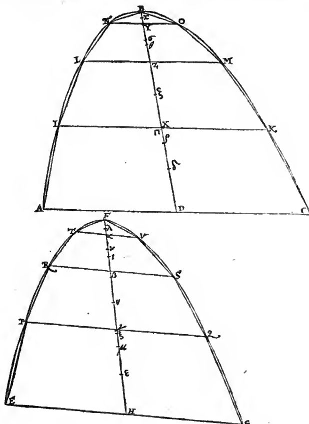
Si in vtraque duarum portionum similium comprehensum sub recta & rectanguli coni sectione rectilineæ figuræ euidenter describantur, quarum latera sint multitudine æqualia: figurarum centra grauitatum similiter secant diametros portionum.

ΥΠΟΘ. Sint duæ portiones coni parabolicæ A. B. C, E. F. G. in quibus duæ figuræ laterum multitudine æquales euidenter describantur:[n] In prima nempe, figura A. I. L N. B. O. M. K. C. cuius centrum grauitatis sit ϖ. Et in secunda figura E. P. R. T. F. V. S. Q. G. cuius itidem centrum grauitatis sit ξ. ΔΙΟ. Dico diametros portionum B. D. E. H. similiter & in ijsdem rationibus à centris grauitatum descriptarum in portionibus figurarum, nimirum à punctis ϖ. & ξ. ΚΑΤΑΣ. Iungantur anguli figurarum oppositi rectis lineis, inueniantúrque[o] centra grauitatũ trapeziorum A. k, I. M, L. O. & triãguli N. B. O. quæ sint[p] η. ξ. θ. κ. Tũ aliorũ trapeziorũ E. Q. P. S. R. V. & trianguli T. F. V.

[n] per manifestũ 1. huius.
[o] per prob. 1. præced.
[p] per 15. l. præced.

a per probl. 1. praecd. b per lemma 1. praefixum 8. l. praecd.

quę sint ι. ν. ι. λ. Adhuc magnitudinis compositæ ex A. k, I. M. centrum grauitatis fit [a] ρ. in [b] linea ζ. η. tum alius factæ ex L. O. & N. B. O. fit σ. in [b] linea ν. ι. Demum magnitudinis compositæ ex E. Q. P. S. centrum grauitatis fit μ. [a b] vltimæ constitutæ ex R. V. & T. F. V. centrum fit ν.



c per manifest. 2. huius. d per lemma 1. hic praemissorum. e per 15. l. 5. f per 15. lib. praecd.

g per lemma 3. praefixum 15. l. praecd.

ΑΠΟΔ. Quoniam in propositis portionibus parabolicis diametri B. D. & F. H. similiter secantur [c] à lineis angulos figurarum iungentibus, nempe est D. X. ad X. Z. & X. Z. ad Z. Y. demum Z. Y. ad Y. B. vt est H. γ. ad γ. ϛ. & γ. ϛ. ad ϛ. α. & tandem ϛ. α. ad α. F. Deinde sunt [d] lineæ iungentes vnius inter se aut earum [e] semisses vt lineæ iungentes alterius inter se, aut earum dimidiæ: scilicet A. D. ad I. X. & I. X. ad L. Z. & L. Z. ad N. Y. vt E. H. ad P. γ. & P. γ. ad R. ϛ. & denique R. ϛ. ad T. α. Sequitur centra grauitatum partium figuræ vnius similiter poni vt centra grauitatum partium alterius: Videlicet centrum η. similiter poni ac centrum E. Nam est [f] X. η. ad η. D. vt duplum A. C. cum I. K. ad duplum I. K. cum A. C. Pariter est γ ε. ad E. H. vt duplum E. G. cum P. Q. ad duplum P. Q. cum E. G. Atqui duplum primæ A. C. cum secunda I. K. est [g] ad duplum secundæ I. K. cum prima A. C. vt duplum tertiæ E. G. cum quarta P. Q. ad duplum quartæ P. Q. cum tertia E. G. quia sunt E. quatuor proportionales. Est ergo X. η. ad η. D. vt γ. ε. ad E. H. Eodē argumēto probabimus centra ζ. θ. similiter poni ac alia ν. ι.

Postremò centra κ. & λ. similiter dirimunt lineas B.Y, & F.α. scilicet in ratione dupla. Est enim [a] B.κ. dupla, partis κ. Y, & F.λ. dupla, partis λ.α. Adhuc quia Y.D, & H.α. similiter secantur, & vt est Y.Z 3, Z.X.5, tum X.D.7, qualium tota B.D, est 16. sic α.β, est 3, β γ.5, & γ.H.7, diametri F.H. Tum à sectionum & extremitatum punctis perpendiculares eriguntur in similibus rationibus: sequitur [b] A.X, esse ad I.Z, vt E.γ. ad P.ς: deinde I.Z, ad L.Y, vt P.ς, ad R.α. Demum eadem ratione est [c] L.Y, ad N B.Y, triangulum, vt R.α, ad T.F.α. trigonum. Idem censendum de D.k, & reliquis figuræ primæ partibus, ac de H.Q, alijs secundæ figuræ particulis. Totum ergo trapezium A.k, est ad I.M, vt E.Q, ad P.S. Et componendo [d] A.M, est ad I.M, vt E.S. ad P. sed I.M. est ad L.O, vt P.S, ad R.V. Ergo ex æquo A.M, est, ad L.O, vt E.S, ad R.V. Demum L.O. est ad N.B.O, vt R.V. ad T.F.V. Igitur adhuc ex æquo [e] A.M. est ad N.B.O. vt E.S. ad T.F.V. Cùm autem idem A.M, ad duo L.O, & N.B.O. se habeat, vt idem E.S. ad duo R.V, & T.F.V. Sequitur A.M. esse [f] ad figuram L.N.B O.M, vt E.S, ad aliam R.T. F.V.S. Verùm vt A.M, ad figuram L.N.B.O.M. sic [g] ο.π. ad π.ρ. & vt E.S. ad figuram R. T.F.V.S. sic V.ξ. ad ξ.μ, patet [h] ο.π. esse ad π.ρ, vt ν.ξ, ad ξ.μ. His probatis sic inferimus. B.D, est ad D.X, vt F.H, ad H.γ. Sed vt X.D. ad δ.D, sic γ.ι. ad ι H. vt probauimus. Ergo B.D, est [i] D.δ. vt F.H, ad H.ι. vel B.D. est ad δ. X, vt F.H. ad ι.γ. Rursus B.D. est ad X Z, vt F.H. ad γ.ς. secantur verò X.Z & γ.β. similiter in ζ. & ν. vt ostendimus. Ergo B.D. est [i] ad X.ζ. vel ζ.Z, vt F.H. ad γ.ν. vel ν.ς. Cùm ergo B.D. sit ad quamlibet duarum X.δ. & X.ζ. vt F.H. ad quamlibet ambarum γ.ι. & γ.ν. Est [f] quoque B.D. ad totam ζ.δ, vt F.H, ad totam ν.ι. At ζ.δ, & ν ι, similiter diuiduntur in μ. & ρ. Est propterea B.D, ad δ. ρ. vt F.H ad ι.μ. Sed iam ostensum est B.D, ad D.δ, vt F.H, ad H.E. Est [f] igitur B.D, ad totam D.ρ vt F.H, ad H μ. Eodem argumento demonstrabitur B.D, ad B.ο, vt F.H, ad F.ν. Et proinde B.D, erit ad duas D.ρ, & B.ο, simul vt F.H, ad duas simul, H.μ, & F.V. Cùm itaque B.D, sit ad B.D, vt F.H, ad F.H, æqualis ad æqualem: tum B.D, sit ad partem secundæ, nempè ad D.ρ, & B ο, simul, sicut tertia F. H, ad partem quartæ H.μ, & F.ν, simul: sequitur [l] B.D, esse ad reliquam ο.ρ, vt F.H. ad reliquam ν.μ, sed ο ρ. & ν.μ. similiter secantur in π.ξ. vt probauimus. Propterea B.D. est [l] ad ο.π, vt F.H. ad ν.ξ. Et adhuc est B.D, ad B.ο, vt F.H, ad F.ν. Vnde B.D, se habet [f] ad ambas simul B.ο.ο π, seu ad B. π, vt F.H, ad ambas simul F.ν.ν.ξ, seu ad F.ξ, & diuidendo π.D, est ad B.π, vt ξ. H, ad F.ξ. Puncta proinde seu grauitatum figurarum centra π.ξ, similiter ponuntur, quod fuit probandum.

[a] per 4. lemma præsentis 15 l præced. [b] per præc. lemm. 4. [c] per coroll. huius. 4. lemm. [d] per 18 l. 5. [e] per 22 l 5. [f] per præce. lemma 2. [g] per 6 vel 7 l 5. [h] per 11 l. 5. [i] per lemma præc 3.

ΠΡΟΤΑ. Δ. — PROP. IV.

ΘΕΩΡ. Δ. — THEOR. IV.

Παντὸς τμάματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐστὶν ἐπὶ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου.

Cuiuscumque portionis cōprehensæ sub recta linea, & rectanguli coni sectione, centrum grauitatis est in portionis diametro.

ΥΠΟΘΕ. Sit portio parabolica A.B C, cuius diameter B.D.

ΣΥΜΠ. Dico centrum grauitatis portionis esse in B.D. diametro.

ΚΑΤΑΣ. Si centrum illud non est in B.D. sit extra v. g. in E, à quo [a] ducatur E.F, parallela diametro B.D, aganturque B.A, B.C, vt fiat triangulus A.B.C. Et ponatur [b] vt C.F, ad F.D, sic C.A, ad A.N, ducaturque N.B, vt sit [c] triangulus A.B.C, ad A,B.N, triangulum, vel K. si placet, æqualem, sicut est C.F ad F.D.

[a] per 31. l. 1. [b] per 12. l 6 [c] per 1. l. 6.

Verùm huiusmodi suppositum huc vsque incertum est. Nam quamquam portiones A. G. B, B. C. H. sunt æquales, nempè sesquitertiæ a triãgulorum, qui cum eorum quisque sit eiusdem trianguli A. B. C. subuctuplus b, sunt pares. Licet etiam sint c similes vt parabolicæ: non tamen propterea ad eas censetur pertinere quintum postulatum libri præcedentis, quod intelligi videtur, duntaxat de figuris rectilineis, non de mixtis planis. Et si de his etiam postea demonstrabimus. Vt ergo nihil dubij assensionem retineret, seu ἐποχὴν induceret, clariore via progressi sumus, propositionémque demonstrauimus, nulla illius parallelogrammi facta mentione.

a per 17. & 24. lib. de quadr. parabol.
b per 22. eiusdem
c per lemma 1. præfixum 3. huius.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Ex demonstratis deducere possumus, quod si ex quatuor magnitudinibus prima in maiori fuerit ratione ad secundam, quam tertia ad quartam, esse secundam minorem quarta. Nam ex eo quod L.R. primam, ad R.P. secundam, ostendimus maiorem rationem habere quàm O.S. tertiam ad S.P. quartam, tandem conclusimus secundam R.P. minorem esse quarta P.S. Verùm & vicissim demonstrare possumus hoc lemma.

ΛΗΜΜΑ.

Quatuor magnitudinum si prima A. quàm secunda B. maior fuerit, & tertia C. quàm quarta D. prima est ad quartam in maiori ratione, quàm secunda ad tertiam.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Nam A. vt maior ad D. maiorem habet a rationem, quàm B. minor ad eandem D. Et nihilominus B. habet a maiorem rationem ad D. quàm habeat ad C. quia C. est maior quàm D. Ergo A. multo maiorem rationem habet ad D. quàm habeat B. ad C, quod fuit probandum.

A
B
C
D

a per 8. 5.

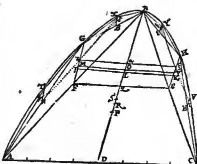
ΛΗΜΜΑ. B.

Figuræ γνωρίμως inscriptæ in parabola, quanto pluribus lateribus constabit, tanto propiùs centrum grauitatis accedet ad verticem portionis.

ΥΠΟΘ. Hypothesi præcedentis propositionis addatur, vt in relictis portionibus A. T. G, G. X. B, B. Y. H, H. V. C. triãgula rursus euidenter describantur, quæ figuram constituant enneagonam A. T. G, X. B. Y, H. V. C, maiorem a præcedenti quinque-gona A. G. B. H. C.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico centrum grauitatis enneagonæ accedere propiùs ad verticem B. quàm centrum grauitatis pentagonæ.

ΚΑΤΑ. Ponatur rursus P. D. tertia pars diametri D. B, vt sit b P. centrum grauitatis trianguli A. B. C. figuræ autem pentagonæ, vt superius sit R. Triangulorum b verò A. G. B, B. H. C, I. & K. magnitudinisque ex ipsis triangulis compositæ c L. At triãgulorum recens b aduenientium puncta γ. δ. ξ. ι. magnitudinum ex ipsis compositarum c Z. ζ. in diametris F. G, & E. H, ac si appenderẽtur librilibus γ. δ. & ξ, ι. Demum magnitudinis ex ambabus compositæ, quia sunt illæ æquales, ponatur grauitatis cẽtrum in ennaegone-



a per 9. elem. sent.
b per coroll. lemm. 2. præfixi 13. huius.
c per lemma præfixum 3. huius.

νόχαμμον enim esse Z. E. satis patet cum ex æqualitate horum triangulorum pateat Z. F., & ζ. E. esse lineas æquales, & proinde punctum ω, incidere in B. D, vt sint *a* Z. ω, & ω. ζ. æquales. Diuidantur iam Z. I, & ζ. K. in 5. partes, quarum Z. M, & ζ. V. sint 4. reliquarum verò M. I, & V. K, quæque vna: scilicet vt Z.M sit ad M. I. sicut est *b* A.G.B. trigonum ad trigona A. T. G, G. X. B. & sit M. centrum grauitatis pentagoni A. T. G. X. B. Eoque pacto sit quoque V. centrum grauitatis pentagoni B. Y. H. V. C. Et demum magnitudinis compositæ ex his pentagonis centrum ponatur in O. *ac* ex ipsorum æqualitate. Denique enneagonæ figuræ centrum constituatur vspiam in S. nempè *a* diuisa O P. in ea ratione, in qua est triangulus A.B.C, ad magnitudinem compositam ex duobus pentagonis, quæ quidem ratio est vt 4. ad $1\frac{1}{4}$. Nam trianguli A.B.C, sunt *b* alij duo A.G B, B.H. C. $\frac{1}{4}$. Atqui horum duorum reliqui 4. trianguli sunt pariter $\frac{1}{4}$. Quatuor ergo trianguli minores simul, sunt maximi A.B.C. $1\frac{1}{4}$.

a secundum 6. vel 7. lib. praced.

b per 21. l. de quadrat parabol.

c per eaque demonstrata sunt manif. huius.

ΑΠΟΔ. A.B.C. triangulus, maiorem habet *d* rationem ad magnitudinem compositam ex triangulis, quàm ad magnitudinem compositam ex pentagonis. Ergo L.R. est ad R. P. in maiori ratione, quàm O.S, ad S.P. Proinde secunda R. P, est *e* minor quarta S.P, sicque punctum S. accedit propius ad B. quàm R. quod fuit probandum.

d per 8 l 5.

e per coroll. praec. prop.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Absurdum colligit Archimedes, in fine demonstrationis propos. 6. quia inquit τὸ δὲ τὸ ν. ἀχθείσας παρὰ τὰν α γ. ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐστὶ τῷ τμάματι, quod diceremus, in figura nostra sequente. Quia linea educta per punctum L. parallela basi A. C. in eandem partem est portioni. Quam quidem rationem minimè percipio: nec video cur absurdum colligi possit, centrum relictarum portionum constitui in puncto L. quia linea educta per L. æquidistanter basi A. C. sit in eandem partem portioni. Mendum itaque hic suspicor: quod etiam princeps Vbaldus conciens, illa verba Archimedis sic reddidit. *Ducta enim recta linea R. S. per L. ipsi A.C. æquidistante, in ipsa sunt centra grauitatis vnicuique portioni respendentia.* Quo sensu admisso rationem absurdi sic persequitur: *ita scilicet vt centrum magnitudinis ex reliquis portionibus A. M. I, I. N. B. composita, sit in linea R. S, sed in parte L. R. In parte verò L. S. sit centrum grauitatis magnitudinis ex reliquis portionibus B. O. k, & k. P. C. composita: ita vt punctum L. magnitudinis ex omnibus portionibus compositæ centrum grauitatis existat. Quæ tamen esse non possunt, quod idem accideret, si etiam R. S. ipsi A. C. æquidistans non esset.* Verùm etiam & hîc aliquid lucis desiderarem. Benè enim sequitur *f*, quod si L. H. est ad H. E. vt figura inscripta ad portiones reliquas, esse H. centrum grauitatis totius portionis: E. figuræ, L. reliquarum portionum constitutarum secus lineam R.L. S. si ducta esset per L. æquidistanter ipsi A. C. vt in figura Vbaldi: quæ quidem linea siue parallela sit ipsi A. C. siue non, semper ab ipsa appensæ portiones eiusdem sunt ponderis: neque hinc quidquam absurdi sequitur. Propterea censeo textum Archimedis esse debere. [illegible] : [illegible] [illegible] τμάματα ἐστὶ τὰ αὐτὰ τῷ τμάματι. Ex eo enim quod figura seu magnitudo composita ex reliquis portionibus in easdem partes caua est, intra se centrum grauitatis non extra habet *g*: ita vt absurdum sit illud dicere esse in L. Cæterum aliter & Eutocius propositionem demonstrat. Cùm enim figuræ in infinitum describi possint in portione aliæ aliis maiores, quarum centra grauitatum perpetuo accedunt ad centrum totius portionis, vt demonstrauimus *h*: sequitur (vt pateat) tandem ad aliquod centrorum interuallum posse deueniri, quod minus sit quacumque linea proposita. Verùm quia huic demonstrationi obiici potest, dari in conicis figuris τὰς ἀσυμπτώτους, quæ cum in infinitum ad se mutuo accedant, nunquam tamen concurrunt *i*: non videtur absoluta. Fuisset enim ostendendum *l* approximationem fieri semper plusquam dimidio, aut saltem dimidio interualli, quod nondum hic præstare possumus, sed enitemur post octauam huius.

f per 6. & 7. l. praec.

g per petit. 9. l praced.

h 2. lemma. huius prop.

i per 2 l 2. conic Apol.

l vt hypoth. haberetur p(r)imal. 10.

ΠΡΟΤ-

ΠΡΟΤΑ. ϛ. PROP. VI.

ΘΕΩΡ. ϛ. THEO. VI.

Τμάματος δοθέντος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, δυνατόν εἰς τὸ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγράψαι, ὥστε τὰν μεταξὺ εὐθεῖαν τῶν κέντρων τοῦ βάρεος τοῦ τμάματος, καὶ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου ἐλάσσονα εἶμεν πάσας τᾶς προτεθείσας εὐθείας.

Portione data comprehensa recta linea, & rectanguli coni sectione, possibile est in ipsa sectione figuram euidenter inscribere, ita vt recta linea quæ media fuerit inter centra grauitatum portionis, & inscriptæ figuræ minor sit, qualibet linea recta proposita.

ΥΠΟΘ. Sit portio parabolica A.B.C. quæ detur: proponatur etiam F. linea: sitque centrũ grauitatis portionis H.

ΚΑΤΑ. In portione perspicuè inscribatur triangulum A.B.C. & quam rationem habet B.H. ad F. lineam, eãdem habeat triangulum A.B.C. ad planum G. ᵃ Perficiatur verò euidenter figura A.I.B.K.C. ita inscripta vt portiones reliquæ A.M.I, I.N.B, B.O.K, K.P.C. minores sint ᵇ plano G. Huius demum figuræ γνωρίμως inscriptæ centrum grauitatis sit ᶜ E.

ΣΥΜΠ. Dico E.H, lineam mediam inter centra grauitatum portionis, & figuræ in portione euidenter inscriptæ, minorem esse linea F.

ΑΠΟΔ. Si fieri potest sit linea H.E. non minor linea F. Nam quia quatuor quantitatum, prima nempè portio A.B.C. maior est secunda, nempè triangulo A.B.C. tum tertia, scilicet planum G. excedit quartam, videlicet relictas portiones A.M.I, I.N.B, B.O.K, & K.P.C. prima habet ᵈ ad quartam, portio nimirum tota ad relictas portiones, maiorem rationem quàm secunda, seu triangulus A.B.C. ad quartam G. hoc est, quàm B.H. ad F. Verùm B.H. ad H.E. aut æqualem ᵉ (si H.E. supponitur æqualis ipsi F.) aut minorem ᶠ (si H.E. ponitur maior quàm F.) rationem habet quàm habeat ad F. Ergo tursus portio tota habet ad portiones relictas maiorem rationem, quàm B.H. ad H.E. Ita vt linea quæ ad H.E. eandem habuerit rationem, quam habet portio totá ad relictas portiones maior fuerit ᶠ quàm H.B. Ponatur esse H.L. Etenim quia est L.H. ad H.E, vt tota portio ad relictas: est verò H. centrum grauitatis totius portionis: ablatæ verò partis, nempè figuræ euidenter inscriptæ centrum grauitatis est E. sequitur ᵍ centrum grauitatis portionum relictarum esse punctum L. Quod est absurdum. Ostensum enim est ʰ portionum omnium centrum grauitatis esse in diametro B.D.

a per 12 & 1.6.
b per 1. l. 10
c per [illegible] lib. præced.
d per lem. 1. præced.
e per 7 l. 5.
f per 8. l. 5.
g per 6. vel 7. l. præced.
h in lemmate præce. 5. huius.

PROP. VII.

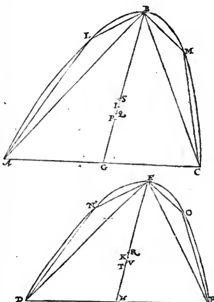
THEOR. VII.

Duarum portionum similium comprehensarum sub recta linea, & rectanguli coni sectione, centra grauitatum in eadem ratione secant diametros.

ΠΡΟΤ. Ζ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τὰ κέντρα τῶν βαρῶν εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρους.



ΥΠΟΘ. Sint duæ portiones paraboliex, & similes A.B.C. D.E.F, quarum diametri sint B.G, & E.H. grauitatumque centra I.& K.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico I. & K. puncta, similiter secare diametros B.G,& E.H. ita vt B.I. sit ad I.G, vt E.K. ad K.H.

ΚΑΤΑ. Hoc si non fuerit,
a per 10 li. 6. ponamus a verbi gr. B. E. esse ad E.G, vt E.k, ad K.H. Tum imaginemur figuram A. L. B.
b per præcedentem. M. C. γνωρίμως descriptam b in portione A. B. C. ita vt interstitium centri Q. grauitatis ipsius figuræ, & centri I. grauitatis portionis, sit minus linea data I. E. Tum in portione D.
c secundum αἴτημα 12. lo præced. E. F. similis c illi figuræ, figura ponatur, cuius grauitatis centrum sit R.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quoniam figuræ euidenter descriptæ in portionibus sunt similes, earum grauitatis centra Q & R. simi-
d per 3 huius. liter diuidunt d diametros B.G, & E.H. Est itaque B.Q. ad Q. G. vt E.R, ad R H. Atqui fuit B.E, ad E.G, vt E.K, ad k.H. Sicut ergo Q. propius est vertici B. quàm E. erit & R. centrum propius vertici E. quàm k. Verùm est k. centrum grauitatis portionis D.E.F. Tum R. centrum grauitatis figuræ in ipsa portione D.E.F. euidenter inscriptæ. Sequeretur ergo centrum grauitatis figuræ propius esse vertici portionis, quàm centrum grauitatis ipsiusmet portionis, quod aduersatur iam demonstratis e.

e prop. 5. huius. Ἑτέρα κατασκευή. Quod si ponatur non B.E, ad E.G. sed B.S, ad S.G, vt E.k, ad k.H. hoc est, fiat sectio similis supra centrum I. non infra, (tunc enim præcedens demonstratio minimè quadraret) ponatur a similiter E.T. ad T.H, vt est B I. ad I.G. Cùm enim I. sit infra S. erit T. infra k. ob similes sectiones. Nam cùm prima B I. sit maior secunda B.S.
f per 1 lemma præfixū 6. huius. & tertia S.G. quàm quarta I.G, habet f B.I, ad I.G, maiorem rationem quàm B.S. ad S G. Verum vt B.S, ad S.G, sic est E k, ad k.H, & vt B.I. ad I.G. sic est E.T. ad T.H.
g per 11 l. 5. h per 18. l. 5 i per 8. li. 5. Habet g itaque E.T, ad T.H, maiorem rationem quàm E.k, ad k.H, & cōponēdo h E.H, ad T.H, in maiori ratione est quā eadem E.H. ad k.H. vnde patet i T.H. esse minorem

T·k, & ideò k· centrum grauitatis portionis, propius esse vertici E. quàm T· Iam in D. E.F· portione figura euidenter inscribatur[a], ita vt interuallum centri grauitatis ipsius, & centri k. minus sit quàm linea T·k, ac si esset V· centrum grauitatis inscriptæ γνωρίμως figuræ. Atque tandem similis[b] huic, alia figura, parium scilicet numero laterum, cuius centrum grauitatis incidet necessario intra puncta I.& S.

a per prec.

b secundum αἴτημα 12.

ΑΠΟΔ. Vt etenim antea, probabitur centrum figuræ inscriptæ in A.B.C. propius esse vertici B. quàm I. centrum portionis, quod est itidem absurdum.[c]

c praced. propositione 5. huius.

ΛΗΜΜΑ.

Si prima magnitudo fuerit quadrupla secundæ, & secunda tripla tertiæ: prima secundæ & tertiæ simul, tripla erit.

ΥΠΟΘ. Sit A. quadrupla B. & B. tripla C.

A ——————— 12 ———————
B —— 3 ——
C — 1 —

ΣΥΜΠ. Dico A. esse ambarum B. & C. triplam.

ΑΠΟΔ. Nam quia B. tripla est C. binæ B. & C. simul sunt quadruplæ vnius C. Vt ergo A. ad B, sic B. & C. ad C. & vicissim est A. ad B. & C. vt B. ad C. Sed B. est tripla C. Igitur A. est ambarum B. & C. tripla.

ΠΡΟΤΑ. H.

ΘΕΩΡ. H.

Παντὸς τμάματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας τε, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος διαιρεῖ τὰν τοῦ τμάματος διάμετρον, ὥστε εἶμεν ἡμιόλιον τὸ μέρος αὐτᾶς τὸ ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τοῦ τμάματος τοῦ ποτὶ τὰν βάσιν.

PROP. VIII.

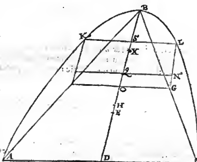
THEOR. VIII.

Cuiuscumque portionis cōprehensæ sub recta, & rectanguli coni sectione, centrum grauitatis dirimit portionis diametrum, ita vt pars ipsius quæ est ad verticem, sit sesquialtera partis, quæ est versus basim.

ΥΠΟΘΕ. Sit portionis A.B.C. comprehensæ sub recta linea A.C. & sectione rectanguli coni A.k.B.L.C, diameter B.D, & centrum grauitatis H.

ΣΥΜΠΕ. Dico H. centrum ita diuidere diametrum B.D, vt pars B.H. sit sesquialtera partis H.D.

ΚΑΤΑΣ. Describatur in portione euidenter[a] triangulus A.B.C. dirimanturque[b] B.A, B.C. latera bifariam punctis F.& G, & diametro B.D. agantur[c] parallelæ F.k, G.L, diametri[d] portionum reliquarum A.B.k, & C.B.L.

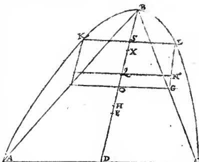


a per manif. huius.

b per 10 l. 1.

c per 31 l. 1.

d per 46 l. 1 conic. Apoll.



Harum autem portionum reliquarum centra grauitatum sint M. N, iunganturque lineæ k. L, M.N, F.G, quæ inter se erunt parallelæ. Nam cum K. F, & L. G, sint æquales a & parallelæ, sunt b iungentes k.L, & F.G, parallelæ. Tum quia M. & N. similiter secant c æquales K.F, L.G, sunt d quoque M.F, & L.G, æquales, & ideò M.N, & F. G, rursus parallelæ. Trianguli demum A.B.C, centrum grauitatis sit E. & partis diametri B.S, tertia pars sit S.X.

a per manifest hum. b per 33 l. 1. c per præcedentem. d per 15. l. 5

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Qualium partium B.S, est vna, talium S.D, tres continet e: Est ergo B.S. quarta pars ipsius B.D. Atqui cum trianguli B.A.D. latus B. A, bifariam secetur, etiam B.D, bifariam secatur e in O. ita vt cum B.O. sit semissis ipsius B.D, & B.S, eiusdem quarta, sint B.S, & S.O. æquales. Sunt b autem K.F, S.O, L.G. æquales, proinde quæque ipsarum K.F, L.G, S.O, est quarta pars diametri B.D. Similium f autem portionum A.B.C, totius & reliquarum A.K. B, B.L.C, centra grauitatum H.M.N, similiter secant c diametros B D, K.F, L.G. Vt ergo B.H, ad H.D, sic k.F, ad k.M, vel L.N, ad N.G, & permutando, vt B.D. quadrupla est alterutrius k. F, seu L.G, sic B.H. quadrupla est alterutrius K.M, vel L.N, seu etiam ipsius S.Q. vnicuique ipsarum æqualis. Iam quia B.D. prima, quadrupla est secundæ B.S, & B.S. tripla g tertiæ S.X, est h prima B.D, ambarum B.S, S.X. hoc est, totius B.X. tripla. Sed est e B.D. etiam tripla ipsius E.D, quia E. est triãguli A.B. C. centrum grauitatis. Proinde B.X, E.D, & tandem E.X. sunt æquales. Rursus quia Q. est l centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex duabus portionibus A.k.B, B.L.C. Tum E. est centrum grauitatis trianguli A.B.C. demum H. centrum grauitatis totius portionis: sequitur m Q.H, esse triplam ipsius H.E, vt triangulus A.B. C. triplus est n portionum reliquarum A.k.B, B.L.C. Ex his sic argumentamur: B H. est quadrupla ipsius S.Q. Et proinde sublata S.Q. ex B.H, reliquæ B.S, & Q.H, adhuc ter continent S.Q. Atqui harum altera B.S, est g tripla partis S.X, reliqua igitur Q.H, est reliquæ partis X Q. tripla. Sed eadem Q.H. ostensa est tripla interualli H.E. Ergo H.E. & X.Q, sunt æquales. Et qualis Q.H, fuerit tripla, talis X.E. erit quintupla, & X.H. quadrupla. Sunt autem probatæ æquales D.E, E.X, X.B, qualis igitur fuerit quindecupla B.D, talis erit noncupla B.H, & H.D. sextupla. Est itaque B.H, ad H.D, vt nouem ad sex, hoc est, in ratione sesquialtera, quod fuit probandum.

e per 2. l. 6. f per 1. lem. præfixum 3. huius. g per fabricam h per lemm. præc. e per lem 3. præfixum 15 l. præc. coroll. l per lemma præfixum 5. huius. m per 6. li. præc. n per 17. vel 24. lib. de quadr. parabol.

COROLLARIVM I.

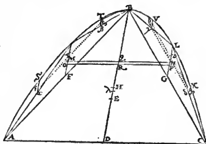
Totas ergo diameter B.D. est quindecupla interstitij H.E, & se habet ad maiorem sui partem B.H. vt 15. ad 9. & ideò in maiori ratione o quàm sesquialtera, scilicet quàm haberet ad decem, quod hic notasse non erit superuacaneum, cum futurum sit vsui in sequentibus. p

o per 8 l. 5. p lib. 2. περὶ ὀχουμένων.

COROLL. II.

Quod polliciti sumus κατασκευάσομεν hic subiungemus, nempè singulis figuratum euidenter inscriptarum in portionibus parabolicis, resecati plusquam dimidium interualli, quod est inter centra grauitatum totius portionis, & figuræ præcedentis.

Repetatur enim præcedens portio A.B.C, cuius diameter B. D. centrumque grauitatis H. In ea sit triangulus primo euidenter descriptus, cuius centrum grauitatis sit E. vt priùs. Iam augeatur figura, & ex triangulari fiat quinquangularis, nempè A.K.B.L.C, descriptis scilicet triangulis A.K. B, B.L.C. in portionibus A.B.K, C.B.L, quarum diametri sint F. K, G. L. grauitatumque centra M & N. Pariter in ipsis diametris centra grauitatum triangulorum A.K.B, B.L.C. sint O. & P. & hæc



centra coniungantur lineis M.N, O.P, quæ secent diametrum B.D. in punctis Q & R. Portionum demum reliquarum ex quinquangulari figura A.S.K, K.T.B, B.V.L, L.X. C. diametri sint α S, β.T, γ.V, δ.X, centraque grauitatum ε.ζ.θ.κ, quæ bina iunganrur lineis ε.ζ, θ κ, secantibus diametros F k, & G.L, in punctis Y. & Z. Denique figuræ A.k. B.L.C, centrum grauitatis sit λ.

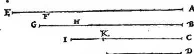
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico interstitium centrorum λ.E, esse plusquam dimidium interualli H. E.

ΑΠΟΔΕΙ. Triangulus A.B.C, est [a] magnitudinis compositæ ex duobus triangulis A.k. B, B.L.C. quadruplus: Atqui illa composita magnitudo ponderat in R. Tota verò figura A.k.B.L.C, in λ. triangulus demum in E. Ergo R.λ. est [b] quadrupla interualli λ.E Atqui Q.H est [c] tripla ipsius H.E. Si itaque λ.R. fuerit æqualis ipsi Q.H, erit λ.E, vna quarta ipsius Q H, cuius H E, est vna tertia. Differt autem vna quarta ab vna tertia eiusdem totius minori interuallo quàm dimidio tertiæ. Nam vna sexta multo minor quàm quarta, est semissis tertiæ: atqui Q.H, & R.λ, sunt æquales. Nam quæ pars est H.E, diametri B.D, eadem est [d] O.M, alterius F k. Vt ergo B.D, ad H.E, sic [e] k.F, ad O. M, & vicissim [f], vt B.D, ad F.k, sic H.E, ad O.M. Estq; autem B.D, quadruplus ipsius k. F. Ergo H.E, est quadruplus ipsius O.M, hoc est Q.R. Vt est ergo Q.E, ad H.E, sic est H.E, ad Q.R, & vt H.E. metitur E Q, sic Q.R, metitur H.E. Metiens ergo Q.R, partem H.E, metitur [h] & totum Q.E. Eadem vtique Q.R, metiens [i] totum Q.E, & partem Q.R, metietur & R E, reliquum. Et [l] qualium erit Q E, sexdecim, erit H.E. quatuor, & Q.R.1, earumdemque R.E, erit 15. Et cùm sit R.λ. partis λ.E, quadrupla, earumdem erit R.λ. duodecim, & λ.E. tria. Vnde sequitur λ E. deficere tantum ab E.H. vna quarta ipsius E H, & proinde interualli E.H, esse tres quartas, magisque quàm dimidium. Vel rursus sequitur λ.H, esse æqualem ipsi Q R: Proinde si vtrique addatur communis H.R, erit R.λ. æqua ipsi Q.H: vnde rursus sequetur E.λ, maius esse, quàm dimidium H.E, quod fuerat probandum. En igitur hinc probationem quintæ propositionis huius euidentissimam elicies.

a per 21. l. 1. de quadrat. parab.
b per 6. l. praced.
c vt mox probauimus
d per proximam
e per 15 l 5
f per 16 l 5.
g vt mox probauimus
h per 12. l. 10. & coroll. 5. eiusdem.
i per coroll. 3 lib 10.
l per 5. l. 10

ΛΗΜΜΑ A.

Quatuor magnitudinum inæqualium in continua proportione existentium, excessus in eadem proportione existunt.



ΥΠΟΘ. Sint A.E, B.G, C.I & D, continuè proportionales.

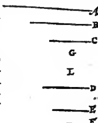
ΣΥΜΠΕ. Dico excessus E.F, G.H, I.k, in eadē esse proportione.

ΑΠΟΔ. Etenim quoniam A.E, superat B.G, excessu E.F, est F.A, æqualis ipsi B.G. Tum quia B.G, superat C.I, quantitate H G, sunt B.H, & C.I, pares. Denique cum I.k, sit, ex quo C.I, excedit D, sunt C.k, & D, æquales. Itaque cum sit A.E, ad B.G, vt B. G, ad C.I, est item A.E, tota ad totam B G, vt ablata A.F. ad ablatā B.H, & proinde sic [a] quoque est reliqua E F, ad reliquā G H. Eadem ratione vt B.G ad C.I, hoc est [b] vt A.E ad B.G, seu vt E F, ad G.H, sic est G.H, ad I k, quod fuit probandum.

a per 19 l 5
b per 11 l 5

ΛΗΜΜΑ Β.

Si fuerint aliquot magnitudines, & aliæ totidem in eadem ratione: vt fuerint in primo ordine omnes præcedentes ad vltimam, sic erunt in alio ordine omnes præcedentes ad vltimam.



ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. vt D. ad E. & sit B. ad C. vt E. ad F. Et si placet rursus C. ad G. vt F. ad L. Dico A.B. esse ad C. vt D.E, simul ad F. vel tres A.B.C. simul ad G. vt D.E.F, ad L.

a per 18. l. 5. b per 22. l. 5. ΑΠΟΔ. Nam quia A. est ad B, vt D. ad E. coniungendo [a] A.B. sunt ad B. vt D.E, ad E. Atqui B. est ad C. vt E. ad F. Ergo ex æquo [b] A.B. sunt ad C. vt D.E. ad F. Et si vlterius sit progrediendum coniungendo [a] A.B.C. sunt ad C. vt D.E.F. ad F. Et cùm sit C. ad G. vt F. ad L. erunt [b] ex æquali A.B.C, ad G, vt D.E.F, ad L. & sic de reliquis, si maior sit magnitudinum numerus.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

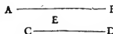
Hinc colligo vtramque simul A.D, esse ad vtramque simul B.E, vt A. ad B, vel D. ad E, & ita de reliquis.

c per 12. l. 5. ΑΠΟΔ. Nam quia A. est ad B. vt D. ad E. sunt antecedentes A.D, ad consequentes B.E, vt A, ad B, sic B.E, sunt ad C.F, vt B. ad C.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Magnitudo magnitudinis sesquialtera, trium eiusdem quintarum est dupla sesquialtera.

ΥΠΟΘ. Sit A.B, dupla sesquialtera ipsius C.D.



ΣΥΜΠΕΡ. Dico A.B. esse ad tres quintas C.D, duplam sesquialteram.

ΚΑΤΑ. Sit C.E vna decima ipsius C.D.

ΑΠΟΔ. Quoniam C.E, metitur C.D, decies, metietur A.B, quindecies. Atqui eadem C.E, metitur tres quintas totius C.D, sexies. Ergo C.E, metitur, & A.B, & tres quintas C.D. atque se habet A.B, ad $\frac{3}{5}$ C.D, vt numerus 15, ad numerum 6. hoc est in ratione dupla sesquialtera, quod fuit probandum.

PROP. IX.

THEOR. IX.

Si quatuor fuerint lineæ proportionales in continua proportione, & quam habet rationem minima ad excessum quo maxima excedit minimâ, eandẽ aliqua assumpta habeat ad tres quintas excessus, quo superat maxima proportionaliũ tertiã, quã verò rationẽ habet æqualis duplę maximę proportiona-

ΠΡΟΤ. Θ.

ΘΕΩΡ. Θ.

Εἴκα τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον ἔωντι ἐν τᾷ συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ἐλαχίστα ποτὶ τὰν ὑπεροχὰν ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας, τοῦτον ἔχουσά τις λαφθῇ ποτὶ τὰ τρία πεμπτημόρια τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶν ἀνάλογον τᾶς τρίτας· ὃν δὲ ἔχει λόγον ἁ ἴσα τᾷ τε β. τᾶς μεγίστας τᾶν ἀναλογᾶν,

καὶ τᾶς δ. τᾶς δευτέρας, καὶ τᾶ ϛ. τᾶς γ. καὶ τᾶ γ. τᾶς δ. ποτὶ τὰν ἴσαν τᾶ τε ε. τᾶς μεγίστας, καὶ τᾶ ι. τᾶς β. καὶ τᾶ ι. τᾶς γ. καὶ τᾶ πενταπλασίᾳ τᾶς δ. τοῦτον ἔχουσα τις λαφθῇ ποτὶ τὰν ὑπεροχὰν ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶν ἀναλογουσᾶν τρίτας· συναμφότεραι αἱ λαφθεῖσαι ἐσοῦνται δύο πεμπτημόρια τᾶς μεγίστας.

liũ & quadruplæ fecũdæ & fextuplæ tertiæ & triplæ quartæ ad æqualem quintuplæ maximæ, & decuplæ fecundæ & decuplæ tertię, & quintuplæ quartæ, eadem habeat quædam aſſumpta ad exceſſum quo maxima proportionalium tertiam ſuperat: hæ duæ aſſumptæ ſimul erunt duę quintæ ipſius maximæ.

M

L

ΥΠΟΘ. Sint quatuor lineæ A. B, C. B, D. B, E. B. continuè proportionales. Vt vero ſe habet E. B. ad A. E. exceſſum quo maxima proportionalium A. B. ſuperat minimam earumdem E. B. ita ſe habeat aſſumpta F. G. ad K. æqualem tribus quintis tertiæ proportionalium D. B. Rurſus ponatur L. continere bis A. B. quater C. B. ſexies B. D. & ter E. B. Tum aliam M. æqualem eſſe quintuplo duarum A. B. & B. E. tum decuplo duarum C. B. & B. D. Et demum vt L. eſt ad M. ſic linea G. H. aſſumpta ſe habeat ad A. D. exceſſum quo maxima proportionalium tertiam ſuperat.

A C D O E B

K

F G H

Y 3. A. B. 6. C. B. 3. D. B.

L 2. A. B., 4. C. B., 6. D. B., 3. E. B.

M 5. A. B., & B. E., 10. C. B. & B. D.

Q 2. D. B. & B. A. 4. C. B.

S 2. D. B., 1. B. E.

R 2. A. B. & B. E. 4. C. B. & B. D.

T 1. C. B. 3. B. D. 2. B. E.

V 2. A. B. 3. C. B. 1. D. B.

X 1. A. C. 3. C. D. 2. D. E.

ΣΥΜΠΕ. Dico aſſumptas ſimul F. G, G. H. eſſe duas quintas maximæ A. B.

ΚΑΤΑΣ. Sumantur lineæ R. S. T. V. X. Y. Q. quarum R. contineat bis A. B. & B. E. extrema, & quater C. B. & B. D. medias: Tum S. bis D. B. & ſemel B. E. Præterea T. æquetur ſemel C. B. ter B. D. & bis B. E. Adhuc ſit in V. bis A. B. ter C. B. ſemel D. B. Rurſus X. habeat ſemel A. C. ter C. D. bis D. E. Demum Y. complectatur ter A. B. ſexies C. B. ter D. B. Denique Q. æqualis ſit duabus D. B. & duabus B. A. & quatuor C. B.

ΑΠΟΔΕΙ. Quia sunt continuè proportionales A. B, B. C, B. D, B. E. vt ipsæ sunt inter se, sic sunt [a] excessus A. C, C. D, D. E. Cum ergo sint tres proportionales A. B, C. B, D. B. & aliæ totidem in eadem proportione A. C, C. D, D. E vt sunt A. B, B. C. [b] simul ad tertiam D. B. sic A. C, C. D. simul, seu A. D. ad D. E. vel [c] duplæ ad duplas. *Hoc est, vt linea comprehendens bis A. B. & B. C. ad duplam lineæ D. B. sic est A. D. ad D. E.* Atq; hæc sit prima conclusionum duodecim, quibus hanc alioquin obscuram demonstrationem absoluemus. Deinde C. B, B. D, B. E. sunt continuè proportionales, & totidem in ijsdem rationibus A. C, C. D, D. E. Propterea *vt C. B, B. D. simul ad B. E. ita est* [b] *A. D. ad D. E.* Secunda conclusio.

[a] per lemma præced. [b] per 2. lemma. [c] per 15. l. 5.

Iam tria quantitatum paria habemus in eadem ratione, nempè A. D. ad D. E. tum [d] linea comprehendens bis A. B, B. C. ad duplam lineæ D. B. demum [e] æqualis ambabus C. B, B. D. ad B. E. Cum itaque composita bis ex A. B. & B. C. sit ad duplam lineæ D. B. vt æqualis ambabus C. B, B. D. ad B. E. antecedentes [f] simul, nempè bis A. B. ter C. B. & semel D. B. hoc est V. sunt ad consequentes simul, nempe ad æqualem duplæ D. B. & lineæ B. scilicet ad S. vt vna antecedens ad vnam consequentem, scilicet vt lineæ C. B, B. D. ad B. E. seu vt A. D. ad D. E. *Proinde V. est ad S. vt A. D. ad D. E.* Tertia conclusio.

[d] per 1. conclus. [e] per 2. conclus. [f] per 12. l. 5.

Atqui linea composita ex duplo A. B. duplo B. E. & ex quadruplis linearum C. B & B. D. vti R. maior est [g] quàm V. Habet [h] igitur R. ad S. maiorem rationem quam V. ad eandem S. hoc est quàm A. D. ad D. E. fiat A. D. ad D. O. vt R. ad S. erit [h] enim D. O. minor quàm D. E. & inuertendo [i] vt D. O. ad D. A. sic erit S. ad R. & coniungendo [l] A. O. erit ad D. A. vt R. & S. simul, hoc est L. ad R. & rursus inuertendo [i] vt D. A. ad A. O. sic R. ad L quarta conclusio.

[g] per fabr. [h] per 8. l. 5. [i] per coroll. 4 l. 5. [l] per 18 l. 5. [m] per hypothesim.

Vt [m] autem D. A. ad G. H. sic est L. ad M. ita vt tres sint magnitudines R. L. M. & aliæ totidem G. H, D. A, A O. in quarum primis, est R. ad L. vt in secundis D. A. ad O. A. Et vt L. ad aliquam M. ita aliqua G. H ad antecedentem D. A. Ex perturbata [n] ergo proportione G. H. est ad O. A. vt R. ad M. & inuertendo [i] *O. A. est ad G. H. vt M. est ad R.* Quinta conclusio.

[n] per 23 l. 5

R — L — M — G H — D A — A O

At vero M. continet quinquies A. B. & B. E. Sed R. easdem A. B. & B. E. tantum bis continet. Ergo ratione harum partium est M. ad R. in ratione dupla sesquialtera. Tum M. continet rursus decies C. B. & B. D. quas tantum quater continet R. Ergo rursus propter has partes est M. ipsius R. dupla sesquialtera. Tota proinde M. est [o] ad totam R. in ratione vt 5. ad 2. hoc est dupla sesquialtera. Atqui vt M. ad R. sic O. A. ad G. H. *Ergo O. A. est* [p] *ad G. H. vt 5. ad 2.* Conclusio sexta.

[o] per 5. conclus. [p] per 11 l. 5.

Cæterum vt D. O. ad D. A. sic S. ad R. [q] Et vt D. A. ad aliquam E. D. sic [r] aliqua V. ad S. Vt [n] igitur D. O. ad E. D. Sic V. ad R. & inuertendo [i]. Vt D. O. ad E. D. sic R. ad V. Et rationis conuersione [s] vt R. ad excessum quo R. superat V. nempe ad T. sic E. D. ad E. O. & inuersione [i] *vt T. ad R. sic E. ad E. D.* Conclusio septima.

[q] Ex discessu 4. concl. [r] per 3 conclus. [s] per coroll. 19. l. 5.

D O — A D — E D — V — S — R

Nunc ex hypothesi vt A. B. ad C. B. sic D. B. ad E. B. & diuidendo vt A. C. ad C. B. sic [t] D. E. ad E. B Eodemque argumento vt est C. D. ad D. B. sic D. E. ad E. B. Proinde vt [c] triplum C. D. ad triplum D. B. sic D. E. ad E. B. Et adhuc vt duplum D. E. ad duplum E. B. sic D. E. ad E. B. Ergo tres antecedentes [f] A. C. triplum C. D. & duplum D. E. quos complectitur X. ad tres consequentes C. B. triplum D. B duplum E. B. quos continet T. sunt vt D. E. ad E. B. Concludamus itaque octauo *X. esse ad T. vt D. E. ad E. B.*

[t] per 17. l. 5.

Sunt itaque duo magnitudinum ordines: in quorum primo vt E. O. ad E. D sic in secundo T. ad R. Et vt in primis consequens E. D. ad aliquid E. B. sic aliquid X. ad primi antecedentem T. Vnde fit [n] vt E. O. sit ad E. B. sicut X. ad R. perturbatim. Et componendo [l] *vt O. B. ad E. B. sic X. & R. simul, hoc est T. ad R.* Conclusio nona.

E — O
E — D
E — B
— X
— T
— R

Præterea quoniam vt A. C. ad C. D. sic D. C. ad D. E. Et vt [v] C. D. ad D. E sic A. B. ad C. B & C. B. ad B D. ac B D. ad B. E. Et inuersim E. D. ad D. C. vt D. ad C. A. Et B. E. ad B. D. vt B. D. ad B. C. & B. C ad B. A. fiant ergo magnitudinum tres ordines

[v] hoc probatur in 1. conclusione.

& in ordine quolibet tres sint quantitates in eadem proportione: nempè in primo E, D, D. C, C. A. in secundo B. D, B. C, B. A. in tertio B. E, B. D, B. C. Etenim quia omnium eadem est proportio vt erunt[a] duæ A. C, C. D. ad tertiam D. E. sic binæ A. B, C. B. ad vnicam B. D. Et rursus vt binę B. A, B. C. ad B. D. sic duæ simul B. C, B. D. ad tertiam B. E. Et coniunctim[b] vt quatuor A. B, C. B, C. B, B. D. ad duas B. D, B. E. sic duæ A. B. B. C. ad B. D. hoc est, sic A. C, C. D. ad E. D. & inuertendo[c], E. D est ad duas A. C, C. D. hoc est, E. D. est ad A. D. vt duæ simul B. E, B. D. ad quatuor B. A, B. C. B. C. & B. D. & coniungendo[b] vt E. A. ad D. A. sic sex B. D, B. C, B. A, B. E, B. D, B. C. ad quatuor B. C, B. A, B. D, B. C. Atqui illæ sex æquantur his sex, nempe lineis E. B, B. A. & duplis duarum B. D, & B. C. Tum illæ quatuor continent B. D, B. A. & bis C. B. Vt igitur E. A. ad D. A. sic est linea composita ex E. B, B. A. & duplis linearum B. D, & B. C. ad lineam compositam ex B. D, B. A. & ex duplo C. B. Et ex consequenti vt E. A. ad D. A. sic est[d] linea dupla illius ad lineam huius duplam: nempe composita ex duplo E. B. & B. A. & ex quadruplo linearum B. D. & B. C. qualis est R. ad lineam compositam ex duplo B. D. & B. A. & quadruplo C. B. cuiusmodi est Q. Videlicet vt E. A. ad D. A. sic est R. ad Q. Et ex consequenti[d] vt E. A. ad tres quintas ipsius D. A. nempe ad K. sic est R. ad tres quintas lineæ Q. Vt autem E. B. ad E. A. sic assumpta est F. G. ad K. inuertendo[c] ergo est A. E. ad E. B. vt K. ad F. G. & vicissim[e] E. A. est ad K. vt E. B. ad F. G. Proinde *vt E. B. ad F, G. sic R. ad tres quintas lineæ Q.* Decima conclusio.

Iam autem probauimus[f] O. B. ad E. B. vt Y. ad R. hic vero ostendimus E. B. ad F. G. vt R. ad $\frac{3}{5}$ lineæ Q. Ergo ex æquo[g] O. B. est ad F. G. vt Y. ad $\frac{3}{5}$ lineæ Q. Atqui Y. est ad totam Q. in ratione sesquialtera. Nam Y. continet ter A. B, D. B. quas continet Q. tantum bis: tum Y. habet sexies C. B. eas vero Q. solum quater complectitur. Ergo Y. est[h] ad tres quintas lineæ Q. in ratione dupla sesquialtera: vnde sequitur *O. B. esse ad F. G. in ratione dupla sesquialtera*: quæ est conclusio vndecima.

Iam tandem repetendum est, ostensum esse[i] A. O. ad G. H. in ratione dupla sesquialtera: cum itaque hic ostenderimus F. G. esse ad O. B. in eadem ratione. Optimè consequimur[l] totum A. B. esse ad totam F. G. in ratione dupla sesquialtera, nempe F. G. esse $\frac{2}{5}$ ipsius A. B. quæ est vltima & duodecima conclusio quæsita.

[a] per 2. lemma.
[b] per 18. l. 5.
[c] per hypothesim.
[d] per 25 l. 5.
[e] per 16 l. 5.
[f] per 9 conclusion.
[g] per 22 l. 5.
[h] per 3. lemma praeced.
[i] per concl. 6.
[l] per 12 l. 5. & hypotesis lemmatis 2. praec.

ΛΗΜΜΑ

Si in aliqua parabola lineæ ordinatim ducantur: portiones ab ipsis constitutæ se habent inter se vt cubi basium vel semissium basium ipsarum portionum.

ΥΠΟΘ. In parabola A. B. C. linea D. E. ordinatim ducatur, fiatque portio A. D. E.

ΣΥΜΠ. Dico portionem A. B. C. esse ad portionem A. D. E. vt cubus basis B. C. ad cubum basis D. E. vel vt cubus semissis B. F. ad cubũ semissis D. G.

ΚΑΤΑΣ. Agantur lineæ A. B, A. C, A. D, A. E. & perficiantur parallelogrãma F. I. G. H.

ΑΠΟΔ. Portio A. B. C. se

habet ad triangulum A. B. C. vt alia A. D. E. ad trigonum A. D. E. nimirum in ratione sesquitertia [a]. permutando [b] ergo portio A. B. C. se habet ad portionem A. D. E. vt trigonus A. B. C. ad trigonum A. D. E. vel vt semissis [c] A. B. F. ad semissem A. D. G. vel denique vt parallelogrammum F. I. duplum [d] trigoni A. B. F. ad parallel. G. H. duplum [d] alterius A. D. G. Sunt autẽ parallelogramma F. I. G. H. æquiangula. Nam anguli primum D. G. A. & B. F. A. sunt [e] æquales, quia sunt B. C. & D. E. parallelæ, & ordinatim [f] positæ, ipsisque oppositi [g] I. & H. Deinde ambo A. G. E, A. F. C. sunt [e] pares, quibus item pares sunt H. D. G. & I. B. F. qui proinde rursus inter se æquales sunt, sequitur [h] ergo rationem parallelogrammi F. I. ad aliud G. H. componi ex rationibus B. F. ad D. G. & F. A. ad A. G. Ex ijsdem proinde componitur ratio portionis A. B. C. ad portionem A. D. E. Est [i] autem ratio F. A. ad A. G eadem quæ quadrati B. F. ad quadratum D. G. vel quadrati [k] B C. ad quadratum D. E. Propterea ratio portionis A. B. C. ad portionem D. E. F. componitur ex rationibus B. F. ad D. G. seu B. C. ad D. E. & quadrati B. C. ad quadratum D. E. Atqui ex ijsdẽ [l] componitur ratio cubi B. C. ad cubum D. E. Ergo ratio portionis A. B. C. ad portionem A. D. E. componitur ex iisdem rationibus quibus ratio cubi A. C. ad cubum D. E. vel [c] cubi B. F. ad cubum D. G. Proinde sunt rationes eædem, & est portio ad portionem vt cubus ad cubum, quod fuit probandum.

a per 17 & 24 lib. de quadrat. parabol. b per 16 l. 5. c per 15 l. 5. d per 41 l. 1. e per 29 l. 5. f per defin. 26. l. 1. con. Apoll. g per 34. l. 1. h per 23 l. 6. i per 3. lib. de quadr. parabol. vel 20. l. 1. conic. Apoll. k per 33. l. 11. & 11. lib. de conoid. & sphær.

ΑΛΛΩΣ.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur [m] inter p. G. & B. F. media proportionalis N. Tum vt p. G. est ad B. F. ita fiat [n] B. F. ad M. demum inter B. F. & M. media sit O.

ΑΠΟΔ. Vt B. F. ad p. G. ita [o] F. A. ad A. G. Sed vt F. A. ad A. G. ita [p] quadratum B. F. ad quadratum D. G. Ergo vt B. F. ad p. G. ita quadratum B. F. ad quadratum D. G. & ita quoque est [q] quadratum B. F. ad quadratum N. Ergo D. G. & N. sunt [r] æquales. Et est D. G. media proportionalis inter B. F. & p. G. Et est p. G. ad B. F. in ratione dupla D. G. ad B. F. Verum B. F. est ad M. vt p. G. ad B. F. Ergo B. F. est ad M. in ratione dupla D. G. ad B. F. Sed est quoque eadem B. F. ad M. in ratione dupla B. F. ad O. vel O. ad M. Ergo D. G, B. F, O. & M. sunt continue proportionales, & propterea [s] cubus D. G. est ad cubum B. F. vt D. G. ad M. Atqui triangulus D. A. G. se habet ad triangulum A. p. G vt [t] D. G. ad p. G. Tum trigonus A. p. G. est ad A. B. F. triangulum in ratione dupla [u] lateris p. G. ad B. F. hoc est [x] lineæ p. G. ad M. Proinde ex æquo A. D. G. triangulus est [y] ad triangulum A. B. F. vt D. G. ad M. ergo vt cubus D. G. ad cubum B. F. Et tandem [z] totus triangulus A. D. E. est ad trigonũ A. B. C. seu [zz] portio minor ad portionem maiorem vt cubus D. E. ad cubum A. C. quod fuit probandum.

m per 13 l. 6. n per 11 l. 6. o per 4 l. 6. p per 20 l. 1 Conic. q per 10 definit. lib. 5. & 20 prop. lib. 6. r per 7. l. 5. s per coroll. 33. l. 11. t per 1. l. 6. u per 19. l. 6. x per 10. definit. l. 5. y per 22. l. 5. z per 15. & 12. l. 5. zz per 11 l. 5.

PROP. X.

THEOR. X.

Cuiuscumque frusti à rectanguli coni sectione dirempti centrum grauitatis est in recta linea quæ diameter est fru-

ΠΡΟΤ. Ι.

ΘΕΩΡ. Ι.

Παντὸς τόμου ἀπὸ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἀφαιρουμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας ἐστὶν ἁ διαμε-

ζός ἐστι τῶ τόμου τὸν δὲ ἄξονα κείμενον, διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας εἰς ἴσα πέντε ἐπὶ μέσου πεμπταμορίου· ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτοῦ τὸ ἐγγύτερον τᾶς ἐλάσσονος βάσιος τῶ τόμου ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τὸ αὐτὸ ἔχειν λόγον ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν βάσεων τῶ τόμου· ὕψος δὲ ταν ἴσαν συναμφοτέρᾳ, τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσεων, καὶ τῷ μείζονι, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσεων τῶ τόμου· ὕψος δὲ ταν ἴσαν ἀμφοτέρᾳ, τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς μείζονος, καὶ τᾷ ἐλάσσονι αὐτᾶν.

sti: eo scilicet modo iacens in media quinta huius rectæ lineæ in quinque partes æquales sectæ, vt particula ipsius quintæ propior minori basi frusti ad reliquam particulam eam rationem habeat quam habet solidum habens quidem basim quadratum maioris basis frusti, altitudinem vero lineam æqualem vtrique, & duplæ minoris basium, & maiori basi, ad solidum basim habens quadratum minoris basis frusti, altitudinem vero lineam æqualem vtrique, & duplæ maioris basis & minori ipsarum.

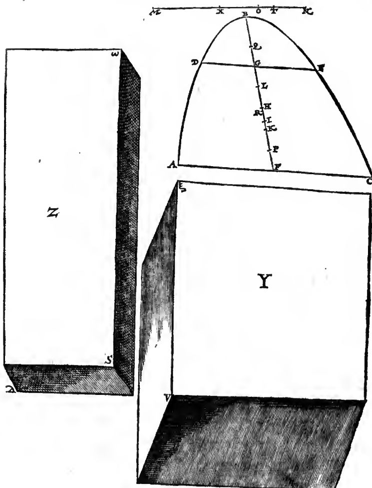
ΥΠΟΘΗΚΗ.

Antequam ad propositionis huius demonstrationem accedamus, operæ pretium facturi videmur, si primò monuerimus diuersè legi contextum propositionis. Etenim vulgares libri solidorum, quorum hic fit mentio, bases determinant quadratis mediarum duntaxat basium frusti: videlicet, primo solido basim tradunt τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμίσεος τᾶς μείζονος τᾶν βάσεων. Secundo vero basim assignant τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμίσεος τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσεων. Codex vero regius manuscriptus quadrata totarum frusti basium, pro solidorum basibus tradit: nempe primo quadratum τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν βάσεων. Secundo vero quadratum τὸ ἀπὸ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσεων. Deinde in altitudinibus eorumdem solidorum variare Archimedem. Nam cum in textu propositionis primo altitudinem dedisset ταν ἴσαν συναμφοτέρᾳ, τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσεων, καὶ τᾷ μείζονι, eidem in textu altitudinem tribuit ταν ἴσαν ἀμφοτέρᾳ, τᾷ τε β. τᾶς δ. ε. καὶ τᾷ α. ζ. scilicet duplo minorem, & æqualem tantum duplæ dimidiæ minoris basis, & dimidiæ maioris basis. Secundo itidem plano altitudinem assignat primo duplam maioris basis & basim minorem: in demonstrationis vero ἡμίσειαν tantum semissem concedit. Verum vbique eadem est orationis constantia & propositionis sensus. Etenim solida quæ bases habebunt quadrata dimidiarum basium, altitudines vero siue duplas dimidiarum, siue duplas integrarum basium cum maiori vel minori, aut dimidio maioris vel minoris basis, seruant inter se eandem rationem quam quæ habent bases quadrata integrarum basium, & illas altitudines. Nam solidorum similium ratio componitur [a] ex rationibus basium & altitudinum. At vero ratio quadrati lineæ A. ad quadratum lineæ B. est [b] eadem quæ quadrati dimidiæ lineæ A. ad quadratum semissis lineæ B. Tum ratio altitudinis A. ad altitudinem B. eadem est quæ dimidiæ A. ad dimidiam B. Nihil ergo propterea moremur.

[a] per ea quæ demonstr. 11 l. de conoid. & sph.
[b] per 15 l. 5.

ΥΠΟΘ. Sit portio A, B. C. cuius basi B. C. parallela ordinetur D. E. secans frustum portionis D. A. C. E. cuius diameter sit G. F. portio diametri totius B. F. Ponantur autem duo solida similia Y. & Z. quorum Y. basim habeat V. ɛ. quadratum maioris basis frusti A. C. altitudinem vero æqualem duplæ lineæ D. G. seu toti D. E. & dimidiæ basis A. C. nempe parti B. F. Alterum vero Z. habeat S. λ. pro basi, quadratum sci-

licet minoris basis frusti D. E. Et pro altitudine lineam æqualem duplæ dimidiæ A. C. hoc est toti A. C. & lineæ D. G. dimidiç totius D. E. (contextus propositionis altitudines duplas efficit, immutata nihilominus ratione) Diuidi censeatur G. F. frusti diameter in quinque partes æquales in punctis P. K. H. L. quarum media pars sit H. K. quæ secetur in I. ita vt particula H. I. propior vertici portionis sit ad particulam I. k. vt solidum Y. ad solidum Z.



ΣΥΜΠΕ. Dico I esse centrum grauitatis frusti propositi.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur M. N. æqualis diametro F. B. & diuidatur[a] puncto O. vti B. F. secatur in G. Tum inter M. N. & N. O. media sit[b] proportionalis N. X. & his tribus M. N, X. N.

a per 10 l. 6
b per 13. l. 6.

N, X. N, O. N. quarta addatur [a] T. N. Denique fiat [a] F. H. ad aliquam lineam profi-ciscentem ex I. nempe ad I. R. vt est T. M. ad T. N.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam A. C, D. E. ordinatæ sunt, quadratum A. F. est [b] quadrato D. G. vt B. F. parti B. G. hoc est, vt M. N. ad O. N. vel vt [c] quadratum M. N. ad quadratum X. N. Et proinde linea A. F. se habet ad lineam D. G. vt linea M N. ad lineam X. N. & cubus [d] A. F. ad cubum D. G. vt cubus M. N. ad cubum X. N. Verum vt cubus A. F. ad cubum D. G. sic est [e] portio A. B. C. ad portionem D. B. E. Ergo vt cubus N. M. ad cubum N. X. hoc est [f] vt linea N. M. ad N. T. sic portio A. B. C. ad portionẽ D. B. E. & diuidendo [g] vt M. T. ad T. N. sic portionis frustum D. A. C. E. ad portionem D, B. E. Vt ergo F. H. scilicet tres quintæ totius F. G. ad I. R. sic [h] frustum ad portionem D. B. E. Est [i] autem cubus lineæ A. C. ad frustum Y. vt A. C. ad V. ξ. hoc est vt altitudo illius ad huius altitudinem, quia vtrumque basim habet quadratum ex A. C. tum ostendimus A. F. esse ad D. G. hoc est A. C. ad D. E. vt M. N. ad N. X. inuersim [l] ergo D. E. est ad C. A. vt N. X ad M. N. Et igitur D. E. est [m] ad dimidiam C. A. nempe A. F. vt N. X. ad dimidiam M. N. & componendo [n] A. F. cum D. E. hoc est V. ξ. est ad A. F. vt N. X. cum dimidia M. N. ad dimidiam M. N. & tandem V. ξ. est [m] ad A. C. duplam ipsius A. F. seu cubus A. C. ad solidum Y. vt N. X. cum dimidia M. N. ad M. N. Præterea quia cubus A. F. est ad cubum D. G. vt cubus M. N. ad cubum X. N. vel vt linea M. N. ad lineam N. T. sicuti mox dicebamus: etiam cubus A. C. est [m] ad cubum D. E. vt M. N. ad N. T. Atqui cubus D. E. se habet, ad solidum Z. vt D. E. ad S. ω. nam vtriusque basis est eadem, nimirum S. λ. quadratum lineæ D. E. Tum quia vt A. F. ad D. G. sic M. N. ad N. X. etiam A. C. est [m] ad D. E. vt M. N. ad N. X. sed M. N. est ad N. X. vt N. O. ad N. T. vnde patet A. C. esse ad D. E. vt N. O. ad N. T. Et adhuc A. C. est [m] ad dimidiam D. E. nempe ad D. G. vt N. O. ad dimidiam N. T. & componendo [n] A. C. cum D. G. seu S. ω. est ad D. G. vt N. O. cum dimidia N. T. ad dimidiam N. T. Igitur S. ω. est [m] ad totam D. E. vt N. O. cum dimidia N. T. ad N. T. & inuertendo [l] D. E. est ad S. ω. vt N. T. ad N. O. cum semisse ipsiusmet N. T. Propterea cubus ex D. E. est [h] ad solidum Z. vt N. T. ad N. O. cum dimidia N. T. His demonstratis habemus hinc 4. magnitudines proportionales: solidum Y. primam, cubum A. C. secundam, N. X. cum dimidiæ M. N. tertiam, M. N. quartam: illinc quoque totidem, cubum D. E. solidum Z. N. T. & N. O. cum dimidia N. T. quæ cum sint binæ inter se proportionales, sic constitui possunt, vt magnitudines vnius ordinis sint cõtinuè inter se vt magnitudines alterius.

1. Solidum Y. 2. Cubus A. C.	1. N. X. cum dimidia M. N. 2. M N.
3. Cubus D. E. 4. Solidum Z.	3. N. T. 4. N. O. cum dimidia N. T.

Ex æquo [o] igitur solidum Y. est ad solidum Z. hoc est [h] H. I. ad I. K. vt N. X. cum dimidia M. N. ad N. O. cum dimidia N. T. & coniungendo [n] H. K. est ad I. K. vt N. X. & N. O. simul cum dimidijs M. N. & N. T. ad N. O. cum dimidia N. T. vel vt dupla ad duplam, scilicet vt linea composita ex duplis N. X. & N. O. & lineis M. N. & N. T. ad lineã cõpositã ex duplo N. O, & ex N. T. quintuplicemus antecedẽtes. Quintuplũ lineæ H. K. est F. G. tũ quintuplũ lineæ cõpositæ ex duplis N. X. & N. O. cũ lineis N. M. & N. T. est illa quæ quinquies cõtineret duas N. M. & N. T. ac decies alias N. x. & N. O. Tũc enim rursus erit [m] F. G. ad I. k. vt linea æqualis quintuplo duarũ M. N, N. T. & decuplo N. x. & N. O. ad duplũ N. O. cũ N. T. Verũ eadẽ F. G. est ad F. K. duas sui quintas, sicut linea æqualis quintuplo duarũ M. N, N. T. & decuplo binarũ N. x, N. o. ad æqualẽ duplo duarũ M. N, N. T. & quadruplo duarũ N. x, N. o. Cõiũgendo [n] igitur erit F. G. ad I. k. & k. F. simul seu ad I. F. vt æqualis quintuplo duarũ M. N, N. T. & decuplo duarũ N. x, N. o. ad lineã cõpositã ex duplo M. N. triplo N. T. quadruplo N. x. & sextuplo N. o & inuertẽdo [l] I. F. est ad F. G. vt linea cõposita ex duplo M. N. triplo N. T. quadruplo N. x. & sextuplo N. o ad æqualẽ quintuplo duarũ M. N N. T. & decuplo binarũ N. x, N. o.

Recordemur iã N. M æqualẽ esse assumptã diametro F. B. tũ N. o. factã parẽ parti B. G. & proinde o. M. superfuisse æqualẽ reliquæ F. G. Et vt T. M. est ad T. N. sic positã esse, F. H. seu tres quintas ipsius F. G. vel M. o. ad I. R. nã hinc inuertẽdo [l] sequitur, N. T. esse ad T. M. vt I. R. ad F. H. seu ad $\frac{3}{5}$ lineæ M. O. Notemus hic adhuc hypothesim contigisse superioris proximæ propositionis. Habemus enim quatuor proportionales in continua portione. N. M, N. X, N. O, N. T. Quarum minor N. T. est ad T. M. excessum quo maxima superat minimam vt aliqua assumpta I. R. est ad H. F

[a] per 12. l. 6
[b] per 3. l. de quadrat. parab. vel 20. l. 1. con. Apoll.
[c] per 2. coroll. 20. l. 6. ex Cõdalia.
[d] per 10. defin. l. 5.
[h] per 37. l. 12
[e] per lemma præced.
[f] per coroll. 33. l. 11.
[g] per 17. l. 5
[h] per 11. l. 5.
[i] per coroll. 11. l. 12.
[l] per coroll. 4 l. 5.
[m] per 15. vel 22. l. 5.
[n] per 18. l. 5
[o] per 22. l. 5

rres quintas M. O. excessum quo maxima superat tertiam. Deinde est vt aliqua linea composita ex duplo maximæ M. N. quadruplo secundæ N. X. sextuplo tertiæ O. N. & triplo quartæ N. T. ad æqualem quintuplo maximę N. M. & decuplo secundæ ac tertiæ N. X. & N. O. sic aliqua alia linea assumpta F. I. ad F. G. vel ad M. O. quia maxima M. N. superat tertiam N. O. Hinc igitur patet [a] I. R. & F. I. simul, seu R. F. esse duas quintas totius M. N. vel ipsi æqualis F. B. & ex consequenti R. B. superesse pro tribus quintis ipsius F. B. Et ita partem B. R. ad verticem esse ad aliam partem R. F. sesquialteram. Punctum igitur R. est [b] centrum grauitatis portionis A. B. C.

a per 9 huius.

b per 8 huius.

Sit itaque Q. centrum portionis D. B. E. Erit [b] enim B. Q ad Q. G. vt tria ad duo: & coniungendo B. G. erit ad B. Q. vt quinque ad tria. Proinde tota F. B. erit ad totam B. R. vt pars B. G. ad partem B. Q. Et ergo reliqua F. G. ad reliquã Q. R. supererit [c] vt B. F. ad B. R. nempe vt quinque ad tria, & in ratione superbipartiente tertias. Probauimus autem frustum A. D, E. C. esse ad reliquum D. B. E. vt M. T. ad N. T. vel vt F. H. (quæ æqualis est [d] illi Q. R. cum sit vtraque tres quintæ totius F. G.) seu inquam vt Q. R. ad I. R. Est [e] ergo I. centrum grauitatis frusti D. A. C. E. quod fuit probandum.

c per 19. l. 5

d per 7 l. 5.

e per 6. vel 7 l. praeced.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Monuimus proœmio huius secundi libri de æquiponderantibus, Archimedem non quidem centrum inquirere grauitatis solidæ portionis parabolicæ, sed corporis plani ad annussim resecti secundum figuram sectionis parabolicæ contentæ sub recta linea & sectione parabolica: quod quidem corpus solidum, (alioqui non esset graue) quoniam omni sui parte paris est spissitudinis & vniformis grauitatis, Archimedes proponit tanquam meram superficiem. Cæterum centrum grauitatis huiusce corporis alio longè modo disponitur quam centrum solidæ portionis. Etenim illud dirimit axem in partes quæ se habent in ratione sesquialtera, vti ostensum est octaua propositione huius: hoc verò in puncto est quo axis diuiditur, ita vt pars quæ est ad verticem dupla sit partis quæ ad basim & totas diameter sit sesquialtera illius duplæ partis, sicuti demonstrauit Commandinus propositione 29. libri de centro grauitatis solidorum, & Lucas Valerius lib. 2. de eodem sobiecto, prop. 41.





ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΚΩΝΟΕΙΔΕΩΝ ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΕΩΝ.

ARCHIMEDIS LIBER

DE CONOIDIBVS ET SPHAEROIDIBVS,

Nouis demonſtrationibus illuſtratus.

PRÆFATIO.



ANTIQVI cùm rerum omnium primam ἀντιτυπίας ex quantitate proficiſci cernerent, primam ſcilicet renitentiam, apparentiam ac duritiem, ex motu quoque omnia primò naſci animaduerterent, omnem ex motu quantitatem imaginati ſunt. Hinc fluxum puncti vocarunt lineam, decurſum lineę appellarunt ſuperficiem: demum ſuperficiei ῥεῦμα corpus dixerunt: non quidem eo ſenſu quo quidam Platonici, quorum iamdudum exploſa ſententia eſt, arbitrati ſunt nēpe vt ſit linea, ἧς μέρη σημεῖα, vt inquit Pſellus: [a] *ἐπιφάνεια δὲ ἧς μέρη γραμμαί· σῶμα δὲ οὗ μέρη ἐπιφάνεια. Non enim iſti animaduerterant motum in linea aliquid afferre præter puncta, in ſuperficie aliquid præter lineas, denique in corpore quicquam præter ſuperficies. Meliùs itaque alij, qui cum motus duobus modis fiat, aut rectò aut obliquè, ex porrecto lineas rectas, planas ſuperficies, ſolida parallelepipeda, & omnino στερεὰ ἐπίπεδα deduxerunt. Ex obliquo verò ſeu circulari lineas quocumque modo ſpirales aut circulares, Conchoides & Cyſſoides, ſuperficies gibboſas, tumentia corpora generarunt. Atque vt ad ea de quibus nobis eſt deinceps*

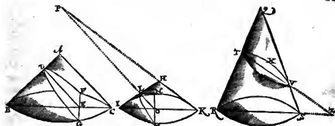
[a] Συνόψει τῆς γεωμετρίας.

a Euclides 14. definit. lib. 11.
b Definit. 18. lib. 11.
& Serenus pro xmio li. 1 de sectione cylindri.

agendum contrahatur oratio, sphaeram a ex integra semicirculi super propria diametro reuolutione constituerunt: conum b vero rectum, quem solùm cognouerunt Archimede seniores, ex reuolutione integra rectanguli trianguli circa alterum ambientium. At vero scalenus conus nõ sic ex triãguli scaleni reuolutione nasci potest: propterea Apollonius c generalem quandam conorum generationem meditatus, aliam ex lineæ motu tradidit. Vult enim positis circulo cuius centrum C. & puncto D. extra ipsum circulum: per punctum D. & circuli circumferentiam traijci lineam E. F. quæ fixa in D. per circumferentiam circuli A. H. B. G. reuoluatur: sic enim conijcit superficies conicas describi, alteram supra D. alteram infra. A puncto autẽ seu vertice D. ducta linea quæ sit axis, inciderit perpendiculariter in circuli cẽtrũ C. rectum d fieri conum, si vero angulos obliquos fecerit, scalenum nasci, definit e. Et nihilominus videtur illi adeo religioni fuisse dicere ex linea illa mota corpus generari, vt non conum sed conicam superficiem vocarit. Cæterum superficies per corpora adigentes, plurimas differentesque tum lineas tum superficies ex solidorum τμήσει etiam veteres inuexerunt. Age planum per lineam C. D. axem coni, quod dirimat conum superficiemque conicam secundum lineas ex diametro oppositas D. B, D. A. triangulum constitueris A. D. B. κατὰ τὴν διάγωνιν: qui si angulum D. rectum habuerit, conus patet esse rectangulus: si maior recto, conus dicitur amblygonius: denique si recto fuerit minor oxygonius conus appellatur. Planum sic conum secans perpendiculare est ad basim coni, si conus fuerit rectus: qui si scalenus erit, obliquè secat basim, nisi adigatur per maximam simul & minimam lineas, quæ in superficie coni à vertice ad imum describi possunt. Quoniam autem sectiones quæ fiunt πρὸς ὀρθὰς clarioris aliquid habent contemplationis, nec abeant in infinitas differentias, sicuti obliquæ suas demum proprietates ostendunt, propterea antiqui cum ex conorum sectionibus quid accidere posset primò contemplarentur, rectis sectionibus vsi sunt: Et imprimis secto per diametrum seu per axem cono à vertice ad basim rectis angulis, in trianguli sectione enati latere, puncta notarunt à quo reliquo lateri parallelam lineam in basim egerunt, qua demum eductum planum conum secuerunt. Hinc superficies nascebantur in coni corpore, lineæ vero in conicis superficiebus. Et primò duntaxat distinctæ sunt secundum differentias sectorum conorum. In rectangulo enim, rectanguli coni sectiones dicebantur, quæ deinde Parabolæ appellatæ sunt: in Amblygonio, Amblygonij, quæ postea Hyperbolę dictæ sunt.

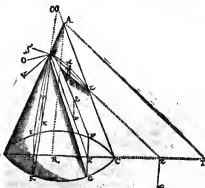
c Definitione 1. li. 1. conic.
d Definit 8
e Definit 9

Demum in Oxygonio, Oxygonij, quæ tandem Ellipses sunt vocatæ. Sit conus B. A. C. rectangulus, diuisus plano per axem educto, quod deformet triangulum B. A. C. in cuius latere A. B. notetur punctus D. à quo parallela lateri A. C. ducatur linea D. E. per quam demum planum traducatur conum secans ita vt basis eius F. G. secet rectò B. C. & efficiens superficiem G. D. F. in soliditate coni, lineam vero G. D. F. in conica superficie, ita vt basis ipsius F. G. rectò cadat in B. C. Vtraque autem sectio appellabitur: superficies quidem sectio coni, linea vero sectio conicæ superficiei, quam-



quam & ipsa linea sectio etiam coni ab Archimede passim nuncupatur. Sint pariter coni I. H. K. amblygonius, & R. Q. S. oxygonius, qui vt ille secentur. Fiet in illo sectio M. L. N. amblygonij: in hoc vero T. X, V. Y. sectio oxygonij generabitur. Omniũ autem harum sectionum diametri sunt lineæ primùm perpendiculares eductæ super lateribus triangulorum, & secundum quas coni diuisi sunt, cuiusmodi sunt lineæ D. E, L. O, T. V. Et harum diametrorum ea est proprietas, vt in rectangulo numquam concurrat cum latere opposito. Etenim cum anguli C. A. D, A. D. E. sunt recti, sunt A. C. & D. E. parallelæ. At in amblygonio vt conueniat à parte verticis. Cum enim sit angulus H. L. O. rectus, alter vero L. H. K. maior recto, sequitur P. H. L. & H. L. P. ambos esse duobus rectis minores a, & proinde duas L. O. & H. K. concurrere b à parte P. Denique vt in oxygonio rursus conueniat, sed à parte basis. Nam angulo V. Q. T. existente minore recto, sunt duo Q. T. V. & T. Q. V. minores duobus rectis: propterea T. V. incidit in Q. V. & est V. propius basi quam T. cum angulo Q. T. V. trianguli Q. T. V. maximo, maximum latus Q. V. obtendatur. c Cæterum priores Geometræ, vt Aristæus senior & Euclides, vnicam sectionem in singulis conis fecerãt, cum non vellent discedere à sectione laterũ quæ fieret per angulos rectos. Verum posteriores imaginati huiusmodi sectiones etiam posse fieri ad angulos obliquos: eas omnes in quolibet cono, hoc modo repererunt. Sit conus A. B. C. bipartito diuisus per diametrum triangulo A. B. C. in cuius latera A. B. punctus sit D. à quo linea ducatur d D. E. parallela lateri A. C.

a per 13. l. 1.
b per 11. com. sent. l. 1.
c per 19. l. 1



Et per lineam E. D. planum agatur conum secans, ita vt communis sectio ipsius & basis coni vt I. K. vel F. G. secet B. C. basim trianguli A. B. C. ad angulos rectos, fiet enim parabola G. D. F. instar sectionis rectanguli coni. Ab eodem puncto D. linea ducatur D. H. quæ conueniat cum A. C. à parte verticis A. in puncto OO. & planum per eã adigatur, vt dictũ est, sectio in cono nascetur K. D. I. quæ erit hyperbolica. Denique per D. L. lineã cõcurrentẽ cũ A. C. à parte basis B. C. a[b] plano fiet Ellipsis D. M. L. N. vti in oxygonio cono. Inuentionẽ autẽ nouã sequuta sunt noua nomina: & quę primũ sectio rectanguli coni dicebatur, appellata est parabole e quę amblygonij, hyper-

d per 31. l. 1.
e per 11. l. 1. conic. Apoll.

a 11 l. 1. conic. bole,[a] quæ demum Oxygonij, Ellipsis. [b] Eutocius vult parabolem dici ἀπὸ τοῦ παράλληλον εἶναι: b 13 l. 1. conic. Hyperbolen ἀπὸ τοῦ ὑπερβάλλειν, denique Ellipsim διὰ τὸ ἐλλείπειν δύο ὀρθαῖς τὰς περιεχομένας γωνίας. Quod quidem etymon ideo non probo: quia primò non parabole sed parallele citius esset appellanda: Tum si duo anguli H. D. A. & C. A. D. in hyperbola duos rectos excedunt, etiam alij duo O. D. A. & O. A. D. deficiunt, vt non minus Ellipsis quam hyperbole dici posit. Demum in Ellipsi si duo anguli interiores A. D. L, D. A. L. deficiunt à duobus rectis, exteriores sunt duobus c lib 7. Math. coll. rectis maiores. Admitterem itaque libentius horum, quas tradit [c] Pappus, vocabulorum notationes, nempè vnicuique sectioni ab aliquo proprio accidente nomen fuisse impositum. Quæ quidem accidentia si ὡς ἐν τύπῳ declarauerimus, viresque nominum patefecerimus, & nonnulla, quæ pro sequentibus desiderantur, explicauerimus, officio functi videbimur. A puncto itaque D. & vertice paraboles G. D. F. ducatur D. O. ad diametrum D. E. perpendicularis. Et fiat vt quadratum ex B. C. ad rectangulum sub B. A, A. C. sic O. D. ad D. A. demum sumatur in diametro D. E. punctus P. à quo ducatur P. Q. parallela basi sectionis G. F. Etenim ea est paraboles proprietas, vt quocumque loco sumatur punctus P. semper quadratum P. Q. sit d per 13. defin. lib. 1. conic. Apoll. æquale rectangulo sub O. D. & D. P. Cum itaque quadratum harum linearum, quæ ordinatim dicuntur [d] applicari ad diametrum in sectione, perbellè assimilentur e 11. prop. l. 1. conic. in demonstr. illis rectangulis quæ continentur sub O. D. seu linea quæ dicitur, [e] iuxta quam possunt quæ ad diametrum ordinatim applicantur, & parte diametri superiori: neque alterum ab altero deficiat, [f] meritò sectiò παραβάλλεται, καὶ παραβολὴ seu comparatio appellatur. Iam à iugo coni & puncto A. ducatur linea A. R. parallela diametro D. H. hyperboles K. D. I. & à summo hyperboles D. ducatur diametro D. f Demonst. prop. 12. l. 1. Conic. H. perpendicularis D. S. fiatque O. D. transuersum [f] nempè hyperboles latus ad S. D. iuxta quam [f] possunt quæ ad diametrum applicantur, vt est quadratum ex A. R. ad rectangulum sub B. R, R. C. Ducatur demum aliqua linea ordinatim seu parallela basi sectionis K. I. quæ sit X. Y. Quandoquidem quadratum lineæ X. Y. superabit [a] rectangulum sub S. D, D. Y. simile contento sub O. D, D. S. vnde sectio dicitur ὑπερβάλλει, καὶ ὑπερβολὴ nominatur exuperantia seu excessus. Deniq; à vertice A. coni ducatur A. T. parallela diametro Ellipsis D. L. quæ concurrat cum diametro basis B. C. in T. Vt autem quadr. A. T. ad rectang. sub B. T, T. C. sic fiat L. D. ad sibi perpendicularẽ D. V. iuxta quam possunt quæ ad diametrum Ellipseos ordinatim applicantur. Tandem à puncto Z. concursu nempè lineæ D. L. & lateris B. C. ducatur ipsi B. C. Z. perpendicularis Z. α. Et in Ellipseos diametro D. L. sumpto puncto γ. ab eo ducatur γ. β. parallela ipsi Z. α. Quandoquidem quadr. li- g Demonst. prop. 13. l. 1. Conic. neæ β. γ. ordinatim applicatæ ad diametrum Ellipseos, deficit [b] à rectang. V. D, D. γ. simili contento sub ijsdem γ. D, D. V. Vnde sectio ἐλλείπει, καὶ ἔλλειψις appellatur, seu defectio. Interea notabimus tam hyperbolem quam Ellipsim duas habere diametros, seu latera, rectum & transuersum. Rectum latus, seu recta diametrus hyperboles est [g] D. H. Ellipsis vero D. V. [l] at transuersa in hyperbole est [h] D. O. in Ellipsi D. L. [h] Cæterũ hæc omnia præmisisse necesse fuit, vt intelligeremus quidnam sit subiectum huius operis. Archimedes ergo opus hoc inscribit περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων: quod nos reddimus de Conoidibus & Sphæroidibus. Accipe sectionem coni rectanguli, vel amblygonij, eamq; super propria diametro reuolue, donec redierit in locum vnde profecta fuerat, hoc quippe motu conoideum corpus seu conoidem generaueris. Si vero Ellipsim conuerteris seu oxygonij coni sectionem, sphæroidem produxeris. Harum conoidis & sphæroidis

proprietates & affectiones hoc libro Archimedes demonstrat: satis apertè innuens se de conis priùs alibi disputationem instituisse. Neque enim conoides aut sphæroides illo contemplari, sed ne quid sit intelligere quisquam potest, qui conorum scientiam probè non tenuerit. Id mihi argumento est audiendum fuisse Heraclium, qui in Archimedis vita quondam scripsit, Archimedem primum conica elementa fuisse aggressum: Apolloniumque cum ea inuenisset, nondum ab authore edita, vt propria & sua, in lucem emisisse. Quam quã enim Eutocius [a] *Heraclio non subscribat, tamen multa* [b] *sunt quæ vetustissimi scriptoris authoritatem confirment. Primò Archimedem nouisse scalenum conum, satis ostendit, cum toties mentionem facit de Isoscele, seu æquicrurio cono: Neque enim illi de cono fuisset distinguendum, si solum æquicrurium, non etiam scalenum nouisset: tum numquam rectum conum designasset, vt sæpè fecit, si omnis conus illi rectus fuisset: Cùm enim* ὀρθὸν κῶνον *dixit, ratione* τοῦ σκαληνοῦ *distinxit: aliumque quã* ὀρθογώνιον *significauit. Nam* ὀρθὸς κῶνος *p. propositionis 25. lib. 1. de sphæra & cylindro fit necessario* ἀμβλυγώνιος, *vt illic ostendimus. Sed & hoc opere demonstrabimus* [c] *visum esse Archimedem scalenis conis. Elementa autem conica scripsisse desumimus ex his verbis, quæ porismati subiungit sequenti quartam huius,* ἀποδέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις. *Quod enim illo porismate proponit demonstratum inuenitur in elementis conicis, quæ nomine Apollonij Pergæi circumferuntur. Vt sua verò ea citare Archimedem arguimus ex more quo & sua & aliena profert. Cùm enim aliena significat, solet dicere, vel* [d] ἀποδείκνυται ὑπὸ τῶν προτέρων, *vel* πάντα [e] ὑπὸ τῶν προτέρων ἀποδέδεικται, *vel similia. At cum sua & à se demonstrata assumit simpliciter, dicit, vel* δέδεικται [f] γὰρ ἐν ἄλλοις, *vt in opere de æquiponderantibus, vbi proprium de quadratura paraboles librum intelligit, quo ostenderat* [g], τὰ τμήματα ἐπίτριτα εἶμεν τῶν τριγώνων, *quod à nullo tentatum alibi asseuerat* [h], *vel inquit* τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει δείκνυται, *vel* [i] δέδεικται γὰρ τοῦτο, *vel similiter loquitur. Præterea nouis quoque sectionum nominibus vsus est. Etenim* ἐν τῇ κατασκευῇ *propositionis 9. huius operis Ellipsim nominat,* καὶ ἐν τῷ *(inquit)* ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διαμέτρους τὰς α.β. κύκλος ἢ ἔλλειψις. [m] *Quod si vnam nomine tenus nouerit, reliquarum nomina habuisse nemo potest ire inficias, quæ tamen reticuit, cum nondum conica elementa, quibus hęc vocabula noua fecerat, edidisset: quinetiam parcè Ellipseos nomine vsus est, alibique passim* ὀξυγωνίου κώνου τομὰν *dixit. At verò quod secuerit conos aliter, quam per plana ducta secundum lineas perpendiculares lateribus triangulorum secantium conos per diametros, apertissimè patet. Quando enim conus secatur per planum ductum secus lineam perpendicularem lateri trianguli secantis conum per diametrum, non concurrit istud planum cum omnibus coni aut dicti trianguli lateribus: vnum etenim est parallelum in rectangulo cono: At verò Archimedes agnoscit* [n] *sectionem quæ fit ita in quolibet cono, vt planum secans cum omnibus coni secti lateribus cõueniat, & proinde saltem in rectangulo cono, sectio fiet ad angulos obliquos cum lateribus trianguli conum per diametrum secantis. Quidni ergo Archimedi tribuemus omnes conicas sectiones in quolibet cono? Hoc autem dixisse operæ pretium visum est, vt tanti authoris fama sarta tecta nobis sit, eiusque ingenij specimina capiamus quanta nobis licuerit. Etenim plurima perierunt, & malo ipsius, cùm gloria minuatur, & nostro, cùm scientia deficiat, quã nobis abundè & elegãter suppeditauerat: vt tãtum ingratis temporibus nobis sit detrahendum, quantum labori tanti artificis tribuendum fuerit. Verùm accedamus ad eius contextum.*

[a] scribens in conic. Apoll.
[b] vide Guidonem Vbaldũ scribentem in l. Archimedis de æquipõd.
[c] proposi. 8. huius.
[d] 11. prop. 1. huius.
[e] 6. lemma. ante 17 l. 1. de sphær. & cyl.
[f] prop 5 l. 2 de æquipõd. parte 2.
[g] prop. 17. & 24.
[h] proæmio lib. de quadrat. parab.
[i] prop 8 l. 2 de æquip.
[l] prop. 8. huius.
[m] idem vocabulum repetit. prop. 10. huius.
[n] hoc libro.

ARCHIMEDIS DE CONOIDIBVS ET SPHÆROIDIB.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΚΩΝΟΕΙΔΕΩΝ ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΕΩΝ.

ARCHIMEDES DOSITHEO BENE AGERE.

Scriptas tibi mitto, in hoc quidem libro reliquorum theorematum demõſtrationes, quas non habueras in præcedentibus: & aliorum rurſus tandem aliquando inuentorum: quorum cum multoties antea aggreſſus eſſem contemplationem: viſum mihi fuerat negotium difficile, ac de eorum inuentione diu hæſitaueram: vnde contigerat, vt ipſa propoſita vna cum aliis tibi data non fuiſſent. Verùm poſtea curioſiùs ea contemplatus, inueni quæ me anxium retinuerãt. Cæterum priora theoremata de rectangula portione conoidali proponebantur: At quæ nunc inuenta ſunt, de obtuſa conoide ſunt, ac de figuris ſphæroidalibus, quarum non-

a legit vulgaris codex δύσκολον· ἔχων φανείσας μοι τὰς εὑρέσιας αὐτῶν ἠπόρησα.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΕΥΠΡΑΤΤΕΙΝ.

Αποστέλλω τοι γράψας, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τῶν τε λοιπῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν οὐκ εἶχες ἐν τοῖς πρότερον ἀπεσταλμένοις· καὶ ἄλλων ὕστερον ποτὲ ἐξευρημένων, ἃ πρότερον μὲν ἤδη πολλάκις ἐγχειρήσας ἐπισκέπτεσθαι [a], δύσκολον ἔχειν τι φανείσας μοι τὰς εὑρέσιας αὐτῶν ἠπόρησα· διόπερ οὐδὲ συνεξεδόθεν τοῖς ἄλλοις αὐτὰ τὰ προβεβλημένα. Ὕστερον δὲ ἐπιμελέστερον ποτ' αὐτοῖς γενόμενος, ἐξεῦρον τὰ ἀπορηθέντα. Ἦν δὲ τὰ μὲν λοιπὰ τῶν προτέρων θεωρημάτων περὶ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος προβεβλημένα· τὰ δὲ νῦν ἐντὶ ποτ' ἐξευρημένα περὶ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, καὶ περὶ σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν τὰ μὲν

παραμήκεα, τὰ δὲ ἐπιπλατέα καλέω. Περὶ μὲν οὖν τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος ὑπέκειτο τάδε.

nullas oblongas, quasdam prolatas appello. De rectangula quidem conoide hæc subijciebantur.

ΟΡΟΙ.

Α.

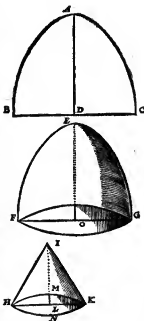
Εἴκα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν· τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ὀρθογώνιον κωνοειδὲς καλείσθω.

DEFINITIONES.

I.

Si rectanguli coni portio, manente diametro circumducta redeat denuò vnde prodierit: comprehensa figura sub rectanguli coni sectione vocetur rectangula conois, vel rectangulum conoides.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Quod antiqoi deconis præceperant, sicuti Aristeos senior quinqoe libris, deinde Euclides quatuor voluminibus, sofficere qoidem potuissent iotelligendæ huic definitioni: verom alia hoc opere passim notabimus, quæ non illi docuissent, vt stet verisimilior eorum opioio, qui Archimedem elementorum cooicorum authorem resensent. Cæterum animaduertendum superficiem esse quæ dicitur hic sectio cooi. Etenim conois quæ definitur corpus est: à sola verò superficie, oon à linea generatur corpus. Cùm itaque circumductiooe sectionis rectanguli coni conois producatur, necesse est, sit ipsa sectio superficies. Ergo sectio rectanguli coni (quam deinceps parabolem vocabimus) sit A. B. C. quæ diametro A. D. quiescente circumuoluatur donec redierit ad statum, in quo erat dum moueri cœpit: Ex hoc inquam motu prodocetur figura quę dicitur rectangnla conois, vel rectangulum conoides, cuiusmodi foret F. E. G. In ploribos differt à cono: sed in hoc soloscam oculus ab illo discreuerit, quod in apice sit obtusior cono: tum quod latera ipsius non ferant rectas lineas, sicuti latera coni. Sit conos H. I. k. prodoctus ex reuolutione trianguli I. k. L. rectanguli circa I. L. quia enim comprehenditor superficie nata ex recto latere I. k. omnes lineas ductas à iogo I. ad circumferentiam basis H. M. k. N. rectas esse necesse est. At in coooide noo ita est. Nam quia A. B, A. C. latera sunt curua, nollas fert rectas lioeas coooidis superficies. Cæterom ad productiooem coooidis non requiritur integra sectionis coni circumoolutio: satis est vt latera ipsius sedes permutent. Dum enim punctus C. fertur in B. pars sectionis A. D. C. semissem conoidis describit, & interim reliqua A. D. B. reliquam noui corporis perficit. Vnde patet conoidem bifatiā secari à plano transeunte per axem ipsius. Planum enim illud hinc separat quod à dimidia sectione coni descri-

ptum est, illinc verò quod altera pars in motu reddiderit: maximè cum planum illud actum per axem, sectionem producat eandem cum ea quæ conoidem constituerit, vt postea *a* demonstrabimus.

a propo. 12. huius.

II.

Et axem quidem ipsius, illam manentem diametrum vocari.

B.

Καὶ ἄξονα μὲν αὐτοῦ τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον καλεῖσθαι.

III.

Verticem verò punctum secundùm quod axis tangit superficiem conoidis.

Γ.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In circunducta sectione A.B.C. diameter A.D. manet: proinde dicitur axis conoidis, & in corpore perfecto refertur per lineam E.O. cuius punctus E. quo axis ipse E.O. conoidalem superficiem tangit, appellatur vertex, apex seu iugum.

IV.

Et si planum tetigerit figuram rectangulæ conoidis, aliudque planum illi parallelum ductum secuerit aliquam particulam conoidis: basim quidem resectæ portionis vocari planum comprehensum à conoide in resecante plano.

Δ.

Καὶ εἴκα τὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτεμῇ τι τμῆμα τοῦ κωνοειδέος· βάσιν μὲν καλεῖσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ.

V.

Verticem verò punctum, in quo illud aliud planum tangit conoidem.

E.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος.

VI.

Axem demum conclusam in portione partem rectæ lineæ, quæ ducitur ab apice portionis parallela axi conoidis.

ϛ.

Ἄξονα δὲ τὰν ἐναπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κωνοειδέος.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quæ partes notantur in cono, eædem inueniuntur in conoide basis, vertex & axis, vt prima, secunda & tertia definitionibus iam determinauimus: sed & rursus eædem tribuuntur sectionibus conoidis, vt his quarta, quinta & sexta constituitur. Vt ergo eas in sectione conoidis distinguamus, sit conois A.B.C. cuius axis B.Q. Hanc tangat [a] planum E.G. in puncto F. & intra conoidem aliud traijciatur planum H.I. parallelum tangenti quod figuram secet, ita vt à tota diuellatur pars k.F.L. Siquidem diuulsæ partis basis erit k.N.L.O. particula, nimirum plani secantis H.I. contentę intra conoidis superficiem: vertex verò punctum F. Axis demum F.M. linea demissa à puncto F. in diametrum basis k.L, æquidistanter axi B.Q. totius conoidis, facillimè vero dabuntur quarta & quinta definitiones: neque quia aduersabitur basim resectæ conoidalis portionis esse k.O.L.N. verticem verò punctum F. Verùm axem esse F.M. non statim concedet. Quod hac ratione euincemus. Axis enim est [b] qui omnes lineas ductas intra portionem æquidistantes diametro basis, bifariam secat. Atqui F.M. æquidistans diametro B.Q, & à puncto F. contactus ducta lineas omnes æquidistantes diametro basis k.L. seu lineæ actæ per punctum F. in plano tangente bifariam secat. [c] Axis ergo est F.M. Quod tamen soli sectioni parabolicæ conuenit, qualis esset ea quæ fieret si conoidalis portio k.F.L. plano per axem F.M. ducto. secaretur. Nam conoide A.B.C. diuisa plano per axem B.Q. fit parabole A.B.C. in qua F.M. ducta παράλληλος diametro B.Q. diameter est [d], nempè paraboles k.F.L. Atque hinc instar corollarij deducemus, lineam à puncto contactus eductam diametro parallelam, in centrum incidere basis resectæ portionis. Etenim secat k.L, vt & alias ipsi æquidistantes æqualiter. Sed medium lineæ k.L, centrum est basis, siue circulus sit ipsa basis, vti est quando planum tangit per verticem conoidis, vt per B. Tunc enim basis portionis quæ à conoide truncatur, est circulus, habens centrum in diametro conoidis: & vertex idem est qui totius conoidis, demum axis portio diametri eiusdem conoidis, siue sit Ellipsis, cuiusmodi est, cum planum non tangit per conoidis verticem. Tunc enim est basis Ellipsis, imperfectus nempè circulus. Hoc autem patebit [e] in sequentibus. Cæterum hic ex textu resecuimus, quæ legentur propositionibus 23, & 26. huius.

[a] per 49. l. 2 conic. Apoll.

[b] per 10 defin. l 1. conic Apol.

[c] per 46. l 1 conic.

[d] per manifest. 51 propositio. l. 1. conic.

[e] prop. 12. huius.

Z.

Περὶ δὲ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ὑπετιθέμεθα μὲν τάδε. Εἴκα ἐν ἐπιπέδῳ ἐοῦντι ἀμβλυγωνίου κώνου τομὰ, καὶ ἁ διάμετρος αὐτᾶς, καὶ ἔγγιστα ταῖς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς· μενούσας δὲ τᾶς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ εἰρημέναι γραμμαὶ ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν· αἱ μὲν ἔγγιστα εὐθεῖαι τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, δῆλον ὡς κῶνον ἰσοσκελῆ περιλαψοῦνται, οὗ κορυφὴ ἐσεῖται τὸ σαμεῖον καθ᾽ ὃ ἔγγιστα συμπίπτοντι, ἄξων δὲ ἁ μεμενακοῦσα διάμετρος.

VII.

De amblygonia verò conoide supponebamus quidem ista. Si in eodem plano fuerint obtusianguli coni sectio, & ipsius diameter, tum lineæ quæ dicūtur proximæ sectioni coni, manente verò diametro circumuoluatur planum, in quo sunt dictę lineæ proximæ, donec redierit, vnde profectum fuerit: istæ quidem lineę sectioni obtusianguli coni proximæ, manifestò conum isoscelem comprehendent, cuius vertex erit punctum, in quod concurrunt lineæ proximæ: axis verò diameter manens.

VIII.	Η.
Figura verò comprehensa sub obtusianguli coni sectione, amblygoniam seu obtusiangulam conoidem vocari.	Τὸ δὲ ὑπὸ τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς σχῆμα περιλαφθὲν ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι.
IX.	Θ.
Axem verò ipsius manentem diametrum.	Ἄξονα δὲ αὐτοῦ τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον.
X.	Ι.
Verticem autem punctum secundum quod tangit axis superficiem conoidis.	Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τῆς ἐπιφανείας τοῦ κωνοειδέος.
XI.	ΙΑ.
Cæterum conum conceptum sub proximis sectioni amblygonij coni, comprehendentem conoidem appellari.	Τὸν δὲ κῶνον τὸν περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶς ἐγγίστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, περιέχοντα τὸ κωνοειδὲς καλεῖσθαι.
XII.	ΙΒ.
Lineam verò rectam, mediam inter verticem conoidis, & verticem coni comprehendentis conoidem adhærentem axi nuncupari.	Τὰν δὲ μεταξὺ εὐθεῖαν, τᾶς τε κορυφᾶς τοῦ κωνοειδέος, καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι.

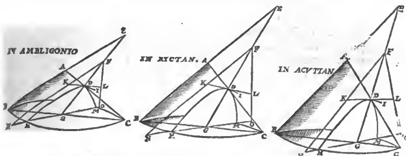
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Qui Apollonij patrocinium suscipientes constanter negant Archimedem conica elementa scripsisse, ea saltem quæ illius nomine extant, ex hoc loco nituntur ostendere Archimedem hyperbolem solam nouisse in amblygonio cono, non reliquas sectiones, parabolem nimirum & Ellipsim. Etenim hic inquiunt amblygonii coni sectionem vniuersaliter significat: qua tamen significatione intelligere nequaquam possumus etiam alias, cùm certissimum sit nullam cæterarum talem diametrum habere, qualis hic definitur ductus ab Apollonio transuersus [a], neque eiusmodi lineam quæ appellatur [b] media inter apices coni: & denique solam hyperbolem habere centrum à quo deducantur lineæ quas vocat ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, & Apollonius ἀσυμπτώτους τῇ τομῇ. [c] Verùm hęc ratio minimi esse momenti videtur, facilliméque eluitur.

Dicimus enim solam quidem hyperbolem hic intelligi, ac definiri ab Archimede: non sanè quia sola reperiatur in amblygonio cono, sed quoniam sola nota hucvsque fuisset nomine sectionis amblygonii

[a] propo. 12. l. 1. conic.
[b] 12. defin. huius.
[c] demonst. prop. 1. l. 2. conic.

blygonij coni. Cùm enim nouata nondum essent recentiora vocabula, antiquo verbo vsus est Archimedes, & hyperbolem recepta appellatione sectionis amblygonij coni significauit. Nec enim veritus est, ne quis hac vniuersali sectionis dictione in errorem impingeret, cum solam hyperbolem in amblygonio cono prior nouisset ætas. Eadem leuitate concluderetur Archimedem hyperbolem nouisse in solo amblygonio, ex quo amblygonij coni sectionem apertissimè dicat. Nam tunc hyperbolem etiam in rectangulo, vel acutiangulo cono nomine sectionis amblygonii coni significasset, vt intelligi posset, sicuti parabolem vel ellypsim, quas in alienis conis quæsiisset sectione rectanguli, vel acutianguli coni designasset, nondum scilicet euulgatis suis conicis Elementis. Cùm itaque hyperbole vbilibet sumpta, tales habeat diametros, vertices & centra, quales hic definiuntur, ipsam in solo amblygonio cono sumere, haudquaquam obligamur. Verùm definitiones interim explicemus.



Sit conus quilibet A.B.C. qui per axem diuisus producat triangulum A.B.C. cuius latus A.C. ita secetur linea D.G. vt ipsa concurrat extra conum à parte verticis cum latere B.A. producto. Fiat concursus in E. Et per lineam D.G. traducatur planum rectum ad planum trianguli A.B.C. & conum secans, vt fiat hyperbole H.D.M. cuius rectum latus sit a D.I. transuersa D. E. quod tandem bipartito diuidatur in F. centro b figuræ. Tangat autem k.L. figuram in D. & bifariam diuidatur in D. sintque k.D, D.L. æquales, & k.L. tanta sit vt possit rectangulum comprehensum sub F.D, D.I, hoc est, sit secunda diametrus c. Ducantur deinque à puncto F. per k. & L. lineæ F.k.N, & F.L.O. Hæ erunt lineæ d proximæ sectioni, numquam cum sectione concurrentes. Imaginemur itaque diametrum D.G. hyperboles H.D.M. ipsamque hyperbolem, tum proximas F.N, F.O. in eodem esse plano (siquidem in diuersis esse possunt) & reuoluatur istiusmodi planum donec redierit, vnde profectum fuerit. Fiet quippè conus N.F.O. isosceles (sunt enim proximæ ambæ æquales, licet F.O. in plano breuior appareat) cuius vertex erit F. punctum quod centrum hyperboles vocat b Apollonius: diameter verò F.G. qui in reuolutione immotus manet, dicetur axis. In ipso cono comprehendetur amblygonia conois f H.D.M. genita ex reuolutione hyperboles: cuius axis erit g D.G. vertex D. h Propterea conus N.F.O. comprehendens conoidem appellatur. i Denique linea D.F. quam ductam è centro Apollonius nuncupat l, adhærens axi ab Archimede nominatur m. Cæterum lineas F.N, & F.O. ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς dicit Archimedes: quia quanto longius producuntur vna cum lateribus sectionis, tantò propius ad ipsa latera accedunt, n neque tamen vnquam cum ipsis concurrunt o: vnde eas ἀσυμπτώτους τῇ τομῇ, dixit d Apollonius, aut, si mauis, ipse Archimedes. De his singulare opus edidit Barocius, cui de admirando problemate titulum fecit.

a per 12. l. 1. Conic.
b per 1. defi. nit secundarum Apoll.
c per 4. secund. defin. Apollonij.
d per 1. l. 2. conic.
e ex 7. defi. nit.
f ex 8. defi. nit.
g ex 9. defin.
h ex 10. definit.
i 11. definit.
l secunda definit. secundarum.
m 12. defin.
n per 14. lib. 2. conic.
o per 1. l. 2. conic.

ΙΓ.

Καὶ εἴκα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμνῃ τμῆμα τοῦ κωνοειδέος· βάσιν μὲν καλεῖσθαι, τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ.

XIII.

Et si amblygoniam Conoidem tetigerit aliquod planum, & huic tangenti plano, aliud planum agatur parallelum, quod secet portionem Conoidis: basim quidem resectæ portionis appellari planum comprehensum sub sectione Conoidis, in secante plano.

XIV.

Verticem verò punctum secundum, quod planum Conoidem tangens ipsam attingit.

Ι Δ.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον τοῦ κωνοειδέος.

XV.

Axem verò comprehensam in segmento partem lineæ, quæ ducitur per verticem segmenti, & apicem coni comprehendentis Conoidem.

Ι Ε.

Ἄξονα δὲ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος, καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές.

XVI.

Et quæ demum media est inter dictos vertices adiectam axi vocitari.

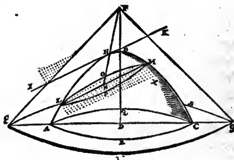
Ι ϛ.

Καὶ τὰν μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν κορυφᾶν εὐθεῖαν ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Definitis amblygonia, seu Hyperbolica Conoide, eiusque base, vertice & axe, axique adiuncta: iam describit portionem ipsius, ac portionis basim, verticem, axem, axique adiunctam. Aliunde verò petuntur hæ definitiones, quàm petitæ supra sint rectangulæ conoidis. Etenim rectangula Conois nata ex parabola, acutior est in apice, quàm hæc amblygonia, quæ prouenit ex hyperbola. Deinde hyperbole diametrum habet, quàm non habet parabole, ideò hæc non habet adiunctam axi sicuti amblygonia Conois. Quinetiam rectangulæ seu parabolicæ Conoidis segmentorum axes sunt perpetuo, vel partes axis ipsius Conoidis, quando scilicet idem vertex est portionis, & totius Conoidis: aut paralleli axi ipsius Conoidis. Non verò ita fit in amblygonia Conoide. Quamuis enim portionis ab ipsa resectæ, si idem apex fuerit qui totius, sit item axis portionis pars axis totius Conoidis: tamen numquam aliarum portionum axes paralleli sunt axi Conoidis, quin potiùs cum eo concurrunt in vertice coni Conoidem comprehendentis. Hoc verò discrimen nascitur ex diuersis affectionibus conicarum sectionũ, quæ istas conoides producunt. Axis enim paraboles parallelus est axi coni, cuius sectio est: sed axis hyperboles cõcurrit cum cono, ex quo resecatur, sicuti iamdudum explicuimus.

Sit ergo hyperbolica Conois A.B.C. conusque eam comprehendens E.F.G. Sint Conoidis diameter B.D. vertex B. basis A.R.C.Q. Coni verò axis F.D. apex F. basis E.T.G.S. sit adiecta axi F.B.



Tangat autem Conoidem planum I.k, in puncto H : aliudque Conoidem secet, puta V.X. punctulis distinctum, & tangenti parallelum: demum huius secantis pars comprehensa intra superficiem Conoidis sit L.P.M.O. Etenim hæc portio plani secantis L. P. M. O, basis est [a] segmenti Conoidis: in quam à vertice F. per H. punctum contactus, & verticem [b] resectæ portionis L. H. M. linea cadens F. N. præbet [c] H.N. axim dictæ resectæ portionis, cui adiecta est [d] tandem H F. Licet ergo præcedentes definitiones oculis lustrare. Cæterum quoniam sectionum conicarum descriptiones (vt ait Pappus [e]) non facilè est in plano designare, frequentesque erunt in sequentibus, operæ pretium facturi videmur, si hoc loco rationem subiungamus, qua iuxta singularum proprietates eas describamus.

a 13. definit. b 14. defin. c 15. definit. d 16. defin. e scholio in propos. 4. l. 3 collect. Mathemat.

ΛΗΜΜΑ.

Duabus datis lineis duas alias inuenire & efficere, vt quemadmodum fuerit prima datarum ad secundam, ita sit quadratum prioris inuentæ ad quadratum posterioris.



ΥΠΟΘΕ. Dentur A.B.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur quæuis C. & vt A. ad B. sic fiat [f] C. ad E. Tum inter C. & E media sit [g] D.

ΣΥΜΠΕ. Dico C. D. lineas esse petitas.

ΑΠΟΔ. Vt C. ad E. hoc est [h] vt A. ad B. sic est [i] quadratum C. ad quadratum D. quod vult λῆμμα.

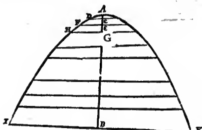
f per 12. l. 6. g per 13. l. 6. h per 11. l. 5. i per 10. definit. l. 5. & 20. prop. l. 6

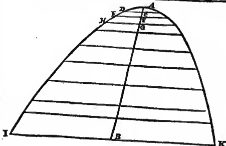
ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Parabolem describere.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea A. B. quæ sit diameter describendæ paraboles, & in ea sumantur quotlibet puncta C. E. G. & alia, à quibus perpendiculares, seu inter se parallelæ erigantur C. D, E. F, G. H, & exteræ, fiatque [l] vt quemadmodum prior pars diametri A. C. est ad sequentem A. E. ita sit quadratum D. C. ad quadratum F. E. Tum vt A. E. ad A. G. sic quadratum F. E. ad quadratum H. G. & ita consequenter vsque ad I. B. seu ad eam, quàm facere basim decernimus. His C. D, E. F, G. H & alijs æquales, totidem ponas mus ab alio latere diametri, seu axis A. B. Tandem per puncta A, D, F. H. & alia curuam lineam traducamus.

l per proximum lemma.





ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico lineam hanc curuam referre nobis sectionem rectanguli coni seu parabolem.

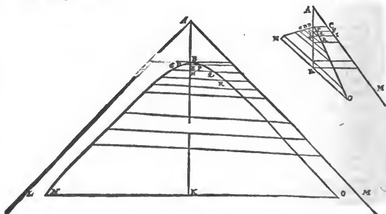
ΑΠΟΔ. Veritatem huius problematis deducit Eutocius ex 20. lib. 1. Conicorum elementorum Apollonij.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β.

Hyperbolem deformare.

ΚΑΤΑΣ. Exponatur linea quæuis A.K. in qua punctus sumatur B. à quo perpendicularis erigatur B.C. quæ sit loco illius lineæ, quæ dicitur [a] recta, seu rectum latus vel iuxta quam possunt, quæ in sectione ordinatim ducuntur. Iungatur A. C. & in infinitum producatur.

[a] in 11. l. 1. Conic. Apollon.



Capiantur deinde in B.K. quotquot lubet puncta E. H. & alia, à quibus in A. C. productam parallelæ ipsi B.C. lineæ ducantur, vt E.F, H.I. & aliæ.

Tandem rectangulo sub B.E, E.F. fit [b] quadratum E.D. æquale, & rectangulo sub B.H, H.I. fiat [b] quadratum H.G. par: & ita de alijs, quousque ad basim peruenerimus, vt K.N. aganturque lineæ E.D, G. H. k. N. & aliæ parallelæ inter se. Producanturque sibi æquales ab alia parte diametri, vt in P. Q. R. M. & denique per illa puncta exaretur linea curua.

[b] per 14. l. 2.

ΣΥΜΠ. Dico lineam hanc curuam esse hyberbolem, seu sectionem amblygonij coni.

ΑΠΟΔΕΙ. Hanc praxim deducit Eutocius ex 21. lib. 1. Elementorum Conicorum Apollonij. Nam D.E. potest [c], quod sub B.E, E F. & G.H. quod sub B.H, H.I. & ita de cæteris.

[c] per 21. l. 1. conic Apol.

Cæterum quomodo datis duabus lineis angulum continentibus, & intra eas puncto dato, describatur per punctum datum coni sectio, quæ hyperbole appellatur, ita vt datæ lineæ asymptoti sint, seu inconcurrentes, ostenditur propositione quarta libri secundi Elementorum Conicorum: quamquam istæc effectio non Apollonij sit, nec cuiusquam antiquioris Eutocio: ipse enim ad 4. lib. 2. de sphæra & cylindro, ait se addidisse hoc problema, quoniam non reperiatur in Elementis Conicis. Sed & hoc problema habetur à Pappo, vt notauit Commandinus scribens in Conica. Hæc verò iam attigimus ad secundum librũ de Sphæra & Cylindro propositionem quartam.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Γ.'

Ellipsim in plano deducere.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur A. B. futura diametrus Ellipseos: cui perpendicularis erigatur A.C. minor, quàm A. B. & iungatur C.B. Sumantur deinde in A.B. quorlibet puncta D.H. & alia, à quibus lineæ ipsi A.C. parallelæ ducantur D. G, H.I. & cæteræ. Tum rectangulis sub A. D, D.G, & A. H, H. I. alijsque deinceps, fiant a quadrata perpendicularium, seu parallelarum D. E, H. F. & aliarum æqualia. a per 14. li. 2.

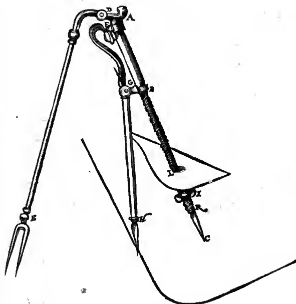
Protendantur demum perpendiculares E.D.F.H. & aliæ, quoad sibi ipsis fiant æquales ab alia diametri parte, vt D. K, H. L. & cæteræ. Denique per puncta E. F.K.L. & similia deducatur curua linea. Cæterum inuentæ lineæ v.g. D.E, H.F. & huiusmodi, quarum quadrata sunt æqualia rectangulis comprehensis sub partibus diametri, & lineis ductis parallelis ipsi A. C. seu recto lateri Ellipseos, possunt applicari ad diametrum in omni angulo recto, obtuso vel acuto, secundum figuræ situm requisitum, dummodo sint inter se parallelæ omnes.

ΣΥΜΠ. Fiet sic Ellipsis.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Hoc euicit itidem Eutocius ex 21. lib. 1. Elementorum Conicorum, & per 13. quoque eorumdem confirmari potest.

Nonnulli vnica circinatione imaginati sunt has posse referri sectiones: traditque in hunc finem circinum Barocius, cuius totum artificium dependet ex figura describendæ simili, quæ immobili pedi instrumenti adfigitur, vt limbo ipsius perpetuo pes alter in circinatione adhærens, aliam similem in subiecto & parallelo plano deformet. Verum priùs oportuit illam figuram circino adfixam descripsisse.

Eutocius autem ad finem demonstrationis modi, quo Menechmus duas medias proportionales inter duas datas inueniebat, quem modum supra explicuimus ad primam secundi de sphæra & cylindro, subiungit, γράφεται δὲ ἡ παραβολὴ διὰ τοῦ εὑρεθέντος διαβήτου τοῦ Μιλησίου μηχανικοῦ Ἰσιδώρου τοῦ ἡμετέρου διδασκάλου: γραφέντος δ' ὑπ' αὐτοῦ εἰς τὸ γενόμενον αὐτῷ ὑπόμνημα τῶν Ἥρωνος καμαρικῶν. Sed Camarica illa Heronis, cum non extent, neque illud Diabeton habeamus, ipsius loco non censuerim modicam vtilitatem ac commoditatem sumi posse in describendis omnibus figuris vnica circinatione ex instrumento, quod hic adpinximus, quoque pro antiqua διαβήτῃ Isidori interim fruemur, maximè cum non malè Græcæ λ. figuram præ se ferat.



A.C. pes est fixus, cuius pars K. I. cochleata est vt in eam indātur figuræ, quæ propterea in sui meditullio habent perichochlion, quale est L.

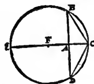
Est I. Equiculus, seu Pericochlion, quo stringuntur figuræ, ne in circinnatione moueantur.

G.H. est pes mobilis, qui per ambitum figuræ reuoluitur, vt similem describat. Aperitur aut comprimitur in G. vbi incipit & premit arcus G.F. quoad ipse mobilis firmius adhærens limbo figuræ exactiùs retineat ipsius formam.

D.E. pes est qui quoque immobilis est, constantemque continet pedem A.C. dum circa ipsum pes mobilis reuoluitur beneficio canalis A.B. qui circa longitudinem A.B. pedis A.C. liberè giratur.

LEMMA.

Dato quadrato, & altero latere eorum, sub quibus continetur rectangulum illi quadrato æquale reliquum latus cognoscere.



ΥΠΟΘ. Detur quadratum lateris A. B. latus verò rectanguli æqualis sit A.C.

ΚΑΤΑΣ. Constituantur ad angulum rectum ambo latera, tam quadrati, quàm rectanguli, qui sit B.A.C. producaturque B. A. in D. & fiat A.D. ipsi B. A. æqualis. Iungantur B.C, C. D. & circa triangulum B. C. D. circulus describatur[a] C.B, E.D. producatur-
a per 5. l. 4. que C.A. ad circumferentiam in E.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico A E. esse latus quæsitum.

b per coroll. 1. l. 3. ΑΠΟΔ. Nam C.E. diuidens B. D. bifariam transit[b] per centrum. Et proinde rectangulum sub C.A, A E. est[c] æquale quadrato B.A.
c per 14. l. 2. & 8. l. 6. Est ergo A.E. latus quæsitum.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ.

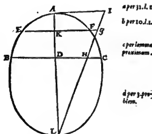
Ex data Ellipſeos portione integram Ellipſim cognoſcere.

ΥΠΟΘ. Derut Ellipſeos portio A. B. C.

ΚΑΤΑΣ. Baſi B. C. æquidiſtans ducatur [a] E. F. ambæque B. C. & E. F. bifariam ſecentur [b] linea D. K. A. in punctis K. & D. Et quia datur latus K. F. quadrari, latus quoque A. K. rectanguli [c] æqualis, reperiatur alterum latus quod ſit K. G. Reperiatur item latus D. H. quod cum D. A. faciat rectangulum æquale quadrato ex D. C. & iungatur H. G. in quam incidant A. I. parallela ipſi K. G. & A. D. producta in L. Et ex duabus lineis perficiatur [d] Ellipſis A. B. L. C.

ΣΥΜΠ. Dico deſcriptam eſſe integram Ellipſim.

ΑΠΟΔ. Etenim deſcripta eſt Ellipſis per præcedens artificium, cuius eſt expoſita portio B. A. C. quod fuerat agendum.



a per 31. l. 1

b per 10. l. 1.

c per lemma proximum.

d per 3. problem.

ΙΖ.

Τὰ μὲν ἐν ὀρθογώνια κωνοειδέα πάντα ὅμοια ἐντί.

XVII.

Rectangulæ igitur Conoides omnes ſimiles ſunt.

ΙΗ.

Τῶν δὲ ἀμβλυγωνίων κωνοειδέων ὅμοια καλείσθω, ὧν καὶ οἱ κῶνοι οἱ περιέχοντες τὰ κωνοειδέα ὅμοιοι ἔωντι.

XVIII.

Ambligoniarum vero conoidum ſimiles illæ vocentur quarum & coni comprehendentes conoides ſimiles fuerint.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Omnes rectangulas conoides ſimiles eſſe dicit: quia generantur ex parabolis ſeu rectanguli coni ſectionibus, quas omnes eſſe ſimiles demonſtrabimus [e] vſpiam in ſequentibus. Similitudo enim ſuperficierum ſimilitudinem corporum quæ producunt arguit: ita vt ſint [f] coni ſimiles qui ex reuolutione æquiangulorum & ſimilium triangulorum prouenerint. Horum ſiquidem axes & baſium diametri ſunt [g] proportionales. At vero ſimilitudinem hyperbolicarum conoidum deſumit ex ſimilitudine conorum conoides comprehendentium. Quod vt vero conſentaneum & rationi oſtendamus, demonſtremus oportet hyperbolas ſimiles eſſe quæ ἀσυμπτώτους ſeu lineas ἔγγιστα τῆς τομῆς habeant, ex quarum circumuolutione coni ſimiles producantur. Verum prius quæ ſint hyperbolæ ſimiles, nobis eſt decernendum. Refert [h] Eutocius ex ſexto libro τῶν κωνικῶν στοιχείων quem nobis inuidit ætas, ſimiles coni ſectiones fuiſſe ab Apollonio ſic definitas.

e Lemmate 2. ad 3. lib. 2. de æquipond.

f per 24. definit. lib. 11.

g per 4. l. 6

h per propoſitionem 5. l. 2. de æquipon.

Τὰ ὅμοια τμήματα τῶν τοῦ κώνου τομῶν Απολλώνιος ὡρίσατο,

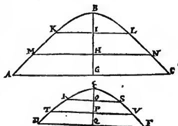
Similes portiones ſectionum coni Apollonius definiuit,

Εν οἷς ἀχθεισῶν ἐν ἑκάστῳ παραλλήλων τῇ βάσει, ἴσων τὸ πλῆ-

In quarum ſingulis ductis lineis baſi parallelis numero æ-

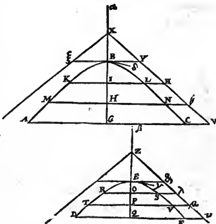
qualibus, sunt ipsæ parallelæ & bases ad abscissas diametrorum partes sumptas à verticibus in iisdem rationibus, tum abscissæ ipsæ ad abscissas.

θῷ, αἱ παράλληλοι καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας ἀπὸ τῶν διαμέτρων πρὸς ταῖς κορυφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἰσί, καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας.



Exponantur coni sectiones A. B. C, D. E. F. quarum diametri sint B. G, E. Q. qui secentur punctis I. H. & O. P. per quæ basibus agantur parallelæ numero in vtraque æquales K. L. M. N. & R. S. T. V. Si enim contingere possit vt K. L. sit ad I. B. sicuti R. S. ad abscissam O. E. Tum M. N. ad abscissam H. B. sicuti T. V. ad P. E. Præterea basis A. C. ad G. B. vt D. F. ad Q. E. denique vt abscissa I. B. ad B. H. & B. H. ad B. G. sic E. O. ad E. P. & E. P. ad E. Q. & ita de alijs: similes dicentur expositæ coni sectiones, siue sint parabolæ, siue hyperbolæ siue demum Ellipses. Vnde concludimus similes conorum sectiones habere bases diametris proportionales: aut si fuerint acuti angulorum conorum, Ellipses similes maiores habere diametris ad minores in iisdem rationibus. Cæterum Commandinus hyperbolas similes dicit, quarum coniunctæ diametri inter se, vel quarum figuræ latera eandem proportionem habent: quam definitionem visum est experiri num cum præcedenti conueniat. Reperitis itaque præcedentibus similibus hyperbolis A. B. C, D. E. F. earum inueniantur[a] centra X. Z. axes[b] X. G, Z. Q. recta latera[c] B. δ. & E. γ. Atque duplicatis B. X. & E. Z. fiant[e] transuersa latera B. α. & E. β. Demum quartæ parti rectanguli sub α. B, B. δ. fiat[d] quadratum B. Y. æquale item quartam partem rectanguli sub β. E, E. γ. possit linea E. &. produeatur B. Y. in ζ. tangens portionem in B. fiatque ζ. B. æqualis priori B. Y. Eodemque modo sit par ξ. E. alteri E. &. & tota ξ. &. tangat sectionem in E. Erunt[e] quippe ζ. Y. & ξ. &. secundi diametri ita vt si à centris X. & Z. agantur lineæ per Y. & &. ipsæ sint[f] lineæ ἀσύμπτωτοι.

a per 45. l. 2. Conic.
b per 47. eiusdem.
c per 12. l. 1. Conic.
d per 14. l. 2.
e per 16. l. 1. Conic. in quam Eutocius.
f per 1. l. 2. Conic.



ΣΥΜΠ. Dico posita definitione Commandini sequi definitionem Eutocij: nempè si fuerit α. B. ad ζ. Y. vt β. E. ad ξ. &. accidere vt sit K. L. parallela ad abscissam B. I. vt R. S. parallela ad abscissam E. O. & ita de reliquis tum

abſciſſa B. I. ad abſciſſam E.O. vt alia B. H. ad E. P. & ita de alijs.

ΚΑΤΑΣ. Producantur parallelæ vſque ad ἀσυμπτώτους, quas attingant in punctis ν. θ. κ, λ. μ. ν.

ΑΠΟΔ. Quoniam α. B. eſt ad ζ. Y. vt β. E. ad ξ. &. nempè quia coniunctæ diametri proportionales ſunt, eſt quoque X B. ᵃ ad B. Y. vt Z. E. ad E. &. Et proinde eſt ᵇ rurſus X. I. ad I. ν. vt Z. O. ad O. λ. & diuiſim ᶜ B. I. erit ad I. ν. vt E. O. ad O. λ. Atqui inter B. I. & I. ν. media eſt ᵈ proportionalis K. I. & inter E. O, O. λ. media eſt ſecundum proportionem R. O. Ergo vt B. I. ad I. ν. ita eſt ᵉ quadratum B. I. ad quadratum I. K. & vt E. O. ad O. λ. ita quad. E. O. ad quad. R. O. & ex conſequenti vt ᶠ latus B. I, ad latus I. K. ita E. O. ad O. R. & inuertendo ᶠ k. I. ad I. B. vt R. O. ad O. E. ſeu tota k. Z. parallela ad abſciſſam B. I. vt parallela R. S. ad abſciſſam E. O. Simili modo probabuntur M. N, A. C. ad H. B, G. B. ſicuti T. V, D. F. ad P. E, Q. E. Et viciſſim vt parallela k. L. ad parallelam R. S. ſeu aliæ ad alias vt abſciſſa B. I ad abſciſſam E. O. vel aliæ ad alias, quod fuit probandum.

ᵃ per 15 l. 5. ᵇ per 4 l. 6. ᶜ per 17 l. 5. ᵈ per 2. προβλημάτων. ᵉ per 10 definit. lib. 5. & 10 prop. lib. 6. ᶠ per coroll. 4 lib. 5.

At vero conuerſim dico poſita definitione, quæ fuit Apollonij ab Eutocio relata, ſequi definitionem Commandini.

ΑΠΟΔ. Etenim manente.

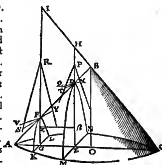
ΚΑΤΑΣ. Quia vt k. L. ad M. N. ſic eſt R. S. ad T. V. ſemiſſes ſunt ᵃ in eadem ratione, ſemiſſiumque quadrata. Proinde vt quadratum k. I. ad quad. M. H. ſic quadr. R. O. ad quad. T. P. Atqui vt quad. k. I. ad quad. M. H. ſic eſt ᵍ rectangulum ſub α. I, I. B. ad rectang. ſub α. H. & H. B. Tum vt quadratum ᵍ R. O. ad quad. T. P. ſic rectãgul. ſub β. O. & O. E. ad rectang. ſub β. P. & P. E. Proinde rectangulum ſub α. I. & I. B. rectangulo ſub α. H, H. B. eſt ʰ ſicut rectang. β. O. & O. E. ad rectangulum ſub β. P. & P. E. Rationes autem horum rectangulorum componuntur ⁱ ex rationibus laterum. Et primorum quidem ratio fit ex rationibus lateris α. I. ad latus α. H. & lateris B. I. ad B. H. Tum ſecundorum ratio componitur ex rationibus lateris β. O. ad latus β. P. & lateris E. O. ad latus E. P. Cum itaque compoſitæ rationes ſint pares, componentes quoque ſimul pares ſunt. At ſecunda primarum componentium nempè B. I. ad B. H. eſt ˡ eadem cum ſecunda ſecundarum componentium, nempè lateris E. O. ad latus E. P. Ergo prima quoque primarum nempè α. I. ad α. H. eſt ᵐ eadem cum prima ſecundarum nimirum β. O. ad β. P. Verum B. I. eſt ˡ ad I. H. vt E. O. ad O. P. ergo diuiſim ᶜ eſt α. B. ad α. I. vt β. E. ad β. O. & rurſus diuiſim ᶜ α. B. ad B. I. vt β. E. ad E. O. vel ſemiſſis antecedentis X. B. ad B. I. vt ſemiſſis Z. E. ad E. O. Et coniunctim ⁿ X. I. ad I. B. vt Z. O. ad O. E. Verum B. I. eſt ad I. K. & I. K. ad I. ν. vt E. O. ad O. R. & O. R. ad O. λ. Ex æquo ergo X. I. eſt ᵒ ad I. ν. vel ᵇ X. B. ad B. Y. vt Z O. ad O. λ. vel ᵇ Z. E. ad E. &. Hoc eſt ſunt in eadem ratione coniugatæ diametri. Cæterum quia eſt X. B. ad B. Y. vt Z. E. ad E. &. eſt ᵈ quoque α. B. ad ſecundam diametrum totam ξ. Y. ᵖ vt β. E. ad totam ξ. &. Atqui inter α. B. & rectum latus B. δ. media proportionalis eſt ξ. Y. Et inter β. E. ac E. γ. media quoque eſt ξ. &. Ergo quoque vt ᵉ prima α. B. ad tertiam B. δ. nempè tranſuerſum latus ad rectum, ſic β. E. prima ad tertiam E. γ. tranſuerſum latus ad rectum. Coincidunt ergo hæ ambæ definitiones ſimilium hyperbolarum, quod fuit probandum. De ſimilitudine Ellipſium agit deinceps.

ᵍ per 21. l. 1 Conic. ʰ per 11 l. 5. ⁱ per 23. l. 6 ˡ Ex hypotheſi definitionis Apolloniana ᵐ per 3. cõmun. ſent. ⁿ per 18 l. 5 ᵒ per 22. l. 5. ᵖ per 1. l. 2.

Iam vt ad definitionem ſimilitudinis amblygoniatum Conoidum, quam inuexit Archimedes, redeamus: nobis tandem oſtendendum eſt ſimilium hyperbolarum ἀσυμπτώτους angulos comprehendere æquales. Maxime poſita alia conditione quæ requiritur in ſimilium conorum deſcriptione, nempè vt trianguli deſcribentes ſint æquianguli, vel vt conorum diametri cum diametro baſis æquales faciant angulos: alioqui alter eſſe poſſet rectus, alter ſcalenus, & ita differentes non ſimiles. Capiantur ergo ſimiles ſectiones M. D. N, & k. F. L. quarum diametri primi ſint E. D, G. F. ſecundi Q. D. S. F. tranſuerſa latera D. H. F. I. recta latera D. T, F. V. centra R. P. non tangentes ſectionem P. Q, P. X. & R. S, R. Y. baſes M. N, k. L.

ΣΥΜΠΕ. Dico angulos T. P. X. & S. R. Y. eſſe æquales.

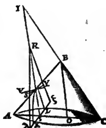
ΚΑΤΑΣ. Ducatur B. O. parallela ſagittæ D. E.

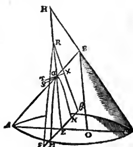


a per 1.l. 2. Conic. ΑΠΟΔ. Quia H. D. est[a] ad D. T. vt quadratum B. O. ad rectangulum sub A. O, O. C. Et vt H. D. ad D. T. sic est[b] I. F. ad F. V. quia sunt similes sumptæ hyperbolæ: Etiam I. F. est ad F. V. sicuti quadratum B. O. ad rectang. sub A O, O. C. & idcirco B. O. est [c] quoque parallela ipsi F. G. Sunt[d] itaque D. E. & F. G. parallelæ. Per eas autem aguntur [e] secantia plana, recta ad A. B. C. planum. Et ducta linea α. β. perpendiculari ad vnam F. G. perpendicularis erit[f] ad aliam D. E. Et simul ambo plana secantia ad eandem lineam α. β. recta erunt: ideoque æquidistabunt[g], eorũque bases K. L. M. N. Anguli itaque K. G. F. & M. E. D. æquales sunt: nempè pares ambo inclinationi duorum planorum trianguli A. B. C. & dimidiæ coni basis A. C. M. Similiter anguli L. G. F. & N. E. D. sunt pares, capientes scilicet eandem trianguli A. B. C. & reliquæ basis A. C. N. inclinationem. Primis autem æqualibus æquales sunt[h] bini S. F. R, Q. D. P. secundis vero pares sunt Y. F. R. & X. D. P. Isti ergo bini similiter sunt[i] inter se æquales. Atqui circa ipsos sunt latera proportionalia S. F. ad F. R. vt Q. D ad D. P. Ergo trianguli S. F. R. & Q. D. P. sunt[l] æquianguli, suntque S. R. F, Q. P. D anguli æquales. Simili ratione ostendentur F. R. Y. & D. P. X. pares, & tandem toti S. R. Y. & Q. P. X. æquales A. lineis ergo non contingentibus sectionem coni describentur similes, quod fuit probandum.

a per 1.l. 2. Conic. b per hypothesim defi. similium hyperb. c per conuersam 1 lib. 2. Conic. d per 30 l. 1 e Ex tactura sectionum. f per 29. l. 1 g per 14. l. 11 h per 16. l. 2 Conic. i per 3. com. sent. l per 6. l 6.

Idem nobis facile est ostendere conceptis similibus hyperbolis in diuersis conis. Repetatur enim bis A. B. C. conus, & reliqua vt prius maneant.





ΑΠΟΔ. Etenim quia ponuntur eędem inclinationes & æquales diametrorum D. E. & F. G. in bases M. N, K. L. anguli K. G. F, M. E. D, sunt æqui: alijque duo N. E. D, L. G. F. similiter pares. Atqui illis æquales sunt, singuli singulis, Q. D. P, X. D. P, S. F. R, Y. F. R. Proinde & hi singuli singulis inter se sunt pares: quorum latera cum sint proportionalia, sequitur[l] vt priùs angulos ad P. & R. esse æquales. Cæterum vt ex mente Archimedis[m] conos similes describamus ex circumductione linearum non tangentium sectionem seu ἀσυμπτώτων: oportet diametrum sectionis recto incidere in basim, & esse angulos ad G. & E. rectos, vt æquales fiant lineæ non coincidentes, seu latera P. ω. P. θ. R. λ. & R. ζ. & describantur coni Isosceles conoidem comprehendentes. Et tamen posuimus incidentium diametrorum angulos in bases tantum æquales alios alijs non necessario rectos, vt longius similitudo illa tam sectionum quam conorum porrigeretur.

m In 7. definit. huius.

Cæterum hinc tanquam corollaria deducemus primò: similes hyperbolas in eodem cono parallelas habere diametros. Probauimus enim F. G. & D. E. esse æquidistantes: Secundo vice versa hyperbolas omnes quarum diametri erunt æquidistantes, esse similes. Nam vtrique diametro linea B. O. erit parallela: & proinde vt quadratum B. O. ad rectang. sub A. O, O. C. sic rectum latus T. D. ad transuersum D. H. Vel F. V. ad

F. I vtraque T. D. ad D. H. ſic V. F. ad F. I. Vnde ſequitur propoſitas hyperbolas qui diametris ſunt æquidiſtantibus, eſſe ſimiles. Hic demum reliquimus de textu, quę habentur propoſitionibus 27. & 28. huius.

ΙΘ.

Περὶ δὲ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὑποτιθέμεθα τάδε. Εἴκα ὀξυγωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς μείζονος διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς παραμάκες σφαιροειδὲς καλεῖσθαι. Εἰ δὲ τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου μενούσας περιενεχθεῖσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς καλεῖσθαι.

XIX.

De ſphæroidibus vero figuris ſupponebamus iſta. Si acutianguli coni ſectio manente maiori diametro reuoluatur, donec redeat rurſus vnde profecta eſt, comprehenſam figuram ab oxigonij coni ſectione oblongam ſphæroidem vocari. Si vero manente minore diametro reuoluatur acutianguli coni ſectio, donec redeat vnde prodierit, conſtitutam figuram ab acutianguli coni ſectione, prolatam ſphæroidem nuncupari.

Κ.

Ἑκατέρου δὲ τῶν σφαιροειδέων ἄξονα μὲν καλεῖσθαι τὰν μένουσαν διάμετρον.

XX.

Vniuſcuiuſque vero ſphęroidis axem appellari manentem diametrum.

ΚΑ.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τοῦ σφαιροειδέος.

XXI.

Verticem vero punctum quo axis tangit ſuperficiem ſphæroidis.

ΚΒ.

Κέντρον δὲ καλεῖσθαι τὸ μέσον τοῦ ἄξονος.

XXII.

Centrum autem vocari medium axis.

ΚΓ.

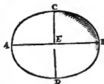
Καὶ διάμετρον τὰν διὰ τοῦ κέντρου ποτ' ὀρθὰς ἀγομέναν τῷ ἄξονι.

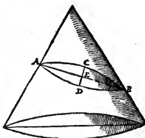
XXIII.

Diametrum denique per centrum ad angulos rectos ductam axi.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quid acutianguli sectio sit, priùs dictum est, eamque vocari Ellipsim noto apud Archimedem vocabulo. Sit itaque Ellipsis A. D. B. C. cuius maior diameter A. B. minor C. D. Et primum super immota diametro A. B. ipsa circumducatur donec girum compleuerit: Siquidem descripta solida figura dicetur [a] oblonga sphæroīs: cuius axis [b] A. B. Vertex [c] A. vel B. Cum enim axis his ambobus punctis periferiam sphæroidis attingat, vtrumque vertex dici potest: Centrum est [d] E. tandem diameter [e] D. C. secat enim A. B. [illegible] Aliter vero reuoluatur eadem Ellipsis nimirum super immanente diametro C. D. minori. Quippe tunc nascetur [a] prolata sphæroīs, cuius axis [b] C. D. vertices [c] puncta C. D. centrum [d] F. denique diameter [e] A. B. Cæterum prolata crassiori & veluti obesiori corpore constat, quàm oblonga: quia in prolata expansio reuolutionis, qua censetur constitui corpus, fit secus lineas F. B, F. A. in oblonga vero secundum alias F. C, F. D. At sunt longiores priores posterioribus, & inde fit in illa quam in hac profundior crassities. Cæterum hic monebimus quod nos superius diximus de parabola: nempe singulas Ellipsis semisses in rotatione describere semissem sphæroidis. Ita vt secta sphæroide per axem aliquo plano bifariam diuidatur, cum hac sectione nascatur eadem Ellipsis quæ figuram constituerit, vt tandem demonstrabimus. [f] Imo nobis sumendum est, æquales & similes partes ambarum Ellipseos semissium æquales & similes producere sphæroidis partes. Cum enim motus sit vniformis & æqualis gyrationis ratione similium similiterque positarum partium, sequitur æquales similes similitérque positas partes, corpora producere æqualia & similia, æqualésque & similes ambientes superficies. Propterea fit vt ex data sphæroidis portione totam sphæroidem cognoscamus. Diuisa enim exposita portione per axem, habebitur pars Ellipseos qua constituta est: ex parte autem Ellipseos tota cognoscitur [g] Ellipsis, & inde tota sphæroīs.





a per 19. definit.
b per 20. definit.
c per 21.
d per 22.
e per 23.
f prop. 22. huius.
g per 4. problema præcedentium.

XXIV.

Et si sphæroidum figurarum vtramuis plana parallela tetigerint non secantia: tangentibus vero his planis aliud parallelum planum agatur secans sphæroidem: factarum quidem portionum basim vocari comprehensam in sphæroide particulam plani secantis.

XXV.

Vertices vero puncta quibus parallela plana sphæroidem tangunt.

ΚΔ.

Καὶ εἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτεροῦν ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύωντι μὴ τέμνοντα, παρὰ δὲ τὰ ἐπίπεδα τὰ ψαύοντα ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθῇ τέμνον τὸ σφαιροειδὲς, τῶν γινομένων τμημάτων βάσιν μὲν καλεῖσθαι τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος τομᾶς ἐν τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ.

ΚΕ.

Κορυφὰς δὲ τὰ σαμεῖα καθ' ἃ ἐπιψαύοντι τοῦ σφαιροειδέος τὰ παράλληλα ἐπίπεδα.

Kϛ.

Ἄξωνας δὲ τὰς ἐναπολαφθείσας εὐθείας ἐν τοῖς τμαμάτεσσιν ἀπὸ τᾶς εὐθείας τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιζευγνυούσας.

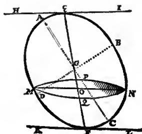
XXV.

Axes autem receptas in portionibus particulas rectæ earum apices coniungentis.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sphæroidem A. B. C. D. tangant duo plana parallela H. I, k. L. in punctis E. & F. Aliud vero M. N. ijsdem tangentibus æquidistans, secet sphæroidem, in qua ipsius secantis particola M. Q. N. P. contineatur: Puncta autem contactuom E. & F. inngantur recta E. F. Etenim fient duæ sphæroidis portiones quarum communis basis erit a plani secantis portio M. Q. N. P. vertices b E. vnius & F. alterius: Axis c ptioris E. O. posterioris O. F.

Hic textus relinquitur qui repetitur 17. & 18. prop. huius.



a per 24. definit.
b per 25.
c per 26.

KZ.

Ὁμοῖα δὲ καλεῖσθαι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν καὶ οἱ ἄξονες ποτὶ τὰς διαμέτρους τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι.

XXVI.

Similes vero vocari sphæroideas figuras, quarum axes ad diametros eandem rationem habent.

KH.

Τμᾶμα δὲ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων καὶ κωνοειδέων ὅμοια καλεῖσθαι, εἴκα ἀφ᾽ ὁμοίων σχημάτων ἀφαιρημένα ἔωντι, καὶ τάς τε βάσεις ὁμοίας ἔχοντι, καὶ οἱ ἄξονες αὐτῶν ἤτοι ὀρθοὶ ἔοντες ποτὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν βάσεων, ἢ γωνίας ἴσας ποιοῦντες ποτὶ τὰς ὁμολόγους διαμέτρους τῶν βάσεων

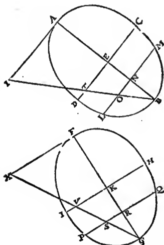
XXVII.

Segmenta vero sphæroidearum figurarum & conoidearum similia vocari, si dirempta fuerint ex similibus figuris, & similes habuerint bases, & axes eorum vel recti existentes ad plana basium, vel angulos æquales cōstituentes ad homologos basiū diametros

eandem rationem habuerint mutuo ad homologos basium diametros.

τῶν αὐτῶν ἔχοντι ποτ' ἀλλήλοις ταῖς ὁμολόγοις διαμέτροις τῶν βάσεων.

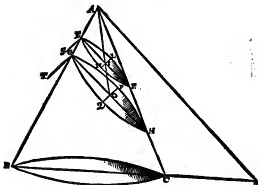
ΣΧΟΛΙΟΝ.



Dictum est antea de parabolicarum & hyperbolicarum conoidum similitudine. Hic vero similium sphæroidum defioitio traditur petita, vt in illis, à similibus Ellipsibus, ex quarum reuolutione constituuntur. Etenim vt similes sphæroideæ figuræ sunt, quarum axes ad diametros easdem rationes habent: sequitur illas à similibus Ellipsibus proficisci. Nam ijdem sunt axes & diametri Ellipsium constituentium, qui constitutarum sphæroidum. Tum Ellipses sunt similes, quarum diametri eiusdem rationis sunt, vt ex antea datis similium coni sectionum definitionibus patet, quas vt pariter de Ellipsibus experiamur, sicuti fecimus de hyperbolis, Sint Ellipses A. D. B. C, F. I. G. H. quarum transuersa latera seu diametri primæ (axes dixeris in sphæroidibus post reuolutionem) sint A. B, F. G. secundæ diametri C. D, H. I. Et lineæ iuxta quas possunt, seu recta latera ponantur A. I, F. X. Etenim si fuerint Ellipses similes erit vt A. B. ad D. C. sic F. G. ad I. H. seu A. B. ad A. I. vt F. G. ad F. x. Vel demum positis in ambabus parallelis numero æqualibus nempe in vna D. C. L. M. Et in altera I. H, P. Q. Accidet vt cum fuerit D. C. ad L. M. sicut I. H. ad P. Q. sit quoque D. C. ad E. A. vt I. H. ad F. k. Et L. M. ad A. N. sicut P. Q. ad R. F. Et demum A. E. ad E. N. sicuti F. k. ad k. R. Atque vno posito reliqua sequentur.

a per 22. l 5
b per 4 l. 6.
c per 3 problema superius & per 21. l 1. Conic.
d per 15 l 5.
e per coroll. 4 lib 5.

ΑΠΟΔ. Ponamus B. A. esse ad A. I. vt G. F. ad P. X. Cum enim A. B. & F. G. bifariam dirimantur in E. & k. Erit vt A. E. ad A. B. sic F. k. ad F. G. Sed vt A. B. ad A. I. sic ponimus F. G. ad F. X. Ex æquo [a] ergo vt A. E. ad A. I. sic k. F. ad F. X. Atqui cum A. B. sit ad E. B. vt F. G. ad k. G. Erit [b] quoque A. I. ad E. T. vt F. X. ad k. V. Ex æquo [a] ergo A. E. est ad E. T. vt F. k. ad k. V. est [c] autem inter A. E. & E. T. media proportionalis E. D. Tum inter F. k. & k. V. media est k. I. Ergo A. E. est [d] ad E. D. vt F. k. ad k. I. & inuersim [e] D. E. est ad E. A. vt I. k. ad k. F. & demum parallela tota [d] D. C. ad abscissam A. E. vt parallela I. H. ad abscissam F. k. Haud aliter monstrabimus L. M. ad A. N. vt P. Q. ad F. R. si nimirum posuerimus accidisse vt D. C. sit ad L. M. sicuti I. H. ad P. Q. seu D. E. ad L. N. sicuti I. k. ad P. R. Vnde rursus cætera colligemus. Nam A. E. est ad E. D. vt F. k. ad k. I. & D. E. ad L. N. vt I. k. ad P. R. Et tandem L. N. ad N. A. vt P. R. ad R. F. est itaque ex æquo [a] A. E. abscissa ad A. N. abscissam vt alia F. k. ad quartam F. R. Denique sit ex hypothesi harum Ellipsium altera alteri similis iuxta definitionem Apollo oij: dico sequi hypothesim definitionis Commandini. Nam si F. D. C. est ad A. F. vt I. H. ad F. k. erit inuersim [e] A. E. seu E. B. ad E. D. vt F. k. seu k. G. ad k. I. Sed vt B. E. est ad E. D. sic E. D. ad E. T. & vt G. k. ad k. I. sic k. I. ad k. V. Ergo E. D. est ad E. T. vt k. I. ad k. V. Et ex æquo [a] B. E. ad E. T. vt G. k. ad k. V. Ergo sic est B. A. ad A. I. vt G. F. ad F. X. nempe latera transuersa ad recta easdem rationes habent. De diametris non dubium est, cum D. C. feeuoda diameter ponitur ad A. E. vt I. H. ad F. k. sequitur enim D. C. ad A. B. vt diameter ad diametrum, sicut I. H. ad F. G. etiam diameter ad diametrum.



Porro si conum diuiseris per axem, & in nato ex sectione triangulo duas lineas non parallelas basi, sed inter se æquidistantes duxeris, per quas deinde plana agas, æquidistantia, quæ conum secantes: ipsa similes Ellipses generabunt.

In cono enim A. B. C. sint Ellipses E. N, F. L. & G. Q. H. P. planis parallelis descriptæ, sintque earum diametri æquidistantes E. F, G. H. quarum alteri ducatur A. D. parallela, scilicet & alteri, cui occurrat B. C. in D. recta vero latera earundem sunt E. S, G. T. Nam S. E. erit *a* ad E. F. vt rectangulum sub B. D, D. C. ad quadratum D. A. sed ita quoque est T. G. ad T. H. Ergo vt E. S. rectum latus ad transuersum E. F. sic G. T. ad G. H. proinde Ellipses sunt similes ex mox demonstratis. *a prop. 13. 1. c.*
Quantum autem spectat ad similitudinem segmentorum sphæroidum: ipsa plurimas conditiones requirit. Prima est, vt sphæroides à quibus resecantur similes sint, licet ab eadem sphæroide etiam similia segmenta auferantur. Secunda est, vt similes bases habeant: nempe circulos, vel similes Ellipses. Tertia, vt eorum axes cum diametris basium æquales faciant angulos. Axis vero segmenti sphæroidis est linea ducta à centro basis ad punctum contactus, quo planum parallelum basi segmentum tangeret. Vltima est vt ipsi axes ad consimiles basium diametros easdem rationes habeant. Reliquimus denum hic nonnulla quæ in textu habentur, quia repetuntur sequentibus propositionibus 29. 33. 31. 30. 34. 32. Post quæ subiungit Archimedes.

Ἀποδειχθέντων δὲ τῶν εἰρημένων θεωρημάτων, διὰ τούτων εὑρίσκονται θεωρήματά τε πολλὰ καὶ προβλήματα, οἷον καὶ τόδε· ὅτι τὰ ὅμοια σφαιροειδέα, καὶ τὰ ὅμοια τμάματα τῶν τε σφαιροειδέων σχημάτων καὶ τῶν κωνοειδέων τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτὶ τὰ ἄλλα τῶν ἀξόνων.

Καὶ δὴ ὅτι τῶν ἴσων σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσι.

Καὶ εἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσιν, ἴσα ἐντὶ τὰ σφαιροειδέα.

Demonstratis vero huiusmodi theorematibus, per ipsa reperiuntur theoremata multa & problemata, quale est istud: Quod similes sphæroides & similium tam sphæroidearum figurarum quam conoidearum segmenta triplicem axium rationem inter se habeant.

Et rursus, quod in æqualibus sphæroideis figuris quadrata dimetientium reciprocè æquipollent axibus.

Et si in sphæroideis figuris quadrata dimetientium æquipollent reciprocè axibus, æquales sunt sphæroides.

Problema vero istiusmodi: A data sphæroidea porrione seu conoidea, porrionem abscindere plano æquidistanter ad darum planum acto, ita vt resecta portio æqualis sit dato cono, vel cylindro, vel datæ sphæræ.

Πρόβλημα δὲ οἷον καὶ τόδε· ἀπὸ τοῦ δοθέντος σφαιροειδέος τμάματος καὶ κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ παρὰ δοθὲν ἐπίπεδον ἀγμένῳ, εἰ μὲν τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἴσον τῷ δοθέντι κώνῳ, ἢ κυλίνδρῳ, ἢ σφαίρᾳ τᾷ δοθείσᾳ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc quidem cùm theoremata tum problemata non demoostrantur ad Archimede: propterea in fine libri ea demonstrare conabimur, & interim ab his abstinendo, verba authoris persequamur.

Præscribentes igitur & theoremata & subsidia, quæ necessaria sunt ad demonstrationes illorum, postea tibi quæ proposita sunt, scribemus.

Vale.

Προγράψαντες οὖν τά τε θεωρήματα καὶ τὰ ἐπιτάγματα τὰ χρείαν ἔχοντα εἰς αὐτῶν, μετὰ ταῦτα γραψοῦμέν τοι τὰ προβλήματα,

Εὐτύχει.

SVBSID.

I.

Si conus plano secatur in omnia coni latera coincidēte, sectio erit vel circulus vel acutianguli coni sectio.

ΕΠΙΤΑΓ.

Α.

Εἴκα κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς, ἁ τομὰ ἐσεῖται ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

a per 4. l. 1. Conic. & per 2. lemma ad 16. l. 1. de sph. & cylind.
b per 13. l. 1 Conic.
c per 4. & 5 l. 1. Conic.

Conus Isosceles plano sectus recto ad planum per axem secans & parallelo basi, gignit [a] sui sectione circulum: sectus vero plaoo non æquidistante basi, producit [b] Ellipsim. At vero si scalenus conus plano perpeodiculari ad planum per axem actum & parallelo ad basim vel subcontrariè posito scioditur, [c] fit circulus: non parallelo autem nec subcontrarie disposito, Ellipsis constituitur [b].

ΕΠΙΤΑΓ. Β.

Εἰ μὲν οὖν κύκλος ἁ τομά, δῆλον ὅτι τὸ ἀπολαφθὲν ἀπ' αὐτοῦ τμᾶμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ, κῶνος ἐσσεῖται.

SVBS. II.

Si quidem ergo circulus fuerit sectio: manifestum est comprehensum ab ipsa segmentum ad verticem vsque coni, conum esse.

Γ.

Εἰ δὲ χ' ἁ τομὰ γένηται ὀξυγωνίου κώνου τομά, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κώνου σχῆμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ τοῦ κώνου κορυφᾷ, ἀπότμαμα κώνου καλείσθω.

III.

Si vero sectio fuerit Ellipsis: deducta à cono figura vsque ad verticem coni, segmentum coni nuncupetur.

Δ.

Τοῦ δὲ ἀποτμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς.

IV.

Segmenti vero basis dicatur planum comprehensum sub Ellipsi.

Ε.

Κορυφὰ δὲ τὸ σαμεῖον ὃ καὶ τοῦ κώνου κορυφά.

V.

Vertex autem punctum quod idem est apex coni.

ς.

Ἄξων δέ ἐστιν ἁ ἀπὸ τᾶς τοῦ κώνου κορυφᾶς ἐπὶ τὸ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα.

VI.

Axis demum iuncta linea à vertice ad centrum Ellipseos.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Definit partes superinribus conorum sectionibus à totis ademptas. Quando itaque ex sectinne circulus nascitur, pars cnni secti, quæ verticem habet, conus est, & rectus quidem, si qui secatur rectus est: scalenus vero, si totus scalenus fuerit. Ademptos autem similes esse tntis facillimè prnbatur. Coni enim A. B. C. secentur planis E. O. F. P. basibus conrum parallelis: dico conos A. E. F. similes esse totis A. B. C.

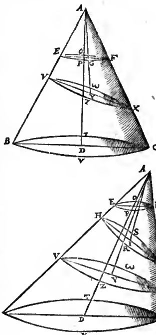
ΚΑΤΑΣ. Diuidantur enim per axem A. D. adactn plano, vt fiant a trianguli A. B. C, A. E. F. a per 3. l. 1. Conic. Apoll.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam quia E. F. parallelæ sunt basi B. C. fiunt b F. G. ad G. A. vt C. D. ad D. A. Hnc est tntæ c E. F. ad G. A. seu diametri basium ad axes, vt diametri C. B. ad axes D. A. cnni b per 4. l. 6. c per 15. l. 5.

a per 24. definit l 11. ergo A. E. F. sunt *a* totis A. B. C. conis similes. At vero scalenus A. B. C. subcontrariè secetur plano adacto per H. K. & per axem D. A. agatur planum rectum ad bases B. V. C. T. & H. R. K. S. ita vt trianguli A. B. C. & A. H. k. subcontrariè ponantur, nimirum angulus A. H. k. sit æqualis angulo A. C. B. & reliquus A. k. H. reliquo A. B. C. Denique ducatur axis A. I.

ΑΠΟΔ. Nam cum trianguli A. H. k. duo anguli ad H. & k. duobus ad C. & B. trianguli A. B. C. sint æquales, & qui ad A. sit communis, sequitur *aa* A. k. esse ad k. H. vt A. B. ad B. C. Atqui vt H. k. ad I. k. sic *bb* B. C. ad B. D. Ex æquo *b* ergo A. k. est ad k. I. vt A. B. ad B. D. cum itaque anguli A. k. I. & B. sunt æquales, & circum ipsos latera proportionalia trianguli H. k. I. & A. B. D. sunt *c* æquianguli & k. I. ad I. A. vt B. D. ad D. A. & denique dupla H. k. ad I. A. vt *bb* dupla B. C. ad D. A. coni itaque A. H. k. & A. B. C. sunt *a* similes, quod fuit probandum. Cæterum portionem coni quæ basim habet Ellipsim, conum non vocat Archimedes vt superiorem, sed segmentum coni seu ἀπότμαμα τοῦ κώνου. Nam omnis conus basim habet circulum. Secentur itaque rursus trianguli A. B. C. neque æquidistanter neque subcontrariè basi, planis actis per lineas V. X. Et fiant Ellipses V. Z. X. ω. quarum diametri sint X. V. maiores, & Z. ω. minores centra Y. à quibus ad apicem conorum A. lineæ ducantur Y. A. Erunt *d* enim solidæ partes deductæ A. V. X. segmenta conorum, quorum bases erunt *e* Ellipses V. Z. X. ω. Vertices *f* A. Et axes *g* A. Y.

aa per 4. l 6. bb per 15. l. 5. b per 22. l. 5. c per 6. l. 6. d Ex 3 subsidio. e Ex 4. f Ex 5. g Ex 6.



VII.

Atque si cylindrus duobus planis parallelis secatur coincidentibus in omnia Cylindri latera: fient vel circuli vel acutiangulorum conorum sectiones æquales & inter se similes.

Z.

Καὶ εἴκα κύλινδρος δυσὶν ἐπιπέδοισιν παραλλήλοις τμηθῇ συμπιπτόντεσσι πάσαις ταῖς τοῦ κυλίνδρου πλευραῖς, αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ἤτοι κύκλοι ἢ ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἴσαι καὶ ὅμοιαι ἀλλήλαις.

VIII.

Siquidem igitur sectiones circuli fiant: manifestum quod resecta à Cylindro figura inter parallela plana, cylindrus erit.

H.

Εἰ μὲν οὖν καὶ τομαὶ κύκλοι γίνωνται, δῆλον ὅτι τὸ ἀποτμαθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, κύλινδρος ἐσσεῖται.

IX.

Si vero & sectiones acutiangulorum conorum sectiones

Θ.

Εἰ δὲ καὶ τομαὶ γίνωνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ

τοῦ κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, τόμος κυλίνδρου καλείσθω.

fuerint: excepta è cylindro figura inter parallela plana, frustum cylindri appelletur.

I.

Τοῦ δὲ τόμου βάσις μὲν καλείσθω τὰ ἐπίπεδα τὰ περιλαφθέντα ὑπὸ τῶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν.

X.

Huius autem frusti basis quidem dicatur, quodlibet planorum conceptorum sub acutiangulorum conorum sectionibus.

IA.

Ἄξων δὲ ἁ ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα τὰ κέντρα τᾶν τῶν ὀξυγωνίων τομᾶν· ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ ἐπὶ τὰς αὐτὰς εὐθείας τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου.

XI.

Axis verò recta quæ coniungit centra sectionum acutiangulorum conorum: eritque ipsa in eadem recta linea cum axe cylindri.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Secetur cylindrus A. B. C. D. duobus planis parallelis, quæ in omnia Cylindri latera incidant. Fient circuli vel Ellipses: scilicet si plana secantia fuerint basi parallela, cuiusmodi sunt E. T. F. V, at G. X. H. Y. circuli fient [a] sectiones. At si non fuerint parallela basi secantia plana, sed tantùm inter se, qualia sunt I. T. k. V. & L. X. N. Y. erunt sectiones Ellipses [b], quod demonstratum est ab antiquis. Circulos autem illos inter se, & Ellipses illas inter se æquales, & similes esse nobis demonstrare, ex re incumbit.

[a] Serenus propos. 5. li. de sectione cylindri.
[b] Serenus prop. 13. & sequentibus de sect. cyl.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur cylindrus per axem, fiatque parallelogrammum D. B. [c] tum alio quoque plano per axem, sed secante priùs parallelogrammum rectò è ἐκ τῶν ὀρθῶν, fiatque rursus aliud parallelogrammum S. Z. Communis verò sectio amborum parallelogrammorum sese secantium erit axis Q. M. cùm vtriusque sectio fiat per axem. Ducantur autem diametri tam circulorum E. F, G. H. quàm Ellipsium I. k, L. N. & T. V. X. Y.

[c] per 2. li. de sect. cylind.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Triangulorum I. P. E. & F. P. k. anguli ad P. sunt [d] æquales, quia sunt κατὰ κορυφὴν, tum qui sunt [e] ad E & F. Proinde [f] vt I. P. ad P. E. sic k. P, ad P. F. & vicissim [g] vt I. P. ad P. k. sic E. P. ad P. F. Sed sunt [a] æquales E. P. P. F. quia centrum circuli est in axe: æquales sunt ergo I. P, P. k. & centrum Ellipsis est P. in axe. Quoniam verò T. V. est in eodem plano, quàm circulus E. T. F. V. & transit per centrum P. sunt T. P, P. V. radii circuli E. T, F. V. & æquales, tum inter se, tum duobus E. P, P. F. Similiter probabo L. O, O. N. æquales, tum O. X, O. Y. pares inter se, & radiis G. O, O. H. Proinde cum parallelogramma sint F. G, k. L, V. X. æquales sunt [h] E. F, G. H. & radii E. P, P. F. radiis G. O, O. H. Similiter æquales sunt I. k, L. N. & demum T. V. & X. Y. Et vt est k. I. ad T. V. sic est L. N. ad X. Y. Vnde fit vt tam circuli inter se quàm Ellipses inter se sint æquales, & similes [i], quod fuit probandum.

[d] per 15. l. 1.
[e] per 29. l. 1.
[f] per 4. l. 6.
[g] per 16. l. 5.
[h] per 34. l. 1.
[i] per ea quæ diximus ad 17. definit. huius.

Porrò cylindri partes à circulis abscissæ cylindri sunt, vt E. A. B. F. & G. A. B. H. nec duntaxat portio cylindri inter duos circulos concepta, [l] nempè E. G. H. F. At cæteræ quæ bases habent Ellipses non cylindri, sed cylindrorum frusta, seu τόμοι appellantur, qualia sunt A. B. k. I. & L. A. B. N. Nihilominus propriè hic describitur [m] frustum cylindri duabus Ellipsibus conce-

[l] vt definit. 8 subsid.
[m] 9 subsid.

a per 10. subsid. b per 11. subsid.

ptum: vt sit portio I. L. N. k. quæ duabus Ellipsibus, a vt basibus terminator, seu partibus secantiom planorum cooceptis sub sectionibus acutiangulorum conorum. Huius frusti axis est b P.O. Ellipsium centra coniungens, & pars lineæ Q.M. quæ axis est totius cylindri.

Cæterum hic propositiooes subiungit Archimedes. Verum qoia in sequentibus aliam tradit definitionem. qoæ propositiooibos commixta ἀξίωμα esse videtur: eam propterea hic reposuimus, & subsidiis coniunximus.

SVBSID. XII.

Diametrum voco cuiuscumque segmenti lineam quæ bifariam secat omnes rectas ductas in segmento basi ipsius æquidistantes.

ΕΠΙΤ. ΙΒ.

Διάμετρον δὲ καλέω παντὸς τμάματος, τὰν δίχα τέμνουσαν τὰς εὐθείας πάσας τὰς παρὰ τὰν βάσιν αὐτοῦ ἀγομένας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

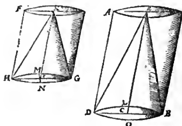
Hanc definitionem habet Archimedes propositiooe quarta huius. Incidit autem io 10. primarum definitionum lib. 1. Cooicorum, quæ Apollooii nomioe circumferuntur. Nam cum segmentum sectioois sectio sit Cooi, eius diameter eodem defioitur modo, qoo diameter totios definitioois. Sit sectio Coni A.B.C. cuius diameter D.B. Ab ipsa sectione resecetur segmeotum E. H. F. basi E. F. è cuius medio exorgat G H. parallela diametro B. D. basi verò ducantur æquidistantes I.k, L.M. & quotlibet aliæ. Etenim si lineæ I.k, L.M. bifariam sectæ fuerint ab exurgente G. F. erit ipsa G. F. diameter segmenti E.H.F. haoc verò diametrum G.H. & quascumque alias aliarum sectionum ex tota A.B.C. resectarum totius diametro B.D. parallelas esse, ostendemus in sequeotibus. c

c Manifest. 1. li. 2. de æquipond.

SVBSIDIVM XIII.

Similia Cylindri frusta, similiaque coni segmenta sunt, quæ similibus insistunt basibus, quarumque axes faciunt æquales angulos ad consimiles basium diametros, ad easque pares rationes habent.

Sint A.B, F.G. Cylindrorum frusta, vel D.E.B. & H.K.G. conorum segmenta: Horum verò bases D.C.B, H.I.G. sint similes, tum anguli E.C.B, K.I.G. æquales: & etiam pares E.C.L. & k.I.M. facti nempè ex axibus, & consimilibus diametris. Denique habeat axis E.C. ad D.B. eam rationem, quem habet k.I. ad H.G. vel E.C. sit ad L.O. vt k I. ad M.N. Dicetur huiusmodi frusta & segmenta inter se similia.



ΠΡΟΤ. Α.

Εἴκα ἔωντι μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, ἧ δὲ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ· καὶ ἄλλα μεγέθεα τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ· Πάντα τὰ μεγέθεα ὧν ἐστὶν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντων μὲν τῶν τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ διπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλάσια.

PROPOS. I.

Si fuerint magnitudines quotcumque æquali ſeſe excedentes, fueritque exceſſus æqualis minimæ: Et aliæ item magnitudines, numero quidem æquales illis, magnitudine verò ſingulæ pares maximæ: Omnes quidem magnitudines, quarum vnaquæque æqualis eſt maximæ, omnium æquali ſeſe excedentium, minores ſunt quàm duplæ: reliquarum verò ſine maxima maiores quàm duplæ.

Huius propoſitionis τὰν ἀπόδειξιν φανερὰν eſſe, ait Archimedes, & ab ea proinde ſuper ſedit: quam tamen dabimus huiuſcemodi.

ΠΡΟΘ. Sint quatuor quantitates H.G. minima, I.E, K.C. & A. maxima, quæ ſint in proportione arithmetica, ſeſeque æquali magnitudine excedant, & quidem exceſſu qui ſit æqualis minimæ H.G. Sintque rurſus quatuor aliæ magnitudines H.F, I.D, K.B, & A. quarum quælibet ſit ipſi A. præcedentium maximæ par.

ΣΥΜΠ. Dico lineas H.F, I.D, K.B, A. eſſe minores quàm duplas aliarum H.G, I.E, K.C, A. At illas eaſdem maiores eſſe quàm harum duplas, ſi ab his dempſeris maximam A. nempè quàm H.G, I.E, k.C.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam quatuor H.F, I.D, k.B, A. ſunt pares inter ſe, nimirum ſingulæ æquales ipſi A. maximæ inæqualium & inæqualium proxima ipſi A. eſt k.C. ſequitur C.B. eſſe æqualem exceſſui, quo A. ſuperat k.C. Et proinde C.B. eſt æqualis primæ ſeu minimæ H.G. & idcirco reliqua G.F. par eſt ipſi C.k. Deinde E.I. ſuperat G.H. exceſſu pari ipſi H.G. Bis ergo E.I. continet G.H. Tum quia D.I. par maximæ A. componitur primo ex I.E. & ex exceſſibus, tam eo quo C.k. ſuperat E.I. quam eo quo A. excedit C.k. liquet E.D. bis quoque continere G.H. & eſſe D.E. parem ipſi E.I. Tres itaque adiectæ B.C, D.E, F.G. ſunt æquales tribus H.G, I.E, k.C. Et proinde tres ex æqualibus B.k, D.I, F.H. duplæ ſunt trium inæqualium H.G, E.I, C.k. At verò A. ſibi tantum æqualis remanet, nec eſt hic quantitas, cuius ſit dupla. Ergo omnes æquales A, B.k, D.I, F.H. ſunt minores, quàm duplæ omnium inæqualium G.H. E.I, C.k, A. nempè quantitate totius A. Deinde ſi ab inæqualibus ſubſtuleris maximam A. liquet omnes æquales, omnes A, B.k, D.I, F.H. maiores eſſe quàm duplas reliquarum C.k, E.I, G.H. nempè etiam quantitate totius A. Iam enim oſtendimus ſolas B.k, D.I, F.H. harum reliquarum eſſe duplas. *aper. com. sent.*

ΑΛΛΩΣ.

Quia exceſſus arithmeticè progreditur, arithmeticam hanc demonſtrationem dabimus: Quoniam I.E. ſuperat H.G. exceſſu ipſi H.G. æquali, ſecunda E.I. continet bis primam G.H. At verò C.k. ſuperat E.I. eadem quantitate G.H. metitur ergo G.H. per ipſam C.K. demum A. quater, ob eandem rationem repetit in ſe G.H. numeri autem 1.2.3.4. denarium complent. Atqui quæque æqualium par eſt ipſi A & ideò qua-

ter complectitur G.H. At quater quatuor sexdecim reddunt. Sunt autem 16. minores quam duplæ denatij, scilicet minores quàm 20. numero quidem 4. seu quantitate A. Tolle verò A. ab inæqualibus, seu 4. supererunt 1, 2, 3. hoc est senarius, cuius duplum nempè duodenarium 16. excedunt, & quidem quaternario, seu quantitate A. quod fuit probandum.

PROP. II.

Si magnitudines quotlibet multitudine alijs magnitudinibus æqualibus numero binæ, eandem rationem habuerint similiter ordinatæ: Ponantur verò primæ magnitudines ad alias magnitudines, vel omnes, vel aliquæ earum in quibusuis rationibus, tum secundæ ad alias magnitudines homologæ in ijsdem rationibus: omnes primæ magnitudines ad omnes, quibus conferantur, eandem rationem habebunt, quam habent omnes secundæ magnitudines ad omnes, quibus proponuntur.

ΠΡΟΤΑ. B.

Εἴκα μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τὰ ὁμοίως τεταγμένα· λέγηται δὲ τά τε πρῶτα μεγέθεα ποτὶ τἄλλα μεγέθεα ἢ πάντα ἢ τινὰ αὐτῶν ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, καὶ τὰ ὕστερον ποτ᾽ ἄλλα μεγέθεα τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· πάντα τὰ πρῶτα μεγέθεα ποτὶ πάντα ἃ λέγονται τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν ἔχοντι πάντα τὰ ὕστερον μεγέθεα ποτὶ πάντα ἃ λέγονται.

ΥΠΟΘ. 1. Sint quotcumque quantitates A.B. C.D. & aliæ totidem numero G. H. I. k. quæ se habeant inter, vt sicuti A. est ad B. sic G. sit ad H. & vt B. ad C. ita H. ad I. & reliquæ ad reliquas cōsequenter. Tum alij duo habeantur quantitatum ordines, ad quas ita disponantur priores illæ, vel omnes, vel earum aliquæ, vt quemadmodum A. fuerit ad N. ita G. sit ad T. & veluti B. ad O. ita H. ad V. & demum sicut reliquarum singulæ C. D. ad singulas sequentes P. Q. ijsdem se habeant rationibus continuis, vel discontinuis I. k. ad X. Y.



ΣΥΜΠ. Concludit Archimedes omnes simul A.B.C.D. esse ad omnes simul N.O.P.Q. vt sunt G.H.I.k. ad reliquas T.V.X.Y.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. ex hypothesi est ad N. vt G. ad T. inuersim [a] N. est ad A. vt T. ad G. Verum A. ponitur ad G. vt B. ad H. vnde permutando [b] A. est ad B. vt G. ad H. Ex æquo [c] igitur N. est ad B. vt T ad H. Adhuc cum B. sit ad O. vt H. ad V. similiter ex æquo [c] vt N. ad O. sic T. ad V. Simili prorsus argumento ostendemus O. esse ad P. vt V. ad X. & P. ad Q. vt X ad Y. Præterea quoniam ambo quantitatum ordines A. B. C. D. & G. H. I. K disponuntur in eadem ratione, vt est A. ad G. ita sunt [d] omnes antecedentes A. B. C. D. ad omnes consequentes G. H. I. K. Ideò vicissim est [b] A. ad omnes sui ordinis, vt G. ad

a per coroll. 4. li. 5.
b per 16 l. 5.
c per 22. l. 5.
d per 12. l. 5.

omnes ſuas, & inuerſim tota primarum ſeries eſt [a] ad vnam A, vt ſecundarum ſeries eſt ad vnam G. Et eadem ratione vt N. eſt ad ſuas N.O.P.Q. ita eſt T. ad omnes ſuas T.V.X Y. Atqui A. eſt ad N. vt G. ad T. Proinde ex æquo [b] A. eſt ad omnes N O P.Q. vt G. ad omnes T.V.X.Y. Habentur itaque hinc tres quantitates A.B.C.D. prima A. ſecunda N.O.P.Q. tertia: illinc verò aliæ tres G.H.I.K. prima, G. ſecunda T.V.X.Y. tertia, & ſunt omnes in eadem ratione: prima ad ſecundam vnius ordinis, vt prima ad ſecundam alterius ordinis: & demum ſecunda ad tertiam primæ ſeriei, vt ſecunda ad tertiam ſecundæ ſeriei. Idcirco prima illarum A.B.C.D. eſt [b] ad tertiam N.O.P.Q. vt harum prima G.H.I.K. ad tertiam T.V.X.Y. quod fuit probandum. Cæterum ſi in vnoquoque duorum ſecundorum ordinum, ſint tantum tres magnitudines quartæ D. & Q. ad nullas referentur in ſecundis ordinibus, neque tamen accidet, quin ſemper veriſſima ſequatur concluſio. Vt facillimè experiemur relictis Q. & Y. ſecundorum ordinum. Quamquam ergo reliquæ primarum conferantur cum ſecundis, ſequitur quod fuerat demonſtrandum.

[a] per coroll. 4. l. 5.
[b] per 22. l. 5.

ΠΡΟΤ. Γ.

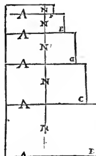
Εἴκα γραμμαὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔωντι ὁποσαιοῦν τῷ πλήθει, καὶ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν παρεμπέσῃ τι χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, ἔωντι δὲ καὶ αἱ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ· ἔωντι δὲ καὶ ἄλλα χωρία τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ· ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἴσα συναμφοτέραις, ταῖς τε τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευραῖς, καὶ μιᾷ τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷ τε τρίτῳ μέρει τᾶς τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευρᾶς, καὶ τᾷ ἡμισείᾳ μιᾶς τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν· ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρία ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

PROP. III.

Si fuerunt lineæ inter ſe æquales quotlibet numero, ad quarum vnamquamque accedat ſpatium excedens forma quadrata, fuerint verò latera excedentium quadratorum, ex æquo alia alijs maiora, & exceſſus æqualis eorum minimo: aſſumantur verò & alia ſpatia ſuperioribus æqualia numero, ſed magnitudine ſingula ſint æqualia maximo illorum: hæc ad omnia quidem alia ſpatia minorem rationem habebunt ea quàm habet linea æqualis duabus, lateri, ſcilicet maximi excedentis quadrati, & vni ex æqualibus aſſumptis ad æqualem duabus, tertiæ nimirum parti dicti lateris maximi quadrati, & dimidiæ vnius æqualium: maiorem verò hac eadem ad reliqua ſpatia inæqualia dempto maiori habebunt.

ΥΠΟΘ. Sint A. quotlibet lineæ æquales, & ſingulæ excedantur quadrato, ſicuti primum A.B. excedit ſpatium A.C. forma quadrata B.N. Latera verò excedentium quadratorum ſeſe inuicem ſuperant pari quantitate, quæ ſit æqualis lateri F. minimi quadrati.

Habeantur rursus quinque spatia æqualia superioribus numero, magnitudine verò singula paria constituantur superiorum maximo A.B.& sint quę notantur literis G.K.H.L.I. ita vt sit linea G.I. æqualis ipsi A.B. Et quidem pars G.k. rectæ A.& pars H.L.I. rectæ B. æquiparentur.
a per 10 l.1 / b per 10.l.6 — Præterea G.k. diuidatur bifariam[a], & H.L.I. trifariam.[b]



ΣΥΜΠΕ. Ostendendum omnia simul parallelogramma G.I. esse ad omnia parallelogramma, applicata lineis A.B, A.C, A.D, A.E, A.F. in minori ratione, quàm sit linea G.I. ex duabus composita, scilicet ex H.I. æquali lateri quadrati B.& ex G.k. ęquali lineæ A. ad lineam H.k. conflatam itidem ex duabus, nempè ex k. dimidia lineæ A. & ex H. parte tertia lineæ B. In maiori verò, si abstuleris rectangulum A.B. omnium maximum.

ΑΠΟΔ. Etenim latera N. parallelogrammorum A. sese excedunt æquali quantitate, κατὰ τὰν ἴσαν ὑπεροχήν. & est excessus par minimæ earum: Et vt ipsa latera se habent, ita sunt[c] inter se parallelogramma A. demum horum maximo æqualia sunt[c] singula parallelogramma G.k.O. Ergo omnia simul G.K.O. sunt[d] minora quàm dupla omnium A. simul. Proinde omnia parallelogramma K.O. minora sunt omnibus A. quia omnia k.O. omnium G.k.O. sunt dimidia. Verum dempto maximo A. eadem omnia G.K.O. sunt[d] plusquam dupla reliquorum A.& igitur sola k O. sunt maiora ijsdem reliquis A. Sunt rursus aliquot quadrata B.C.D.E.F. laterum sese æqualiter excedentium. Et totidem numero sunt alia H.I. quæque paria illorum maximo. Ergo hæc sunt[e] simul illorum, simul minora quàm tripla, vel si ab illis maximum B. abstuleris, maiora quàm tripla. Cùm itaque parallelogramma H. sint illorum H.I. subtripla: erunt H. minora omnibus simul B.C.D.E.F. vel ijsdem maiora, maximo B. dempto. Ergo omnia K.H. simul omnibus, simul A.B, A.C, A.D, A F. sunt minora, vel dempto A.B. maiora. Ex consequenti omnia simul G.I. habent ad omnia A.B, A.C, A.D, A.F, minorem rationem, quam habeant ad k.H.& contra, dempto A.B. maximo, maiorem. Atqui vt parallelogramma G.I. ad parallelogramma k.H. ita est[f] linea G.I. ad lineam k.H. Ergo parallelogramma G.I. habent ad parallelogramma A.B, A.C, A.D, A.E, A.F. minorem rationem, quàm linea G.I. ad lineam k.H. maiorem verò si dempseris A.B. quod fuit probandum.

c per 1.l.6.
d per 1. huius.
e per coroll. prop 10 li. de lineis spiralibus.
f per 1. li. 6.

MANIFESTVM I.

Si coni sectionem aliquot lineæ tetigerint ab eodem puncto eductæ: fuerint verò & aliæ ductæ in ipsa coni sectione parallelæ tangentibus, & se mutuo secantes: comprehensa (parallelogramma) sub earum segmentis,

ΦΑΝΕΡΟΝ Α.

Εἴκα κώνου τομᾶς ὁποιαιοῦν εὐθεῖαι ἐπιψαύωντι, ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σαμείου ἀγμέναι· ἔωντι δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ παρὰ ταὶ ἐπιψαυούσαι ἀγμέναι καὶ τέμνουσαι ἀλλάλας· τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων,

τὰ

τῷ αὐτῷ ἕξοντι λόγον ποτὶ τὰ ἄλλα ἐόντα τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν· ὁμόλογον δὲ ἐσσεῖται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τᾶς ἑτέρας γραμμᾶς τμαμάτων τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας παραλλήλως αὐτᾶς.

eandem habebunt rationem ad alia, quæ exiſtunt quadrata ſub tangentibus. Eiuſdem autem rationis erit cõtentum ſub ſegmentis alterius lineæ, cum quadrato tangentis ſibi eiuſdem parallelæ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Huic φανερὸν ſubiungit Archimedes, ἀποδέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις: demonſtrationem proinde illinc requiremus.

IN HYPERBO.

IN PARABO.

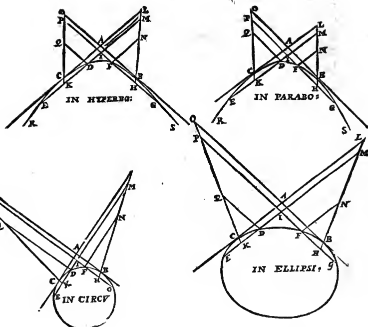
IN CIRCV.

IN ELLIPSI.

ΥΠΟΘ. Sit coni ſectio R.D.F.S. quam ex eodem puncto A. eductæ tangant [a] A.C, A.B. Et quam ſecent tangentibus parallelæ D.E, G.F. ſeſe ſecantes in I. a per 49. li. 2. Conic.

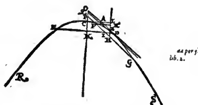
ΣΥΜΠΕ. Rectangulum ſub G.I, I.F. ſe habebit ad quadratum A.B. ſicuti eſt quod continetur ſub E.I, I.D. ad quadratum A.C.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur [b] ſectionum G.B.F, & E.C.D. diametri H.B, K.C. quæ producantur in L. & O. & incidant viciſſim in eas lineæ tam quæ ſecant, quàm quæ tangunt. Tum agantur [c] ipſis F.N, D.Q. æquidiſtantes à punctis F. & D. b per 44. & 2. Conic. c per 31. l. 1.



ΑΠΟΔ. Quoniam linea G.F. bifariam à diametro secatur in H. & ipsi addita est quæ-
a per 6.l.2. piam I.F. rectangulum sub G.I, I.F. cum quadrato F.H. est [a] æquale quadrato H.I. Ita
vt sint duo tota, hinc scilicet quadratum H.I illinc rectangulum sub G.I, I.F. cum qua-
drato F.H. Sunt item alia duo tota I.M.H. triangulum, & aliud F.N.H. triangulum.
b per 19. & 20.l.6. Atqui vt se habet quadratum H.I. ad quadratum H.F. ita est [b] triangulum I.M.H. ad
triangulum F.N.H. (nempè alia atque alia in ratione dupla lateris H.I. ad latus H.F.
c per 16.l.5. nam vt quadrata sunt similia sic triãgula inter se similia sunt.) Vicissim [c] ergo vt totum
quadratum ex I.H. ad totum triangulum I.M.H. ita est ablatum quadratum F.H. ad
d per 19.l.5. ablatum triangulum F.N.H. Et proinde reliquum rectangulum sub G.I, I.F. est [d] ad re-
e per 3.li.3. Conic. liquum rectilineum F.M. vel ad aliud æquale [e] I.Q. vt quadratum I.H. ad triangulum
I.M.H. Verum vt quadratum I.H. ad triangulum I.M.H. ita est [b] quadratum A.B. ad
triangulum A.L.B. propter similitudinem figurarum. Ergo rectangulum sub G.I, I.F.
se habet ad rectilineum I.Q. vt quadratum A.B. ad triangulum A.L.B. seu ad eius æ-
f per 1 li.3. Conic. quale [f] A.O.C. Eadem prorsus via ostendemus rectangulum E.I, I.D. esse ad rectili-
neum I.Q vt quadratum I.K. ad triangulum I.P.K. hoc est vt quadratum A.C. ad
g per corell. 4.l.5. triangulum A.O.C. & inuertendo, [g] rectilineum I.Q. ad rectangulum sub E.I, I.D. esse
vt triangulum A.O.C. ad quadratum A.C. Sic habemus sex homologas quantitates,
tres in vno ordine, rectangulum G.I, I.F. rectilineum I.Q & rectangulum E.I, I.D. Tres
in alio ordine, quadratum A.B. triangulum A.O.C. & quadratum A.C. Proinde ex æ-
h per 22.l.5. quo [h] rectangulum G.I, I.F est ad rectangulum E.I, I.D. in primo ordine, sicuti in se-
cundo quadratum A.B. ad quadratum A.C. Et tandem permutando [c] est rectangulum
sub G.I, I.F. ad quadratum A.B. vt rectangulum sub E.I, I.D. ad quadratum A.C. quod
fuit demonstrandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

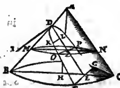


Quod si forsan concursus linearum contingerit intra coni sectionem, vt hic: tunc quia G. F. diuidetur æqualiter in H, & inæqualiter in I. rectangulum sub G. I, I. F. cum quadrato I. H. erit æquale [aa] quadrato F. H. Et reliqua sequentur vt superiùs, & tandem concludetur rectangulum sub G. I, I. F. esse ad quadratum A. B. vt rectangulum sub E. I, I. D. ad quadratum A. C. aa per 5. lib. 2.

Idem demum ostendimus in circulo: nam sæpè sit sectio coni circulus. At in circulo sequitur rectangula G. I, I. F. & E. I, I. D. esse æqualia, quia omnes tangentes ductæ ab eodem puncto fiunt [a] æquales, & proinde quadrata ex A. B, & A. C. sunt æqualia. In alijs verò sectionibus, non ita perpetuo fit: quia tangentes alias sectiones ab eodem puncto possunt esse inæquales. a per penultimã lib. 3.

ΛΗΜΜΑ Α.

In antiqua parabola linea iuxta quam possunt, quæ in sectione ordinatim ducuntur, dupla est illius quæ est à vertice sectionis vsque ad axem Coni: in recentibus verò maior esse potest aut minor quàm dupla.



ΥΠΟΘΕΣ. Sit rectangulus conus A. B. C. [Greek] sectus in D. vt fiat parabole D. F. G. diameter coni sit A. H. fiat autem vt D. I linea sit ad D. A. sicuti est quadratum B. C. ad rectangulum sub B. A, A. C. nempè vt sit [b] D. I. iuxta quam possunt, quæ in sectione ordinatim ducuntur, cuiusmodi sit K. L. b per 11 l. 1 Conic.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico I. D. duplam esse lineæ D. A.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur conus A. B. C. per axem, & fiat [c] triangulus A. B. C. isosceles & rectangulus. c per 3. li. 1. conic.

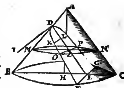
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim cum trianguli B. A. C. rectanguli rectus sit angulus A. quadratum ex B. C. æquale est [d] duobus quadratis ex B. A, A. C. & proinde duplum vnius ipsorum, hoc est rectanguli sub B. A & A. C. Atqui vt quadratum B. C. ad rectangulum sub B. A, A. C. sic est I. D. ad D. A. Ergo I. D. dupla est lineæ D. A. Si verò conus fuerit amblygonius, & angulus A. maior recto, quadratum B. C. maius erit duplo rectanguli sub B. A, A. C. ideoque I. D. similiter maior erit [b] quàm dupla lineæ D. A. Demũ si conus fuerit acutiangulus, & angulus A. acutus erit [f] quadratum B C. minus duplo rectanguli sub B. A. & A. C. Et ideò tandem I. D. minor [b] quàm dupla D. A. quod fuit probandum. d per 47. l. 1. e per 12. l. 2 f per 13. l. 2.

COROLLARIVM.

Hinc deduco sectionem, siue maior fiat, siue minor, semper eandem habere iuxta quam possunt, seu idem rectum latus. Conus enim A. B. C. rectangulus secetur plano, & circulo M. O, N. P. perpendiculari ad axem. Sectio fiet minor, & erit O. D. P. Et quia quadratum M. N. est rursus duplum rectanguli sub M. A, A. N. erit adhuc D. I. dupla D. A. Æquale ergo est rectum latus minoris paraboles O. D. P. recto lateri maioris F. D. G. quia vtraque ab eodem puncto D. sumitur, & in eodem cono.

Quod si rectangulus non fuerit triangulus A.B.C. idem tamen concludemus Nam B.C. est *a* ad N.M. vt A.B ad A.M & vicissim *b* B.C est ad B A.vt M.N. ad M A & ergo quadratum B C est ad quadratũ B. A. seu ad rectangulũ sub B A, A C. vt quadratũ M. N. ad quadratum A.M. seu ad rectangulũ sub M A, A. N. Proinde in vtraque parabola linea iuxta quam possunt, vt D.I. eandem habebit rationem ad eandem D.A. Erit *c* ergo vtrobique eadem, & æqualis, quod concludebamus.

a per 4.l.5. *b per 16 l.5* *c per 9 l.5.*



ΣΧΟΛΙΟΝ.

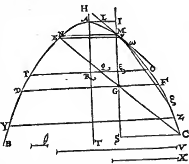
Interim distinguemus ex Archimede, lineam à sectione ordinatim ductam, à linea ducta à sectione vsque ad axem, τᾶς μέχρι τῶ ἄξονος, inquit: Nam prima illa est veluti K. L. hæc verò secunda est sicuti D. A. quod notasse alibi vtile fuerit, potissimum in libris de insidentibus humido.

ΛΗΜΜΑ Β.

Sumptis duabus paraboles portionibus secundum duas lineas, quarum altera rectò, altera obliquè abscindat diametrum sectionis. Tum ab extremitate secantis obliquè ducatur perpendicularis in diametrum portionis, & vt semissis lineæ obliquæ ad perpendicularem, ita fiat linea quæpiam ad eam iuxta quam possunt, quæ in recta portione: hæc quæpiam erit linea iuxta quam possunt, quæ in non recta portione ordinatim ducuntur.

ΥΠΟΘ. Sit quævis parabole B.A.C. in qua ducantur duæ lineæ Y.Z ad angulos rectos diametro A.T. & E.C. ad obliquos eidem diametro sectionis, ita vt in parabola fiant portiones Y.A.Z. & E.M.C. Huius diameter sit *d* M.G. secans *d* E.C. basim bifariam, & æquidistans *e* diametro A.T. Protendatur verò M.G. vtrimque quoad occurrat perdendicularibus A.I, C.S. in punctis I. & S. Tum fiat A.R. æqualis ipsi M.G & ducantur *f* N.M, P.R. O, D G.F. parallelæ vni Y.Z. tum *g* M.H. parallela ipsi E.C. quæ occurrat diametro T. A. in H. Præterea inueniatur *g* X. iuxta quam possunt, quæ ducuntur ordinatim in sectione Y. A. Z. vel *h* in alijs D. A. F. aut P A. O. quia in omnibus eadem est *b*: & fiat *i* vt G. C, ad C. S. ita quæpiam linea V. ad X.

d per 10. defin. l. 1. Conic. *e per 46. & coroll. 51. li. 1. Conic.* *f per 31. li. 1* *g per 11. l. 1 Conic.* *h per proxi. mum coroll.* *i per 12. l. 6*



ΣΥΜΠ. Erit quippè V. linea iuxta quam possunt, quæ in sectione C. M. E. ordinatim ducuntur, vel rectum latus sectionis.

ΑΠΟΔ. Quoniam lineæ M H, A. I. ductæ sunt æquidistanter, ordinatim applicatis C. E, D. F tangunt *l* sectiones C. M. E. & D. A. F, & trianguli C. G. S, L. M. I & A. L. H facillimè probabuntur *m* æquianguli, laterumque proportionalium: quinetiam vltimi sunt æquales. Nam cum H. A, & pars diametri A. T. quæ est ab A. cadens in *n* N. M. scilicet par ipsi *n* I. M. sint *o* æquales, probabuntur quoq; ob laterũ similes rationes, I. L, L. A. æquales *m*, pares demũ M. L, L. H. quarũ cuilibet etiã par est Q. G.

l per 17 lib. 1. Conic *m per 4. l. 6* *n per 34. l. 1* *o per 35. l. 1. Conic.*

Nam cùm A.R.& M.G factæ sint æquales, item æquentur a k.R, M.ξ. reliquæ G.ξ.& A.k. seu I.M. sunt pares. Sed & angulus Q.G.ξ. est b æqualis angulo L. M. l. proinde vt par est ξ.G. lateri l.M. similiter Q.G. æquatur c lateri M.L.& Q.ξ. lateri L. l. & demum reliqua Q R. reliquæ A.L. Ex his probatis sequitur G.C. esse ad C.S. vt L.M ad L.l. seu ad A.L. æqualem: hoc est quadratum G.C. ad quadratum C. S. vt quadratum L.M. ad quadratum L.A. seu d vt rectangulum sub C.G, G.E. quod est quadratum C.G. quia C.G, & G.E. æquantur, ad rectangulum sub F.G, G.D. At rursus vt quadratum M.L. ad quadratum L.A. sic est d rectangulum sub C.Q, Q E. ad rectangulum sub O.Q, Q.P. Proinde quadratum G.C. est ad rectangulum sub F.G, G.D. vt rectangulum sub C.Q, Q.E. ad rectangulum sub O.Q, Q.P. & permutando e vt quadratum C.G. ad rectangulum sub C.Q, Q.E. sic rectangulum sub F.G, G.D. ad rectangulum sub O.Q, Q.P. Et per ἀναστροφὴν λόγου, vt quadratum C.G. ad excessum, quo quadratum C.G. antecedens superat rectangulum sub C.Q, Q.E. consequens, hoc est g ad quadratum G.Q. sic rectangulum sub F.G, G.D. ad excessum quo superat rectangulum sub O.Q, Q.P. qui quidem excessus sit ex hypothesi quadratum θ. Erit ἐναλλὰξ, vt quadratum C.G. ad rectangulum sub F.G, G.D. sic quadratum Q.G ad quadratum θ. hoc est h vt quadratum M.L. ad quadratum L.A. i & rursus permutatione rationis, vt quadratum Q.G. ad quadratum M.L. sic quadratum θ. ad quadratum L.A. sunt verò linearum Q.e. & M.L. quadrata æqualia. Ergo etiam θ.& L.A. quadrata sunt paria, & lineæ θ. & L.A. pares. Sed L.A & R.Q. ostensæ sunt æquales. Ergo quoque θ. & Q.R. sunt æquales, & quadratum Q.R. est excessus, quo rectang. sub F.G, G.D. superat rectangulum O.Q, Q.P. Atqui quadratum P.R. superat g idem rectangulum sub O.Q, Q P. eodem quadrato Q.R. Proinde rectang. sub F.G, G.D & quadratum P.R. sunt æqualia: Et est quadratum C.G. ad quadratum P.R. vt quadratum M. L. ad quadratum L.A. hoc est l vt quadratum G.C. ad quadratum C.S. seu vt linea V. ad X. His ergo lineis V.& X. applicemus ad angulos rectos perpendiculares æquales vni M.G. vt fiat quadratum G.C. ad quadratum P.R. sicut m rectangulum sub V. & M.G. ad rectang. sub X. & M.G. seu A.R. æqualis ipsi M.G. Sic enim quemadmodum linea X. est ea secundum quam possunt, quæ in sectione P.A.O. ordinantur, sic V. erit ea secundum quam possunt, quæ in sectione E.M.C. ordinatim ducuntur, quod fuit ostendendum.

a per 35. l. 1.
b per 29. l. 1.
c per 4. l. 6.
d per manifest. præced.
e per 16 l. 5.
f ex 16. defin. & coroll. 19 prop. l. 5.
g per 5. l. 2.
h per 7. l. 5.
i per manifest. præced.
l per 11 l. 5.
m per 1 l. 6.

ὑπόμνησις.

Moneo verò, quòd si duæ lineæ secundum quas sumptæ fuerint portiones paraboles, quales sunt E.C.Y.Z. non se mutuò secuerint intra parabolem, vt in superiori figura E.γ.ω.ζ. assumantur aliæ quæ se secent, & sint illis prioribus parallelæ: Nam quod de secantibus fuerit demonstratum, de sibi parallelis non se secantibus, identidem concludetur. Nam omnium sectionum parallelas habentium bases, idem est n rectum latus, seu eadem linea, secundum quam possunt, quæ à sectione ducuntur.

n per penultimũ lẽma.

COROLL.

Hinc concludimus o quadratum G.C. esse æquale rectangulo sub V. & M.G. Tum ducta in parabola lineas diametro parallela: si diametri & huius parallelæ partes æquales sumantur ab apicibus, & lineæ per fines harum partium parallelę inter se, & ad angulos rectos ducantur, rectangula contenta sub harum vltimò ductarum, rectarum segmentis esse æqualia. Cùm enim essent parallelæ A.T. & M.S. in parabola ductæ, ipsarumq; partes A.R.& M.G. pares, à finibus autem huiusmodi partium rectò & æquidistanter actæ essent P.R.O.& D.G.F. ostendimus rectangula sub P.R, R.O. & D.G, G.F. esse æqualia. Idem esset iudicandum de pluribus lineis diametro, ac inter se parallelis, æqualibusque.

o per 11. l. 1. Conic.

PROPOS. IV.

Si ab eadem rectanguli coni sectione duo segmenta, quomodocumque resecentur, quæ pares diametros habeant: ipsa etiam segmenta æqualia erunt, vt & triãgula in ipsis inscripta, eandem habentia basim cum segmentis, & altitudinem eandem.

ΠΡΟΤ. Δ.

Εἴκα ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμάματα ἀποτμηθέοντι ὁποσαοῦν ἴσας ἔχοντα τὰς διαμέτρους, αὐτά τε τὰ τμάματα ἴσα ἐσοῦνται, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτὰ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό.

ΥΠΟΘ. Sit coni rectanguli sectio A.B.C. cuius duo segmenta excipiantur iuxta lineas H.C. (quam pono esse perpendicularem ad diametrum B.G.) & A.E. non perpendicularem ad eandem diametrum B. G. diametros verò habeant G.B, D.F. æquales.

ΣΥΜΠ. Dico segmenta ipsa C.B H. & E.D.A. esse æqualia, & in ipsis descripta triangula.

ΚΑΤΑΣ. Producatur D.F. diameter, & cõcurrat cum A.k. perpendiculariter.

a per 11.l.1. conic. Sumatur[a] verò M. linea iuxta quam possunt, quæ in sectione C.B.H. ordinantur. Et quam rationem habet quadratum A.F. ad quadratum A.k eam habeat quæpiam linea I. ad M. quæque proinde I. sit[b] linea iuxta quam possunt, quæ ordinatim ducuntur in sectione E.D.A.

b per lemma 2 proximũ.

c per 11.l.1. conic. ΑΠΟΔ. Siquidem lineæ H.G. potest[c] rectangulum sub M. & G. B. tum quadratum ex A.F. æquale est[c] rectangulo sub rectis I. & D.F. Atqui rectangulum sub I. & D.F. se

d per 1.l 6. habet[d] ad rectang. sub M. & G.B. vt basis I. ad basim M. quia altitudines B.G. & D F.

e ex hypoth. sunt[e] æquales. Itaque quadratum A.F. est ad quadratum H.G. vt I. ad M. Verum vt est I. ad M. ita est quadratum A.F. ad quadratum A. K. vt superiori demonstratione ostendimus. Ergo quadrata A.k. & H.G. sunt æqualia, & lineæ æquales. Sed & pares sunt B.G, D.F. Quare rectangula sub lineis H.G, G.B. & sub A.k, F.D. sunt æqualia, eorum-

f per 34.l.1. que dimidia[f] triangula, nempè B.G.H. & aliud, quod constitueretur ex lineis D.F, k.A.

g per 37.l.1. perpendicularibus, & A.D. hypothenusa: hoc est[g] triangulum D.F. A. Ergo tandem horum triangulorum dupla C.B.H. & E.D.A. sunt quoque æqualia, quæ fuit altera pars propositionis. Cæterum trianguli C.B.H. sectio C.B.H. sesquitertia est[h]: tum alterius

h per 17. & 24. lib. de quadrat. parab. trianguli E.D.A. sectio est[h] quoque sesquitertia. Ambæ itaque sectiones sunt[i] rursus pares, quod susceperat demonstrandum.

i per 15 l.5. Si linearum autem C.H, E.A. neutra fuerit recta ad diametrum, sumam in fabrica sectionem, puta N.P.O. cuius diameter P.Q. secans basim N.O. bifariam, secet & rectò, sitque æqualis alterutri diametrorum æqualium G B, & D.F. Nam per proximam demonstrationem, quælibet binarum sectionum C.B.H. & E.D.A. ostendetur ipsi N.P.

l per 1. com. sent. O. æqualis, & proinde inter se concludentur[l] æquales.

Ἐπιφορὰ seu COROLLARIVM.

Hinc autem deducimus pro sequentibus, lineas ductas ab extremitatibus basium in diametros perpendiculariter, in eadem sectione esse æquales. Nam ostendimus lineas A. K. & H. G. (quam ponebamus perpendicularem ad diametrum B. G.) esse pares. Et eodem argumento posita N. O. recta cum Q. P. concludentur K. A. & O. Q. æquales.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ex hac propositione apertissimè patet Archimedem hoc opere parabolam quærere duntaxat in rectangulo cono. Etenim ἐν τῇ κατασκευῇ hæc verba habet: ἀπολελάφθω δὲ ἃ δύνανται αἱ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἁ διπλασία τᾶς μέχρι τῶ ἄξονος. Nulla vero parabola lineam habet iuxta quam possunt quæ à sectione ducuntur, duplam eius quæ est ad axem, præter eam quæ sumitur [a] in rectangulo cono: fauet itaque antiquis, cũ tamen potuisset quamcumque parabolam supponere. Nam ea tantum ratione hanc lineam duplam esse vult eius quæ est ad axem, vt inde euincat parabolarum maioris & minoris eandem esse lineam iuxta quam possunt: quod tamen de omni parabola ostendimus [b], siue in cono rectangulo, siue in acutiangulo, aut in obtusiangulo exscindatur: Cæterum Archimedes vbi iussit sumi lineam V. quæ in suo schemate respondet nostræ I. & dixit eam esse iuxta quam possunt lineæ ordinatim ductæ ad diametrum, scilicet æquidistantes basi, ait, λέγεται γὰρ ἐν τοῖς κωνικοῖς, loquendi formula qua videtur conicorum tractatum agnoscere pro suo.

[a] per lemma præcedentium.

[b] Corollario 1. lemmatis præcedent.

ΠΡΟΤ. Ε.

Πᾶν χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ἔχοντα διάμετρον ἴσαν τᾷ μείζονι διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἁ ἐλάσσων διάμετρος αὐτᾶς ποτὶ τὰν μείζω, τουτέστι ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου διάμετρον.

PROP. V.

Planum comprehensum sub acutianguli coni sectione, ad circulum qui habeat diametrum æqualem maiori diametro, sectionis acutianguli coni, eam rationem habet, quam minor diameter ad maiorem, hoc est, ad circuli diametrum.

ΥΠΟΘ. Sit Ellipsis A. E. D. F. cuius maior seu prima diameter sit D. A. minor vel secunda E. F. Sit rursus circulus descriptus diametro maiore A. D. qui sit A. B. D. C.

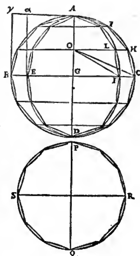
ΣΥΜΠ. Dicit Archimedes Ellipsim A. E. D. F. esse ad circulum A. B. D. C. vt diameter A. D. ad diametrum E. F.

ΚΑΤΑΣ. Negari conclusionem, offeratur circulus P. R. Q. S. descriptus diametro modo proportionali inter A. D. & E. F. vt ad eum sit [c] primus A. B. D. C. vt A. D. ad E. F. Siquidem hic circulus P. S. Q. R. erit æqualis, minor vel maior Ellipsi proposita. At neque maior neque minor esse ostendetur. Et si fieri potest, sit maior, & in eo intelligatur [d] figura multilatera inscripta, quæ adhuc maior sit Ellipsi. Atque hinc figuræ subaudiatur [e] alia similis inscripta in maiori circulo A. B. D. C. & ab angulis polygoni demittantur perpendiculares in diametrum A. D. quales sunt I. M, H. O. quæ secent Ellipsim, in punctis N. L. & ceteris, quæ rursus lineis iungantur vt in Ellipsi polygonum describatur tot laterum quot alia sunt polygona in circulis descripta. Denique agantur lineæ O. F, O. C.

[c] per 10. definit. l. 5. & 20. prop. l. 6.

[d] per 2. manifestum l. 1. de sphær. & cylind.

[e] per 2. lemma ad 5 l 1. de sphær. & cylind.



a per 21 l. 1. Conic. ΑΠΟΔ. Quadratum G. C. est [a] ad quadratum O. H. vt rectangulum sub D. G, G. A. ad rectangulum sub D. O, O. A. in eademque ratione est [a] quadratum G. F. ad quadratum O. L. Proinde vt
b per 11 l. 5. [b] quadrat. G. C. ad quadratum O. H. sic potentia G. F. ad potentiam O L. & vicissim [c] vt quadratum G. C. ad quad. G. F. sic quad. O. H. ad
c per 16 l. 5
d per 15. l. 5. quadrat. O. L. ac [d] demum linea G. C. ad G. F. vt
e per 1. l. 6. O. H. ad O. L. Verum vt [e] G. C. ad G. F. sic triangulus O. G. C. ad triangulum O. G. F. Et vt [e] O. H. ad O. L. sic triangulus O. H. C. ad triangulum O. F. L. Propterea totum quadrangulum
f per 12 l. 5. G. H. est [f] ad quadrangulum G. L. vt G. C. ad G. F. hoc est vt A. D. ad E. F. Idem probabitur de tota figura iisdem prorsus rationibus: nam rursus O. H. erit ad O. L. vt M. I. ad M. N. & proinde M. I. erit [b] ad M. N. vt G. C. ad G. F. & trapezium O. I. erit ad trapezium O. N. vt G. C. ad G. F. vel triangulus A. M. I. ad triangulum A. M. N. vt G. C. ad G. F. quia sic est [e] M. N. ad M. I. ita vt tota figura inscripta circulo A. B. C. D. sit ad figuram Ellipsi inscriptam vt diameter A. D. ad diametrum E. F. At cum sit circulus P. R. Q. S.
g per 2 l. 12. descriptus diametro E. F, est figura [g] in A. B. C. D. descripta, ad inscriptam circulo P. R. Q. S. vt A. D ad E F. Proinde ambæ figuræ circulo P. R. Q. S. & Ellipsi inscriptæ sunt æquales. Verum posita fuerat ea quæ circulo P. R. Q. S. inscripta est, maior tota ellipsi. Multo ergo maior esset figura Ellipsi inscripta: sicque maior & æqualis simul esset, quod absurdum est. Absurde igitur circulus P. R. Q. S. dicitur maior Ellipsi. Verum nec minor est: nam eadem fabrica potest inscribi in Ellipsi figura maior adhuc circulo, à cuius angulis ducentur in diametrum perpendiculares, quæ productæ ad periferiam circuli A. B. D. C. puncta notabunt figuræ in ipso inscribendæ, quæ ad illam, quæ in Ellipsi est, probabitur se habere vt A. D. ad E. F. in qua ratione rursus alia inscribetur circulo P. R. Q. S. quæ proinde erit æqualis ei quæ Ellipsi inscribitur. Et inde sequitur circulum totum S. Q. R. P. dicta Ellipseos figura maior, quia tamen minor ponebatur. Absurdum est ergo rursus ponere circulum S. Q. R. P. minor Ellipsi: & proinde illi æqualis est. Et ex consequenti Ellipsis est ad circulum A. B. D. C. diametro A. D. maiori descriptum vt E. F. ad A. D. quod fuit probandum.

PROP. VI.

Omne planum sub acutianguli coni sectione contentum ad quemlibet circulum eandem rationem habet, quam rectangulum contentum sub diametris sectionis acutianguli coni ad quadratum diametri circuli.

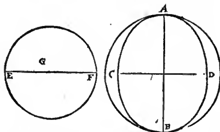
ΠΡΟΤ. ϛ.

Πᾶν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ πάντα κύκλον, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τῶ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς τῶ κύκλου διαμέτρου τετράγωνον.

ΥΠΟΘ. Sit Ellipsis A. D. B. C. & circulus exponatur G.

ΣΥΜΠ. Dico Ellipsim esse ad circulum G. vt rectangulum contentum sub diametris A. B, C. D. ad quadratum diametri E. F.

ΚΑΤ. Describatur circulus diametro A. B.



ΑΠΟΔ. Ellipsis A. D. B. C. est [a] ad circulum ex A. B. diametro vt C. D. ad A. B. hoc est [b] vt rectangulum sub G. D. & A. B. ad quadratum ex A. B. Verum circulus ex A. B. est [c] ad circulum G. vt quadratum ex A. B. ad quadratum ex E. F. Ergo ex æquo [d] Ellipsis A. D. B. C. est ad circulum G. vt rectangulum sub C. D. & A. B. ad quadratum E. F. quod fuit probandum.

[a] per prœced. [b] per 1. l. 6. [c] per 2. l. 12. [d] per 22. l. 5.

COROLLARIVM.

Hinc deducimus repetito diagrammate quintæ huius, figuram inscriptam circulo A. B. D. C. esse ad figuram inscriptam Ellipsi A. E. D. F. vt est circulus ad Ellipsim.

ΚΑΤΑΣ. Perficiantur parallelogramma G. γ. & G. α.

ΑΠΟΔ. Vt est quadratum ex A. D. ad rectangulum sub A. D, E. F. sic est [e] G. γ. rectang. ad G α. rectang. est enim G. γ. quarta pars quadrati ex A. D. sicuti G. α. est ¼ rectianguli sub A. D. E. F. Ergo G. γ. est [f] ad G. α. vt circulus ad Ellipsim. Atqui vt G. γ. ad G. α. sic est basis A. B. ad basim G. E. vel sic est [g] B. C. seu A. D. ad E. F. Vel demũ sic est [h] figura inscripta circulo ad figuram inscriptam Ellipsi: ergo figura circulo inscripta est ad inscriptam Ellipsi vt circulus ad Ellipsim, quod fuit probandum.

[e] per 1. l. 5. [f] per 6. huius. [g] per 1. l. 6. [h] Vt demonstratum est 5 huius.

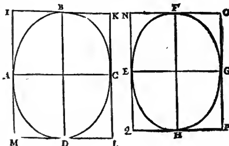
ΠΡΟΤ. Ζ.

Τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτὶ τὰ ἄλλα, ὃν τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν ποτ' ἀλλάλαν.

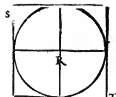
PROP. VII.

Plana sub acutianguli coni sectionibus contenta eandem habent rationem inter se, quam comprehensa rectangula sub diametris sectionum acutiangulorum conorum inter se.

ΥΠΟΘ. Sint duæ acutiangulorum conorum sectiones A. B. C. D. & E. F. G. H, & rectangula sub earum diametris sint I. L. & N. P.



ΣΥΜΠ. Proponitur Ellipsim A. B. C. D. esse ad aliam E. F. G. H. vt I. L. ad N. P.



ΚΑΤΑΣ. Habeatur quilibet circulus R. & quadratum diametri ipsius S.T.

a per praecedentem. ΑΠΟΔΕΙ. Ellipsis A.B.C.D. est a ad R. circulum vt rectangulum I.L. ad quadratum S.T. Atqui Ellipsis E.F.G.H. est a ad circulum R. vt N.P. quadrangulum ad S.T. quadratum. Et inuertendo b circulus

b per coroll. 4. l. 5. R. est ad Ellipsim vt quadratum S.T. ad rectang. N.P. Ex aequo ergo Ellipsis A.B.C.D. est c ad Ellipsim

c per 22. l. 5 E.F.G.H. vt rectangulum I.L. ad rectang. N.P. quod fuit demonstrandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In textu propositionis tam impressi quàm manuscriptis codices legunt κώνου τομᾶς, & nihilominus scripsi κώνου τομᾶν, quia pluralis quam singularis melius conuenit, cum plures vna sint Ellipses. Tum vniuersalior fit propositio: quae alioqui videretur ad vnius tantum coni sectiones contracta. Deinde legitur quoque vbique post ὑπὸ τᾶς διαμέτρου τμαμάτων: quod aperte prauum est: ideo pro τμαμάτων restitui τᾶν τᾶν ex reliquorum clarissima coniectura.

MANIFESTVM II.

Ex hoc vero manifestum est, quod comprehensa plana sub similibus acuriangulorum conorum sectionibus, eandem rationem habent inter se quam habent potentia inter se sectionum diametri similis rationis.

ΦΑΝΕΡΟΝ Β.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν ὅτι τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὁμοίων ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ὁμόλογοι διάμετροι τᾶν τομᾶν.

d per 37. definitionem huius. ΥΠΟΘ. Supponamus praecedentes Ellipses similes: nempe sit d A.C. ad B.D. vt E.G. ad F.H.

ΣΥΜΠΕ. Dico Ellipsim A.B.C.D. esse ad E.F.G.H. Ellipsim vt quadratum A.C. ad quadratum E.G. vel vt quadratum B.D. ad quad. F.H.

e per lemma proximum. ΑΠΟΔ. Nam vt A.C. ad B.D. sic e rectang. I.L. ad quadratum B.D. sed vt A.C. ad

f Ex hypothesi. B.D. sic f E.G. ad F.H. Ergo est g I.L. ad quad. B.D. vt E.G. ad F.H. hoc est e vt rectang. N.P. ad quadratum F.H. Et vicissim h rectang. I.L. est ad rectang. N.P. vt

g per 11. l. 5. h per 16. l. 5. quadratum B.D. ad quadratum F.H. Atqui vt rectang. I.L. ad N.P. sic i Ellipsis A.

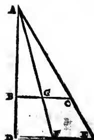
i per praecedentem. B.C.D. ad Ellipsim E.F.G.H. Ergo Ellipsis illa est ad hanc Ellipsim vt potentiae diametrorum B.D. F.H. inter se. Eodem argumento probabimus Ellipses esse inter se vt potentiae reliquarum diametrorum A.C. & E.G. quod fuit demonstrandum.

LEMMA I.

Si fuerint tres lineae in eodem ordine ratione sicuti tres aliae, rectangulum sub extremis vnius ordinis erit ad quadratum mediae, sicuti rectangulum alterius ordinis ad quadratum quoque mediae.

ΥΠΟΘ. Sit B. G. ad G. A. vt D. F. ad F. A. & A. G. ad G. C. vt A. F. ad F. E.

ΣΥΜΠ. Dico rectang. sub B. G, G. C. esse ad quad. G. A. vt rectangul. sub D. F, F. E. ad quadr. F. A.

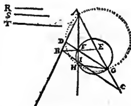


ΑΠΟΔΕΙ. Ratio rectanguli sub B. G, G. C. ad quadratum G. A. componitur a ex rationibus lateris B. G. ad G. A. & G. C. Tum ratio rectanguli D. F. ad F. E. componitur a ex rationibus lateris D. F. ad F. A. & F. A. ad F. E. Atqui cōponentes sunt similes ex hypothesi, ergo & compositæ sunt similes, quod fuit probandum. a per 23 l. 6

LEMMA II. PROBLEMATICVM.

Dato angulo secto bifariam, datoque puncto in alterutro crure, à puncto dato lineam rectam educere in alterum crus, quæ ita dirimatur à linea angulum secante, vt rectangulum comprehensum sub eductæ segmentis partibus contentis inter ambo crura, sit ad quadratum secantis angulum in ratione data.

ΥΠΟΘ. Detur angulus B. A. C. sectus bifariam linea A. H. & detur in alterutro crure A. B. punctum B. detur demum ratio R. ad S.



ΣΥΜΠΕ. Dico posse à puncto B. duci lineam, putà B. C. in alterum crus, ita vt rectangulum comprehensum sub partibus ipsius ductæ lineæ, inter crura & lineam secantem A. H. interceptis, habeat ad quadratum A. I. scilicet lineæ secantis angulum, rationem datam S. ad R.

ΚΑΤΑΣ. Fiant A. B. & A. E. æquales & iungatur B. E. secans A. H. in F. Tum fiat a vt R. ad S. ita quadratum A. F. ad quadratum lineæ T. quo quadrato T. applicato b ad lineā A. F. oriatur latitudo F. H. super qua describatur segmentum c circuli F. G. H. capiens angulos æquales angulo B. A. F. qualis sit F. G. H. & producatur G. F. in D. rectò. Tandem agatur d B. I. C. parallela ipsi D. F. G. a per 22. l. 6. b per 45. l. 1. c per 33 l. 3. d per 31. l. 1.

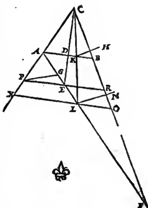
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam anguli D. A. H. & F. G. H. sunt æquales, & item anguli ad F. pares, reliquus reliquo æquatur, e & est f A. F. ad F. G. vt D. F. ad F. H. g & rectangulum A. F, F. H. hoc est quadratum T. æquale rectangulo h G. F, F. D. suntque puncta h A. D. H. G. in circulo, & propterea quadratum A. F. habet quoque ad rectangulum i G. F, F. D. sicuti ad quadratum T. rationem datam R. ad S. At vero vt D. F. ad F. A. ita l B. I. ad I. A. & vt A. F. ad F. G. ita A. I. ad I. C. Proinde vt quadratum m A. F. ad rectangulum D. F, F. G. hoc est vt R. ad S. sic quadratum A. I. ad rectangulum B. I, I. C. Et inuertendo, rectangulum B. I, I. C. est ad quadratum I. A. vt est S. ad R. quod fuit probandum. Hoc autem problema quovsque possibile sit solutu, & quid requiratur vt possit confici, dicemus χώρᾳ sequentis propositionis. e per 32. l. 1. f per 4. l. 6. g per 16. l. 6. h per conuersam 35. l. 3. i per 7. l. 5. l per 2. l. 6. m per lemma praecedens.

PROP. VIII.

Acutianguli coni fectione data, & linea à centro acutianguli coni fectionis excitata recta ad planum in quo eft acutianguli coni fectio: poffibile eft conum inuenire, qui verticem habeat extremitatem excitatæ lineæ, & in cuius fuperficie fit data acutianguli coni fectio.

ΠΡΟΤ. Η.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακούσας, ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.



a per 12.l.11 ΥΠΟΘ. Ellipfis detur, cuius minor diameter fit A. B. & à centro D. erigatur a perpendicularis D. C. ad planum cui infiftit Ellipfis data.

ΣΥΜΠ. Dico poffe conum defcribi, qui verticem habeat punctum C. & complectatur in fua fuperficie datam Ellipfim.

ΚΑΤΑΣ. Porrigantur duæ lineæ C. A, C. B. & à puncto A. ducatur aa A. F. ita occurrens productæ C.B. in F. vt rectangulum fub A. E, E. F. habeat eam rationem ad quadratum C. E. refecantis angulum A.C.B. quam habeat quadratum femidiametri maioris datæ Ellipfeos ad quadratum D. C. Et fi negetur conum defcriptum diametro A. F. & vertice C. comprehendere datam Ellipfim, fateri oportebit, punctum Ellipfeos datæ extra coni fuperficiem reperiri. Sit H. huiufmodi punctum à quo ducatur b perpendicularis H. K. in A.B. feu in planum in quo funt C. A. & A. F. & per K. ducatur linea C L. occurrens ipfi A. F. in L. quia funt lineæ A. B, A. F. & punctum C. in eodem plano. Ab ipfo puncto L. erigatur c perpendicularis L. M. verfus fuperficiem exteriorem coni. Denique per puncta E. & L. agantur P. R. & X. O. parallelæ vni A. B. & inter fe.

(Marginal notes: aa per lemma 2. præcedens. — b per 11 l.11 — c per 32. l. 1.)

ΑΠΟΔ. Nam quia rectangulum fub A. E, E F. eft ad quadratum E.C. vt quadratum femidiametri maioris Ellipfeos datæ ad quadratum D. C. Tum propter triangulorum C. P. E, G. A. D. fimilitudinem vt eft d C. E. quadratum ad quadratum P. E. fic eft quadratum C. D. ad quadratum A. D. fequitur ex æquo e rectangulum fub A. E, E. F. effe ad quadratum P. E. vt eft quadratum femidiametri maioris Ellipfeos ad quadratum A. D. At vero vt eft rectangulum fub A. E, E. F. ad quadratum P. E. feu ad rectangulum fub P. E, E. R æqualibus, ita eft rectangulum fub A. L, L. F. ad rectangulum fub X. L, L. O. quod fic probo. Nam ratio rectanguli fub A.E, E.F. ad rectangulum fub P. E, E. R. componitur f ex rationibus A. E. ad E. P. & E. F. ad E. R. Tum ratio rectanguli fub A. L, L. F ad rectangulum fub X. L, L O. conflatur f ex rationibus A. L. ad X. L. & L. F. ad L. O. fed quia triangula funt fimilia, laterum rationes, quæ illas componunt, funt d fimiles: fcilicet eft A. E. ad E. P. vt A. L. ad L. X. & F. E. ad E. R. vt F. L. ad L. O.

(Marginal notes: d per 4. l. 6. — e per 22. l. 5 — f per 23 l. 6.)

ad L. O. compositæ ergo sunt similes. Propterea rectangulum sub A. L, L. F est ad rectangulum sub X. L, L. O. vt quadratum semidiametri maioris Ellipseos ad quadratum A. D. quod est rectangulum sub A. D, D. B. quia A. D, D. B. sunt æquales, hoc est a vt quadratum H. K. ad rectangulum sub A. K, K. B. Verum rursus vt rectangulum sub X. L, L. O. ad quadratum L. C. ita est aa rectangulum sub A. K, K. B. ad quadratum K. C. ex triangulorum similitudine. Ex æquo b igitur rectangulum sub A. L, L. F. est ad quadratum L. C. vt quadratum H. K. ad quadratum K. C. Est c autem quadratum L. M. æquale rectangulo sub A. L, L. F. quia L. M. ducitur tanquam à circumferentia circuli perpendicularis in diametrum: propterea quadratum L. M. est ad quadratum L. C. vt quadratum H. K. ad quadratum k. C. Ideo necesse est lineam ductam à puncto C. ad M. transire per H. vt fiant similes trianguli C. K. H. & C. L. M. At vero ex fabrica M. punctum est in superficie coni: proinde H. quoque est in d superficie coni. Atque hoc artificio omnia puncta Ellipseos propositæ, in superficie esse coni, probabuntur.

a per 21. l. 1. Conic.
aa per proximum lemma.
b per 22. l. 5.
c per 8 l. 6.
d per 1. l. 4. Conic.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

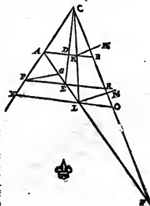
In fabrica huius propositionis Archimedes explicat quidem quid faciendum, vt qui quæritur conus, habeatur: verum quo pacto id agatur, reticuerat. Nec enim ostenderat quo modo linea A. F. ita ducatur vt in eam producta C. D. & resecta in E. fiat rectangulum sub A. E, E. F. ad quadratum C. E. sicut est quadratum semidiametri maioris datæ Ellipseos ad quadratum D. C. explicauerat tamen quousque possibile sit, cum dixit δυνατὸν δὲ ἐστι, ἐπεὶ μείζων ἐστὶ ὁ λόγος τῶ ὑπὸ τᾶν α. δ, δ. β. περιεχομένω τῶ ἀπὸ τᾶς δ. γ. τετραγώνω. Ex eo enim quod ratio rectanguli sub A. E, E. F. ad quadratum E. C. maior sit ea quam habet rectangulum sub A. D, D. B. ad quadratum D. C. sectio lineæ A. F. possibilis est, qualis requiritur. Nam quadratum semidiametri maioris vt maius habet e maiorem rationem ad quadratum D. C. quàm quadratum A. D. hoc est quam rectangulum sub A. D, D. B. ad idem quadratum D. C. Ergo cum tanta esse debeat ratio rectanguli sub A. E, E. F. ad quadratum E. C. quanta est semidiametri maioris ad lineam D. C. necesse est vt similiter rectangulum sub partibus lineæ A. F. vspiam sectæ in E. maiorem habeat rationem ad quadratum E. C. quàm rectangulum sub A. D, D. B. ad quadratum D. C. Quod autem hoc semper accidat ex mente Archimedis sic probatur.

e per 8 l. 5.

ΚΑΤΑΣ. Angulo F. existente f minore externo E. R. C. hoc est g æquali C. P. E. auferatur h ex C. P. E. angulus C. P. G. æqualis angulo F. Et sit triangulus E. P. G. æquiangulus trianguli E. F. R. & ideo i laterum homologorum.

ΑΠΟΔ. G. E. est ad E. P. vt R. E. ad E. F. Proinde rectangulum sub extremis G. E. E. F. æquale est l rectangolo sub medijs P. E, E. R. Est autem rectangulũ sub P. E, E. R. seu æquale sob G. E, E. F. ad quadratum E. C. sicuti est rectangulum sob A. D, D. B. ad quadratum D. C. & est rectangulom sub A. E, E. F. maius rectangulo sub G. E, E. F. Proiode quod fit ex A. E, E. F. maiorem rationem habet m ad quadratum E. C. quam quod fit ex A. D, D. B. ad quadratum D. C. Qood demum accidet quocumque modo agatur A. F. Proinde vt problema soluatur necesse est illud sit quod requirit Archimedes, alioqui A. F. minor esset quam A. B. & nunquam incideret in A. F. productam vltra D. deinde non contingeret latitudo F. H. in diagrammate præcedentis lemmatis 2. talis ex applicatione quadrati T. ad lineam A. F, vt segmentum circuli capiens angulos æquales angulo D. A. F. descriptum ad ipsam latitudinem F. H. rescioderet, aut saltem attingeret crus A. E. productum vt iouenitetur punctum G. Etenim si amplitudo anguli B. A. G. & distantia crurium tanta esset, vt segmentum posset describi intra H. A. & A. C. non tacto crure, non cõcluderetur lemma, nec ars esset perficiẽdi hoiusce problematis. Cæterom iouentus conos est scalenus, cum sint A. C, C. F. necessario inæquales, & linea ducta à vertice C. ad centrum circuli, cuius diameter est A. F. cadat obliquè in planum ipsius basis.

f per 16. l. 1.
g per 5 l. 1.
h per 23. l. 1.
i per 4. l. 6
l per 16. l. 6.
m per 4. l. 6 ex triangulorum similitudine.

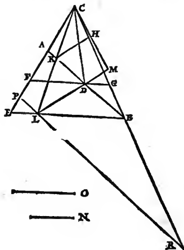


PROP. IX.

Acutianguli coni sectione data, & linea non rectò excitata à centto sectionis acutianguli coni, in plano quod est rectum secundum alteram diametrum ad planum, in quo est ipsius acutianguli coni sectio: possibile est conum inuenire qui verticem habeat extremitatem exsuscitatæ lineæ, in cuius superficie sit data acutianguli coni sectio.

ΠΡΟΤ. Θ.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ὀρθὸν ἀνεστακὸς διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.



ΥΠΟΘ. Datæ Ellipseos diameter sit A.B. centrum D. à quo assurgat D. C. in plano quidem recto ad Ellipsim secundum diametrum A.B. non perpendicularis ad A. B. nec ad planum Ellipseos.

ΣΥΜΠ. Dico posse inueniri conũ qui sua superficie comprehendat datam Ellipsim, & verticem habeat punctum C.

ΚΑΤΑΣ. A puncto C. ducantur lineæ C. A, C.B. inæquales necessario, cum ex hypothesi D. C. inclinetur ad planum Ellipseos & ad lineam A. B. Fiat ergo C. A. E. æqualis ipsi C. B. & iungatur E. B. cui parallela agatur à puncto D. linea F.D.G. Sit autem N. altera semidiameter propositæ Ellipseos, & intelligatur agi planum secundum lineam F. D. G. secans Ellipsim, sitq; communis sectio altera diameter Ellipseos, cum sectio fiat per centrum D. Huic plano rursus aliud ducatur per E. B. parallelum, in quo vel circulus vel Ellipsis excipiatur. Circulus quidem a si quadratum N. fuerit æquale rectangulo sub F. D, D. G. Sin minus, fiet Ellipsis eiusmodi vt quadratum alterius diametri, quod sit O. sit ad quadratum E.B. sicuti quadratum N. ad rectangulum sub F. D, D.G. Erunt enim parallelæ & similes hæ Ellipses. Vt plana acta per F.G. & E. B. agantur ὀρθογώνια. Iam si circulus habeatur, fiat conus base illo circulo & vertice puncto C. Si Ellipsis inueniatur a conus capiens huiusmodi Ellipsim. Etenim qui conus capietur, comprehendet datã Ellipsim: quod si quis negauerit, fateatur oportet aliquod punctũ datæ Ellipseos non esse in superficie accepti coni: illud sit H. punctum, à quo ducatur in A. B. diametrum

a per 35.l.3

a per præc.

perpendicularis H. k. & iuncta C.k. producatur in E.B. cadatq; in L. signum, à quo ad superficiē coni erigatur ᵃ L. M. perpend. & proinde parallela ᵇ ipsi H.k. Tandē per L. agatur linea P.R. æquidistās ᵃᵃ lineæ A. B. & occurrens productæ C.B. in R. Planū deni- que in quo sunt K. H. & L. M. fiat perpendiculare ad planum in quo sunt reliquæ lineæ figuræ totius. *a per 12. l. 11.* *b per 28 l. 1* *aa per 32 l. 1*

ΑΠΟΔ. Vt quadratum N. est ad rectangulum sub F.D, D.G. ita est ᵇᵇ quadratum O. ad quadratum E. B. seu ᶜ quadratum semissis diametri O. ad quadratum dimidij diametri E. B. Verum vt quadrat. semissis diametri O. ad quad. dimidij diametri E. B. sic est ᵈ quadr. L. M. ad rectang. sub E. L, L. B. Ergo quad. N. est ᵉ ad rectang. sub F. D, D. G. vt quadratum L.M. ad rectang. sub E. L, L. B. Verum quia trianguli A. D. F, P.L. E. sunt ᵉᵉ æquianguli, tum alij G.D.B, L.B.R. propter incidentiam linearum in parallelas, sequitur ᶠ A. D. esse ad D. F. vt P. L. ad L. E. Et G. D. ad D. B. vt B. L. ad L. R. Proinde duæ rationes linearum A. D. ad D. F. & G. D. ad D. B. similes sunt rationibus linearum P. L. ad L. E. & B.L. ad L.R. Ex his vero componuntur rationes primum rectanguli sub F. D, D.G. ad rectangulum sub A. D, D. B. & rectanguli sub E. L, L. B. ad rectangulum sub P. L, L. R. quæ ergo similes sunt vt compositæ ex similibus. Habemus igitur hinc tres quantitates inter se, sicuti illinc tres aliæ. Nimirum in primo ordine quadr. N. rectangulum sub F. D, D. G. & rectang. sub A. D, D. B. in secundo vero quadratum L. M. rectangulum sub E. L, L. B. & rectangulum sub P. L, L. R. Ex æquo ᵍ igitur vt quadratum N. ad rectangulum sub A. D, D. B. sic est quadr. L. M. ad rectangulum sub P. L, L. R. At vero vt N. quadratum ad rectangulum sub A. D, D. B. ita ᵈ quadratum K. H. ad rectangulum sub A. k, k. B. Ergo quadratum L. M. est ᵉ ad rectangulum sub P. L, L. R. sicuti quadratum k. H. ad rectangulum sub A. k, k. B. Et rectangulum sub P. L, L. R. est ad quadratum L. C. sicuti rectangulum sub A. k, k. B. ad quadratum k.C. ʰ propter triangulorum similitudinem quæ fit ex parallelis A. B. & P. R. Iterum ergo ex ᵍ æquo quadratum L. M. est ad quadratum L.C. sicuti quadr. H. K. ad quadrat. k. C. hoc est linea L. M. est ad L. C. vt H. k. ad k. C. Ideoque linea ducta à C. ad M. transibit per H. vt fiant trianguli C. k. H. & C. L. M. laterum similis rationis. Cum itaque M. sit ex hypothesi in superficie coni, sequitur ⁱ in eadem quoque esse punctum H. & malè suppositum fuisse H. extra coni superficiem. Conus igitur assumptus capit datam Ellipsim, quod fuit ostendum. *bb per fabr.* *c per 15. l. 5* *d per 21. l. 1. Conic.* *e per 11 l 1.* *ee per 29 l 1* *f per 4 l. 6.* *g per 22. l. 5.* *h per 1. lemma præfixū præcedenti.* *i per 1. li. 1. Conic.*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes in fabrica huius propositionis acutianguli coni sectionem, Ellipsim vocat: γεγράφθω (inquit) ἀεὶ δὲ μὲν τοῦ. β. κύκλος ἢ ἔλλειψις. Vnde non minima coniectura sumitur Archimedem recentium vocabulorum, quibus tandem conorum sectiones appellatæ sunt, primum authorem fuisse: quamquam hyperboles vel paraboles non meminerit. Si vero vnum nouerit, reliqua nouisse oportet: hæc autem per transennam dicta sint.

ΠΡΟΤ. Ι.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ ὅ ἐστιν ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ὀρθὸν ἀνεστακὸς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ᾽ εὐθείας τᾶς ἀνεστακούσας γραμμᾶς, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

PROP. X.

Acutianguli coni sectione data, & linea à centro acutianguli coni sectionis erecta in plano quod ab altera diametro assurgit rectò ad planum in quo est acutianguli coni sectio: possibile est cylindrum inuenire qui habeat axem in recta linea erecta, in cuius superficiei erit data acutianguli coni sectio.

ΥΠΟΘ. Offeratur Ellipsis A. H. B. O. cuius altera diameter sit A. B. Tum à centro D. erigatur non perpendicularis D. C.

ΣΥΜΠ. Dico posse inueniri cylindrum qui axem habeat erectam lineam D. C. quique sua superficie contineat acutiãguli coni sectionẽ, seu Ellipsim datam.

ΚΑΤ. A punctis A. & B. ducantur lineæ A. F. & B. G. priori D.C. parallelæ,& iungantur linea F.C.G. existente ὀρθογωνίως ad lineam C. D. Hæc vero linea F. G. aut est æqualis alteri diametro Ellipseos propositæ, nempè lineæ N. O. aut maior est, aut minor. Sit primum æqualis, ac interuallo F. C. vel C.G. æquali (Etenim per D. ducatur α.β. perpendiculariter ad D. C. & quæ occurrat duabus A.F, B.G. in α. & β.
a per 19 l. 1 vbi facit angulos rectos a & proinde
b per 13 l. 1. cum anguli ad D. sint b ad verticem æquales, vt est A. D. æqualis D. B.
c per 4. l. 6. sic c α. D. æquatur D.β. Sed sunt parallelogramma F. D, D. G. Ergo
d per 34. l. 1. quoque F. C, C. G. sunt d pares) fiat circulus F. M. G. qui basis sit cylindri. Erit hic cylindrus qui quæritur comprehendẽs sua superficie Ellipsim propositam. Sin minus, erit aliquod punctum propositæ Ellipseos extra superficiem ipsius cylindri: ipsum sit
e per 12. l. 1. H. à quo ducatur e perpendicularis H. k. in A. B. diametrum: à puncto vero k. erigatur
f per 11. l. 1. f linea k. L. prioribus iam erectis ab A. D. & B. parallela: & ad L. ducatur f perpendicularis L. M. ad cylindri superficiem, & tandem iungatur M H.

g per 21 l. 1. Conic. ΑΠΟΔ. Quadratum H. k. est g ad rectang. sub A. k, k. B. vt est quadratum N. D seu
h per hypothesim. quadratum æqualis h F. C. ad rectang. sub A. D, D. B. hoc est ad quadratum A. D. Atqui cum D. C. sit non perpendicularis super A. B productis infinite A. B. F. G. ne-
i per 3 lemma præfixũ 13. l. 1. de æquipond. cessariò concurrent,& cum sint lineæ A. F, D.C, B. G. parallelæ, facile probabitur i F.
l per coroll. 4. l. 5. C. ad C. L. & C. L. ad L. G. vt A. D. ad D. k. & D. k. ad k. B. Et inuertendo l L. C ad
m per 18. l. 5 C. F. vt k. D. ad D A. & coniungendo m L. F. ad F. C. vt k. A. ad A. D. demum ex
n per 22. l. 5 æquo n F. C. ad L. G. vt A. D. ad k. B. Proinde sequitur rectangulum o sub F. L, L. G.
o per lemma ad 8. huius. esse ad quadratum F. C. vt rectangulum sub A. k, k. B. ad quadratum A. D. & vicissim
p per 16. l. 5 p rectangulum sub F. L, L. G. esse ad rectangulum sub A. k, k B. vt quadratum F. C.
q per 9. l. 5. ad quadratum A. D. Quia igitur quadratum H. k. & rectangulum sub F. L, L. G. ha-
r per 8 & 17. l. 6. bent ad quadratum A. D. eandem rationem, sunt q ipsa æqualia. Verum idem rectangulum sub F. L, L. G. est r itidem æquale quadrato L. M. Sunt ergo rursus quadrata linearum H. k. & L. M. æqualia,& ipsæ lineę H. k. & L. M. æquales. Sed & parallelæ s sunt, cum ex fabrica ambæ rectos faciant ad puncta k. & L. Iungentes ergo æquales
s per 29. l. 1. & parallelas, lineæ M. H, L. k. sunt t pares & æquidistantes: & proinde H. necessariò
t per 33 l. 1. punctum est in superficie cylindri, sicuti M. Non ergo extra est.

Si vero altera diametrus N. O. fuerit maior, ipsa F. G. ponatur æqualis ipsi F.P. qua diametro describatur circulus, & fiant reliqua vt superius. Descriptus enim hoc circulo cylindrus demonstrabitur capere datam Ellipsim iisdem argumentis quibus mox vsi sumus. Denique sit altera diametrus minor ipsa F G. sitque C. X. id quo F. C. plus potest quam D. N. tum ducatur X. R. æqualis ipsi N. D. & perpendicularis f ad lineã C. X. & plano erecto super planum in quo sunt lineæ A. B, C. D. iungatur R. C. quæ
u per 47. l. 1 possit u & C. X. & X. R. seu semidiametrum N. D. & ideo sit æquales ipsi C. F. ita vt descripta circumferentia diametro F. G. in plano in quo sunt R. C, F. G. transeat per

punctum R. & inclinetur circulus hic R. F. G. ad planum in quo sunt A. F, D. C, B. G. quantitate anguli R. C. X.

ΣΥΜΠΕ. Dico rursus definitum hoc circulo F. R. G. tanquam basi cylindrum, habentem axem D. C. complecti datam Ellipsim.

ΚΑΤΑΣ. Negetur vt prius H. esse in superficie cylindri, & stet κατασκευὴ vt ante, & præterea ducatur [a] L. S. perpendicularis ad F. G. producta vsque ad circumferentiam circuli, & ab S. io L. k. productam cadat [b] perpendicularis S. T. in plano erecto super planum in quo sunt A. B. C. D. [a] per 11. l. 1. [b] per 12. l. 1.

ΑΠΟΔ. Erit tunc quadratum S. T. ad quadratum S. L. vt quadratum R. X. ad quadratum R. C. vt mox probabimus. Atque vt quadratum S. L. [c] ad rectang. sub A. K. k. B. ita C. R. quadtatum ad quad. A. D. vt etiam statim ostendemus. Ex æquo [d] igitur vt quadratum S. T. ad rectang. sub A. k, k. B. ita quadratum R. X. quod æquale quadrato N. D. fecimus, ad quadratum A. D. Sed H. k eodem modo se habet [e] ad idem rectangulum sub A. k, k. B. Sunt igitur H. k. & S. T. æquales. [e] Verum & quoque parallelæ sunt, [f] quia angulos faciunt interiores rectos, scilicet H. k. T. & S. T. k. Eas ergo iungentes T. k, H. S. sunt [g] æquales & parallelæ, ac si punctum S. in superficie cylindri reperitur, etiam H. in eadem esse superficie necesse est, quod fuit probandum. [c] per 21 l. 1. Conic. [d] per 22. l. 5. [e] per 9 l 5. [f] per 29. l. 1. [g] per 33 l 1.

SVPPLEMENTVM DEMONSTRATIONIS.

Iam vt clarius demonstremus quod in dubio reliquimus.

ΚΑΤΑΣ. Imaginemur hic in plano subnigro inesse lineas A. F, D. C, K. L, B. G, C. X. & L. T. circulum vero F. M. G. S. esse in plano albicante, quod subnigrum illud secet ad angulos acutos secus lineam F. G. vltra quam nobis semicirculus occultetur. In circulo vero sint lineæ C. R, L. S, X. R. & S. T. Ab albicante autem plano seu à punctis R. & S. cadent [a] in nigrum planum perpendiculariter ad puncta X. & T. lineæ R. X, S. T. ita vt sint triangulorum rectangulorum R. C. X. & S. L. T. ὑποτείνουσαι R. C. & S. L.

ΑΠΟΔ. Ambæ R. C. & L. S. sunt rectæ ad F. G. & proinde parallelæ, & quia capiunt lineę R. C, C. X. tum S. L, L. T. eandem duorum planorum inclinationem, anguli R. C. X. & S. L. T. sunt æquales. Deinde recti sunt ad T. & X. Trianguli ergo sunt [h] æquianguli, & est [i] T. S. ad S. L. vt X. R. ad R. C. seu quadratum T. S. est ad quadratum S. L. vt quadra. X. R. ad quadratum R. C. Cæterum superius probauimus rectangulum sub F. L, L. G. esse ad quadratum F. C. vt rectang. sub A. K, K. B. ad quadr. A. D. & vicissim rectang. sub F. L, L. G. esse ad rectang. sub A. K, K. B. vt quad. F. C. ad quad. A. D. Quoniam ergo quadratum L. S. est [k] ad rectang. sub F. L, L. G. & hoc rectang. sub F. L, L. G. ad aliud sub A. K, K. B. vt quadratum R. C. ad quad. F. C. & quadratum F. C. ad quad. A. D. sequitur [l] ex æquo quadratum L. S. esse ad rectang. sub A. K, K. B. vt quadratum R. C. ad quadratum A. D. quod fuit tandem probandum. [h] per 32. l. 1. [i] per 4. l. 6 [l] per 22 l. 5

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ex demonstratis assequimur cylindrum fieri rectum si contigerit F. G. æqualis alteri diametro N. O. Nam axis D. C. incidit in planum circuli F. M. G. perpendiculariter. Recte itaque Archimedes subiungit, δῆλον δὴ ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ περιλαμβάνων τὰν ἔλλειψιν ὀρθὸς ἐσσεῖται, ὅκκα ἁ ἑτέρα διάμετρος ἴσα τᾷ διαστάματι τῶν ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἀγμένων ποτὶ τὸν ἄξονα καθέτων. Alij vero recti non sunt: in centro etenim axis D. C. incidit in basim ὀρθῶς. Anguli enim D. C. P. & D. C. F. sunt inæquales, quod accidit quando διάστημα F. P. maius est N. O. Deinde quando minus est, inclinatur D. C. ad planum circuli, qui fit basis cylindri quantitate anguli R. C. X. vt iam diximus.

PROP. XI.

Quod quidem omnis conus ad conum compositam habeat rationem, tam ex ratione basium quam ex ratione altitudinum, demonstratur ab ijs qui ante fuerunt: Eademque demonstratio concludit quod omne segmentum coni ad segmentum coni compositam rationem habet, tum ex basium tum ex altitudinum ratione. Et quod omnis portio Cylindri, tripla est segmenti coni eandem basim habentis quam portio, & eandem altitudinem. Hæc ipsa demum demonstratio ostendit, quod cylindrus triplus est Coni basim habentis eandem cum cylindro, altitudinémque eandem.

ΠΡΟΤ. ΙΑ.

Ὅτι μὲν πᾶς κῶνος ποτὶ κῶνον τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ τῶν βάσεων λόγου καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων, ἀποδείκνυται ὑπὸ τῶν πρότερον· ἁ αὐτὰ δὲ ἀπόδειξις ἐστὶ καὶ διότι πᾶν ἀπότμαμα κώνου ποτὶ ἀπότμαμα κώνου τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἔκ τε τοῦ τῶν βάσεων λόγου, καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων. Καὶ ὅτι πᾶς τόμος κυλίνδρου τριπλάσιος ἐστὶν τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τόμῳ καὶ ὕψος ἴσον. ἁ αὐτὰ ἀπόδειξις ἄπερ καὶ ὅτι ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ κυλίνδρῳ καὶ ὕψος ἴσον.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

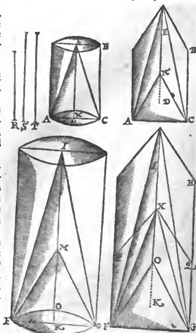
Apud quem veterem authorem hæc demonstratio reperiatur, nondom scitur: verum ita constare potest non tantum de cylindris & conis, sed de qoibuslibet similibus solidis.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sint primum coni vel pyramides similes A. E. C. & I. F. G.

ΣΥΜΠΕ. Dico huiusmodi figuras se habere inter se in ratione composita ex rationibus basis A. N. C. ad basim F. O. G. & altitudinis E. D. ad altitudinem I. K.

ΚΑΤΑΣ. Vt basis est ad basim, ita sit R. ad S. & vt altitudo ad altitudinem, ita fiat S. ad T. Et quoniam bases altitudinesque sunt æquales aut inæquales: primò supponamus altitudines æquales, existentibus basibus quibuslibet.

ΑΠΟΔ. Quoniam súpponimus altitudines æquales, cuiusmodi sunt
a per 11.l.12 D. E. & K. M. conus A. E. C. est[a]
b per 6.l.12 ad conum F. M. G. seu pyramis[b] ad pyramidem, vt basis A. N. C. ad basim F. O. G. hoc est, vt R. ad S. Verũ vt est altitudo ad altitudinẽ seu



par ad parem ita eſt [a] S. ad T. Sũt itaque S. & T. pares, ita vt R. eadem habeat ad T. quã ad S. rationem. Ergo quoque vt conus ad conum ſeu pyramis ad pyramidem, ſic R. ad T. Verum R. eſt [b] ad T. in ratione compoſita ex rationibus R. ad S. & S. ad T. hoc eſt baſis ad baſim, & altitudinis ad altitudinem. Igitur quoque conus eſt [c] ad conum ſeu pyramis A. E. C. ad pyramidem F. M. G. in compoſita ratione, tam ex ea quæ eſt baſis ad baſim, quam ea quę eſt altitudinis ad altitudinem. Iam ſint altitudines inæquales & K. I. maior.

a ex ſabri_ b per 2. lemma ad 4. lo. 2. de ſphæra & cylind. c per 11 l. 5.

ΚΑΤΑΣ. Atque in K. I. ſumatur M. K. æqualis ipſi E. D. Et ſit rurſus baſis A. N. C. ad baſim F. O. G. vt R. ad S. vt autem altitudo E. D. ſeu M. K. ad I. K. altitudinem, ita ſit S ad T.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quippè cum coni ſeu pyramides F. M. G & F. I. G. ſint in eadem baſi, eſt [d] F. M. G. ad F. I. G. ſicut M. K, ad K. I. hoc eſt vt S. ad T. Ergo cum iam A. E. C. ſit ad F. M. G. vt R. ad S. Iamque F. M. G. ſit ad F. I. G. vt S. ad T. Ex æquo [e] eſt A. E. C. ad F. I. G. vt R. ad T. hoc eſt [f] in ratione compoſita ex ratione R. ad S. ſeu baſis ab baſim, & ex ratione S. ad T. ſeu altitudinis ad altitudinem. Cæterum cylindri A. B, F. H. eorum A. E. C, & F. I. G. ſunt [f] tripli, ſeu priſmata A. B. & F. H. ſunt [g] tripla, pyramidum A. E. C. & F. I. G. Ergo cylindri inter ſe eandem habent [h] rationem quàm coni, & priſmata quàm pyramides. Ergo quoque in ratione ſunt compoſita ex rationibus baſium & altitudinum. Cùm autem ex priſmatibus aut pyramidibus ſimilibus, & numero æqualibus componantur omnia corpora ſolida ſimilia: ſequitur [i] quoque ſimilia omnia ſolida rationem habere compoſitam ex rationibus baſium & altitudinum, quod primò fuit demonſtrandum.

d per 14 li. 12 & conclusio patet de pyramidibus per corol 8. lib. 12. & de priſmatibus ac omnibus ſimilib ſolidis per 33 l. 11. e per 22. l 5. f per 10. lib. 12. g per 7 l 12. h per 15. l 5. eidem ſequitur ex 8. l. 12. & ex 33 l. 11.

Porrò concluſio etiam de conis aut cylindris ſcalenis, ſeu de ſolidis parallelepipedis, non rectangulis intelligitur. Propoſitiones etenim Euclideæ de rectis & obliquis corporibus demonſtrantur. Vt autem cæteræ oſtendantur, nobis aliquot ſunt præmittenda lemmata, ſine quibus ſtare demonſtratio non poteſt. Primum erit de ſecunda parte propoſitionis.

ΛΗΜΜΑ Α.

Omne ſegmentum coni, tertia pars eſt fruſti cylindri eaſdem cum ſegmento coni habentis baſim & altitudinem.

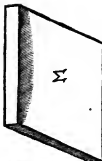
ΕΚΘΕΣ. Sit ſegmentum coni A. k. C. ſuper Ellipſi A. B. C. D. innixum tanquam baſe, & altum linea k. I. Sitque fruſtum cylindri duabus definitum acutianguli coni ſectionibus, altera quidem eadem qua coni ſegmentum nempè A. B. C. D. & altera E. F. G. H. eademque altitudine I. K. elatum.

ΣΥΜΠ. Dico coni ſegmentum eſſe fruſti cylindri tertiam partem, vel cylindri fruſtum eſſe triplum ſegmenti coni.

ΚΑΤΑΣ. Si etenim fruſtum non eſt ſegmenti triplum, maius eſt dicto triplo, aut minus. Sit primo maius, & exceſſus ſit ſolidum Ζ. & in baſi communi fruſto ac ſegmento inſcribatur [a] figura A. B. C. D. maior dimidio Ellipſeos. Hac verò figura tanquam baſi erigatur intra fruſtum cylindri ſolidum parallelepipedum verticem habens figuram E. H, G. F. altitudinem verò K. I. eandem quàm fruſtum aut ſegmentum, hoc maius quidem erit dimidio fruſti. Nam dimidium eſt [b] ſolidi parallelepipedi, quod baſim haberet figuram Ellipſi circumſcriptam, altitudinem verò I. K. nam baſis illius eſſet baſis huius ſubdupla. Rurſus reſiduis baſis ſumantur trianguli A. L. B, B. M. C, & reliqui maiores dimidio reſiduorum, & his adhuc tanquam baſibus priſmata attollantur ad verticem ſegmenti, & in eadem altitudine. Quippè priſmata hæc erunt [b]

a per manifeſt. 2 l 1. de ſphæra & cyl. & corol- epſimo. b per 1 coroll. 7. l. 12. ſecundum Candalã.

plusquam dimidia solidorum residuorum ex cylindri frusto. Sunt enim dimidia parallelepipedorum, quæ basibus describerentur parallelogrammis contentis sub vnaquaque linearum A.B, B.C. & aliarum, ac altitudine triangulorum cuiusmodi est A.ω. & in altitudine k.I. Denique toties sic auferatur plusquam dimidium residui ex frusto cylindri, vt figura parallelepipeda inscripta frusto differat à frusto continente, minori quantitate quàm sit Σ. vt scilicet eadem figura maior adhuc sit triplo coni. Verum eadem basi super qua descripta sit hæc figura, pyramis assurgat ad verticem segmenti coni k.

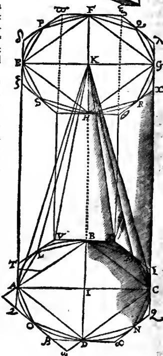


ΑΠΟΔΕΙ. Figura solida parallelepipeda intra frustum Cylindri descripta maior est triplo coni. Atqui pyramis intra segmentum coni, eodem segmento minor est.[a] Ergo figura solida parallelepipeda est multo maior triplo ipsius pyramidis, quod est[b] tamen contra Geometriæ elementa. Absurdum ergo est autumare cylindri frustum maius esse triplo segmenti coni. Verum iam sit minus frustum triplo segmenti, & quidem quantitate Σ.

[a] per 9. com. sent.

[b] contra idem 2. coroll 7.l.12.

ΚΑΤΑΣ. Accirca Ellipsim A.B.C.D. figura conscribatur, & hac figura tanquam basi assurgat parallelepipedum circa cylindri frustum, altum linea k.I. Tum à partibus quibus figura Ellipsi conscripta superat Ellipsim, tollatur plusquam dimidium, & hac figura assurgat rursus parallelepipedum, quo tollatur plusquam dimidium à quantitate, qua primum parallelepipedum superabat frustum cylindri. Et demum hoc pacto semper tollatur plusquam dimidium ab excessu, quo parallelepipedum superabit frustum, quousque excessus ille minor fiat quantitate Σ, & circumscripta figura maneat adhuc minor triplo segmenti coni. Basis ergo huius circumscriptæ figuræ sit τ.γ.β.α, Z.Y.X.V. vertex verò δ.ζ.ι.θ.κ.λ.ξ.π. altitudo demum I.k. Denique pyramis fiat intra segmentum coni hac eadem basi, & altitudine eadem.

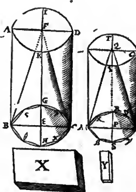


ΑΠΟΔ. Circumscripta frusto figura minor est triplo segmenti coni. Ergo multo minor est triplo pyramidis circum segmentum coni descriptæ. At hoc aduersatur Geometriæ. Ergo & id vnde sequitur, nempè quod frustum cylindri minus sit triplo segmenti coni. Superest ergo vt illi triplo sit æquale, quod fuit probandum pro quarta parte propositionis. Quod autem hic demonstrauimus, intelligi debet, tam de scaleno conò & cylindro, quàm de recto.

ΛΗΜΜΑ B.

Sub eodem fastigio existentia frusta cylindri, vel segmenta coni, sunt inter se sicuti bases.

ΥΠΟΘ. Sint duo frusta cylindri A.B.C.D. & L.M N.O. in æqualibus altitudinibus F.E, & L P. vel sint duo coni segmenta B.F.C. & M.Q.N. in paribus quoque altitudinibus F.E, Q.P.



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico frustum esse ad frustum, vel segmentum ad segmentum, vt basis Ellipsis B.G, C.H. ad basim Ellipsim M.R.N.S.

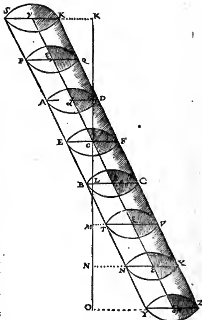
ΚΑΤΑΣ. Quod si negetur. Sit frustum A.C. ad X. corpus vt basis H.B.C. ad basim M.S.N. Erenim X. erit vel maius vel minus frusto L.N. Sit primùm isto frusto minus, & quidem quantitate Y. atque ex frusto L.N. vt superiùs[a] fecimus, tollatur toties plusquam dimidium, quoad figura laterata intra frustum descripta minus distet à frusto, quàm sit Y. sitque idcirco rursus maior corpore X. Basis autem figuræ sit inscripta Ellipsi figura M.α.S.γ. N.δ. R.α. cui similis inscribatur[b] Ellipsi B.H.C.G. quæ sit B.θ.π.κ, C.λ, G.ζ. & hæc fiat quoque basis figuræ lateratæ intra frustum A.B. descriptæ præcedenti similis. *a præcedenti lemmate.* *b per scholiũ manus 2 li. de sphær. & cyl.*

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quia A.C. est ad X. vt Ellipsis ad Ellipsim, & vt Ellipsis ad Ellipsim, sic inscripta figura ad inscriptam: & demum vt inscripta figura ad inscriptam figuram, seu vt basis polygona ad basim polygonam, sic est[c] parallelepipedum ad parallelepipedum: *c per coroll. 2.7.d.12.* sequitur[d] vt A.C. ad X. sic esse lateratam figuram, seu parallelepipedum descriptum in *d per 11.l.5.* A.C. ad aliud inscriptum ipsi L.N. Et vicissim[e] A.C. erit ad parallelepip. in seipso in- *e per 16 l.5.* scriptum, vt X. ad parallelepip. aliud in L.N. deformatum. Verum A.C. frustum[f] est *f per 9. com. sent.* maius primo parallelepipedo: ergo X. maius erit parallelepipedo in L.N. descripto, quod tamen factum est maius ipso corpore X. Sit iam X. maius frusto L.N. Nam quia A.C. est ad X. vt basis B.H.C. ad basim M.S.N. erit inuertendo[g] X. ad A.C. vt *g per coroll 4.l 5.* M.δ.N. basis ad B.H.C. basim. Cùm verò sit L.N. minus corpore X. erit[h] sicut X. *h per 14 l 5.* ad A.C. seu basis M.S.N. ad basim B.H.C. sic L.N. ad aliquid minus cylindri frusto A.C. quod tamen ex prima demonstrationis parte impossibile est. Ergo X. nec maius *i per 7 li. 5.* nec minus est frusto L.N. sed æquale: & proinde vt basis ad basim, sic A.C. erit[i] ad L. *l per præc.* N. quod fuit ostendendum. Atqui segmenta conorum sunt[l] subtripla frustorum *lemma.* cylindri. Ergo sunt inter se vt frusta, hoc est sicuti basis ad basim.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Si cylindri frustum plano secetur parallelo oppositis planis: erit portio ad portionem, vt altitudo ad altitudinem.

ΥΠΟΘ. Sit frustum cylindri A.C. cuius extremæ Ellipses parallelæ sint A.D, B.C. his autem æquidistanti plano E.F secetur in frusta A.F, F.B. Denique per centrum G. transeat linea perpendicularis in oppositas Ellipses, quæ sit H.G.L. distinguens fru-



ſtorum altitudines, nempè G.H. fruſti A.F. & G.L. alterius F.B.

ΣΥΜΠΕ. Dico fruſtum cylindri A.F. eſſe ad fruſtum F.B. vt altitudo H.G. ad altitudinem G.L.

ΚΑΤΑΣ. Linea traiecta per centra α.G β.(cùm enim ſint ι.G, A.α. & B.β. æquales ſemidiametri & paralleli, ac iuncti linea recta ι.B.

a per 34.13. 29 l 1. T. erit [a] quoque linea recta α.G.β.) producatur vtrinque ad γ.δ. puncta, & in α.γ. ſumantur partes α.ξ. & ξ.γ. ſingulæ pares vni G.α. tum in β.δ. capiantur tres portiones æquales ſingulæ alteri G.β. &

b per 3. problema huius. in punctis γ.ξ.ζ.ι.δ. fiant [b] Ellipſes æquales ſingulæ alteri ex duabus A.α.D. vel B β.C. iiſdemque parallelæ, & circa eas tandem intelligatur extendi ſuperficies fruſti cylindri A.C. & fiant fruſta E.D, A.Q, Q.S. æqualia: Tum alia E C, C.T, T.X, X.Y. quoque paria. Etenim ſi altitudines G.L, G H. extendantur, incident rectè in diametros P.Q, R.S. punctis I.k, & in alios T.V, N.X.Y.Z punctis M.N.O. Nam iſtę diametri ſunt parallelę ex hypotheſi, aliis A.D, E.F, B.C. cum quibus facit angulos rectos linea H.L. quæque proinde cum illis reliquis angulos quoque rectos efficiet. Erunt idcirco H.I, I.K. & aliæ partes lineæ k. O. altitudines omnium fruſtorum. Sunt verò altitudines G.H, H.I, I.k. æquales: cùm enim in triangulo γ.G.k. latera γ.G, & G.k. ſecentur lineis

c per 2 l. 6. & 1. lemma præfixũ ad 13. li 1. de æquip. ξ.Q & α D. parallelis baſi γ.K. ſecantur [c] proportionaliter, & vt G.α α.ξ ξ γ. ſunt aſſumptæ æquales, ſequitur quoque illas altitudines eſſe pares. Similiter probabimus altitudines G.L, L.M, M.N, N.O. æquales. Cùm igitur tria fruſta F.A, A.Q, Q.S. ſint in æquali altitudine, ſunt inter ſe æqualia, ſicuti baſes, quibus inſiſtunt, ſunt æquales. Pari ratione fruſta E.C, C.T, T.X, X.Y. ſunt æqualia.

ΑΠΟΔ. Quotuplum eſt fruſtum δ.F. fruſti A F. totupla eſt altitudo K.G. altitudinis H.G. Et quotuplum eſt fruſtum E.Z fruſti E.C. totupla eſt G.O. ipſius G.L. Si itaque altitudo k.G. ſuperet, vel adæquet altitudinem G.O. vel tandem ab ea deficiat, etiam

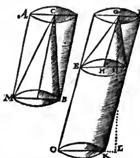
d per 6. defin. l 5. fruſtum S F. ſuperabit, vel adæquabit fruſtum E.Z aut ab ipſo deficiet. Sequitur [d] inde vt H.G. ad G.L. ſeu altitudo ad altitudinem, ita eſſe fruſtum A.F. ad fruſtum F.C. quod fuit probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Idem ſequeretur, ſi dixerimus ſe habere ſicuti diametros. Vt eſt enim α.G, ad G.L, ſeu diameter ad diametrum, ſic eſt [c] H.G. ad G.L. ſeu altitudo ad altitudinem.

ΛΗΜΜΑ Δ.

Quæ inæqualibus fuerint baſibus fruſta cylindri, aut ſegmenta coni, ſunt inter ſe ſicuti altitudines.



ΥΠΟΘ. Sint[a] frusta cylindrorum A.B. & F. E. seu segmenta conorum C. M. B. & G. E. N. in basibus, vel Ellipsibus æqualibus M. D. & E. N. *a per 3. & 9 subsid. huius.*

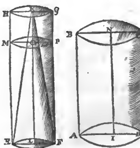
ΣΥΜΠ. Dico frustum A. B. esse ad frustum F. E. seu segmentum C.M.B. ad segmentum F.E. N. vt altitudo C.D. ad altitudinem G.I.

ΚΑΤΑΣ. Fiat I.L. altitudo æqualis altitudini C. D. & in plano in quod eadit I.L. sumatur Ellipsis æqualis ipsi E.H.N. & tandem intelligatur frustum cylindri E. k. in eadem altitudine, æqualique basi, quàm frustum A.B.

ΑΠΟΔ. A.B. frustum est[b] ad E.k. frustum, vt basis M.B. ad basim O.K. sed sunt bases M.B. & O.K. æquales: Ergo sunt frusta A.B. & E.k. paria. Atqui frustum E.k. est[c] ad E.F. frustum, vr L.I. ad I.G. Ergo A.B. frustum est ad E. F. frustum, vt L.I. seu vt C.D. ad G.I. Et quia cylindri frustorum sunt coni segmenta subtripla: est quoque ex[d] consequenti coni segmentum M.C.B. ad segmentum coni G.E.N. vt basis ad basim: quod fuerat probandum. *b per lemma 2. c per lemma præced. d per 15. l. 5.*

ΛΗΜΜΑ E.

Cylindrorum æqualia frusta, vel conorum æqualia segmenta habent reciprocas bases verticibus: & quæ reciprocas bases habent verticibus, illa sunt æqualia.



ΥΠΟΘ. Sint æqualia cylindrorum frusta A.B. C.D, & E.F.G. H. quorum altitudines sint N.I. & k L.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico bases seu Ellipses, quarum sunt diametri A.D, & F.E. reciprocas esse altitudinibus.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam altitudines sunt, aut æquales, aut inæquales: si æquales sunt. bases quoque sunt[e] æquales, quia ex hypothesi frusta sunt æqualia. Si inæquales fuerint, sit k.L. maior, in qua sumatur L O. æqualis ipsi N.I. & acto[f] per O. plano parallelo basi, fiat frustum M. F. *e per lema 2. f per coroll. 15. l. 11.*

ΑΠΟΔΕΙ. Vt k.L. ad O.L. seu ad N. I. sic[g] E.G. frustum, hoc est A.C. ad E.P. frustum: At sicut A.C. ad E.P. sic[e] basis A.D. ad basim E.F. Sicut igitur L.k ad L.O. seu ad N.I. sic[h] reciprocè basis A.D. ad basim E.F. Sit rursus reciprocatio basium & altitudinum. *g per 4. lema. h per 11. l. 5.*

ΑΠΟΔ. Sit ergo vt basis A.D. ad basim E.F. sic k.L. ad N.I. hoc est ad O.L. Atqui vt basis A.D, ad basim E.F. sic[e] A.C. frustum, ad E.P. frustum. Ergo vt k.L. ad O.L. sic A.C, ad E.P. Verum vt k.L. ad O.L. sic est[g] quoque E G, ad E.P. Ergo A. C. & E. G. habent ad E.P. eandem rationem, & proinde sunt[i] æqualia frusta, quod fuit probandum. *i per 7. li. 5.*

Porrò quod de cylindrorum frustis probatum est, subintelligendum quoque est de conorum segmentis, cùm sint[l] illorum subtripla. *l per lemma 1.*

C.F. vt Z.O. ad O.R. & viciſſim [a] B.C. ad Z.O. vt C.F. ad O. R. Eſt [b] itaque C.F. ad O.R. vt B D. ad Z.T. Suntque proinde C.F & O.R. congeneç, & conſimiles diametri: ad eoſque axes K.L, M.N. angulos æquales faciunt: ita vt anguli C.K.L, O.M.N. ſint æquales, ſed eſt C.K. ad O.M. vt B.K. ad Z.M. & ergo vt K L. ad M.N. Trianguli itaque C K.L, & O.M.N. ſunt [c] æquianguli, eſtque [d] K.L. ad L.C, vt M.N, ad N.O. Et permutando [a] K.L ad M.N. vt L.C. ad N.O. Verum vt K.L. ad M.N. ſic fuit B.L. ad Z.N. Eſt ergo B.L. ad Z.N. vt C.L. ad O.N. & viciſſim [a] B.L. ad L.C. vt Z.N. ad N.O. Cùm ergo B.C. ſit ad B.L. vt O.Z. ad Z.N. & B.L. ad L.C. vt Z.N. ad N.O, erit ex æquo [e] B.C, ad C.L, vt Z.O, ad O.N. Sicque trianguli B.C.L, & O.Z.N. ſunt [f] æquianguli, & laterum homologorum. Hoc modo probauimus omnes facies triangulares vnius pyramidis ſimiles faciebus alterius. Vnde fiet vt agnoſcantur [g] ſimiles pyramides, & eſſe [h] pyramidem B.D.L. ad pyramidem Z.T.N. in ratione triplicata lateris B.C. ad latus Z.O. hoc eſt B.D. ad Z.T. hoc eſt, vt ſegmentum B.D.L. ad X. corpus. Et viciſſim [i] erit pyramis B.D.L. ad ſegmentum B.D.L. vt pyramis Z.T.N. ad X. Eſt; autem illa pyramis ſuo ſegmento minor: Eſt [l] igitur hæc quoque pyramis corpore X. minor. At maior facta eſt. Abſurdum ergo eſt dicere X. minus ſegmento Z.T.N. Ponamus iam X. maius ſegmento Z.T.N. Nam cùm conus B.D.L. ſit ad X. in triplicata ratione B.D. ad Z.T. hoc eſt ſicuti pyramis B.D.L. ad ſimilem pyramidem Z. T. N. erit [m] conuertendo X. ad ſegmentum B.D.L. vt pyramis Z.T.N. ad pyramidem B.D.L. Sed ſi fiat vt eſt X. ad ſegmentum B.D.L. ita ſegmentum Z T.N. ad aliquod corpus, erit hoc aliquod corpus minus ſegmento B.D.L. Proinde vt pyramis Z.T.N. ad pyramidem B. D. L. ſic eſt ſegmentum Z.T.N. ad aliquod corpus minus ſegmento reliquo B.D.L. quod eſt abſurdum ex prima demonſtrationis parte. Itaque X. nec minus nec maius eſſe poteſt ſegmento Z.T.N. ſed æquale. Ad ipſum ergo ſegmentum Z.T.N. habet quoque aliud ſegmentum [n] rationem triplicatam dimetientium B.D. ad Z.T. ſeu A.G. ad E.I. ſeu denique axis K.L. ad axem M.N. quod fuerat probandum.

Portò quam rationem habent inter ſe ſegmenta coni, eandem retinent [o] fruſta cylindri, cùm hæc illorum tripla ſint. [p]

a per 6. l. 5. b per 11 l. 5. c per 6 l. 6. d per 4. l. 6. e per 22 l. 5. f per 5 li. 6. g per 10. definit. l. 11. h per coroll. 8 l 12. i per 9. commun. ſent. l per 14. l. 5. m per coroll. 4. l. 5. n per 7 l. 5. o per 15. l. 5. p per lemma 1. huius.

ΠΡΟΤΑ. ΙΒ.

α. Εἴκα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀρθογωνίου κώνου κωνοειδέος τομὰ αὐτὰ τὰ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα· καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἀχθέντος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον. Εἰ δὲ καὶ τμηθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

β. Εἴκα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἢ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά.

PROP. XII.

Si rectangulum conois plano ſecatur per axem, vel æquidiſtanter axi, ſectio erit rectangulæ conoidis ſectio, eadem quæ comprehendit figuram: diameter verò ipſius erit communis ſectio planorum, & eius quod ſecat figuram, & eius quod per axem ducitur rectum ad planum ſecans. Et ſi ſcindatur plano recto ad axem, ſectio circulus erit centrum habens in axe. 1. Coroll.

Si amblygonia conois plano ſecatur per axem, vel æquidiſtanter axi, vel per verticem coni comprehendentis conoidem, ſectio erit amblygonij coni ſectio. 2. Coroll.

Et si quidem per axem eadem erit quæ comprehendit figuram: sed si æquidistanter axi, similis erit ipsi. Si autem per verticem coni conoidem comprehendentis, non erit similis. Cæterum diameter sectionis erit communis sectio planorum, & eius quod secat figuram, & eius quod per axem ducitur rectum ad planum secans. Si secatur recto plano ad axem, sectio circulus erit centrum habens in axe.

Εἰ μὲν διὰ τοῦ ἄξονος, αὐτὰ τὰ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα· εἰ δὲ καὶ παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾷ. Εἰ δὲ καὶ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου, τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, οὐχ ὁμοία· διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τε τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἴκα τμηθῇ ὀρθῷ τῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

3. Si sphæroidearum figurarum aliqua plano secatur per axem, vel æquidistanter axi, sectio erit acutianguli coni sectio. Et siquidem per axem, ipsa erit quæ comprehendit figuram, Si verò æquidistanter axi, similis ipsi. Diameter verò sectionis erit illa communis planorum, & eius quod secat figuram, & eius quod ducitur æquidistanter axi, recto ad secans planum. Si porrò secatur plano recto ad axem; sectio circulus erit centrum habens in axe.

γ· Εἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτεροῦν ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά. Εἰ μὲν καὶ διὰ τοῦ ἄξονος, αὐτὰ ἁ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα. Εἰ δὲ καὶ παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾷ. Διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τε τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος, ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἰ δὲ καὶ τμηθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

4. Denique quibuslibet dictarum figurarum plano sectis per axem, lineæ à punctis, quæ in superficie figuræ sunt, non in ipsa sectione, perpendiculares ductæ ad planum secans, intra figuram sectionis cadunt. Harum autem omnium facilè est dare demonstrationes.

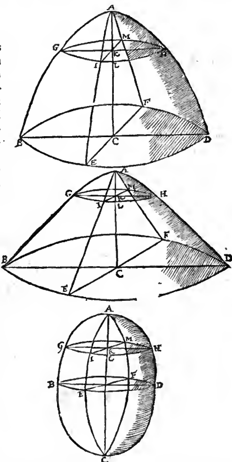
δ. Εἴκα τῶν εἰρημένων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, αἱ ἀπὸ τῶν σαμείων τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, μὴ ἐπὶ τᾶς τομᾶς ἐόντων, κάθετοι ἀγμέναι ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, ἐντὸς πεσοῦνται τᾶς τοῦ σχήματος τομᾶς. Τούτων δὲ πάντων φανερόν ἐντι αἱ ἀποδείξιες.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Multa passim Archimedes facillima supponit, quæ vel à se alibi, vel ab alijs demonstrata sua ætate constabant, quæ postea cum temporum iniuria perierint, aut nondum in lucem prodierint, nobis iam negorium facessunt. Eiusmodi sunt quæ hic proponuntur, quæque cùm ex professo à quoquam veterum ἀποδεικτικῶς tradita nullibi legantur, à recentioribus Geometris expetunt, vt sibi aliquid lucis afferatur, nec illis satis sit dicere, τούτων δὲ πάντων φανερὰ ἐστὶ αἱ ἀποδείξεις. His imprimis summus Geometra Commandinus patrocinatus est, cuius nunc vestigia sequuti eadem nostra quantulacumque opera tuebimur.

ΛΗΜΜΑ Α.

Quæcumque conois vel sphærois per axem secetur, redditur eadem coni sectio, ex cuius circumuolutione nata est exposita, vel conois, vel sphærois, estque redditę sectionis diameter linea communis duobus planis, & figuram secanti, & illi, quod per axem figuræ actum, super secante plano erigitur.



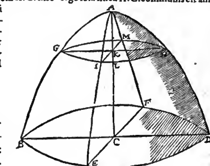
ΘΕΣΙΣ. Sit conois quęlibet, vel sphærois A.B.C.D. cuius axis A.C. per quē plano secetur, fiatque sectio E.A.F.C.

ΖΗΤΗΣ. Dico factam sectionem eandem esse ac figuram, ex qua constituta est, eiusque diametrum esse communem lineam plano figuram secanti per axem, & alij, quod actū per axem figurę, rectū statueretur ad illud planum secans.

ΚΑΤΑΣ. Intelligatur esse A.B.C.D. sectio, qua reuoluta tota figura constituta est.

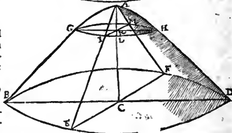
ΑΠΟΔ. Etenim si ipsa A.B.C.D. reuoluatur, quoad incidat in locum sectionis A.E.C.F. aut tota toti conueniet, aut ab ipsa A.E.C.F. discrepabit. Si conueniat, eadem est A.E C.F. ac ipsa A.B.C.D. quod intendimus, & vtriusque idem diameter est: Si discrepet aliqua parte, sequetur aliquid in conoide fuisse, quod non constitum fuerit transitu ipsius A.B.C.D. quod est inconueniens. Cæterum vtrumque planum se-

b per 3 l. 11. eans figuram agitur per axem A.C. hæc ergo sola linea A.C. communis est amborum planorum sectio: Atqui portionis A. E. C.F. diameter est A. C. Ergo huiusce sectionis diameter est ambobus planis secantibus linea cõmunis, quod fuit probandum.



ΛΗΜΜΑ Β.

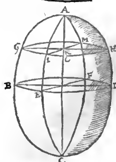
Conoide vel sphæroide secta plano ad axem perpendiculari, fit sectione circulus, centrum habens in axe.



Diuidatur conois vel sphærois plano ad axem A. C. perpendiculari occurrente in puncto k, & sit sectio G.L.H.I.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico G.L.H.I. esse circulum.

ΚΑΤΑΣ. Etenim per axem A. k. C. planum agatur faciens sectionem E. A. C. F. occurrentem secanti plano perpendiculari ad axem in punctis I. & M. ad quæ à puncto k. ducantur lineæ k.I, & k.M.



ΑΠΟΔ. Cùm enim ex reuolutione sectionis B.A. C. D. in constitutione figuræ, factus sit[b] circulus, cuius radij sunt C.B, C.E, C.D. æquales, & cui A.C. perpendicularis est, sequitur[c] lineas k.G, k.I, k H. parallelas esse radijs præcedentibus C. B, C.E, C. D: Proinde ordinatim ducuntur k G, k.I, & k.H. in sectionibus B.A.D. & I. A.M. & quisque trium radiorum æqualium C.B, C.E, C.D. habet[d] ad quamlibet sibi parallelam lineam, ex tribus k.G, k I, k.H. eandem rationem. Vnde patet[e] vt sint & hæ & illi æquales, & sit[f] itaque circulus G.I.H.M, quod fuerat propositum.

b per 15. definit. l. 1.

c per 29. l. 1.

d per 10. & 21. l. 1. conic.

e per 7. l 5.

f per 9. l. 3.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Quibuslibet dictarum figurarum plano sectis per axem, lineæ à punctis, quæ in superficie figuræ sunt, non in ipsa sectione perpendiculares ductæ ad planum secans, intra figuram sectionis cadunt.

ΥΠΟΘ. Sit quæuis conois A.B.C. cuius axis B.D, per quem acto plano secetur, fiatque sectio A. B. C. D. quæ figuram constituit. In superficie autem figuræ sumatur,

quoduis punctum E, non quidem in sectione, à quo in planū conoidem per axem secās, perpendicularis agatur [a], quæ sit E F. [a per 11 l. 11]

ΣΥΜΠ. Dico E. F. intra sectionem cadere.

ΚΑΤΑΣ. Si enim non cadit intra, cadat vel in ipsam sectionem in G, vel extra sectionem in F. Et per punctum H. agatur aliud planum præcedenti & axi perpendiculare, quod secet rursus figuram: fiet [b] enim circulus, cuius diameter G. K. seu duorum secantium planorum intersectio, & centrum H à quo perpendicularis excitetur [c] ad planum sectionis A.B. C. versus circumferentiam circuli, quæ sit H.I, necessario [d] parallela alij E. F: Tum à puncto E: in ipsam H.I. perpendicularis quoque cadat [e] E.I. [b per præcedens. c per 12 l 11 d per 29. l. 1 e per 12. l. 1. f per 34. l. 1.]

ΑΠΟΔ. Erit enim quadrilaterum F.E.I.H, rectangulum, & F. H, æqualis [f] ipsi E.I. Atqui E.I. intra circulum ducitur, eumque secat, quia cum E. sit in circumferentia circuli, vel est ipsummet punctum, in quod attollitur perpendicularis H.I, & sic habemus quod quærimus, quia perpendicularis incidit intra sectionem: vel est aliud, ita vt E.F, & ex consequenti H I. sint minores semidiametros circuli. Est ergo E.I, & ex [g per 7. l 3.] consequenti H.F, minor quoque semidiametro H.G. sed esset æqualis si perpendicularis E.F. caderet in G. seu in sectionem, vel maior si caderet extra sectionem: cadit ergo intra, quod fuit probandum.

ΑΛΛΩΣ.

Sit punctum L. loco præcedentis E.

ΚΑΤΑΣ. Agatur quoque planum vt superiùs, ita vt fiat circulus, in cuius periferia sit punctus L. & ducantur L.K, L.G. Nam cadet [h] in diametrum K.G. perpendicularis L. [h per 8. l. 6.] N. & ita intra sectionem. Aut si hoc non suffecerit, cadat si potest, vel in k. vel in G. vel in M. extra sectionem.

ΑΠΟΔΕΙ. Cùm sit angulus K.L. G. rectus, sequeretur si perpendicularis cadit in k. vel in G. triangulum habere posse duos angulos, quorum quisque sit rectus, quod est [i per 32 l 1.] absurdum [i]. Aut cùm angulus L.k.M. sit [l] recto maior, si rursus angulus L.M.k. sit ex [l per 13. l. 1.] perpendiculari, tres anguli trianguli L. M. k. maiores erunt duobus rectis. ὅ καὶ ἄτοπον ἐστιν ἐν τῇ γεωμετρίᾳ. Atque hoc modo quartam partem propositionis demonstrauimus.

ΛΗΜΜΑ Δ.

Si parabolica conois secatur æquidistanter axi, fit parabole, eadem nempè ei quæ figuram comprehendit: estque diameter ipsius communis sectio planorum, & eius, quod secat figuram æquidistanter axi, & eius, quod per axem figuræ ducitur perpendiculare ad illud planum secans.

ΥΠΟΘ. Sit rectangula seu parabolica conois A.B.C. ipsius axis A.D. cui æquidistans ducatur planum O.M.P. secans conoidem. Agatur rursus aliud planum per axem A. D. perpendiculare ad planum O.M.P. & ipsum secans rectò secundum lineam M.N.

ΣΥΜΠΕ. Dico sectionem O.M.P. in conoide factam esse parabolem eandem cum [m per 1. lemma.] ea quæ figuram comprehendit, eiusque diametrum esse M.N. [n per 33 l 1. vel 49 l. 1. Conic.]

ΚΑΤΑΣ. Secetur rursus conois plano per axem, fiatque [m] sectio A.B.C. eadem quæ figuram constituit, & ducantur [n] A.ω & M.ι. tangentes sectionem A.B. C. tum in se-

ctione O.M.P. sumantur duo quæuis puncta T.& S. à quibus

a per 12.l.1. & præced. lemma 3. in axem M.N. agātur[a] perpendiculares T.Q,S.R. deinde per

b per 31 l.1. puncta R.Q. ducantur[b] duæ θ.R.ε. & β.Q.δ. tangenti M ι. parallelę. Rursus per eadem agantur[b] aliæ duæ X.R.π. & V.Q.ρ. æquidistantes alteri tāgenti A.ω. Adhuc intelligantur plana secus lineas S.R, & Q.T. agi secantia conoidem, & inter se parallela, ac lineæ A.ω. Nam quia perpendiculariter secant M.N. quę est axi A.D. parallela, ipsum axem perpendiculariter quoque secabunt[c], & proinde æquidistabunt perpendiculari A.ω. Sectiones itaque factæ ab

c per 29 l.1.

d per lemma proximum. istis planis erunt[d] circuli, quorum diametri forent V.Q.Z.ρ.& X.R.Y.π. & in quorum ergo circumferentijs, cùm sint puncta T.& S. in extrema sectione sumpta, lineæ T.Q,S R. erunt ad ipsas diametros V.ρ.& X.π. perpendiculares, nam planum O.M.P.

e per 8.l.6. sumptum est æquidistans axi A.D. Ita vt quadratum lineæ T.Q. æquale sit[e] rectangulo sub V.Q,Q.ρ. vti quadratum S.R. par est rectangulo sub X.R, R.π. Denique sumatur A.λ. æqualis ipsi M.R, & alia A.μ. par lineæ M.Q, & perpendiculariter erigan-

f per 11.l.1. tur[f] λ.ξ. & μ.ν.

g per 46. l. 1. Conic ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam linea M.ι. tangit parabolem θ.B.A.C. lineæ θ.ε.& β.δ. bifariam secantur[g] punctis R.& Q. Proinde M.R. diameter est[h] paraboles θ.M.ε. & M.Q. dia-

h per coroll. 51 l 1 Con. meter est[h] alterius sectionis β.M.δ.& est[i] Q.M. ad R.M. sicuti quadratum lineæ β.Q.

i per 20.l 1. Conic. ad quadratum θ.R. Est[l] autem quadratum β.Q. seu rectangulum sub β.Q,Q.δ. ad rectangulum sub V.Q,Q.ρ. sicuti quadratum M.ω. ad quadratum A.ω. Eadem ratione

l per manifest 1. huius & 17. l.3 Conic quadratum θ.R. est[l] ad rectangulum sub X.R,R.π. vt idem quadratum M.ω. ad quad. A.ω. Ita vt quadratum β.Q. sit ad rectangulum sub V.Q,Q.ρ. sicuti quadratum θ R. ad rectangulum sub X.R, R.π. Et permutando[m] quadratum β.Q. est ad quadratum θ.R.

m per 16. l.5. hoc est[i] linea M.Q. ad lineam M. R. vt rectangulum sub V.Q, Q.ρ. seu[n] quadratum

n per fabricam. T.Q. æquale, ad rectangulum sub X.R,R.π. vel[n] ad quadratum S.R. æquale. In summa vt M.Q, ad M.R, sic quadratum Q. T, ad quadratum S.R. Ergo sectio O.M.P, est[o] parabole, cuius diameter est M.N. Porrò quod eadem sit cum ea quæ figuram

o per 1. lemma ad 3 l.2. de æquip comprehendit, hinc patet quod sint parabolæ omnes similes. Deinde rectangulum sub V.Q,Q.R. est[p] æquale quadrato μ.ν. & aliud sub X.R, R.π, par est[p] quadrato λ.ξ.

p per coroll. lemm. 2. ad 4 huius. Proinde quadrata T.Q & S.R. æqualia sunt duobus λ.ξ.& μ.ν. Tum æquales sunt partes diametrorum M.R, A.λ,& M.Q. A.μ. Sequitur[q] ergo ambas sectiones O.M.P, &

q per problema 1. huius. B.A.C, esse easdem, quod fuit probandum. Atque sic primæ propositionis conclusioni satisfecimus.

ΛΗΜΜΑ Ε.

Si recta linea duobus punctis secatur, fueritque rectangulum ex partibus vnius sectionis æquale rectangulo ex partibus alterius, erunt ipsæ partes inter se æquales, maior maiori, minorque minori.

ΥΠΟΘ. Diuidatur A.B. in C. & D. ita vt fiat rectangulum sub A.C, C.B. æquale rectangulo sub B.D, D.A.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. D. & C. B. esse æquales, tum A. C. parem alteri D. B.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur A. B. bifariam in E.

ΑΠΟΔ. Rectangulum sub A. C, C. B. hoc est, sub A. D, D. A. cum quadrato E. C. est a æquale quadrato E. B. Verum quadrato A. E. seu quadrato E. B. est a quoque æquale rectangulum sub B. D, D. A. cum quadrato D. E. Sunt b itaque rectangulum sub B. D, D. A. & quadratum E. C. æqualia rectangulo sub B. D, D. A. & quadrato D. E. Et si vtrinque substuleris rectangulum sub B. D, D. A. manebit c quadratum E. C. æquale quadrato E. D. & linea E. C. æqualis lineæ E. D. quæ rursus ablatæ ab æqualibus A. E, E. B. relinquent c duas A. D, C. B. æquales, quarum denique vtraque addita eidem D. C. faciet d D. B. & C. A. pares, quod fuit probandum.

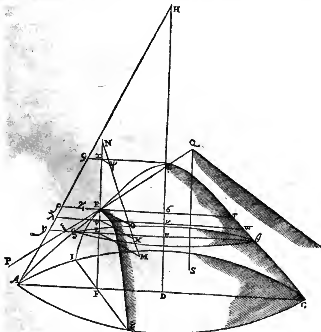
a per 5. l 2.
b per 1. commun. sent.
c per 3 commun. sent.
d per 2. commun. sent.

ΛΗΜΜΑ ς.

Si hyperbolica conois plano secatur æquidistanter axi, sectio erit hyperbole similis illi quæ figuram descripsit, eiusque diameter erit communis intersectio planorum, & eius quod figuram secat, & eius quod ducitur per axẽ rectò ad planum secans.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius axis B. D. per quem agatur planum, fiatque e hyperbole conoidem constituens A. B. C. & cui æquidistãti plano priori illi per axem acto perpendiculari secetur conois, sitque amborum secantium planorum communis intersectio E. F.

e per 1. lemma praeced.



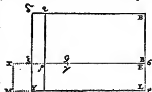
ΣΥΜΠ. Dico sectionem quæ fit plano axi parallelo esse hyperbolem, & similem illi A. B. C. qua scilicet figura comprehenditur, & ipsius diametrum esse lineam E. F.

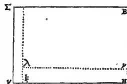
reliquis enim punctis vtriusque sectionis idem erit iudicium. Quod vt demonstremus, prius animaduertendum est, y. ν. maiorem esse[a] linea λ. ν. & L. M. excedere sibi parallelam X. V. Excessus ergo priorum sit y. ξ. posteriorum M. ω. Deinde ρ. ε. eadem ratione superat lineam G. B. sit itaque ὑπεροχὴ ρ. γ. *a per 2. & 4. l 6.*

ΑΠΟΔ. Horum excessuum y. ξ. æqualis ostendetur ipsi M. ω. Nam ex triangulorum similitudine, vt H ν. ad ν y. ita H ν. ad ν. λ. & conuersione[b] rationis, vt H. ν ad ν. y. sic est ν. ν. ad y. ξ. Eadem ratione sic est V. L. ad M. ω. vt L. N. ad L. M. hoc est vt H. B. ad B. G. vel vt H. ν. ad ν. y. Proinde vt ν ν. ad y. ξ. sic est V. L. ad M. ω. & vicissim[c] vt ν. ν. æqualis est ipsi V. L. sic est æqualis y. ξ. quartæ M. ω. quæ sit prima conclusio. *b per coroll. 19. l 5. c per 16 l. 5*

Tum vt probauimus ν. ν. esse ad y. ξ. sicuti H. ν ad ν. y. vel vt H. B. ad B. G. ita probabimus B. ε. esse ad ρ. γ. vt H. B. ad B. G. Proinde vt ν ν. ad y. ξ. sic est[d] B. ε. ad ρ. γ. & rectangulum sub extremis ν. ν. ρ. γ. æquale est facto sub medijs y. ξ. B. ε. quæ sit secunda conclusio. *d per 11 l 5.*

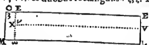
Rursus M. L. excedit y. ν. quantitate æquali ipsi ρ γ. qua ε. ρ. superat B. G. Nam rectangulum sub M. L, L. E. æquale est quadrato k. L. hoc est rectangulo sub z. L, L. θ. addamus vtrinque æqualia illi, nimirum quadr. E. ε. huic vero quadratum L. ν. manebunt rectangulum sub M. L, L. E. & quadratum E. ε. æqualia rectangulo sub z. L, L. θ. & quadrato L. ν. Atqui quadrato E. ε. par est[e] rectangulum sub ρ. ε, ε. B. tum rectangulo sub z. L, L. θ. & quadrato L. ν. æquale est[f] quadratum z. ν. hoc est ε rectangulum sub y. ν, ν. B. Proinde rectangula sub M. L, L. E. & sub ρ ε, ε. B. æquantur rectangulo sub y ν, ν B. Atqui rectangulum sub ρ. ε, ε. B. totum continetur in rectangulo sub y. ν, ν. B. Tollatur ergo illinc rectangulum sub ρ. ε, ε. B. hinc vero pars rectanguli sub y. ν, ν. B. illi æqualis: remanebit enim rursus rectangulum sub M. L, L. E. æquale residuo ex rectangulo sub y. ν, ν B. nempe id quod fit ex y. ν, ν. ε. & quod continetur sub ν. B. excessu quo y. ν excedit ε. ρ. Quod quidem residuum vt clarius pateat, subijciatur oculis propria figura, nempe rectangulum y. B. sub y ν, ν. B. Et diuisa ν. B. in ε. ducatur à puncto ε. linea ε. ρ. parallela ipsi y. ν. & æqualis ipsi ε. ρ. vt appareat rectangulum ρ. B. diuidaturque ε. ρ. in ε: γ. æqualem ipsi B. G. & γ. ρ Quoniam vero rectangulum ρ. B. deficit à rectangulo y. B. toto y. ε. & ρ. δ. comprehenso sub ρ. ι. æquali ipsi B. ν. & ι. δ. æquali excessu quo y. ν. superat ρ. ε. sequitur rectangulum sub M. L, L. E. æquale esse his rectangulis y. ε. & ρ. δ & proinde tale rectangulum applicatum ad lineam E. L. longitudinem efficiet L. M. maiorem quam ν. y. sitque excessus M. y. ita vt iam rectangulum, habeamus M. E. æqualem duobus y. ε. & ρ. δ. Si proinde commune y. ε. substulerimus manebit M. ζ. æquale ipsi ρ. δ. Et itaque erit[g] ζ. y. seu ν. ε. ad ζ. ρ. hoc est ε. B. vt ρ. ζ. ad y. M. vel vt excessus quo y. ν. excedit ε. ρ. ad excessum quo M. L. superat y. ν. & componendo B. ν. erit ad ε. B vt ρ. ν. ad ζ. ν. seu M. y. atqui ostēdimus[h] ε. B. esse ad ρ. γ. vt ν. ε. ad ε. ρ. & eadē ratione sic quoq; est B. ν. ad excessum y. ν. supra B. G. qui hic notatur linea ζ. γ. Ita vt sit B. ν. ad ζ. γ. vt B. ε. ad ρ. γ. & vicissim B. ν. ad B. ε. vt ζ. γ. ad ρ. γ. Ergo quoq; ρ. κ. est[i] ad ζ. κ. vt ζ. γ. ad ρ γ. & rectangulum sub ρ κ. & ρ γ. est[k] æquale rectangulo sub ζ. κ, ζ. γ. Vnde fit vt κ ζ. seu M. y. seu excessui quo M. L. superat ν. y. sit[l] æqualis ipsi ρ. γ. seu excessui lineæ ε. ρ. supra rectum latus B. G. Et sit item κ. ρ. seu excessus quo M. L. superat ρ. ε. æqualis ipsi ζ γ. seu excessum quo ν. y. excedit G. B. Tertia conclusio. Tandem rectangulum sub y. ν, ν. B. est æquale rectangulo sub λ. ν, ν. B. cum duobus rectangulis altero sub ν. ν, ν. λ. altero sub ν. B. seu y. Σ. æquali & excessu y. ξ. vt ex figura sic probo. Sint duæ ν. y. secta in ξ. & ν. B. insecta: erit[m] enim rectangulum y. B. æquale duobus ξ Σ. & ξ. B. Atqui ξ. B. componitur ex binis ν. λ. & λ. B. Ergo y. B. æquale est tribus λ. B, ν. λ. & ξ. Σ. vt dicebamus. Huic autem rectangulo y. B. seu contento sub y. ν, ν B. æquale est[n] quadratum z. ν. seu rectangulum ρ sub Z. L, L. θ. cum quadrato L. ν. seu denique rectangulum sub M. L, L. E. cum quadra-





e per 2. problema huius
f per 5. l 2.
g per 16. l. 6
h Discursu 2. conclus.
i per 5. lemma praced.
l per 1. l 2.
m per 8 l. 6.

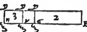
a per 2. problema huius to L. ν Rectangulo vero sub λ ν, ρ. B par est a quadratum μ. ρ. seu b rectangulum sub μ. V. V. π. & quadratum V. ρ. hoc est bb quadrata φ. V. & V. λ. Ergo rectangulum sub M. L, L. E. cum quadrato L. ν. est æquale quadratis φ. V, V. ρ. & duobus rectangulis ρ. ξ, ξ. Σ. *b per 5. l. 2. bb per 8. l. 2.*



Atqui duo quadrata L. ν. & V. ρ. sunt æqualia, quia lineæ sunt æquales His ergo sublatis remanebit rectangulum sub M. L, L. E. æquale quadrato φ. V. & binis rectangulis ρ. ξ, ξ. Σ. Atqui, vt hac figura patet rectangulum sub M. L, L. E. est æquale rectangulis sub E. V, V. X. & sub X. V, V. L. atque sub E. L. & M. ω hoc est tribus E. X, X. L. & ω θ. Itaque hæc tria sunt æqualia rursus quadrato φ. V. & binis rectangulis λ. ξ, ξ. Σ. Quarta conclusio.



c per 2. conclusionem. Fiat hic ν y. ea longitudine qua in potiori figura est, & producatur in L. ea quantitate vt sit y. L. æqualis excessui ρ γ. sic habebimus c veram longitudinem lineæ M. L. Erigatur perpendicularis ρ. ν & perficiantur rectangula λ. y. & M. V. cum sint ν ρ. & L. V. æquales. Erit enim rectangulum M. V. æquale rectangulo sub y. ν, ν. ρ. & eo quod fit sub ν. λ. seu V. L. & L. y.



seu excessu quo M. L. superat y. ν. Atqui λ. ρ. minor est quam y. ν. Sit ergo hic ρ. λ. & à puncto λ. demittatur perpendicularis in y. ν. punctulis apparens. Sic enim videbitur rectangulum sub M. L, L. V. æquale rursus rectangulo sub λ. ρ, ρ. ν. & iis quæ fiunt sub ρ. ν. ac excessibus lineæ M. L. supra y ν. & ipsius ν. y. supra λ. ρ. nempe λ y. & y. ρ. Quinta cōclusio.

Adpingatur etiam hic linea B. ν. & ipsi perpendicularis erigatur æqualis excessui ξ. y. notenturque puncta σ. & ρ. perficianturque parallelogramma, vt appareat rectangulum sub B. ν. ξ y. æquale d rectangulis sub tribus partibus B. σ, σ. λ, ρ. ν. & ξ. y. nempe B, y, σ. y, ν. y. Sexta conclusio. *d per 1. l. 2.*

Conferamus iam hæc rectangula sub B ν. ξ. y. illis sub L. M, ν. λ. Etenim quod fit hic sub ρ. ν. ξ. y. illic quoque est: notenturque ambo numero 1. Deinde rectangulum sub B. σ, ξ. y. æquale est e extensum rectangulo sub ρ. ν, ρ. γ. Atqui ρ. γ. est f æqualis excessui quo M. L. excedit ν. y. qui illic est linea L y. Proinde hic rectang. sub B. σ, ξ. y. est æquale illic rectangulo y. V. notenturque ambo numero 2. Denique medium hic sub σ. ρ. & ξ. y. æquale est contento sub E. V. æquali ipsi ν. σ. & M. ω. pari ff ipsi ξ. y. Reperitur vero hoc rectang. sub E. V, M. ω. in tertia præcedenti figura: notentur ergo ambo numero 3. Hinc sequitur rectangulum sub M. L, L. V. excedere rectangulum sub λ. λ. ρ ν. duobus rectāgulis sub B. σ. ξ. y. & sub ρ. ν, ξ. y. Et si iunxerimus ipsi sub λ ρ, ρ. ν. rectāgulum sub E. V, M. ω. tunc rectangulum sub M. L, L. V. superabit rectangula sub λ. ρ, λ. ν. & sub E. V, M. ω. toto rectangulo sub B. ν. ξ. y. Proinde rectangnlum sub M. L, L. V. cum alio sub E. V, M. ω. est æquale duobus rectangulis sub λ. ρ, ρ. ν. & sub B. ν. ξ. y. Septima conclusio. *e Secunda conclusione. f Tertia cōclusione. ff prima conclusione.*

His conclusionibus positis facile erit reliquum euincere. Nam cum quadratum φ. V. cum rectangulis sub λ. ρ, ρ. ν. & B. ν. ξ. y. sit g æquale tribus rectangulis sub E. V, V. X, & sub X. V, V. L. & denique sub E. L, M. ω. sunt h vero rectangula sub λ. ρ, ρ ν. & sub B. ν, ξ. y. æqualia duobus sub M. L, L. V. & sub E. V, M. ω. quibus sunt æqualia quoque hæc duo sub X. V, V. L. & sub E. L, M. ω. vt figura tertia præcedenti patet, sequitur sublatis vndiquaque æqualibus, remanere quadratum φ. V. æquale rectāgulo sub E. V, V. X. Atqui eidem rectangulo sub E. V, V. X. est i quoque æquale quadratum T. V. Ergo φ. V. quadratum quadrato T. V. est æquale, & linea φ. V. æqualis lineæ T. V. quod fuerat probandum. *g Quarta conclusione. h Ex 7. conclusione. i per fabricam.*

Igitur sectio in conoide facta hyperbole est: imo similis ei quæ conoidem constituit, seu sectioni A. B. C. Nam cum factum sit M. L. esse ad L. N. vt G. B. ad B. H. Vt vero M. L. ad L. N. ita sit O. E. ad E. N. & E. O. ad E. N. vt G. B. ad B. H. hoc est rectum latus ad transuersum. Sunt l ergo sectiones similes. Tum factæ in conoide diameter est, E. F. quæ omnia fuerant probanda.

l per schol. 18 definit. bmus.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc collegimus latus transuersum E. N. sectionis conoidis, excedere latus transuersum B. H. sectionis comprehendentis conoidem, duplo lineæ B. σ.

ΚΑΤ. Quoniam enim in triangulis rectangulis y. ν. H. & M. L. N. est [a] M. L. ad L. N. vt y. ν. ad ν. H. Est [b] vero M. L. maior quam ν. y. erit quoque L. N. maior quam ν. H. linea ergo L. N. vspiam secat G. B. infinito protensam secet in X. & ducatur X. ψ. parallela ipsi M. L. & hic ambo trianguli referantur proprio diogrammate.

ΑΠΟΔ. Nam quia vt H. B. ad B. G. sic H. ν. ad ν. y. est [c] conuersione rationis B. ν. ad excessum quo ν. y. superat B. G. vt H. B. ad B. G. Rursus quia N. X. est ad X. ψ. vt N. L, ad L. M. erit etiam X. L. seu B. ν. ad excessum quo L. M. excedit X. ψ. vt N. L. ad L. M. hoc est vt H. B. ad B. G. Ergo B. ν. habet eandem rationem ad vtrumque excessum, nempe ad eum quo ν. y. superat G B. & eum quo M. L. superat X. ψ. sunt itaque hi excessus æquales. Verum L. M. superat [b] σ. ρ. eodem & pari excessu quo ν. y. excedit B. G. Proinde L. M. superat vtramque duarum ψ. X. & ρ. σ. pari excessu. Sunt ergo æquales ψ. X. & ρ. σ. Cum itaque trianguli H. ρ. σ. & N. X. ψ. sint similes, & ρ. σ. æqualis sit ipsi X. ψ. sunt quoque N. X. & H. σ. æquales, à quibus tolle H. B. communem, manebunt N. H. & B σ. pares. Verum B. σ. est æqualis ipsi X. E. Ergo N. H. & X. E. quibus N. E. seu transuersum latus sectionis I. E. ξ. superat B. H. transuersum latus sectionis A. B. C. duplæ sunt simul vnius B. σ. quod fuit probandum. Quamuis igitur ob situm planum triangulus N. L. M. in potiori figura decurtetur, hic veram eius quantitatem oculis & rationi subiectam habes.

a per 4. l. 6
b per 3. conclusione.
c per coroll. 29. l. 5.

ΛΗΜΜΑ ζ.

Si conois hyperbolica plano per verticem coni ipsam continentis conoidem, ducto secarur: fit hyperbole, dissimilis illi quæ figuram complectitur, eiusque diameter est linea communis duobus planis & illi secanti, & ei quod per axem conoidis ducirur perpendiculare ad prius illud secans per verticem coni conoidem comprehendentis eductum.

ΥΠΟΘ. Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius diametet D. B. conus comprehendens I. G. ω. per cuius verticem G. agatur planum quod conoidem secet non æquidistanter axi, faciatque in conoide sectionem κ. E. λ. Rursus agatur aliud planum per axem conoidis B. D. perpendiculare ad præcedens planum, amborumque sectio sit E. F.

ΣΥΜΠ. Dico sectionem κ. E. λ. esse hyperbolem dissimilem sectioni A. B. C. quæ comprehendit conoidem: eiusque diamertum esse lineam E. F.

ΚΑΤΑΣ. Sumantur in ipsa sectinne dun puncta L. & M. à quibus in lineam E. F. & planũ in quo A. B. C. perpendiculares agantur [a] M. O. & L. N. Tũ per puncta E. & B. duæ lineæ B. K. & E. H. tangant [b] sectionem A. B. C. Atque harum tangentium primæ B. K. parallelæ [c] ducantur Y. ω. & R. T. per puncta O. & N. secundæ vero E. H. æquidistantes pnnantur V. X. & P. Q. per eadem puncta O. & N. quod fiet, quia E. F. in plano est in quo A. B. C. sectio. Rursus per lineas R. T, Y. ω. agantur plana perpendicularia ad planum in quo A. B. C. sectin & ad lineam E. F. & ergn parallela basi A. C. seu tangenri B. K. ita vt fiant sectinnes circuli centris ζ. S. in qunrum circumferentijs sint puncta L. & M. quia sunt L. N & M. O. itidem perpendiculares ad E. F. Demum per E. punctum agatur planum perpendiculare ad A. B. C. planum qund secet conoidem æquidistanter axi, sitque [d] sectio hyperbole similis sectinni A. B. C. cuius sit diameter E. θ. secans lineam R. T. in η. ob angulos rectos tam planos quam lineares, quns supponimus. Et randem à punctn η. erigatur perpendicularis η. ψ. vsque ad circumferentiam circuli R. L. ψ. θ. Denique fiat G. Z. æqualis ipsi G. E. & G. ε. par alteri G. B. vt sint [e] ambarum sectionum κ. E. λ. & A. B. C. transuersa latera E. Z. & B. ε. agatur postremo E. X. perpendiculariter in B. D. Et fiat E. φ. dupla ipsius X. G. vt sit [f] E. φ. transuersum quoque latus sectionis, cuius diameter E. θ.

a per 11 l. 1. & 3 lemma præced.
b per coroll 37 l. 1. Con
c per 31 l. 1.
d per lemma præced. quod est 6.
e per 50 l. 1. Conic.
f per proximum coroll.

ΑΠΟΔ. Quoniam tangenti E. H. parallelæ sunt V. X. & P. Q. eas secat [g] E. F. bifariam in punctis N. & O. Estque sectionis P. E. Q. diameter E. N. & transuersum latus E. z. Cumque P. N. & V. O. ducantur ordinatim in sectione P. E. Q. quadratum P. N. est [h] ad quadratum V. O. vt rectangulum sub z. N, N. E. ad rectang. sub z. O, O. E. Atqui quadratum P. N. seu rectangulum sub P. N, N. Q. est [i] ad rectangulum sub R. N, N. T. vt quadratum E. K. ad quadratum K. B. Tum rectangulum sub V. O, O. X. hoc est quadrarum V. O. est [i] ad rectangulum sub Y. O. & O. ω. etiam vt quadratum E. K. ad quad. K. B. Proinde quadratum P. N. est ad rectang. sub R. N, N. T. vt quadrarum V. O. ad rectangul. sub Y. O, O. ω. Atqui his rectangulis sub R. N, N. T. & sub Y. O, O. ω. sunt [l] æqualia quadrata L. N. & M. O. Ergo rursus quadratum P. N. est

g per 47 l. 1 Conic.
h per 21. l. 1 Conic.
i per manifestum 1 huius & 17. l. 3. Conic.
l per 8. l. 6

est ad quadratum L. N. vt quadratum V. O. ad quad. M. O. Et vicissim [a] vt quadratum P. N. ad quadr. V. O. sic est quadr. L. N. ad quadr. M. O Verum fuit [b] vt quad. P. N. ad quad. V. O. sic rectang sub z. N, N. E. ad rectang. sub z. O, O. E. Ergo vt rectang. sub z. N, N. E. ad rectang. sub z. O, O. E. sic est [c] quadratum L. N. ad quadr. M. O. Idcircoque sectio ν. E. λ. est [b] hyperbole, cuius est diameter E. F. Cæterum quod dissimilis sit alteri A. B. C. sic statuitur. Quoniam sectio circa diametrum E. φ. est [d] hyperbole similis ipsi A. B. C. sectioni rectangulum sub R. ν, ν. T. hoc est quadratum ψ. ν. est ad rectangulum sub E. ν, ν. φ. vt rectum latus sectionis ad transuersum. Similiter quad. L. N. est ad rectang sub E. N, N. z. vt rectum latus sectionis ad transuersum. Atqui ratio quadrati ψ. ν. ad rectang. sub E. ν, ν. φ. componitur [e] ex rationibus ψ. ν. ad ν. E. & ψ. ν. ad ν. φ. Et rursus ratio quadrati L. N. ad rectang. sub E N, N. z. componitur [e] ex rationibus L. N. ad N. E. & L. N. ad N. G. Atqui illæ componentes, his sunt maiores. Nam ψ. ν. primo maior est ipsa L. N. quia rectang. sub R. N, N. T. inæqualioribus partibus (cui æquale est quadratum L. N.) minus est [f] rectang sub R. ν, ν. T æqualioribus (cui par est quadr. ψ. ν.) Tum N. z. maior est quam ν. φ. quia iam N. E. est [g] maior parte ν E. Et X. G. semissis transuersi lateris E. φ. minor est [g] linea E. G. semisse transuersi lateris E. z. ita vt tota N. z. maneat maior quam ν. φ. Maior ergo ψ. ν. ad ν. E. maiorem rationem habet [h] quam L. N. ad eandem ν. E. Atqui eadem L. N. ad minorem ν E. maiorem rationem habet [h] quam ad N. E. Ergo multo maiorem habet rationem ψ. ν. ad ν. E. quam L. N. ad N E. Eadem ratione ψ. ν. maiorem habet rationem ad totam ν. φ. quam N. L. ad N. z. Ergo ratio quadrati ψ. ν. ad tectangulum sub E. ν, ν. φ. maior est, ratione quadrati L. N. ad rectang. sub E. N, N. z. Ergo quoque rectum latus sectionis, cuius diameter E. T. ad transuersum, hoc est rectum latus sectionis A. B C. quæ figuram cõstituit, ad transuersum latus B. σ. in maiori ratione est, quam rectum latus sectionis ν. E. λ. ad transuersum E. z. Sectio itaque ν. E. λ. non est [i] similis ei quæ constituit figuram, quod fuerat probandum. Sic tandem satisfecimus secundæ parti præcedentis propositionis.

a per 16 l. 5 / b per 21. l. 1 Conic. / c per 11. l. 5. / d per præcedens lema. / e per 23. l. 6 / f per lemma 5 ad 8. l. 2. de sph. & cylind. / g per 47 l. 1 / h per 8. l. 5 / i per schol. 18. defin. huius.

ΛΗΜΜΑ Z.

Si sphæroidearum figurarum aliqua plano secatur æquidistanter axi, sectio erit Ellipsis similis ipsi quæ figuram comprehendit. Diameter vero sectionis erit illa communis planorum, & eius quod secat figuram, & eius quod ducitur æquidistanter axi recti ad planum secans.

ΥΠΟΘ. Sit Elliptica conois A. B. C. D. cuius axis B. D. Et secetur duobus planis, altero acto æquidistanter axi quod faciat in conoide sectionem E. k, F. S. altero vero ducto per axem & illi perpendiculari, faciente sectionem A. B. C. D. eandem quæ figuram constituit. Sit demum amborum planorum secantium communis occursus linea E. F.

ΣΥΜΠΕ. Dico sectionem E. k, F. S. esse Ellipsim similem illi A. B. C. D. quæ comprehendit figuram, eiusque diametrum esse E F.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur in sectione aliquod punctum k. & ab eo in E. F. demittatur [l] perpendicularis k. L. quæ etiam recto incidat [m] in planum A. B. C. D. Per L. linea ducatur quæ æquidistet tangenti B. H. prius ductæ [n] & occurrenti alteri tangenti C. H. in puncto H. Iungatur B. C. & à puncto F. parallela ipsi C. B. ducatur quæ in O. occurrat lineæ E O. parallelæ alteri B. H. Denique à puncto P. assurgat [o] perpendicularis P. Q. vsque ad circumferentiam sectionis E. Q, F. S. Et tandem planum agatur rectũ [p] ad planum sectionis A. B C. D. per lineas A. L. N. & L. k. faciens circulum in conoide centro M. necessario circumferentia sua tangens punctum k. quia k. L. est perpendicularis ad idem planum cui rectum est planum circuli.

l per 11. l. 11 & 3. lem. / m per corol. 38. lib. 11. / n p. 49 l. 2 seu p. 36. l. 1. Conic. / o per 12 l. 1. / p per 4. l. 11

a per 8 l. 6. ΑΠΟΔ. Quadratum k. L. est a rectangulo sub A. L, L. N. æquale. Atqui hoc rectangulum sub A. L, L. N. est b ad rectangulum sub E. L, L. F. vt quadratum B. H. ad quadratum H. C. Est ergo quadratum k. L. ad rectangulum sub E. L, L. F. vt quadratum B. H. ad quadratum H. C. Verum quia O. F. est parallela vni B. C. & E. F. alteri H. C. anguli triangulorum B. C. H, O. F. E. sunt c æquales, & vt B. H. ad H. C. ita est d O. E. ad E. F. Proinde rursus quadratum k. L. est ad rectangulum sub A. L, L. N. vt quadratum O. E. ad quadratum E. F. Quodcumque vero randem punctum sumpseris in sectione E. k, F. S. vt Q. perpendicularemque demiseris Q. P. ad E F. eundem semper consequeris effectum. Proinde sectio est e Ellipsis: & est f ipsius altera diameter E. F. altera vero B O. Et si fuerit P. punctum medium ipsius E. F. erit P. Q. æqualis semissi ipsius E. O. Cæterum quadratum semidiametri B R. sectionis figuram comprehendentis est g ad quadratum R. C vt quadratum H. C. ad quadratum B. H. hoc est vt quadratum E. F. ad quadratum E. O. Et proinde B. R. erit ad R. C. seu B. D. ad S. C. vt E. F. ad E. O. similes sunt h itaque Ellipses, quod fuit probandum.

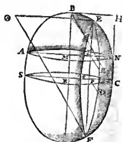
b per manifestum 1. huius.

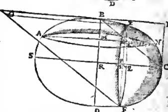
c vt probabitur per 29. lib. 1.

d per 4. l. 6.

e per 11 l. 1

g per schol. defini. 18. huius.

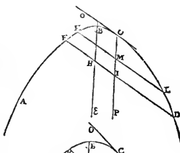


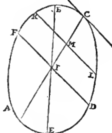


Atque hoc pacto tertiæ propositionis parti prouidimus, & tandem totam propositionem sartam tectam fecimus.

ΛΗΜΜΑ.

Lineæ in sectione coni obliquè ad axem ductæ parallelam ducere, quæ coni sectionem tangat.





ΕΚΘ. Detur coni sectio A. B. C. D. cuius axis B. E. & obliquè ad ipsum agatur linea K. L.

g per 31 l. 1 ΚΑΤ. Huic k. L. ducatur g parallela F. D. secenturque ambæ k. L, F. D.

h per 16. l. 1 bifariam h linea I. M. quæ transeat in

i per 44. l. 2 Conic. C. punctum. vt sit i I. C. diameter sectionis F. C. D. à puncto demum C. agatur C. O. parallela ipsi k. L.

ΣΥΜΠ. Dico C. L. tangere sectionem.

ΑΠΟΔ. Etenim C. I. est k diameter sectionis, & sunt F. D, k. L. ordinatæ

l per defin. 12 l 1. con. in sectione. l Proinde C. O. tangit m

m per 32 l. 1. Conic. sectionem.

ΠΡΟΤ. ΙΓ.

Εἴκα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ μήτε διὰ τοῦ ἄξονος, μήτε παρὰ τὸν ἄξονα, μήτε ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀπὸ τᾶς γινομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τε τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον· ἁ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐσσεῖται τῷ διαστήματι ταῖν ἀχθεισαῖν παρὰ τὸν ἄξονα ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς μείζονος διαμέτρου.

PROP. XIII.

Si rectangula conois plano secetur, non quidem per axem neque æquidistanter axi, neque ad rectos angulos cum axe, sectio erit acutianguli coni sectio: diameter vero ipsius maior erit linea concepta in conoide ab intersectione facta planorum, eius scilicet quod secat figuram, & eius quod ducitur recto per axem ad planũ secans. Minor vero diameter æqualis erit distantiæ linearum ductarum æquidistanter axi, ab extremis diametri maioris.

Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius axis B. D. seceturque duobus planis, altero quidem neque per axem ducto, neque æquidistanter axi, neque ad angulos rectos cum axe, quod sectionem faciat E. Y, F. V. altero per axem immisso, quod & recto incidat in planum E. Y, F. V. secundum rectam E. F. hyperbolemque reddat A. B. C. qua figura constituatur. Ab extremis autem lineæ E. F. ducantur duæ aliæ E. X. & F. H. parallelæ axi, & à puncto E. in F. H. incidat [a] perpendicularis E. H. quæ ambarum E. X. & F. H. distantiam notet.

ΣΥΜΠ. Dico sectionem E. Y, F. V. esse Ellipsim, eiusque maiorem diametrum esse E. F. minorem E. H.

ΚΑΤΑΣ. In obliqua sectione capiatur punctus quilibet K. à quo in E. F. lineam & in planum [b] in quo sectio est A. B. C. perpendicularis cadat K. L. [c] Contingant [d] demum sectionem A. B. C. lineæ T. B. & T. N. quarum alteri T. B. parallela ponatur O. L P. altera vero T. N. æquidistet lineæ E. F. occurratque diametro in M. Et à puncto N. demittatur N. R. recto in B. D. axem. Denique à puncto S. medio lineæ E. F. assurgat [e] catherus S. V. ad sectionem vsque & per S transeat adhuc linea Q. S. R. parallela ipsi O. P. ac per ambas lineas punctaque K. & V. seu per [f] lineas L. K. & S. V. agantur plana quæ sectiones faciant [g] circulos, in quorum periferijs necessario sũt pũcta K. & V.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quadratum lineæ L. K. æquale erit [h] rectangulo sub O. L, L. P. Et quad. lineæ S. V. æquale erit [h] rectang. sub Q. S, S. R. Atqui rectang sub O. L, L. P. est [i] ad rectang. sub E. L, L F. vt quadr. B. T. ad quad. T. N. Ergo quadr. K. L. est [l] quoque ad rectang. sub E. L, L. F. vt quadr. B. T. ad quadr. T. M. hoc est, vt quad. B. T. ad quad. T. M. Vt enim R. B, B. M. sunt [m] æquales, ita pares sunt [n] N. T, T. M. Quoniam autem trianguli E. F. L, M. B. T. angulos habent ad B. & L. rectos, tum æquales ad T. & A. ex parallelarũ E. L, B. T. & E. F, T. M. proprietate, [o] est & vt B. T. ad T. M. sic L. E. ad E. F. [p] vt quadrata illarum, sic harum quadrata. Proinde quadratum K. L. est ad rectangulum sub E. L, L. F. vt quadrat. H. E. ad quadrat. E. F. Idem demonstrabimus de perpendicularibus omnibus demissis à quibuslibet sectionis punctis.

a per 12. l. 1.
b per coroll. 19. l. 12.
c per 12 l 11 & 13. lemma ad 12. huius.
d per 31 l 1 Conic. & lemma proximum.
e per 11. l 1.
f per 19. l. 11
g per 2. lemma ad præcedent.
h per 14 l. 2.
i per manifestum 1. huius.
l per 7. l 5.
m per 35 l. 1. Conic.
n per 2 l 6.
o per 19 l 1
p per 4. l 6

a per 21.1.5. b per 15.1.5. c per 7.1.5. d per 21.1.1 Conic.

Nam cum quadratum V. S. Sit ad rectang. sub E. S, S. F. hoc est ad quadratum E. S. vt quadrat. T. B. ad quadr. T. N. hoc est a vt quadr. H. E. ad quadrat. E. F. linea V. S. erit ad E. S. seu b dupla V. S. nempe tota diameter minor erit ad totum E. F. vt H E. ad eandem E. F. Vnde sequitur c duplam V. S. seu totam semidiametrum minorem, esse æqualem ipsi H. E. Quod fuit probandum. Ergo sectio E. Y, F. V. est d Ellipsis cuius maior diameter est E. F. subtendens angulum rectum H. & maximum trianguli E. H. F. minor vero erit E. H. opposita acuto angulo E. F. H.

PROP. XIV.

Si obtusiangula conois plano secatur coincidente in omnia coni latera conoidem comprehendentis non rectis ad axem angulis: sectio erit acutianguli coni sectio: diameter vero maior ipsius erit concepta in conoide à sectione facta planorũ, alterius quidem secantis figuram, & alterius acti per axem recto ad planum secans.

ΠΡΟΤ. ΙΔ.

Εἴκα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς μὴ ποτ᾽ ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀπὸ τᾶς γινομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τε τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

ΥΠΟΘ. Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius axis B. Q. adiecta axi R. B. conus conoidẽ cõprehẽdẽs V. R. X. secetur conois plano e ad axem obliquo quod & transeat in vtraque coni V. R. X. latera, & fiat in conoide sectio E. Z. D. S. alio rursus plano transeunte per axem, & rectò ducto ad prius planum secans, fiat sectio A. B. C. figuram constituens, f amborum denique planorum secantium occursus sit linea E. D.

e per 1. lemma ad 12. huius. f per 3 l. 11. g per 11. l. 11 & 3. lemma ad 12. huius. h per 2 lemma ad 12. huius. i per lemma ad 13. huius. l per 2. l. 2. m per 14. l. 2. & 8 l. 6. n per manifestum 1 huius. o per 21. l. 1 Conic.

ΣΥΜΠ. Dico sectionem E. Z. D. S. esse Ellipsim, cuius maior diameter sit E. D.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur in sectione obliqua punctum O. à quo demittatur g in lineam E D. & ex consequenti in planũ in quo est A. B. C. sectio, perpẽdicularis O. N. & per N. O. ducatur planum L. N. M. rectum ad axem B. Q. & ad planum A. B. C. vt centro P. & diametro L. M. fiat h circulus in cuius periferia sit O. Deinde à puncto B. ducatur i tãgens G. B. parallela lineæ L. N. M. ducatur & alia tangens F. G. parallela ipsi E. D. & occurrens axi in H. rursus demittatur l F. I. perpendicularis in axem, & iungatur F. B.

ΑΠΟΔ. Vt est rectãg. sub L. N, N. M. hoc est m quadr. O. N ad rectãgulũ sub E. N, N. D. sic est n quadr. B. G. ad quadr. G. F. Idẽ probabitur de reliquis omnib. parallelis demissis à sectione in E. D. Ergo sectio oblique facta est o Ellipsis, eiusq; maior diameter est E. D.

cum sit G. F. maior quam B. G. Nam cũ in triangulo H.I.F. basi I. F. sit æquidistans G. B. vt H. B. ad B. I. ita [a] H. G. ad G. F. At vero H. B. minor est [b] ipsa B. I. ergo H. G. minor est quarta G. F. Atqui H. G. maior est quam G. B. multo ergo minor est B. G. ipsa G. F. Respondet autem G. F. maiori diametro, G.B. respondet minori. Ergo E.D. parallela ipsi G. F. est maior diameter, quod fuit probandum. a per 2. l. 6 b per 36. l 1. Conic. c per 47. l 1

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vltimis verbis huius propositionis subiungit Archimedes ὁμοίως καὶ δῆλον ὅτι ἐστὶ τᾶς τ. ρ. ἐν τῷ τῷ ἀμβλυγωνίου κώνου διάμετρος πάσας μείζων τᾶς α. ς. κ. quorum verborum nullus est sensus qui conueniat: propterea inquiebat Abbas Maurolicus, secundus quem tulit Sicilia Archimedes, Commãdino scribens, verba hęc ex corollario quod pro secunda diametro addiderat author, irrepsisse in finem propositionis, ascripta quadam ignota manu, Potuit autem esse eiusmodi.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Si à punctis E. & D. parallelæ lineæ ducantur, altera ipsi B. G. nempe E. K. altera iuncta F. B. nimirum D. K. Erit E. K. minor diameter sectionis.

ΚΑΤΑΣ. Diuidâtur E. D. bifariam puncto T. & assurgat huic perpendicularis T. S. vsque ad sectionem: tum agatur per T. linea Y. ω. ad axem perpendicularis, & ideo ipsi B. G. parallela, ducaturque planum per ambas lineas Y. ω. & T. S. quod fit [d] necessario perpendiculare ad axem & ad planum A. B. C. vt fiat [e] circulus centro ω. in axe. d per 19. l 1 e per 2. lēma ad 12. huius.

ΑΠΟΔ. Etenim cum in triangulis B. G. F. & K. E. D. sint latera G. F, D. E. parallela, tum G.B, E. K. denique reliqua F. B. & D. k. probabimus facile angulos æquales & latera proportionalia. Vt igitur [f] tangens F. G. ad tangentem G. B. sic D. E. ad E. k. Verum ostendam facile quadratum S. T. esse [g] ad rectangulum sub E. T, T. D. hoc est ad quadratum E. T. vt quadratum F. G. ad quad. G. B. Proinde linea S. T. hoc est semidiameter minor est ad T. E. semidiametrum maiorem vt F. G. ad G. B. hoc est [h] vt D. E. ad E. k. Ergo & tota D. E. erit ad duplum ipsius T. S. vt eadem est ad E.k. Sunt [i] igitur dupla T. S. & E. k. æquales. Atqui dupla T. S. est minor sectionis diameter. Ergo E. k. est quoque semidiameter minor, quam quærebamus. f per 4. l. 6. g per man. 2. huius. h per 11. l 5 i per 7. l 5.

ΠΡΟΤ. ΙΕ.

Εἴκα κα τὸ παράμακες σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ, μὴ ποτ᾽ ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ ἀπὸ τᾶς γινομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

PROP. XV.

Si oblonga sphærois plano secetur non recto ad axem, sectio erit acutianguli coni sectio: diameter vero ipsius maior erit concepta in sphæroide sectio duorum planorum, eius scilicet quod secat figuram, & eius quod ducitur per axem recto ad planum secans.

ΥΠΟΘ. Sit oblonga sphærois A. C. B. D. quæ ad axem A. B. primum oblique secetur plano sectionem faciente I. Y, H. S. tum per eundem axem alio plano quod Ellipsim A. C. B. D. faciat, quæ figura constituitur quodque rectò intersecet planum præcedens secundum lineam I. H.

ΣΥΜΠΕ. Dico sectionem I. Y. H. S. esse Ellipsim, eiusque maiorem diametrum esse I. H. ΚΑΤΑΣ. Sumatur in sectione I. Y, H. S punctũ N. à qua demittatur [l] in lineã I H. l per 11. l. 11 & 1. lēma ad 12. huius.

seu in planũ in quo est sectio A.C.B.D.perpẽdicularis N. O. ac per O. lineam O. N. transeat planum sphæroidem secans,& incidẽs secundum lineam P. Q. ad rectos angulos in planum A. C. B. D. vt fiat circulus centro z. in cuius periferia sit pũctum N. Iam lineis I. H, P. Q. parallelæ ponantur [a] duæ tangentes altera alteri M. L, L. A.& occurrat M. L. cum ex A. B. in puncto K. demum agatur F. E. G. parallela ipsi I. H. per E. centrum figuræ. Et diuidatur I. H. bifariã in R. vnde assurgat [b] perpendicularis R. S. ad circumferentiam sectionis, ac demum per R. S. transeat planum T.x. præcedenti parallelum acto per O. N. & circulum constituente intra sphæroidem, cuius erit semidiameter R. S.

a per lemma ad 13. huius.

b per 11 1.

ΑΠΟΔ. Vt in præcedentibus quadratum N. O. est ad rectang. sub I. O,O.H. & quadrat. A. L. ad quad. L.M.quod cum sit de omnibus alijs sectionis punctis sequitur [c] sectionem I. Y. H. S. esse Ellipsim. Deinde cum C. E. D. sit minor diameter expositæ sphæroidis,est F.E.G. linea maior diametro C. D. Atqui rectang. sub F. E, E. G. seu quadr. F. E. est rectangulo sub C. E, E. D. vel quadrato C. E. sicut quadratum M. L. quadrato L. A. Ergo M. L. est maior quam L. A. Et vero rursus quadratum I. R. ad quadratum R. S. maximæ nempe perpendicularis quæ à sectione ducatur in planorum interfectionem,seu in I.H. vt quad. M. L. ad quadratum L. A. Est igitur I. R. maior quam R. S. & tota diameter I. H. maior duplo R. S.Maior itaque diameter natæ Ellipseos ex obliqua sectione est I. H. minor vero dupla lineæ R. S.

c per 21 1. Conic.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

In præcedenti figura iungatur A. M.& à puncto I. agatur parallela ipsi A. L.iunctæ vero A. M. alia trahatur parallela à puncto H. quæ incidat in præcedentem puncto V. Etenim cum I. H. sit reliquæ M.L. æquidistans,fiet triangulus H. I. V. homologorum laterum.

ΣΥΜΠΕ. Dico lineam I. V. esse secundam diametrum præcedentis Ellipseos.

ΑΠΟΔ. Etenim superius probabitur I. H. habere ad I. V. eandem rationem, quam habet ad duplam R. S. diximus autem R. S. esse secundam diametrum. Ergo quoque I. V. est secunda diameter,quæ quærebatur.

COROLLARIVM. I.

Si prolata sphærois plano secetur,alia quidem eadem erunt: Atque diametrorum minor erit concepta in sphæroide linea.

ΕΠΙΦΟΡΑ. Α.

Εἴκα τὸ ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ, τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτὰ ἐσεῖται· τᾶν δὲ διαμέτρων ἐλάσσων ἐσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc Corollarium longiori non indiget demonstratione. Nam quod in sphæroide lata sectione fiat Ellipsis, probabitur vt de superiori: Deinde minorem diametrum figura comprehendi patebit omnino contraria ratione, qua ostendimus H.I. esse maiorem. Nam hic maior diameter esset C.D. minor A.B. Atque M.L. fieret minor quàm L.A. & proinde I.H. minor diameter sectionis.

ΕΠΙΦΟΡΑ. Β.

Ἐξ αὐτῶν δὲ φανερὸν ἐν πᾶσι τοῖς σχημάτεσιν ὅτι εἴκα παραλλήλοις ἐπιπέδοις τμηθῆ αἱ αὐτῶν τομαὶ ὅμοιαι ἐσσοῦνται· τὰ γὰρ τετράγωνα τῶν ἀπὸ τῶν καθέτων ποτὶ τὰ περιεχόμενα, ὑπὸ τῶν τμαμάτων τὰς αὐτὰς λόγως ἑξοῦντι.

COROLL. II.

Ex ipsis manifestum est in omnibus figuris: quod si parallelis planis secentur, omnes sectiones similes erunt: quadrata enim à perpendicularibus facta ad parallelogramma intersectionum easdem rationes habebunt.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Secetur superior sphærois tot planis quot volueris omnibus parallelis vni I.H. & inter se: Omnes sectiones erunt Ellipses. Imaginemur iam addi alias diametros, in oblonga sphæroide maiores, in prolata minores: Quadrata etenim omnium perpendicularium seu semidiametrorum, erunt ad quadrata semissium linearum, quibus se plana intersecant intra figuram, hoc est ad quadrata aliorum semidiametrorum, sicuti quadratum M.L. est ad quadratum L.A. Omnium ergo sectionum diametri inter se easdem rationes habent: & proinde sectiones sunt similes. Idem nobis ostendum est de omnibus conoidibus ob easdem omnino causas.

ΠΡΟΤ. Ις.

Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς ὁτουοῦν σαμείω τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τῶ κωνοειδέος τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὸν ἄξονα, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι ἐφ' ἃ ἐντὶ τὰ κυρτὰ αὐτῶ ἐκτὸς πεσοῦνται τῶ κωνοειδέος· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

PROPO. XVI.

In rectangula conoide, à quocumque puncto superficiei conoidis ducantur lineæ rectæ parallelæ axi: quæ ad eas partes ducuntur, in quas tendit cauitas conoidis, cadunt extra conoidem: quæ verò ad contrarias, intra.

ΥΠΟΘ Ε. Sit rectangulæ conoidis A.B.C. axis B.G. cui parallela sit F.D.E. ducta à quodam superficiei conoidis puncto D.

ΣΥΜΠ. Dico partem D.F. ductam à puncto D. in easdem partes, in quas tendit gibbositas figuræ, extra figuram esse: partem verò D.E. quæ in contraria excurrit, intra figuram esse.

ΚΑΤΑΣ. A puncto D. in axem cadat, quouismodi recta D.O. quæ
a per 7. d. 1. 1. quia cum parallelis est [a] in eodem plano, agatur hoc planum per axem B. G. & alteram parallelam D. E. fiatque sectio conoidem com-
b per 2. lemma ad 22. huius. prehendens [b] A.B. C. tùm à puncto D. ducatur [c] tangens sectionem H.
c per 36 l. 1. Conic. I. cui parallela agatur k L.M.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam k.M. seca-
d per 46. l. 1. conic. tur [d] à D. E. bifariam, & aliæ secabuntur ductæ ipsi æquidistanter, li-
e per coroll. 51. l. 1. conic. nea D.L. est diameter [e] sectionis k. D.M. proinde cùm sectio k. D. M. intra conoidem contineatur, sequitur D.E. intra eandem esse, & D.F. extra, quæ est vltra tangentem H.I. cuius vnicus punctus D. conoidem attingit.

ΑΛΛΩΣ.

Si D.E. non est intra sectionem, tangit saltem sectionem in D. Et ideò cum axe B.
f per 24 l. 1. conic. vspiam conueniat necesse est [f]. Verùm ex hypothesi ipsi parallela est. Absurdum est ergo non esse D.E. intra conoidem, & D.F. extra.

PROPOSITIONIS secunda pars.

In amblygonia conoide, à quolibet puncto superficiei ipsius ductis rectis parallelis alicui lineæ, quæ in conoide agitur à vertice coni comprehendentis conoidem: quæ quidem ducuntur in easdem partes, ad quas tendit figuræ curuitas, extra cadent, quæ verò in contrarias, intra.

ΤΗΣ ΠΡΟΤΑΣΕΩΣ. τὸ δεύτερον μέρος.

Ἐν τῷ ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς σαμείου τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ τᾶν ἀγομενᾶν εὐθειᾶν παρά τινα γεγραμμέναν ἃ ἐστὶν ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι ἐφ' ἃ ἐντὶ τὰ κυρτὰ αὐτοῦ ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

ΥΠΟΘ. Sit conois A.B. C. cuius axis B.D. adiecta axi B. O. conus comprehendens N.O.P. à cuius vertice O. ducatur linea, vel eadem cum axe O. D. vel alia vt O. Q. R. in conoidem dilabens. Huic autem ductæ à quocumque superficiei conoidis puncto agantur parallelæ, cuiusmodi est E.G. excurrens quoque in F.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico partem E.F. tendens in easdem partes, in quas porrigitur cauitas conoidis cadere extra conoidem: reliquam verò partem in contrarias actam, cadere intra.

ΚΑΤΑΣ. Si linea ducta à vertice eadem fuerit cum axe, patet propositio eodem ser-

mè modo, quo pars præcedens: erit enim linea F. E. G. parallela axi. Si verò alia ab axe fuerit vt O. Q. R. à pũcto E. per quem parallela ducitur, agatur tangens H. I. cui parallela ducatur k. L. intra sectionem A. B. C. factam vt superiùs.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Fit [a] enim vt supra E. G. diameter sectionis k. E. L. & proinde intra conoidem est, & pars E. F. extra.

[a] per 47. 1. 1. & coroll. 51. eiusdem li. 1. Conic.

ΤΗΣ ΠΡΟΤΑΣΕΩΣ τὸ τρίτον μέρος.

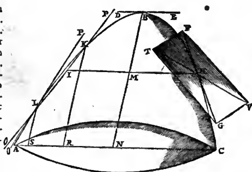
Εἴκα τῶν κωνοειδέων σχημάτων ἐπίπεδον ἐφάπτεται μὴ τέμνον τὸ κωνοειδές· καθ᾽ ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τᾶς ἀφᾶς, καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαύοντος ἐπίπεδον.

PROPOSITIONIS tertia pars.

Si conoideas figuras planum tetigerit non secans conoidem: in vno tantum puncto tanget, & per contactus punctum axemque actum planum, rectum erit ad planum tangens.

ΥΠΟΘΕΣ. Quandam figuram conoidem A. B. C. cuius axis B N. tangat planum, & per contactum, & axem agatur aliud planum.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico planum in vnico puncto tangere, & plano tangenti rectum esse ac perpendiculare planum actum per punctum contactus & axem B.N.

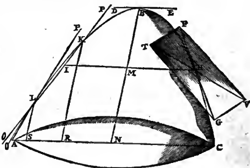


ΚΑΤΑΣ. Si enim fieri potest, tangat planum O. P. pluribus punctis vno, veluti in L. & K. à quibus ducantur k. R. & L. S. parallelæ axi B. N. & inter se, & proinde cùm in eodem plano sint [b] per vtrasque planum agatur, quod vel

[b] per 7. l. 11.

a per 12. huius. per axem traducatur, vel æquidiſtanter axi: fiet enim ſectio coni a, in qua erunt duo puncta L. & k. Rurſus per verticem B. tangat conoidem planum D.E. Denique ſumatur quoddam punctum H. per quod tangat conoidem aliud planum F. T. G. V. & à puncto H. linea demittatur perpendicularis in axem B.N. quæ ſit H.M.I. ſecundum quam agatur planum ad axem quoque erectum, quod ſectione faciat a circulum, & ſecet b planum F.T,G.V. ſecundum rectam T.V.

b per 3 l.11.



ΑΓΟΔ. In ſectione facta plano tranſeunte per lineas L.S, k.R. ſunt duo puncta L. & k. recta: proinde L. k. iungens ipſa puncta intra ſectionem cadit c. Ergo & intra conoidem: Atqui hæc linea tranſit planum O. P. Ergo hoc planum O. P. ſecat conoidem, nec tantum tangit, vt ſupponebatur. Deinde ſi planum D.E. tãgit conoidem per verticem B. ipſi plano axis B.N. perpendicularis erit. Omnia proinde plana per axem B. N. educta, recta erunt ad planum D.E. Denique ſi non per verticem tangit, ſed per aliud planum, vt per H. quia planum actum per H.I. conſtituit ſectionem, quæ eſt circulus, & cuius eſt diameter linea I.M.H. & ſecat planum F.T.G.V. ſecundum lineam T.V. ſequitur ipſam T.V. tangere circulum cum punctum H. habeat ſolùm cum illo commune. Proinde I.H. facit d angulos rectos cum T. V. & cum plano e, in quo eſt linea T.V. Ergo planum in quo ſunt B.N. & I. H. etiam angulos faciunt f rectos cum plano F.T.G.V. quod fuit probandum.

c per 10.l.1. Conic.

d per 18.l.3. e per conuerſam 18. l.11. f per 18.l.11

PROP. XVII.

Si ſphæroidearum figurarum quamlibet planum attingat non ſecans figuram, in vno tantum puncto tanget, & quod per contactum & axem planum actum fuerit, rectum erit ad planum tangens.

ΠΡΟΤ. ΙΖ.

Εἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερονοῦν ἐπίπεδον ἅπτηται μὴ τέμνον τὸ σχῆμα, καθ' ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς, καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

Si conoidem cum ſphæroide mutaueris in demonſtratione ſecundæ partis ſuperioris propoſitionis, hanc quoque propoſitionem demonſtraueris: proinde non committemus, vt importuna repetitione nauſeæ ſimus, & faſtidio Lectori, ad ſecundam ergo partem properemus.

PROPOSITIONIS ſecunda pars.

Si ſphæroidearum figurarum quælibet plano ſecatur per

ΤΗΣ ΠΡΟΤΑΣΕΩΣ τὸ δεύτερον μέρος.

Εἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ

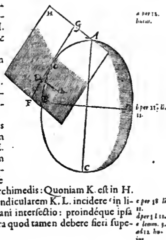
ἄξονος, καὶ τὰς γινομένας τομὰς ἐπιψαύουσα τις ἀχθῇ εὐθεῖα, καὶ διὰ τᾶς ἐπιψαυούσας ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν ποτὶ τὸ τέμνον· ἐπιψαυεῖ τοῦ σχήματος κατὰ τὸ αὐτὸ σαμεῖον καθ' ὃ καὶ ἡ εὐθεῖα ἐπιψαύει τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

axem, & factam sectionem aliqua quædam recta tangat, tùm per tangentem planum erigatur rectum ad secans: tangit figuram in eodem puncto, in quo recta coni sectionem tangit.

ΥΠΟΘ. Sit sphærois A. B C. D. quæ secetur per axem, vt fiat [a] Ellipsis A B.C.D. quam linea G F. tangat in E. Tum fluat tangens & producat planum H. I. rectum ad præcedens planum per axem secans, & sit vtriusque intersectio linea F.G. aut alia. a per 12. huius.

ΣΥΜΠ. Dico planum H. I. tangere sphæroidem in eodem puncto E.

ΚΑΤΑΣ. Etenim si aliquo alio puncto planum H I. tangit conoidem, ipsum sit K. & à puncto K. ducatur [b] perpendicularis K. L. in planum per axem secans. b per 11. li. 11.



ΑΠΟΔ. Primò quoniam punctum E. in sphæroidis superficie est, & item in plano H.I. sequitur planum H.I. tangere sphæroidem in duobus punctis K. & E. contra primam partem huius propositionis. Verùm quia planum H. I. non supponitur tangens, sed tantum rectum ad planum per axem secans: sic fortasse rectiùs procedet demonstratio, & magis ex mente Archimedis: Quoniam K. est in H. I. plano, & in superficie sphæroidis, sequitur perpendicularem K. L. incidere [c] in lineam G.F. vel in aliam quæcumque sit [d] vtriusque plani intersectio: proindéque ipsa perpendicularis extra sphætoidem ducetur non intra quod tamen debere fieri superiùs ostendimus. c per 18 li. 11. d per 3 l 11. e lemm. 3. ad 12 huius.

Επιφορὰ seu Corollarium.

Idem concludere possumus de conoide, eadem omnino ratione.

ΠΡΟΤ. ΙΗ.

Εἴκα τῶν σφαιροειδέων τινὸς σχημάτων δύο ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύοντι· ἁ τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα, διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορεύσεται.

PROPO. XVIII.

Si aliquam ex sphæroideis figuris duo plana parallela tetigerint: linea iungens contactuum puncta, per centrum sphæroidis porrigetur.

ΥΠΟΘΕ. Exponatur sphætois A.D.B C. cuius axis A.B. perpendicularis sit ad duo plana figuram tangentia: sic enim habebimus quod quærimus. Aut si plana non tetigerint per extremitatis axis, sed per puncta D.C. quæ recta iungantur.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico lineam D.C. transire per centrum figuræ.

ΚΑΤΑΣ. Per axem A.B & punctum D. transeat planum quod faciat Ellipsim A.D. B. [f] & si planum secans non transierit quoque per C. aliud agatur per axem A. B. & f per 12 huius, & 1. lemma ad ipsam.

punctum C. quod aliam constituat Ellipsim.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Planum quod transit per axem & contactum D. perpendiculare est [a] ad planum tangens I. K. Et proinde quoque perpendiculare est [b] ad planum, aliud L. M. parallelum ipsi I K. Similiter quod secat per axem & contactum C. perpendiculare est ad I. M. planum, & quoque ideò ad aliud I. K. Si ergo idem planum non transit per D. & C. saltem se secabunt illa duo secantia in linea A. B. quàm communem habent, & ab ea in idem planum L. M. vel I k. duo plana cadent perpendicularia Ab eodem ergo puncto putà N. centro, duæ lineæ cadere perpendiculariter poterunt in idem planum ad diuersa puncta, vel duo anguli trianguli poterunt esse recti, quod est [c] in Geometria inconueniens. Vnum ergo, & idem planum est quod transit per axem A. B & puncta contactuum D. & C. vnaque est & eadem Ellipsis facta in sphæroide. Proinde intersectiones planorum nempe E. C. F. & G. D. H. sunt [d] parallelæ, ac iungens ambos contactus linea D. G. transit [e] per N. centrum, quod fuit probandum.

[a] per 17. huius.
[b] vt ex 14. & 16 l. 11. constare potest.
[c] per 13. 11. & 32. l. 1.
[d] per 16 lib. 11.
[e] per 27. li. 2 Conic.

Hanc verò propositionem de sphæra quoque intelligere possumus, iisdemque penè verbis nedum rationibus demonstrare, si pro sphæroide sphæram, & pro Ellipsi circulum dixerimus.

PROPO. XIX.

Si quamcumque sphæroidearum figurarum duo parallela plana ducta tangant: agatur verò & aliquod planum per centrum sphæroidis æquidistanter tangentibus: quæ per factam sectionem aguntur, parallelæ ei quæ coniungit contactuum puncta, extra sphæroidem cadent.

ΠΡΟΤΑ. Ις.

Εἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερονοῦν δύο παράλληλα ἐπίπεδα ἀχθῇ ἐπιψαύοντα· ἀχθῇ δὲ τι ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος παρὰ τὰ ἐπιψαύοντα· αἱ διὰ τᾶς γινομένας τομᾶς ἀγόμεναι, παρὰ ταῦ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνυούσαν, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος.

ΥΠΟΘ. Sit sphærois quæpiam, quam tangat duo parallela plana F. G, H. I. in punctis A. C. Tum per centrum E. agatur planum tangentibus illis parallelum, fiatque sectio, cuius diameter B. D Contactuum autem puncta iungat linea E. A. quę transeat [f] per centrū E. ita vt sit C. E. A. diameter. Demum per puncta B. & D. agantur lineæ P. O, M. N. parallelæ iungenti A. C.

[f] per præcedentem.

ΣΥΜΠΕ. Dico lineas P. O & M. N. ambas produci extra sphæroidem, & sectionem B. *. D. Z. tangere

ΚΑΤΑΣ Agatur planum per axem D. B. quod secet sphæroidem, faciatque [g] sectione, vel circulum, vel sphæroidem, sed ita secet, vt rectum sit ad planum, in quo est sectio, cuius diameter B. D. Hunc enim circulum, vel hanc Ellipsim tanget M. N. aut secabit. Si primum habemus

[h] per 12. huius.

mus quod quærimus, producetur enim M.N: extra sphæroidem: idemque intelligendum est de P.O. At si secet, notentur duo puncta in sectione D.T. & à puncto T. linea ordinatim erigatur in A.C. quæ sit T.S.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Parallelogrammum est[a] E.T. quia sunt duæ T.E, D.S. parallelæ. Tum duæ T.D & E.S. suntque proinde T.S, & D.E. æquales[b], earumque quadrata æqualia. Verum quadratum D.E. est[c] ad quadratum T.S. vt rectangulum sub C.E, E.A. ad rectangulum sub C.S, S.A. Atqui horum rectangulorum alterum sub C.E, E.A. altero sub C.S, S.A. maius est[d]. Ergo quadratum E.D. est maius quadrato T.S. Sed fuit illi æquale. In absurdum ergo incidimus. Non secat ergo M.N. circulum vel Ellipsim. Idem est de K.L. nec ergo ingrediuntur sphæroidem, quod fuit probandum.

[a] per fabricam & hypothesim. [b] per 34. l. 1. [c] per 21. l. 1. Conic. [d] per lemma 5 ad 8. li. 1. de sphær. & cyl.

ΤΗΣ ΠΡΟΤΑΣΕΩΣ τὸ δεύτερον μέρος.

Εἰ δὲ καὶ τὸ παράλληλον ἐπίπεδον ταῖς ἐπιψαυούσαις σαμείοις μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἀγμένον ἦ, ὡς τὸ Κ. Λ. δῆλον ὡς ταὶ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ταν γινομέναν εὐθειᾶν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ γινόμεναι τῷ τε ἐλάσσονι τμάματι ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

PROPOSITIONIS secunda pars.

Si verò parallelum planum tangentibus signis, (seu planis) non agatur per centrum sicuti K.L. manifestum est ductarum à sectione linearum partes versus minus segmentum protractas, extra sphæroidem cadere: actas verò ad maius segmentum, intra.

ΥΠΟΘ. Sectio itaque fiat non per centrum, sed veluti secus lineam k.L. Et à sectionis puncto L. ducatur parallela diametro A.C. quæ sit Q.L.R.

ΣΥΜΠ. Cadet L.R. versus maius segmentum tendens intra sphæroidem, pars verò L.Q. procurrens in partes minoris segmenti, cadet extra sphæroidem.

ΚΑΤΑΣ. Capiatur in Q.L. punctum Z. à quo in A.E. ducatur[e] Z.Y.X. ipsi L.V. parallela, & æqualis.

ΑΠΟΔ. K.L. linea bifariam secatur[f] in V. vt ordinatim ducta, & est V.L. minor[d] quàm E.D: minor quoque est[g] E.R. æqualis ipsi V.L. Itaque L.R. ingreditur sphæroidem. Rursus X.Y. est[d] minor quàm P.L. hoc est quàm X.Z. proinde linea L.Q. extra sphæroidem est, quod fuit probandum.

[e] per 31. l. 1. [f] per 47. l. 1. Conic.

ΠΡΟΤΑ. Κ. — PROPO. XX.

Πᾶν σχῆμα σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθὲν διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνεται, ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου, καὶ αὐτὸ καὶ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ.

Omnis figura sphæroidea plano secta per centrum bifariam secatur à plano, & ipsum & superficies ipsius.

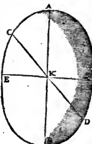
ΥΠΟΘ. Sit sphęrois A.E.B.F. secta plano per centrum k. transeunte.

ΣΥΜΠ. Dico bifariam secari & corpore, & superficie.

ΚΑΤΑΣ. Agatur planum per axem A.B. quod expositam figuram secet, & producat Ellipsim A.E.B.F.

ΑΠΟΔ. Etenim sphærois secatur, vel per axem, vel perpendiculariter axi, hoc est

a ad 23 de fin. huius. per diametrum, vel obliquè ad axem. Duobus primis modis secatur bifariã, vt antea definiuimus [a]. At si fuerit sectio obliqua ad axem, fiat secundum lineam C. D. communem nempè occursum tam plani secantis per C. D. quàm plani acti per axem A. B. Siquidem Ellipseos A.E, B.F. eiusdem quæ figuram producit diameter est C.D. & proinde sunt ęquales, similes & similiter positæ partes C.A.F.D, & C.E.B.D. Ipsæ ergo ęquales & similes describunt figuræ partes: vt quoque antea definiuimus [a]. Quocumque ergo modo planum agatur, dummodo transeat per centrum, secat sphæroidem, sphæroidisque superficiem in partes æquales, quod erat demonstrandum.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc propositio fidem omnem accipit à 23. definitione huius: ita vt ex positione circumuolutionis, qua sphæroides gignitur, tota dependeat. Archimedes quidem duplici vtitur sphæruide, & aliquot sectionibus: Deinde frusta sibi inuicem applicat, concluditque, quia Ellipsium ex diuisionibus enatarum partes conueniunt, corpora esse æqualia, superficiesque ambientes æquales. Verùm multa à proteruo negari possint, cui non satisfiet nisi recurratur ad principium, ac nisi principij authoritate propositio fulciatur. Quæ cùm nuda sit, facilè mihi persuasi superiorem ratiocinationem hic admitti faciliùs, cum & principio nitatur, & nihil mechanicum redoleat, & demum sensui ac rationi sit accommodatior. Sunt enim qui superpositiones illas reijciant in Geometria (quamquam alij & viri graues admittant) tum nudum principium longissimè recedit ab integro conceptu propositionis, denique conclusioni, seu συμπεράσματι plenè sola definitione non satisfieret.

ΠΡΟΤΑ. ΚΑ. — PROPO. XXI.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμημένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουοῦν μὴ μείζονος ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτεμνομένου· δυνατόν ἐστι τμᾶμα στερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων ἴσον ὕψος ἐχόντων τῶν συγκειμένων, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

Dato segmento cuiuslibet conoidis resecto plano recto ad axem: aut sphæroidis cuiuscumque frusto non maiore dimidia spheroide similiter auulso: possibile est segmentum solidum inscribere, & aliud circumscribere ex cylindris æqualem altitudinem habentibus simul compositis, ita vt circumscripta figura inscriptam minori exsuperet omni proposita solida magnitudine.

ΥΠΟΘ. Sit frustum conoidis vel sphęroidis, non tamen dimidia sphęroide maius A.B.C. plano resectum ad axem B.D. perpendiculari, & exponatur magnitudo S. lineę.

b per 12. huius. c per 31 l.1. d per 21. defin. l. 11. e per coroll. part. 2 proposit. 17. huius. f per 17. l. 1. conic. g per 13 l. 12

ΚΑΤΑΣ. Quoniam propositum frustum conoidis seu sphęroidis plano secatur recto ad axem, fit [b] basis A.P.C.M. circulus, cuius diameter A.C. à punctis ergo A. & C. erigantur [c] duæ lineæ parallelę axi B.D. eidemque ęquales, quę sint A.N. & A.O. iunganturque N.O. vt fiat parallelogrãmum N.C. ex cuius reuolutione habeatur [d] cylindrus A.O. super eadem basi ac frustũ propositum, & in eodẽ axe B.D. circulus verò cuius diameter N.O. tãget [e] figuram in B. pũcto, quia in eodem eãdem tãgit [f] linea N.O. parallela ipsi A.C. Iam bifariã diuidatur [g] cylindrus A.O. plano acto per G. punctũ dimidij axis B.D. & ad axem perpendiculari, tum semesses dirimantur rursus bifariã actis planis per dimidios axes, & ad ipsos perpẽdicularibus: & demũ toties fiat partiũ bifaria diuisio, vt

tandem deueniatur [a] ad cylindrum A.Y. cuius axis E.D. & basis eadem quæ frusti, & demum qui minor sit exposita magnitudine S. Iam per axem B.D. agatur planum sectionē faciens A.B.C. Hęc descriptos cylindros vspiam secabit, vt in punctis Q R. T. & alijs. Per hæc itaque puncta lineæ agantur parallelæ, & æquales axibus cylindrorum, cuiusmodi sunt F.Q.,Q.V, I.R, R k, L.T, T.X. & aliæ oppositæ. Harum verò parallelarum partes, quæ tendunt in gibbum figuræ, vt F.Q., I.R, I.L. egrediuntur [b] figuram, reliquæ in contrarias partes actę, eandem ingrediūtur. Iam tandem circa axes æquales B.Z, Z G, G. E, E.D. reuoluantur parallelogramma A.Y. cum V.β, Q.γ. cum K δ. & reliqua: fient [c] quippè tum extra figuram, tum intra figuram cylindri.

a per coroll. prop. 1 l. 10.

b per 19. huius.

c per 21. defin. l. 11.

ΣΥΜΠΕ. Dico figuram ex cylindris exterioribus A.Y, F.β, I, δ, L.ξ. compositam, quæ nempè circumscribitur circa expositum conoidis, aut sphæroidis frustum, excedere figuram ex interioribus cylindris V.β, k.δ, X.ξ. compositam, & frusto inscriptam, minori, quàm sit quantitas S.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Figura circumscripta excedit inscriptam partibus cylindricis comprehensis sub duabus superficiebus, concaua & conuexa, & partibus circulorum intersecantium: earumque spissitudines sunt A.Q, Q.R, R. T, T.B, & aliæ oppositæ. Atqui hę partes cylindricæ simul æquales sunt toti cylindro A.Y. vt patebit si intelligantur superiores parallelæ produci vsque in A C. & incidere in puncta θ κ λ μ π. Nam in reuolutione totius A Y. fiet [d] cylindrus κ.θ æqualis ipsi T.H. tum cylindrica pars spissa latitudine θ π vel λ.ε. æqualis erit [e] ei quæ sit spissitudine R. T. vel ξ δ circumuoluens scilicet interiorem cylindrum X ξ. Adhuc cylindrica portio spissa V.K vel μ β. par erit ei quæ continetur inter superficies descriptas à parallelis Q.F, R.k. vel δ ε. & β.γ. Est autem totus cylindrus A.Y. minor magnitudine S. Igitur circumscripta figura excedit inscriptam quantitate minori quàm sit S. quod fuerat demonstrandum.

d per 14. li 12.

e per 3. conoi. sent.

ΑΛΛΩΣ Cum sint B Z, Z G, G.E, E.D. æquales, sunt cylindri inscripti V.β.R. E. T ρ. æquales exterioribus F β.I.δ, L ξ. Atqui de numero exteriorum est cylindrus A.Y. qui minor est proposita magnitudine S. Ergo exteriores excedunt interiores minori magnitudine S.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes sua fabrica videtur intelligere Circulos natos in segmento conoidis aut sphæroidis ex diuisionibus cylindri A.O. fluere supra & infra puncta, quibus sectionem A.B.C. attingunt, vt ex fluxu in altum fiant cylindri externi, ex fluxu verò deorsum, constituantur interni. Exempli gratia circulus, cuius diameter est Q. β. deorsum latus producit cylindrum V β. interiorem: at sursum profluens facit externum F β. Ita sit de aliis: Tandem subiungit hæc verba, διαιρείσθω δὴ ἁ β. δ. ἐς τὰς ἴσας τὰ ε. δ. κατὰ τὰ ρ ε π ξ. Quod quidem iam factom est ex cylindri A.O. continua bipartitione: vti Archim. vult sectionem fieri diametri B.D. at enim τῶ δὴ κυλίνδρω τούτω ἀεὶ δίχα τεμνομένω &c. Nihilominus si fortasse ex cylindro A.O. voluerit primo tollere plusquam dimidium, deinde ex reliquo plusquam dimidium, & ita diuisiones persequi, quoad deueneris [f] ad cylindrum minorem proposita magnitudine S. committendum tamen esset, vt diameter huius reliqui cylindri commensurabilis esset toti axi B.D. vt posset æqualiter diuidi.

f per 1 l. 10

Tuncque posset non esse diuisio perpetua secundum rationem multiplicem: & tamen ex diuisione facta per quemcumque numerum propositio concluderetur, sicuti videre esset in figuris ita fabrefactis, vt vel sectionum numerus esset in partes numero impares, vel in partes quidem pari numero, sed non ratione multiplici. Denique sectiones omnes fieri debere æquali altitudine hinc patet: quia oportet omnes cylindricas portiones altitudinis esse eiusdem, ac totus est A.Y. cylindrus, vt scilicet fiat omnibus simul iunctis æqualis.

PROP. XXII.

Portione data cuiuſuis conoidis plano ſecta non recto ad axem, vel cuiuſcumque ſphæroidis non maiore dimidia ſphæroide ſimiliter reſecta: poſſibile eſt in ipſa figuram ſolidam inſcribere, & aliam circumſcribere ex cylindrorum fruſtis conſtantes, ita vt circumſcripta figura inſcriptam exſuperet quantitate minori, quàm ſit quælibet expoſita ſolida magnitudo.

ΠΡΟΤ. ΚΒ.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμημένου ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουοῦν μὴ μείζονος ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτετμημένου· δυνατόν ἐστιν εἰς αὐτὸ τὸ τμᾶμα στερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων τομῶν ὕψος ἴσον ἐχόντων τῶν συγκειμένων, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφομένου ὑπερέχειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

ΥΠΟΘ. Sit conoidis vel ſphæroidis portio A.B.C. & ſi ſphæroidis ſit non maior ponatur dimidia ſphæroide. Hæc plano reſecetur obliquo ad axem, ita vt fiat *a* ſectione Ellipſis, quæ ſit A.M C.P. cuius diameter A.C.

a per 13. vel 14 vel 15. huius

ΚΑΤΑΣ. Vt habeatur axis expoſitæ portionis, ſecetur conois vel ſphærois, cuius fruſtum eſt per axem, & ſit ſectio in portione A, B C. quã in B. tangat *b* N.O. parallela ipſi A.C. planumque agatur per O. N. ſimiliter parallelum ei, in quo eſt Ellipſis A.M.C.P. Ipſum ſiquidem tanget *c* ſectionem in eodem puncto B. Atque ſi portio ſit parabolicæ conoidis ducatur à puncto tactus B. linea B. D. parallela axi: Si verò ſit hyperbolicæ conoidis ducatur à vertice coni comprehendentis conoidem, & per B. producatur linea B.D. Demum ſi ſphęroidis ſit, à centro ipſius ducatur linea quę intra portionem recipiatur, & ſit recepta B. D. Sic perpetuo B. D. bifariam ſecabit *d* A.C. & ex conſequenti B. erit vertex portionis, & B.D. axis ſecundum Archimedem, etſi ſecundum Apollonium, cui non omnis Diameter axis eſt, aliter accidere poſſit. Datis ergo Ellipſi A.M.C.P. baſi, & linea D.B. axe à centro D. baſis non recto excitata inuenias *e* cylindrum, in cuius ſuperficie ſit eadem acutianguli cylindri ſectio, & verticem habeat punctum B. per quod planum agatur parallelum baſi A.M. C.P. & in cono inuento Ellipſim conſtituat præcedenti parallelam & æqualem. Ipſe autem cylindrus egredietur *f* expoſitam portionem A.B.C. quia eius latera, cuius partes ſunt A.N, C.O. parallela ſunt axi B.D.

b per lemma ad 13. huius.

c per 2 partem aut coroll. ipſius 2 partis prop. 17. huius.

d per 46 & 47. l. 1. con.

e per 9. huius.

f per 19. huius.

Rurſus diuidatur B.D. bifariam in G. tum ſemiſſes ipſius adhuc bifariam punctis Z. & E. totieſque fiat illa partitio in ratione dupla, vt per diuiſionum puncta actis planis præcedentibus parallelis fiat [a] fruſtum cylindri A.Y. minus propoſita magnitudine S. Tandem per axem B.D. agatur planum efficiens ſectionem A.B.C. quæ alicubi tangat Ellipſes in portione conceptas [b], vt puta in punctis Q.R.T, ξ ϑ β. per quas lineæ agantur parallelæ axi B.D. partim intra portionem, partim extra excurrentes: Ellipſes demum fluant intra has parallelas, nempè quæ diametrum habet Q.β. infra feratur altitudine E D. ſupra verò altitudine E.G. quæ verò diametrum habet R.ϑ. deorſum abeat intra R.K, D.E. longitudine G.E. ſurſum verò attollatur intra R.I, ϑ.ζ. altitudine G.Z. Denique ea cui diameter eſt ξ.T. faciat T.ϑ. infra, & T.H. ſupra. Hoc enim modo figura circumſcribetur conſtans cylindrorum fruſtis T.H, R.ξ, Q.γ, A.Y. inſcribeturque alia compoſita ex fruſtis interioribus V.β, K.ϑ, X.ξ.

[a] per coroll. prop. 1. l. 10

[b] per 13. vel 14. vel 15. huius.

ΣΥΜΠΕ. Dico figuram circumſcriptam quantitate excedere inſcriptam minori magnitudine S.

ΑΠΟΔ. Vt in ſuperiori demonſtratione patebit fruſtum cylindri A.Y. æquale eſſe exceſſui, quo circumſcripta figura inſcriptam ſuperat: quod cùm ſit [c] minus magnitudine S. rectè ſequitur quod fuerat probandum.

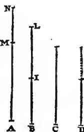
[c] per fabricam.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Græca propoſitio deficit, tam in manuſcriptis, quàm impreſſis codicibus. Liber manuſcriptus pro μὴ μείζονι ἤμισυς legit, μὴ μείζονι ἠμυωχλν aperto errore, quem typi correxerunt: deinde vtrobique habetur Ἀιῶαπ θὶεὶς ἁ τμᾶμα πρὶν ἐγγεγέἀ ἐκ κυλίνδρου, vbi reſtitui, ἐ ἀπὸ ἀειχράψαι.

ΛΗΜΜΑ.

Si quatuor magnitudinum prima ſit quàm ſecunda maior; prima verò minori quantitate ſuperet tertiam quàm ſecunda quartam: quarta minor erit quàm tertia. Inuerſo verò ordine, ſi prima ſit minor ſecunda, minorique quantitate tertia excedat primam, quàm quarta ſecundam, erit quarta maior tertia.



ΥΠΟΘΕ. Sint quatuor magnitudines A.B.C.D. & ſit A. maior quàm B. Tum A. ſuperet C. quantitate M.N. minori, quàm ſit L.I. ea nempè qua B. ſecunda ſuperat D. quartam.

ΣΥΜΠΕ. Dico D. minorem eſſe tertia C.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quoniam A.N. eſt maior quàm L.B, ſi à maiori auferatur N.M. minor, à minori verò L.B. maior L.I. remanebit A.M. multo maior quàm ſit I.B. Sed M.A. eſt æqualis ipſi C. & I.B. ipſi D. Ergo D. eſt quoque minor quàm ſit C. quod fuit probandum.

ΥΠΟΘ. Rurſus ſit prima D. minor, ſecunda C. minoriq; parte tertia B.L. excedat primam D. quàm quarta A.N. ſecundam C.

ΣΥΜΠ. Dico A. quartam eſſe maiorem tertia B.

ΚΑΤΑΣ. Fiat I.B. æqualis ipſi D. & A.M. par ſecundæ C.

ΑΠΟΔ. Quoniam differentia M.N. quartæ nempè ſupra tertiam, ponitur iam maior exceſſu L.I. tertiæ ſupra primam: Tum M.A. æqualis ipſi C. maior eſt quã D. ſeu quàm B.I. ſequitur totam N.A. maiorem eſſe tota B.L. quod fuit oſtendendum.

Τούτων προγεγραμμένων ἀποδείξομεν τὰ προβεβλημένα τῶν σχημάτων.

His præſcriptis demonſtrabimus quæ propoſita fuerant de figuris.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

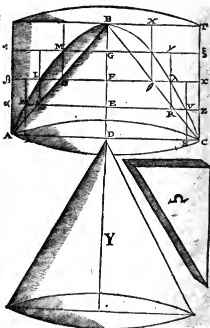
Quæ huc vſque demonſtrauit Archimedes, ea duntaxat in gratiam ſequentium præmiſit. Scopus enim operis eſt vt præcipuè oſtendat, quæ proponuntur theorematibus ſequentibus 23. 26. & reliquis, quæ dicit τὰ ϖροϐλήματα, quia iam procemio inter definitiones prætulerat: Verùm quia hic repetuntur, ea interim ſubticueramus. Intelligamus ergo quò nos Archimedes, ſuarum demonſtrationum filo deducat.

PROPO. XXIII.

Omnis portio rectangulæ conoidoos reſectæ plano recto ad axem, ſeſquialtera eſt coni baſim habentis eandem cum portione, & axem.

ΠΡΟΤΑ. ΚΓ.

Πᾶν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμημένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα.



ΥΠΟΘ. Sit portio conoidis rectangulæ A. B. C. ſectæ plano recto ad axem, & baſim habens circulum, cuius diameter A. C. axis B. D. iiſdem baſi & axe pónatur conus A. B. C.

ΣΥΜΠ. Dico portionem conoidis ſeſquialteram eſſe coni.

ΚΑΤΑΣ. Habeatur conus Y. ſeſquialter coni A. B. C. Et quoniam qui negauerit portionem A. B. C. eſſe coni A. B. C. ſeſquialteram, negabit identidem portionem eſſe æqualem cono Y. fateatur oportet ipſam eſſe cono Y. vel maiorem vel minorem: & quodcumque ſtatuerit, erit vtriuſque aliqua differentia. Sit ea magnitudo Ω. Atque circa portionem conſcribatur[a] ſolida figura, aliaque intra eandem inſcribatur, vtraque cylindris conſtans ſub pari altitudine: ita vt conſcripta ſuperet inſcriptam minori quantitate quàm ſit Ω. differentia portionis, & coni Y. Maximus autem cylindrus, qui in huiuſmodi figurarum deſcriptione ſumitur, vt antea determinatum eſt[a] ſit A. T. Hic quidem erit duplus coni Y. nam triplus eſt[b] coni A. B. C. cuius conus Y. ponitur ſeſquialter. Tandem maneant plana ſecantia conum A. T. in conos æquales[c], puta quorum axes ſunt, & baſes æquales. Denique cylindrus A. T. portio A. B. C. & conus A. B. C. plano ſecentur per axem B. D. & fiant planorum ſeſe interſecantium occurſus lineæ quæ diagrammate patent.

a per 21. huius.

b per 10. li. 12.

c per 11 li. 12. vel 14.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Ponatur primum portio A. B. C. maior cono Y. Quandoquidem sic ex quatuor magnitudinibus circumscripta figura, portione conoidis inscripta figura & cono Y. prima est maior secunda: tum prima superat [a] tertiam minori quantitate quam secunda quartam. Ergo conus Y. quarta scilicet est [b] minor inscripta figura seu tertia. Iam cylindrus conscriptæ figuræ primus A. Z. cuius altitudo D. E. est [c] ad primum inscriptæ cylindrum I. V. sicuti quadratum A. C. ad quadratum I. H. Hoc est vt quadratum [d] A. D. ad quadratum I. D. seu [e] ad quadratum K. E. Verum vt quadratum A. D. ad quadratum k. E. sic est [f] B. D. ad B. E. hoc est [g] A. D. ad N. E. Ergo cylindrus A. Z. est [h] ad cylindrum I. V. vt A. D. ad N. E. Rursus α. κ. cylindrus est [k] ad cylindrum L. R. vt quadratum α. z. seu A. C. ad quadratum μ. R. seu L. λ. hoc est [d] vt quadratum A. D. ad quadratum L. F. seu vt [f] linea B. D. ad lineam B. F. vel demum vt [g] linea A. D. ad lineam F. O. Denique ostendemus simili modo cylindrum β. ζ. esse ad cylindrum M. θ. vt A. D. ad P. G. Sunt [i] igitur tres cylindri A. z, α. λ, β. ζ. æquales ad tres cylindros figuræ insctiptæ I. V, L. R, M. θ. inæquales, vt linea A. D. ter repetita vel vt tres æquales A. D, α. E, β. F. ad tres N. E, O. F, P. G. impares. Primis cylindris æqualibus addamus quartum æqualem η. T. & lineis æqualibus addamus quartam parem η. G. sic enim incidemus in hypothesim secundæ huius. Erunt primo 4. cylindri inter se, nempe æquales, vt quatuor lineę inter se, nimirum æquales. Et ex illis cylindris aliqui scilicet 3. sunt ad tres alios cylindros, vt ex his lineis tres sunt ad tres alias lineas quæque ad quamque. Proinde erunt [l] quatuor inter se æquales cylindri seu toties cylindrus A. T. ad inscriptam figuram, vt quatuor lineæ æquales A. D, α. E, β. F, η. G. ad tres N. E, O. F, P. G. Atqui quatuor A. D, N. E, O. F, P. G. pari excessu progrediuntur, & est excessus omnium minimæ æqualis. Etenim sunt inter se sicut B. D, B. E, B. F, B. G. quarum excessus est omnium idem, & æqualis minimæ B. G. Proinde quatuor æquales sunt [m] plusquam duplæ trium inæqualium N. E, O. F, P. G. scilicet quam quatuor maxima A. D. dempta. Ergo totus cylindrus A. T. est plusquam duplus inscriptæ figuræ. Verum idem cylindrus probatus est duplus tantum coni Y. Ergo conus Y. maior est inscripta in portione figura ex cylindris constante, sed idem Y. conus iam est ostensus minor eadem figura inscripta. Esset ergo maior & minor eadem quantitate, quod est absurdum. Abest ergo à veritate portionem A. B. C. maiorem esse cono Y.

Ponatur iam portio minor cono Y. & omnibus vt facta fuere constantibus: Quatuor rursus quantitates erunt, prima inscripta figura, secunda portio conoidis, tertia conscripta figura, quarta conus Y. quarum prima minor est secunda, & tertia minori quantitate excedit primam, quàm quarta secundam. Proinde quarta seu conus Y. est [n] maior tertia nempe conscripta figura. Atqui cylindrus A. z. primus quatuor æqualium est ad seipsum vt primum figuræ circumscriptæ sicuti linea A. D. ad A. D. lineam. Deinde cylindrus α. κ. est [c] ad cylindrum κ. S. secundum circumscriptæ vt quadratum α. z. ad quadratum K. V. hoc est [d] vt quadratum α. E. seu A. D. ad quadratum K. E. hoc est vt B. D. ad B. E. hoc est [f] demum vt A. D. ad E. N. Denique sic demonstrabimus cylindrum β. ζ. esse ad cylindrum L. γ. vt A. D. linea ad F. O. & cylindrum η. T. ad cylindrum M. X. vt A. D. ad P. G. Et ex consequenti quatuor A. D. seu quatuor ipsi æquales singulæ A. D, α. E, β. F, η. G. sunt ad quatuor inæquales A. D, N. E, O. F, P. G. (quæ se æqualiter superant, & est excessus æqualis omnium minimæ,) vt totus cylindrus A. T. ad circumscriptam portioni conoidis figuram: Atqui illæ quatuor lineæ æquales, sunt [m] minores quam duplæ quatuor inæqualium. Ergo cylindrus A. T. minor est quam duplus circumscriptæ figuræ. Verum idem A. T. duplus est coni Y. Ergo conus Y. est minor circumscripta figura. Qui tamen mox ostensus est maior. Esset ergo conus Y. eadem figura maior & minor, quod omni rationi aduersatur. Neque ergo cono Y. exposita rectangulæ conoidis portio maior est. Manet igitur vt illi sit æqualis, & ex consequenti [o] sesquialter coni A. B. C. quod fuit probandum.

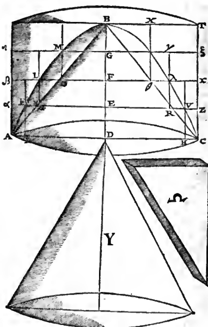
[a] per fabr.
[b] per lemma proximum.
[c] per 11. & 2 l. 12.
[d] per 15. l. 5
[e] per 7. l. 5
[f] per 20 l. 1 Conic.
[g] per 2 & 4. l. 6.
[h] per 11 l. 5.
[i] per 18 l. 5
[l] per 2. huius.
[m] per 1 huius.
[n] per lemma proximum.
[o] per 7. l. 5.

PROP. XXIV.

Etiam si plano non recto ad axem resecetur portio à rectangula conoide similiter sesquialtera erit segmenti coni basim habentis eandem cum portione, & axem eundem.

ΠΡΟΤ. ΚΔ.

Καὶ τοίνυν εἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁμοίως ἡμιόλιον ἔσται τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit portio conoidis rectangulæ A. B. C. quæ plano intelligatur (figura etenim præcedens repetitur, cum alia non potuerit resecari præ temporis augustia, & festinantis præli imposita necessitate) secta non recto ad axem B. D. quæ proinde
a per 13. huius. basim habeat a Ellipsim, cuius
b 9. huius diameter A. C. Sit b præterea inuentus conus, cuius vertex B. capiens Ellipsim, cuius diameter A. C. eiusque sit A. B. C. segmentum.

ΣΥΜΠ. Dico conoidis portionem esse sesquialteram segmenti coni.

ΚΑΤΑΣ. Quo negato ponatur vt in superiori propositione Y. segmentum eius coni qui capiat Ellipsim sua superficie, cuius est diameter A. C. cuius quidem segmenti Y. axis sit sesquialter axeos
c per lemma 5. ad 11 huius. B. D. vt segmentum Y. sic c segmenti A. B. C. sesquialterum. Etenim aut portio conoidis A. B. C. maior erit segmento Y. aut minor, ne
d per 7. l. 5. si æqualis ipsi esset, etiam haberet d ad segmentum A. B C. sesquialteram rationem. Cum ergo oporteat esse inæquales quantitates, ponatur ambarum differentiam esse
e per 22. huius. solidum Ω. Atque circa portionem circumscribatur e figura, alteraque inscribatur in portione vtraque cylindrorum frustis constans, ita vt circumscripta excedat insctiptā minori, quam quantitate Ω. Primum autem frustum cylindri capientis Ellipsim cuius
f Ex hypothesi. diameter A. C. fuerit A. T. Hoc enim duplum erit segmenti coni Y. f Reliqua tandem appareant in diagrammate tam plana, quibus A. T. frustum diuiditur in alia frusta æ-
g per 3 lemma ad 11. huius. qualia g quam eorum altitudines æquales in diametro B. D.

ΑΠΟΔ. Si primùm posuerimus portionem A. B. C. segmento Y. maiorem, ex quatuor magnitudinibus circumscripta figura, portione conoidis, insctipta figura & segmento coni Y. prima etit maior secunda, tum prima superabit tertiam minori quanti-

tate quam secunda quartam. Proinde coni segmentum Y. erit a minor inscripta figura. Iam frustum cylindri A. Z. est b ad frustum I. V. vt Ellipsis cuius diameter A. C. ad eam cuius est diameter I. H. seu K. V. Atquia Ellipses istæ sunt c similes, se habent d inter se sicut quadratum A. C. ad quad. K. V. seu veluti e quadratum A. D. ad quad. K. E. hoc est f sicuti B. D. ad B. E. Vel g D. A. ad E. N. Ergo frustum A. Z. est h ad frustum I. Y. primum figuræ inscriptæ, vt A. D. ad E. N. simili ratione est α. κ. frustum ad μ. λ. frustum vt A. D. ad F. O. Et demum β. ζ. frustum est ad tertium M. θ. vt A. D. ad M. G. Habemus igitur quatuor quãtitates, frusta nempe A. z, α. κ, β. ζ, η. T. & aliæ quatuor, nempe quater A. D, vel quatuor lineæ A. D, α. E, β. F, δ. G. quarum quæque vni A. D. est par. Atque illæ se habent inter se sicuti hæ. Omnes enim sunt inter se in ratione æqualitatis. Tum illarum, vt & harum quædam ad alias comparantur similiter: nempe A. z. ad I. V. vt A. D. ad N. E. deinde α. κ. ad L. K. vt α. E. ad θ. F. præterea tertium frustum β. ζ. est ad frustum M. θ. vt β. F. ad P. G. quartum autem δ. T. ad nullum refertur, vt nec quarta η. G. Proinde quatuor frusta cylindri vel totum frustum A. T. est i ad inscriptam figuram vt quatuor lineæ A. D, α. E, β. F, η. G. ad tres N. E, O. F, P. G. Verum cum hæ quatuor A. D, N. E, O. F, P. G. sese pari excessu superent, minimaque omnium P. G. sit æqualis excessui (nam se habent sicuti B. D, B. E, B. F, B. G.) Illæ quatuor æquales sunt l harum quatuor inæqualium maxima dempta, seu trium N. E, O. F, P. G. maiores quam duplæ: est igitur frustum cylindri A. T. maius quam duplum inscriptæ figuræ. At tantum duplum est frusti Y. Ergo frustum Y. maius est inscripta figura. Sed ostensum est minus. Ergo in absurdum incidimus ex eo quod posuerimus frusto Y. maiorem portionem.

a per lemma ad 23. huius. b per 2. lemma ad 11. huius. c per corol. 2. prop. 25. huius. d per man. 2. huius. e per 15 l 5. f per 20 l 1 Conic. g per 4 l 6. h per 11. l 5. i per 2. huius. l per 2. huius.

Ponatur iam minor: Etenim adhuc incidemus in absurdum, tandemqne concludemus frustum Y. maius & simul minus conscripta circa portionem figura. Neque igitur portio frusto Y. minor est: sequitur proinde vt sit illi æqualis, habeatque rationem sesquialteram ad frustum coni A. B. C. qnod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ A.

Datis circulo & Ellipsi, descriptaque in circulo figura laterum æqualium longitudine & numero parium: describere in Ellipsi figuram, ad quam inscripta circulo sit, vt circulus ad Ellipsim.

ΥΠΟΘ. Sit circulus A. B. C. D. datus, Ellipsisque E. F. G. H. data: In circulo sit inscripta figura parium numero laterum & longitudine æqualium A. L, B. M, C. N, D. O.

ΚΑΤΑΣ. Centro Ellipsis z. describatur circulus E. I. G. K. diametro E. G. maiori Ellipseos datæ: & in eo inscribatur figura similis figuræ prioris circuli quæ sit E. P, I. S, G. R, K. Q. huius anguli iungantur lineis Q. P, K. I. & R. S. & per puncta quæ iungentes notabunt in Ellipsi, agantur lineæ quæ inscribant in Ellipsi figuram E. T, F. V, G. X, H. y.

ΣΥΜΠΕ. Dico figuram A. L, B. M, C. N, D. O. esse ad figuram E. T, F. V, G. X, H. Y. sicuti circulus A. B. C. D. ad Ellipsim E. F. G. H.

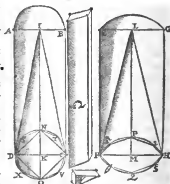
ΑΠΟΔ. Quoniam figuræ in circulis descriptæ sunt similes, vt circulus prior est ad posteriorem, sic est m figura prior ad posteriorem: Atqui vt posterior circulus est ad Ellipsim sic est n figura posterior ad figuram El-

m per 1. & 2. l. 12. n per coroll. 6. huius.

a per 12. l. 5 lipsi inscriptam. Ergo vt circulus prior ad Ellipsim, sic ex æquo figura prior est [a] ad figuram Ellipsi inscriptam, quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ B.

Si sub eodem fastigio existant cylindrus & frustum cylindri, vel conus & segmentum coni: erunt inter se sicuti bases.



ΥΠΟΘ. Sit cylindrus A. B. C. D. & frustum cylindri E. F, H. G. vel conus D. I. C. & segmentum coni F. L. H. sintque vtriusque altitudines I. K. & L. M. æquales.

ΣΥΜΠ. Dico cylindrum A. B. C. D. & frustum cylindri E. F. H. G. vel conum D. I. C. & segmentum coni F. L. H. esse vt sunt inter se circulus D. N, C. O. basis cylindri vel coni, & Ellipsis F. Q, H. P. basis frusti vel segmenti.

ΚΑΤΑΣ. Si enim frustum E. H. non est ad cylindrum A. C. vt Ellipsis F. Q. H. P. ad circulum D. O, C. N. sit ipsum frustum ad aliquod corpus Ω. vt Ellipsis ad circulum. Etenim erit Ω. maius vel minus cylindro A. C. Sit itaque imprimis cylindrus A. C.

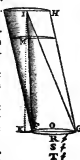
b per 6. l. 4 maior corpore Ω. & quidem quantitate ↓. Tum in circulo D. O, C. N. describatur [b] primo quadratum D. O, C. N. quod sit maius dimidio circuli & intra cylindrum A. C. imaginemur quadrata columna descripta basi quadrato D. O, C. N. & altitudine cylindri I. K. Sic enim abstulerimus à cylindro plusquam dimidium, vt facillime probabitur. Rursus in segmentis circuli describamus triangulos, cuiusmodi vnus est D. S. N. qui etiam erit plusquam dimidium segmenti D. S. N. sicuti erunt & reliqui trianguli plusquam dimidij suorum segmentorum. Intelligantur his triangulis tanquam basibus descibi prismata in segmentis cylindri relictis ex quadrata columna, & horum prismatum altitudo sit æqualis altitudini cylindri, hæc quidem prismata maiora erunt dimidio partis cylindri, reliquæ post ablatam ex cylindro præcedentem quadratam columnam. Denique hoc modo ita persequamur resectionem partium maiorum dimidio reliqui ex cylindro, donec peruenerimus ad aliquod residuum minus quantitate ↓. ita vt parallelepipedum seu laterata figura intra cylindrum descripta sit adhuc maior corpore Ω. Hæc autem figura basim habeat octo-

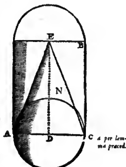
c per lemma præc. gonum D. X, O. V, C. T, N. S. Tandem describamus [c] in Ellipsi F. Q, H. P. figuram F. ϑ, Q. ζ. H. ι, P. S. quæ sit ad octogonum præcedens sicuti est Ellipsis ad circulum. Atque hac figura in Ellipsi descripta tanquam base intelligamus figuram lateratam parallelepipedam describi intra cylindri frustum, & in altitudine ipsius frusti.

d per 11. l. 5 ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam E. H. est ad Ω. vt Ellipsis ad circulum, hoc est [d] vt figura in *e per coroll. 7. l. 12.* Ellipsi descripta ad figuram circulo inscriptam, hoc est [e] rursus vt parallelepipedum in *f per 16. l. 5* frusto descriptum ad parallelepipedum in cylindro compositum: est [f] vicissim E. H. ad parallelepipedum in seipso descriptum vt Ω. ad parallelepipedum in cylindro confla- *g per 9 commun. sent.* tum. Ergo vt frustum E. H. maius est [g] suo parallelepipedo, vt parte sui, sic Ω. est maius parallelepipedo cylindri: Atqui minus iam esse Ω. ipso parallelepipedo in cylindro inscripto, probatum est. Eodem ergo maius esset & minus, quod est absurdum: non ergo corpus Ω. minus est cylindro A. C. Similiter probabimus Ω. non esse maius cylindro A. C. Cum ergo nec minus nec maius sit, sequitur vt illi sit æquale. Et proinde frustum E. H. erit [d] quoque ad A. C. cylindrum vt est Ellipsis ad circulum, hoc est erunt inter *h per 10. l. 12. & per 1. ad 11. huius.* se vt bases. Haud alia ratio est de cono & coni segmento quæ præcedentium sunt [h] partes tertiæ.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Cylindri & frusta cylindrorum tum coni & segmenta conorum, habent inter se rationem compositam ex rationibus basium & altitudinum.





ΥΠΟΘ. Exponantur cylindrus A.B. & frustum cylindri F. H. vel conus A. E. C. & segmentum coni F. I. G.

ΣΥΜΠΕ. Dico esse inter se, in ratione basis seu circuli A. N. C. ad Ellipsim seu basim F. O. G. & ratione altitudinis E. D. ad altitudinem M. K.

ΚΑΤΑΣ. Vt basis est ad basim, ita fiat R. ad S. & vt altitudo ad altitudinem ita sit S. ad T.

ΑΠΟΔ. Quoniam altitudines possunt esse æquales vel inæquales, ponantur primum æquales: sic enim cylindrus A. B. erit[a] ad cylindri frustum F. H. vt circulus A. N. C. ad Ellipsim F. O. G. hoc est vt R. ad S. At quia altitudines sunt æquales ex hypothesi: sunt quoque S. & T. æquales: & ad earum quamlibet eandem habebit R. rationem: proinde erit quoque cylindrus A. B. ad frustum cylindri F. H. vt R. ad T. Verum R. est[b] ad T. in ratione composita ex rationibus R. ad S. & S. ad T. hoc est basis ad basim, & altitudinis ad altitudinem. Ergo quoque cylindrus A. B. est ad cylindri frustum F. H. in ratione ex ijsdem composita.

a per lemma praced.

b per lemma 2. ad 4. l. 2. de sph. & cylindr.

Ponantur vero altitudines inæquales. ΚΑΤΑΣ. Et in maiori I. k. sumatur portio M. k. æqualis minori E. D. fiatque F. M. G. frustum cylindri illius altitudinis aut segmentum coni. Tum vt prius sit R. ad S. vt basis circulus cuius centrum D. ad basim F. O. G. & S. ad T. sit vt altitudo E. D. seu K. M. ad altitudinem I. K.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam cylindrus A. B. est in eadem altitudine cum frusto cylindri F. M. G. ad ipsum ille est[c] vt circulus cuius centrum D. ad Ellipsim F. O. G. hoc est vt R. ad S. Deinde quia frusta cylindri F. M. G. & F. H. sunt super eadem basi est[d] F. M. G. ad aliud F. H. vt altitudo M. k. ad altitudinem I. k. hoc est vt S. ad T. Ex æquo[e] ergo cylindrus A. B. est ad frustum F. H. vt R. ad T. Atqui R. est[b] ad T. in ratione composita ex rationibus R. ad S. & S. ad T. hoc est, ex rationibus basis ad basim, & altitudinis ad altitudinem. Ex ijsdem ergo componitur ratio cylindri A. B. ad frustum F. H. quod fuit probandum. Idem de cono & segmento coni necessario concludetur[f].

c per 2. lemma praximum.

d per 3. lemma ad 11. huius.

e per 22. l. 5

f per 15. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Commaodinus hoc lemma suis in hunc librum doctissimis commentarijs, alio artificio probare conatur. Verum quia vtitur quadam partium bisecti cylindri applicatione, quæ nec clara est, nec, vt videtur, geometrica, propterea paulo, (fateor,) longiorem viam sum aggressus, sed arbitror, securiorem.

PROP. XXV.

Si rectangulæ conoidis duæ portiones secentur planis, altero quidem recto ad axem altero obliquo, fuerint vero ambarum portionum axes æquales, sectiones erunt æquales.

ΠΡΟΤ. ΚΕ.

Εἴκα ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμηθέωντι ἐπιπέδοιν τὸ μὲν ἑτέρῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ δὲ ἑτέρῳ μὴ ὀρθῷ, ἔωντι δὲ τῶν τμαμάτων ἄξονες ἴσοι, ἴσα ἐσοῦνται τὰ τμάματα.

ΤΠΟΘ. Sint ex quadam rectangula conoide sectæ duę portiones A. B. C. plano quidem ad axem recto: Et G. B. D. plano ad axem obliquo. vtriusque vero sint axes B. E, H. F. æquales.

ΣΤΜΠ. Dico portiones esse æquales.

ΚΑΤΑΣ. Secetur conois plano per axem, vt fiant in resectis portionibus parabolæ, A. B. C. & G. H. D. in quibus describantur trianguli A. B. C, G. H. D. æquales.[a] Tũ à puncto D. demittatur perpendicularis D. K. in H. F. longius productam: Tandem cum portionis G. H. D. basis sit[b] Ellipsis, cuius diameter G. D. inueniatur[b] altera diametrus, minor scilicet qui sit G. L. Denique intra portionem A. B. C. describatur conus basim habens eandem, eundemque axem cum portione: tum in alio G. H. D. describatur[c] coni segmentum eandem etiam basim parẽque axem quàm portio habens: & à vertice H. demittatur perpendicularis H. I. in basim, quę notet frusti coni aut portionis altitudinem.

ΑΠΟΔ. Segmentum coni H. G. D. est[d] ad conum A. B. C. in ratione composita ex rationibus, Ellipseos cuius diameter G. D. ad circulum cuius diameter A. C. & altitudinis H. I. ad altitudinem B. E. Atqui Ellipsis est[e] ad circulum, sicuti rectangulum sub diametris G. D, G. L. ad quadratum A. C. Tum G. F, F. D. sunt æquales vt semisses diametri maioris: Etiam pares sunt G. M. & K. D. nam trianguli G. D. L. basi L. D. parallela est[b] M. F. Et proinde vt G. F, F. D. sunt æquales, sic sunt[f] pares G. M. & M. L. sunt[g] vero in parallelogrammo K. L. latera opposita K. D. & M. L. æqualia, proindeque G. M. & K. D. sunt[h] quoque pares. Rursus k. D. & C. E. sunt[i] æquales. Tandem ergo G. M. & C. E. sunt æquales, & ex[l] consequenti earum duplæ G. L. & A. C. Igitur rectangulum sub G. D, G. L. & quadratum ex A. C. sunt in eadem altitudine: & se habent[m] sicuti bases G. D. & C. A. hoc est, sicuti semissis F. D. ad semissem C. E. Idcirco segmentum coni G. H. D. est ad conum A. B. C. in ratione composita ex ea primum quam habet F. D. ad C. E. seu ad D. k parem, & ex ea deinde quam habet H. I. ad B E. Sunt autem trianguli I. H. F. & k D. F. æquianguli: nam anguli ad k. & I. sũt recti, qui vero ad F. pares vt ad verticem. Ergo vt F. D. ad D. k. sic est[n] F. H. ad H. I. Dicamus ergo rursus segmentum coni G. H. D. esse ad conum C. B. A. in ratione cõposita ex ratione F. H. ad H. I. & ex ratione H. I. ad B. E. hoc est, in ratione in qua est F. H. ad B. E. quæ ex iisdem componitur.[o] Atqui sunt H. F. & B. E. ęquales ex hypothesi. Est itaque conus æqualis segmẽto coni: & cũ sint[p] portionib. in quib. describũtur in ratione subsesquialtera sequitur portiones itidẽ esse ęquales, quod fuit probandum.

a per 4. huius.
b per 13 huius.
c per 9 huius.
d per lemma proxim.
e per 6 huius.
f per 2. l. 6.
g per 34. l. 1
h per 1. commun. sent.
i per coroll. 4. huius.
l per 15 l. 5.
m per 1. l. 6.
n per 4. l. 6.
o per lemma 2. de sph. & cyl.
p per 32 & 24. huius.

ΠΡΟΤ.

ΠΡΟΤ. Κϛ.

Εἴκα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμηθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, τὰ τμήματα ποτ' ἄλλαλα τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν.

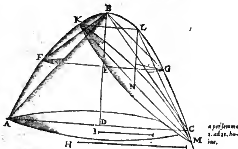
PROP. XXVI.

Si rectangulæ conoideos duæ portiones secentur planis quomodocumque ductis: portiones huiusmodi rationem inter se habebunt, quam quadrata axium earundem.

ΥΠΟΘ. Sit conois A. B. C. ex qua quomodocumque secentur duæ portiones, quarum axes æquales sint lineis H. & I. Et sunt istæ A. B. C. & F. B. G. quarum axes sint B. D. æqualis ipsi H. & B. E par ipsi I.

ΣΥΜΠ. Dico has binas portiones se habere inter, se sicuti axiũ earumdem, seu linearum H. & I. quadrata.

ΚΑΤΑΣ. Secetur exposita conois per axem [a] fiatque hyperbole A. B. C. in qua lineæ sint F. G, A. C. intersectiones nempe secantium conoidem planorum tam per axem quàm perpendiculariter axi. Ponimus enim primum portiones sumi planis ad axem rectis. Iam in portionibus sumptis describantur coni in ijsdem basibus ijsdemque altitudinibus quàm sint portiones. [a per lemma 1. ad 11. huius.]



ΑΠΟΔΕΙ. Conus A. B. C. est [b] ad conum F. B. G. in ratione composita ex rationibus circuli seu [c] quadrati A. C. ad circulum seu quadratum F. G. & altitudinis B. D. ad altitudinem B. E. Vel [d] ex rationibus quadrati A. D. ad quadratum F. E. & altitudinis B. D. ad altitudinem B. E. Atqui ratio quadrati A. D. ad quadratum F. E. eadem est [e] quæ ratio B. D. ad B. E. Ergo conus A. B. C. est ad conum F. B. G. in ratione cõposita ex rationibus B. D. ad B. E. & B. D. ad B. E. hoc est, conus est ad conum in ratione duplicata eius quæ est B. D ad B. E. Atqui quadratum axis B. D. est [f] ad quadratum axis B E in eadem duplicata ratione axis B. D. ad axem B. E. Ergo conus est ad conum, vt quadratum axis B. D. ad quadratum axis B. E. Verum vt conus ad conum, sic portio ad portionem: quia portiones sunt [g] conorum sesquialtera. Igitur portio A. B. C. est ad portionem F. B. G. vt quadratum B. D. ad quadratum B. E. quod fuit probandum. [b per 11 huius.] [c per 2. l. 12.] [d per 15. l. 5.] [e per 20. l. 1 Conic.] [f per 20. l. 6] [g per 23. huius.]

Cæterum si sectio facta fuerit obliquè, vti est ea quæ fit Ellipsi K. N. M. nempe K. L. M. cuius axis sit L. N. æqualis ipsi I. Assumpta porrione recta F. B. G. cuius axis sit æqualis axi obliquæ portionis: probabitur [h] obliqua rectæ æqualis. Et vt prius portionem A. B. C. esse ad aliam vt quadratum axis B. D. ad quadratum axis B. E. hoc est L. N. [h per præcedentem.]

ΕΠΙΦΟΡΑ

Hinc deducimus in diuersis conoidibus rectangulis sumptas quomodocumque portione, quarum axes sint æquales, ipsas esse æquales: & si axes fuerint inæquales, easdem se habere inter se sicuti axium earumdem quadrata.

a per 17 definit. huius. ΑΠΟΔ. Etenim omnes conoides rectangulæ sunt [a] similes nascunturque ex similibus parabolis. Idem ergo est duas portiones sumere in eadem conoide aut in diuersis conoidibus. Si itaque æquales fuerint portionum separatim sumptarum axos, ipsæ b per 25. huius. æquales erunt [b]: si inæquales fuerint axes, se habebunt [c] portiones vt axium quadrata. c per præcedentem.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Mendum erat meo iudicio in textu propositionis tam apud manuscriptum quam incussos codices. Sic manuscriptus legit τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν: incussus vero sic οἷς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτοῖς, vterque male. Restitui τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν scilicet τμαμάτων, vt integrior sit sensus. Alio sed apertissimo errore sculptus liber habet ἐπιπέδοις ἴσοις ἀγμένον pro ἴσοις ἀγμένοις.

PROP. XXVII.

Omnis sectio obtusiangulæ conoideos secta plano recto ad axem, ad conum basim habentem eandem cum sectione & altitudinem eandem, hanc habet rationem quam habet linea composita & ex æquali axi sectionis & ex tripla adiectæ axi, ad lineam æqualem duabus axi scilicet sectionis & duplæ adiectæ axi.

ΠΡΟΤ. ΚΖ.

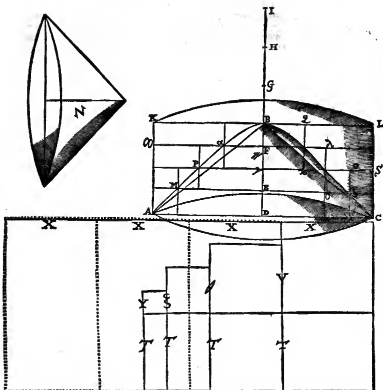
Πᾶν τμῆμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμημένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα ταὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ὃν ἔχει συναμφοτέρα ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ ταὐταν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

ΠΡΟΘ. Secetur quædam conois obtusiangula plano ad axem erecto secundum lineam A. C. relinquente portionem A. B. C. quæ rursus dirimatur plano per axem vt d iuxta 16. definit. huius. fiat hyperbole cuius axis B. D. & sit linea [d] ad axem adiecta B. G. cui addantur æquales G. H. & H. I. Demum sit conus A. B. C. easdem basim & altitudinem habens, quas exposita portio habet.

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem A. B. C. esse ad conum A. B. C. vt linea I. D. se habet ad lineam H. D.

ΚΑΤΑΣ. Fiat conus Z. qui sit ad conum A. B. C. vt linea I. D. ad lineam H. D. Etenim si sit portio A. B. C. æqualis cono Z. habemus [e] quod quærimus: si non erit portio e per 7. l. 5. maior vel minor ipso cono Z. Sit primo maior si fieri potest. Tum circa portionem cōscribatur [f] figura solida cylindris æqualiter altis constans, tùm alia inscribatur ex cy- f per 21. huius. lindris parem illis altitudinem habentibus, ita vt conscripta superet inscriptam minori quantitate quam sit differentia qua portio & conus Z. sunt inæquales. Producan- g per 11. l. 12 tur vero plana cylindrorum figurarum, quæ diuidant [g] cylindrum totum A. L. in cylindros æquales cum sint altitudines pares. Tum quot sunt cylindri in circumscripta figura, tot ponantur lineæ T. singulæ æquales lineæ H. B. duplæ adiectæ ad axem. Ad h per 29 l. 6 vnamquamque autem ipsarum accedat [h] spatium excedens specie quadrato, quorum maximum sit rectangulo sub H. D, D. B. æquale: minimum vero par sit rectangulo sub H. F, F. B. Excessus autem laterum æquales erunt ipsi F. B. Nam B. D. æqualiter diuisa est, eritque latus maximi quadrati V. æqualis axi B. D. quia primum

est: latus vero Y. minimi æquale altitudini B.F. quia vltimum. Denique quot sunt imparia parallelogramma, ad lineas T. applicata, tot sint alia X. singula quotum sint maximo [a] illorum æqualia, & denique lineæ B.D. sit tertia pats B. ν. a per 10 l.6

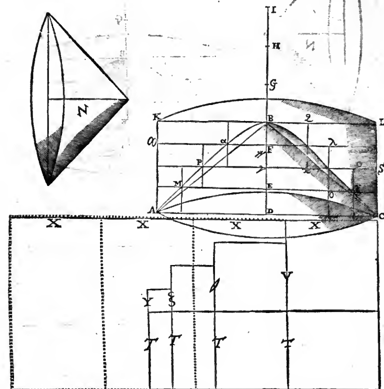


ΑΠΟΔΕΙ. Conus z. minor est [b] inscripta figura: quod primo notandum. Deinde quia b per lemma ad 23. huius.
B. ν. est tertia pars totius B. D. & G. B. vna tertia alterius B. I. superest [c] totam I. D.
triplam esse totius G. ν. Atqui cylindrus K. C. coni A. B. C. triplus est [d]. Ergo vt cylin- c per 1. l 5.
drus ad conum, sic I. D. ad G. ν. Rursus vt consequens conus A B. C. in primo or- d per 10 l 12.
dine ad aliquem conum z sic aliqua linea H. D. in secundo ordine ad antecedentem I.
D. Ergo in perturbata ratione, ex æquo erit [e] cylindrus K. C. ad conum z vt H. D. ad
G. ν. Iam vt multoties antea inculcauimus, cylindrus C. R. circumscriptæ figuræ est e per 23. l. 5.
[f] ad cylindrum inscriptæ N. M. vt quadratum C. A. ad quadratum ξ. M. seu vt [g] qua- f per 11. & 2. l. 12.
dratum semissis A. D. ad quadratum semissis M. E. hoc est [h] vt rectangulum sub H. D, g per 15. l. 5.
D. B ad rectangulum sub H. E, E B. vel denique vt [i] rectangulum applicatum ad to- h per 21 l. 1. Conic.
tam T. V. ad rectangulum applicatum ad T. δ. Adhuc cylindrus S. R est [f] ad cylindrum i per fabr.
O. P. vt quadratum D. A. ad quadratum P. γ. vel vt [h] rectangulum sub H. D, D. B.
nempe applicatum ad T. V. ad rectangulum sub H. γ, γ. B. hoc est applicatum ad T. ζ.
Denique cylindrus OO. S. est ad cylindrum α. ε. vt rectangulum applicatum ad T. V.
ad rectangulum applicatum ad T. Y. Sic habemus hinc quatuor cylindros æquales R. C, R. S. & S. OO. illinc quatuor æqualia parallelogrāma X. Et quidē cylindrorū

tres referuntur ad tres cylindros inscriptæ figuræ M. N. O. P, α. κ. in eadem ratione in qua tria parallelogramma X. vel quod applicatur ad T. Y. ter repetitum, referuntur ad parallelogramma applicata ad lineas T. θ, T. ζ, T. Y. tertius vero cylindrus OO. L. ad nihil refertur, sicuti quartum parallelogrammum X. cum nihilo comparatur. Idcirco vt sunt quatuor cylindri seu totus cylindrus k. C. ad figuram inscriptam, sic a quatuor parallelogramma X. ad tria parallelogramma minora, seu ad quatuor [illegible] dēpto maximo. Atqui parallelogramma X. sunt b ad quatuor inæqualia den[illegible] maximo in maiori ratione quam H. D. ad G. ν. Ergo totus cylindrus k. C. est ad inscriptam figuram in maiori ratione quam sit H. D. ad G. ν. Verum idem cylindrus k. C. est ad co-

a per 2. huius.

b per 3. huius.



num Z. vt H. D. ad G. ν. Igitur cylindrus k. C. minorem habet rationem ad conum z. quam ad inscriptam figuram. Vnde sequeretur c conum z. maiorem esse inscripta figura, qua tamen eundem minorem esse ostendimus. Ex hoc itaque absurdo sequitur portionem A. B. C. non esse maiorem cono z.

c per 8. l. 5.

Verum neque minorem esse demonstrabimus. Sit enim ex hypothesi minor, & manente structura erit d conus z. maior circumscripta figura. Iam cylindrus R. C. est ad eundem cylindrum circumscriptæ R. C. vt parallelogrammum X. ad id quod applicatum est ad lineam T. V. hoc est vt æqualis ad æqualem, vel vt idem ad idem. Tum cylindrus S. R. est e ad cylindrum M. ω. vt quadratum E. R. seu D.

d per lemma ad 23 huius.

e per præcedenter citatas proposit.

A. ad quadratum E. M. vel vt rectangulum sub H. D, D. B. ad rectangulum sub H. E, E. B. hoc est vt rectangulum X. ad rectangulum applicatum ad T. θ. Adhuc probabitur cylindrum S. OO. esse ad cylindrum P. λ. vt X. rectangulum ad id quod applicatur ad lineam T. ζ. Denique cylindrus OO. L. est ad cylindrum α. Q. vt X. parallelogrammum ad minimum imparium parallelogrammorum applicatum ad T. Y. Proinde quatuor X. sunt ad quatuor imparia rectangula, vt totus cylindrus K. C. ad circumscriptam figuram. Atqui illa quatuor X. sunt [a] ad quatuor imparia parallelo- [a per 3. huius.] gramma in minori ratione quam H. D. ad G ν. Ergo cylindrus k. C. est ad circumscriptam figuram in minori ratione quam H. D. ad G. ν. Verum ad conum Z. idem cylindrus K. C. habet eandem rationem quam H. D. ad G. ν. Ergo cylindrus k. C. maiorem rationem habet ad Z. conum quam ad circumscriptam figuram. Proinde conus Z. est [b] minor circumscripta figura: sed est maior ostensus. Absurdum ergo sequi- [b per 8. l. 5.] tur ex eo quod supposuerimus conum Z. maiorem portione: qui si neque minor neque maior sit exposita portione, illi ex consequēti est æqualis: Et ideirco portio similiter est ad conum A. B. C. vt linea I. D. ad lineam H. D. vt vult propositio.

ΠΡΟΤ. ΚΗ.

Καὶ τοίνυν εἴκα μὴ ὀρθῶς ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ ἀποτμηθῇ, τὸ τμῆμα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ποτὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἑξεῖ τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι ἴσαι τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

PROP. XXVIII.

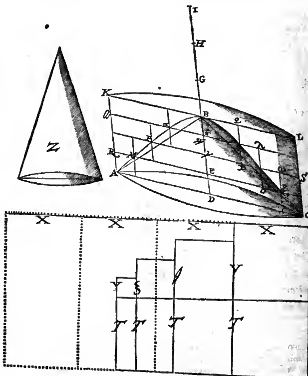
Et proinde si non recto ad axē plano secetur: portio amblygoniæ conoideos ad coni segmentum basim habentis eandem ac segmentum, eundemque axem, eandem habebit rationem quam linea æqualis duabus, & axi portionis & triplæ additæ ad axem, ad æqualem binis, & axi & duplæ adiectæ axi.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. In superioris propositionis hypopothesi muta sectionem factā fuisse plano non recto ad axem; tum in structura pone [c] figuras circumscribi & inscribi ex conorum segmentis compositas, ac tandem reliqua maneant, & sic demonstrationem persequere. [c Ex 22 huius.] [d per lemma ad 23. huius] [e per 1. lemma ad 22. huius.]

ΑΠΟΔ. Conus Z minor est [d] inscripta figura: Deinde tota I. D. tripla est totius G. ν. Atqui frustum cylindri k. C. segmenti coni A. B. C. triplum est [e]: Ita vt frustum cylindri k. C. sit ad segmentum coni A. B. C. vt I. D. ad G. ν. Atqui vt segmentum coni A. B. C. ad conum Z. sic [f] H. D. ad I Ergo perturbatim est [g] ex æquo cylindri frustum k. C. ad conum Z. vt H. D. ad G. ν. Iam cylindri frustum C. R. est [h] ad frustum N. M. vt Ellipsis cuius diameter A. C. ad Ellipsim cuius diameter M. ξ. Et quia Ellipses sunt [i] similes inter se sunt [l] vt quadrata suorum dimetientium. [f per fabr.] [g per 23 l. 5] [h per 2. lemma ad 21. huius.] [i per coroll 2 prop. 15. huius.] [l per 2. manifest huius.]

Igitur frustum R. C. est ad frustum M. N. vt quadratum A. C. ad quadratum M. ξ. seu [a] vt quadratum A. D. ad quadratum M. E. Hoc est [b] vt rectangulum sub H. D, D. B. ad rectangulum sub H. E, E. B. vel vt rectangulum X. applicatam ad T. V. ad rectangulum applicatum lineæ T. ι. Similiter frustum R. S. erit ad P. O. frustum, vt rectangulum X. ad id quod applicatur lineæ T. ζ. Denique frustum S. OO. habebit se ad frustum α. κ. sicuti parallelogrammũ X. ad applicatum ad lineam T. Y. Cumque quartus cylindrus OO. L. ad nihil referatur, vt nec quartum rectangulum X. Erit [c] totum frustum K. C. ad inscriptam figuram, vt quatuor X. ad tria minora inæqualium rectangulorum. Verum quatuor X. sunt [d] ad hæc 3. minora

a per 15 l. 5.
b per 21 l. 1. Conic.
c per 2. huius.
d per 3. huius.



inæqualium, in maiori ratione quam H. D. ad G. ν. proinde frustum K. C. ad inscriptam figuram maiorem habet rationem quam H. D. ad G. ν. Atqui frustum K. C. ad conum Z. in ea est [e] ratione, quam H. D. ad G. ν. Ad ipsum ergo Z. conum minorem rationem habet frustum cylindri K. C. quam ad inscriptam figuram. Ideirco Z. conus maior est [f] inscripta figura: sed & ostensus est minor. Absurdum ergo est supponere portionem conoidis maiorem esse cono Z.

e vt ostendimus.
f per 8. l. 5.

Porro absurdum quoque sequetur si supponatur portio conoidis cono Z. minor. Illi proinde cono æqualis est, & ad conum A. B. C. se habet vt linea I. D. ad lineam H. D. quod fuit probandum.

ΠΡΟΤ. ΚΘ.

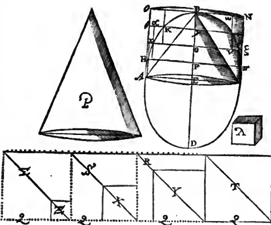
Παντὸς σχήματος σφαιροειδοῦς ἐπιπέδῳ τμηθέντος διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἡμίσεων τοῦ σφαιροειδοῦς διπλάσιον ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος ταὐτὰν αὐτῷ τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

PROPO. XXIX.

Cuiuſcumque figuræ ſphæroideæ plano ſectæ per centrum recto ad axem, dimidium duplum eſt coni baſim habentis eandem cum portione, & eundem axem.

ΥΠΟΘΕΣ. Figura ſphætois A.B.G.D. ſeeetur plano per centtum E. efficiente [a] ſectionem circulum, cuius diameter A.C. ſitque [b] dimidiũ ipſius ſphęroidis A.B.C. cum quo eandem baſim, eũdemque axem habeat conus A.B.C.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico portionem A.B.C. dimidiam ſphæroidis, duplum eſſe coni A.B.C.



[a] per 11. huius.
[b] per 20. huius.

ΚΑΤΑΣ. Sit quidam conus P. qui ſit duplus coni A.B.C. Si quippè P. fuerit portioni ſphæroidis æqualis, patet propoſitio. Si verò illi fuetit inæqualis, ſit differentia λ. & circa ſphæroidis portionem circumſcribatur [c] figura, aliaque intra ſcribatur ambæ cylyndris conſtãtes æqualiter altis, ita vt circumſcripta ſuperet inſcriptam minori quantitate quàm ſit corpus λ. Quot autem partium fuerit E.B. tot ſumantur lineæ Q. ſingulæ pares ipſi E B. quibus applicentur rectangula æqualia ſingula vni ſub B.E, E.D. hoc eſt, fiant quadrata ipſarum linearum Q. ſunt [d] enim E.B, E.D. æquales. Denique à ſecundo horum quadratorum tollatur [e] gnomon, cuius latitudo ſit vnius partis ſemidiametri B.E. qui ſit R. & maneat quadratum Y. Tum à tertio quadrato gnomon auferatur longitudinis duarum partium B.E. qui ſit S. & maneat quadratum X. demum ab vltimo quadrato reſecetur gnomon Σ. trium partium longitudinis ſemidiametri E. B. & maneat quadratum Ξ.

[c] per 11 huius.
[d] ex definit. axis.
[e] ex 2. defin. lib. 2.

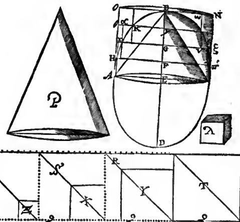
ΑΠΟΔ. Primò ſi poſuerimus portionem ſphæroidis A.B.C. maiorem cono P. erit [f] rurſus P. minor inſcripta figura. At verò cylindrus H.C. circumſcriptæ figuræ eſt [g] ad cylindrum Z.I. inſcriptæ, vt circulus cuius diameter A.C. ad circulum, cuius diameter I.ξ. ſeu vt [h] quadratum A.C. ad quadratum I.ξ. vel vt [i] quadratum A.E. ad quadratum ξ.F. aut denique vt [l] rectangulum ſub B.E, E D. nempè quadratum Q Σ. ad rectangulum ſub B.F. F.D. ſcilicet ad gnomonem Σ. (nam rectangulum ſub B.E, E. D. ſeu quadratum Q.Σ. differt [m] à rectangulo ſub B.F, F. D. quadrato F.E. hoc eſt quadratulo Ξ. Proinde gnomon Σ. æqualis eſt [n] rectangulo ſub B.F, F.D.) Similiter pro-

[f] per lemma ad 23. huius.
[g] per 11. lib. 12.
[h] per 2. l. 12.
[i] per 15 l. 5.
[l] per 21. li. 1 Conic.
[m] per 5. l. 5.
[n] per 5 cum. ſens.

babimus cylindrum H.ζ esse ad cylindrum M.L. vt quadratum Q.S. ad gnomonem S. Et demum cylindrum ζ.θ. esse ad cylindrum K.V. vt quadratum Q.R. ad gnomonem R. quartus autem cylindrus θ.N. ad nihil refertur, sicuti nec quartum quadratum T. Proinde vt se habent quatuor cylindri æquales, seu totus cylindrus A.N. ad inscriptam figuram, ita sunt quatuor æqualia quadrata ad gnomones Σ.S.& R. Sunt [a] autem hæc quadrata quatuor æqualia maiora, quàm trium gnomonum sesquialtera. Ergo cylindrus A.N. maior est, quã sesquialter inscriptæ figuræ. Verùm quia P. est duplus coni A. B. C. cuius cylindrus A. N. est [b] triplus, sequitur cylindrum A. N. esse coni P. sesquialterum, & proinde conũ P. maiorem esse inscripta figura. Sed & minor est ostensus, quod absurdum est, vt & illud vnde hoc sequitur, nempè portionem sphæroidis A.B.C. maiorem esse cono P.

a per coroll 4 prop. 10. li. de lineis spiralibus.

b per 10 l. 12.



Ponatur iam portio cono P. minor, & cæteris vt sunt constructa, manentibus: Erit [c] P. conus etiam maior circumscripta figura: Tum cylindrus H. C. erit ad seipsum vt quadratum T. ad seipsum: item cylindrus H ζ. erit [d] ad cylindrum circumscriptæ figuræ κ.ω. vt circulus A. C. ad circulum ξ.ω. vel vt [e] quadratum A.C. ad quadratum ξ.ω. vel [f] vt quadratum A.E. ad quadratum ξ.F. vel vt [g] rectangulum sub B.E, E.D. ad rectangulum sub B.F, F.D. vel denique vt [h] quadratum Q.Σ. ad gnomonem Σ. Similiter est cylindrus ζ.θ. ad cylindrum κ.L. vt quadratum Q.S. ad gnomonem S. & demum cylindrus θ.N. est ad cylindrum K.ω. vt quadratum Q.R. ad gnomonem R. Proinde totus cylindrus A.N. est ad circumscriptam figuram, vt quatuor quadrata Q. ad tres gnomones Σ. S. R. & quadratum T. Verum quatuor quadrata æqualia Q. sunt [a] quadrati T. & trium gnomonum minora quàm sesquialtera. Ergo quoque cylindrus A. N. minor est quàm sesquialter circumscriptæ figuræ. Atqui sesquialter est coni P. Conus itaque P. minor est circumscripta figura: sed & maior probatus est, quod est absurdum: sicuti, & quod vnde sequitur, nempè portionem sphæroidis minorem esse cono P: Quæ si neque minor sit, neque maior ipso, sequitur eandem ipsi cono P. esse æqualem, & duplam esse similiter coni A.B.C. quod fuit probandum.

c per lemma ad 29. huius.

d per 11 li. 12.

e p. 2 l. 12.

f per 15 l. 5.

g per 21. li. 1. Conic.

h per 5 li. 2.

PROP. XXX.

Et proinde si sphæroides non rectum ad axem plano per centrum secatur, similiter dimidium sphæroidis duplum erit segmenti coni basim ha-

ΠΡΟΤ. Λ.

Καὶ τοίνυν εἴκα τὸ σφαιροειδὲς μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου τμηθῇ, ὁμοίως τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος

ταὶν αὐταὶν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

bentis eandem cum portione, & axem eundem.

ΥΠΟΘ. Secetur ſphæroides A.B.C.D. plano acto per centrum E. non recto ad axem B. D. ſitque [a] dimidium ipſius A.B.C cuius baſis ſit [b] Ellipſis A F.C.G, quarurſus baſi deſcribatur [c] coni ſegmentum A.B.C. in altitudine eadem ac portio.

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem ſphæroidis A.B.C. duplam eſſe ſegmenti coni A.B.C.

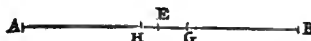
ΚΑΤΑ. Ponatur P. duplus coni A.B.C. qui ſi maior vel minor ſupponatur portione A.B.C. deſcribatur [d] circum portionem figura, & alia inſcribatur portioni vtraque cylindrorum fruſtis conſtans, ita vt circumſcripta inſcriptam ſuperet minori quantitate, quàm ſit differentia portionis à cono P. & reliqua fiant vt in præcedenti.

[a] per 20. huius. [b] per 15. huius. [c] per 9. huius. [d] per 21. huius.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim reliqua concludentur eodem artificio, quo in antecedentibus vſi ſumus, vt non ſint ad nauſeam vſque repetenda.

ΛΗΜΜΑ Α.

Si duæ quantitates quomodocumque biſecentur, & prima fuerit ad alteram ex ſuis partibus in minori ratione, quàm ſecunda ad alteram ex ſuis partibus: erit prima ad reliquam ſui partem in maiori ratione quàm ſecunda ad reliquam ſui partem, & contra.



ΥΠΟΘΕ. Sit A.B. prima ſecta in E. ad E.B. in minori ratione quàm C.D. ſecta in F. ad F.D.



ΣΥΜΠ. Dico A.B. ad reliquam partem A.E. in maiori eſſe ratione quàm C.D. ad reliquam C.F. & contra.

ΚΑΤΑ. Quam etenim rationem habet C.D. ad D.F. eam habeat [e] A.B. ad G.B. erit [f] enim G.B. minor quàm E.B. quia A.B. minorem habet rationem ad E.B. quàm ad G.B.

[e] per 12. 16 [f] per 8. l. 5.

ΑΠΟΔ. Quoniam A.B. eſt ad G.B. vt C.D. ad F.D. eſt viciſſim [g] tota A.B. ad totam C.D. vt ablata E.B. ad ablatam F.D. Et ex conſequenti [h] vt tota A.B. ad totam C.D. ſic reliqua A.G. ad reliquam C.F. Et permutando [g] A.B. eſt ad A.G. vt C.D. ad C.F. Atqui A.B. ad minorem A.E. maiorem habet [f] rationem quàm ad maiorem A.G. Ergo A.B. maiorem rationem habet ad A.E. quàm C.D. ad C.F. Contra verò ponatur A.B. eſſe ad E.B. in maiori ratione quàm C.D. ad F.D.

[g] per 16 l. 5. [h] per 19 l. 5.

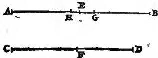
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico A.B. eſſe ad A.E. in minori ratione quàm C.D. ad C.F.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [e] A.B ad B.H. vt C.D. ad F.D. erit enim A.B. ad B.H. in minori ratione quàm ad E.B. & ex conſequenti [f] B.H. erit maior quàm E.B.

ΑΠΟΔ. Quoniam A.B eſt ad H.B. vt C.D ad F.D. viciſſim [g] A.B eſt ad C.D. vt ablata H.B ad ablatam F.D. & ſic ergo eſt [h] reliqua A.H. ad reliquam C.F. permutando [g] ergò rurſus vt A.B. ad A.H. ſic C.D. ad C.F. Atqui A.B minorem habet [f] rationem ad A.E. quàm ad A.H. Ergo quoque minorem quàm C.D. ad C.F. quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ Β.

Si fuerit pars A.E. ad totum A.B. in maiori ratione, quàm pars C.F. ad C.D. totum: erit totum A.B. ad reliquum E.B. in maiori ratione quàm totum C.D. ad reliquum F.D.



a per 12. l. 6 ΚΑΤΑΣ. Fiat[a] A.H. ad A.B. vt C.F. ad C.D. vt scilicet sit[b] A.H. minor, quàm A.E.
b per 8. l. 5.
ΑΠΟΔ. Inuertendo,[c] est totum A.B. ad A.H. vt C.D. ad C.F. & permutando[d] A.B. ad C.D. vt ablatum A.H. ad ablatum C.F. & sic[e] quoque reliquum H.B. ad reliquum F.D. Et permutando[d] H.B. ad A.B. vt F.D. ad C.D. & inuertendo[e] A.B. ad H.B. vt C.D. ad F.D Ergo A.B. ad E.B. minorem quàm H.B. habet maiorem rationem quàm C.D, ad D.F. vt vult Lemma.
c per coroll. 4 lib. 5.
d per 16. l. 5.
e per 19. l. 5.

PROPO. XXXI.

Cuiuscumque figuræ sphæroideæ plano non per centrum sectæ, sed rectò ad axem: minor portio ad conum, eandem cum ipsa basim habentem, eundemque axem, hanc habet rationem, quam linea composita ex dimidio axe sphæroidis, & ex axe maioris portionis, habet ad axem maioris portionis.

ΠΡΟΤΑ. ΛΑ.

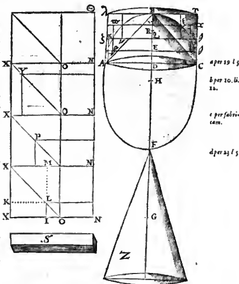
Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμηθέντος μὴ διὰ τοῦ κέντρου, ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· τὸ ἔλαττον τμῆμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ὃν συναμφότερα τάτε ἡμίσεα τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ὁ ἄξων τοῦ μείζονος τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμήματος.

ΥΠΟΘ. Secetur sphæroïs A.B.C.F. plano A.D.C. perpendiculari quidem ad axem B.F. sed non per centrum acto. Sitque portio A.B.C. minor, alia A.F.C. maior: Sit item conus A.B.C. easdem basim, & altitudinem habens cum portione minori: producta verò sit B F. in G. ita vt sit F.G. æqualis semidiametro H F.

ΣΥΜΠΕ. Dico minorem portionem A. B. C. esse ad conum A.B C. vt linea D.G. composita ex diametro maioris portionis, & dimidio axe sphæroidis ad D.F. axem nempè maioris portionis.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur conum Z. ad conum A.B C. dictam habere rationem. Etenim erit ipse conus Z. portioni minori A.B.C. vel æqualis (& sic habebimus quod quærimus) vel inæqualis. Si inæqualis sit vtriusque differentia S. Tum extra minorem por-
f per 22. huius. tionem conscribatur[f] figura, aliaque intra inscribatur, vtraque cylindris æqualiter
altis constans, (fit[g] enim sectione plani ad axem recti circulus) ita vt conscripta su-
g per 11. huius. peret inscriptam minori quantitate quàm sit S. productisque cylindrorum basibus
h per 14. l. 12. dinidatur[h] totus cylindrus A.T. in cylindros æquales. Præterea quot fuerint partes in B.D. æquales, tot sumantur lineæ X.N. singulæ æquales ipsi D.F. à quibus rescindantur X.O. æquales quoque singulæ vni D.B. vt rursus maneant O.N. partes singulæ duplæ ipsius D.H. cùm sit F.D. vel X.N. æqualis vni D.B. & duabus D.H. Ad ipsas X. N. erigantur altitudines singulæ æquales ipsi D. B. & perficiantur parallelo-

gramma, quæque patia ei quod continetur sub F.D,D.B. Tandem à primo reſecetur gnomon latitudinis B.E. à ſecundo auferatur gnomon latitudinis B.Q. A tertio demum gnomon tollatur latitudinis B. V. & ſi plures fuerint ſectiones, plura quoque erunt parallelogramma, ita vt plures auferantur gnomones, quouſque ad vltimum deueniatur, qui latitudinis erit vnius partis B.E. Denique lineæ B.D. tertia pars ſit B. R.

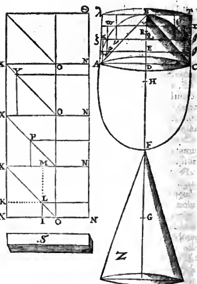


ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Supponatur primo portionem A.B. C. maiorem eſſe cono Z. Etenim, quia ſicut tota B.G. tripla eſt totius B.H. ita ablata B.D. tripla eſt ablatæ B.R. ſequitur a reliquam D. G. reliquæ R.H. triplam eſſe. Ergo vt D.G. ad R. H. ita eſt b cylindrus A. T. ad conum A.B.C. Verum vt conus A. B. C. conſequens ad aliquem conum Z. ita c aliqua linea D.F. ad anteeedentem D.G. In perturbata ergo proportione ex æquo eſt d cylindrus A. T. ad conum Z. vt D.F. ad R.H. Gnomonum autem maximus æqualis eſt rectangulo ſub B.E, E.F. Nam ſumpta eſt O.I. æqualis parti D.E. eiuſque factum eſt quadratum O. L. Et quia altitudo X.X. eſt æqualis ipſi B.D. remanet L.M. vel X. K. æqualis lineæ B.E. ita vt rectangulum K. N. æquale ſit ei quod cõtineretur ſub E.B & D.F. Tum aliud X. L. eſt rurſus, æquale ei quod eſſet ſub D. E, E.B. Ex bis verò duobus æqualibus e vni ſub B.E, E.F. conflatur gnomon I.K.N. Hic ergo gnomon eidem ſub B.E, E.F. eſt æqualis. Pars autem quæ remanet, nempè N.L. cum quadrato L.O. applicata lineæ N.O. excedit ſpecie quadrati O.L. Eadem arte probabitur gnomon ſecundus X.P.N. æquari rectangulo ſub B.Q, Q.F. Et demum vltimum gnomonem parem eſſe ei quod fit ſub B.V, V.F. Et reliqua ſpatia applicata lineis O.N. excedere ſpecie quadratorum. Iam cylindrus maximus circumſcriptæ figuræ, ſe habet ad cylindrum maximum inſcriptæ, ſicut f eſt circulus ex A.C, ad circulum ex ε. K, ſeu quadratum A.C, ad quadratum ε K, vel vt quadratum D.C, ad quadratum E.K, hoc eſt ſicut g rectangulum ſub B.D, D.F, ſeu rectangulum X.N, ad rectangulum ſub B.E, E.F, vel gnomonem X. L.N, primum. Simili argumentatione probabo cylindrum ζ.θ. eſſe ad cylindrum ρ.ε. vt rectangulum X.N, ad gnomonem X. P. N. Denique tertius cylindrus ζ.κ. eſt ad vltimum inſcriptæ η.ξ. vt rectangulum X. N, ad tertium gnomonem X Y.N. Quartus verò cylindrus κ.λ. ad nihil refertur, vt nec quartum rectangulum X.Θ. Propterea omnes cylindri, ſeu totus cylindrus A.T, eſt ad inſcriptam figuram, vt quatuor rectangula æqualia X.N. ad tres gnomones. Atque ſunt quædam lineæ N.O, æquales poſitæ, & ad ſingulas accedit ſpatium excedens ſpecie quadrati. Exceſſus autem laterum ſunt æquales, & eſt exceſſus quantitatis lateris minimi quadrati. Deinde ſunt aliæ lineæ N.X, inter ſe pares conflatæ ex vna N.O, & latere maximi quadrati, ad quas ſpatia accedunt ſingula æqualia maximo eorum quæ accedunt lineis N.O, nempè rectangulo X.Θ. Propterea hæc ſpatia accedentia lineis X. N, ad ſpatia accedentia lineis N.O, quæ ſunt N.L, N.P, & N.Y, minorem habent rationem h quàm linea N.X, ad lineam conflatam ex dimidia N.O, & vna tertia lineæ X.O. Si verò ex N.X, auferas dimidiam N.O, & vnam tertiam X.O, remanebunt dimidia N.O, & duæ tertiæ X.O. Tum ſi ex ſpatijs X.N, auferas ſpatia accedentia ad N.O, excedentia ſpecie quadrati rema-

a per 19 l 5
b per 10. li. 12.
c per fabricam.
d per 23 l 5
e per 1. E. 2
f per 11 & 2. l. 12. & 15. l. 5.
g per 21. l 1. Conic.
h per 3 lu- ius

a per 1. lem-ma proxi-mum. nebunt gnomones Sequitur a ergo spatia accedentia ad N.X, esse ad gnomones in maiori ratione quàm sit N.X, ad dimidiam N.O, & duas tertias X.O. Ergo quoque cylindrus A.T, est ad inscriptam figuram in maiori ratione quàm sit X.N, ad dimidiam N.O, & duas tertias X.O. Sed dimidia N.O, est H.D, tum duæ tertiæ lineæ X.O, æqualis axi D.B, sunt D.R. Ergo cylindrus A.T, est ad inscriptam figuram in maiori ratione, quàm sit X.N, seu D.F, ad R.H, compositam ex D.H, dimidia lineæ N.O, & D.R, duabus tertijs D.B, hoc est quàm sit idem cylindrus A.T, ad conum Z. Inscripta ergo figura minor est b cono Z. Attamen ex suppositione maiorem esse oportet c, quod absurdum est. Igitur & absurdum est id, vnde illud sequitur, nempè portionem A.B.C, sphæroidis maiorem esse cono Z.

b per 8 l.5. c per lemma ad 23. huius.



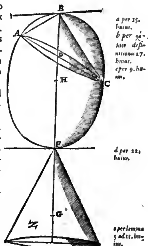
Ponatur iam porrio A.B.C, minor cono Z. Et reliquis vt supra manentibus, concluderur, conus Z, maior circumscripta figura. Tum cylindrus A.T, erit ad primum cylindrum circumscriptæ figuræ, hoc est ad seipsum, vt rectangulum sub B.D, D.F, hoc est vt X.Θ, ad seipsum. Tum cylindrus θ.ζ ad cylindrum ω.K, erit d vt rectangulum X.N. ad gnomonem X.L.N. Tertius rursus cylindrus ζ.ε, erit d ad cylindrum π.ι. vt rectangulum X.N, ad gnomonem X.P.N. Demum quartus cylindrus κ.λ. erit ad cylindrum φ.ξ, vt rectangulum X.N, ad gnomonem X.Y.N. Et proinde totus cylindrus A.T, erit ad totam circumscriptam figuram, vt quatuor rectangula æqualia X.N, ad rectangulum X.Θ, & tres gnomones. Verùm spatia X.N, sunt e ad alia accedentia lineis N. excedentia forma quadrata excepto maximo X.Θ, in maiori ratione quàm sit X.N, linea ad dimidiam N.O & tertiam partem X.O. Arqui si ex illis spatijs accedentibus ad lineas N.X. nempè ex rectangulis X.N, auferantur ea quæ accedunt ad lineas N.O. remanebunt tres gnomones X.L.N, X.P.N, & X.Y.N, & rectangulum X.Θ. Tum ex linea X.N, si tollatur dimidia N.O, & tertia pars X.O, remanebunt dimidia N.O, nempè D.H, & duæ tertiæ X.O, nempè D.R. Ergo omnia spatia N.X. sunt f ad gnomones, reliquam scilicet sui partem, & rectangulum X.Θ, vel cylindrus totus A.T, ad circumscriptam figuram in minori ratione quàm sit N.X, seu D.F, ad R.H. Verùm quam rationem habet D.F, ad R.H, eam habet g cylindrus A.T, ad conum Z. Ergo cylindrus A.T, habet ad circumscriptam figuram minorem rationem quàm ad conum Z. Ergo conus Z minor est h circumscripta figura: sed & probatus est maior, quod est absurdum. Non congruit ergo vero portionem A.B.C. minorem esse cono Z. Illi ergo est h æqualis: & proinde est ad conum A.B.C, vt linea D.G, ad lineam D.F, quod fuit probandum.

d per 11. & ad 12. & 15 l.5.
e per 2. part. 3 huius.
f per 2. partem lemm. 2. præced.
g vt primo cicluſimus.
h per 7 l.5.

PROPO. XXXII.	ΠΡΟΤ. ΛΒ.
Et proinde si non rectò ad axem secetur sphæroïs, neque per centrum, minor ipsius pot-	Καὶ ἔτι αὖ εἶκα μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τμηθῇ τὸ σφαιροειδὲς, μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τμῆμα ποτὶ τὸ

ποτὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι τᾶ τε ἡμισέα τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γινομένων τμημάτων, καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμήματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμήματος.

tio ad ſegmentum coni baſim habentis eandem cum portione, & axem eundem, hanc habebit rationem quam compoſita linea ex dimidia eius, quæ coniungit vertices factarum portionum, & ex axe maioris portionis ad axem maioris portionis.



ΥΠΟΘ. Secetur ſphærois A.B.C.F. plano, nec erecto ſuper axem B.F, nec tranſeunte per centrum H: atque ex ſectione (qua ſit [a] Ellipſis) conſtituantur portiones A.B.C. minor, & A.F.C. maior: minoris axis ſit [b] B.D. maioris D.F. Inueniatur [c] deinde coni ſegmentum capiens Ellipſim, cuius diameter eſt A.C. verticem habens terminum B. axemque D.B, fiat denique F.G. æqualis ſemidiametro F.H.

a per 15. huius.
b per ſecundum definitionis 27. huius.
c per 9. huius.

ΣΥΜΠ. Proponitur portionem minorem A.B.C. eſſe ad ſegmentum coni A.B.C, vt linea D.G, ad diametrum maioris portionis D F.

ΚΑΤΑΣ. Inueniatur conus Z. qui portioni coni A.B.C, ſit vt linea D.G, ad lineam D.F. Et ſi fuerit conus Z. inæqualis portioni A.B.C, deſcribatur [d] circa portionem A.B C. figura, aliaque inſcribatur intra eandem, cylindrorum fruſtis conſtantes æqualiter altis, ita vt circumſcripta ſuperet inſcriptam minori quantitate, quàm ſit differentia coni I. à portione A.B.C, baſeſque fruſtorum cylindri, quibus componentur figuræ produeantur, vt fruſtum totum cylindri, quod baſim habuerit Ellipſim, cuius diameter A.C, & verticem B. diuidatur [e] in fruſta cylindri æqualia. Tum reliqua fiat ſtructura, vt in præcedenti propoſitione.

d per 22. huius.
e per lemma 5 ad 21. huius.

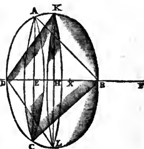
ΑΠΟΔ. Vti factum eſt in ſuperiori propoſitione, oſtendemus portionem A.B.C, nec maiorem eſſe, nec minorem cono Z. vnde remanebit illi eſſe æqualem, & ex conſequenti ipſam portionem ſphæroidis eſſe ad ſegmentum coni A.B.C, vt linea D.G. ad lineam D.F, quod fuerat probandum.

ΠΡΟΤΑ. ΛΓ.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμηθέντος ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ κέντρου· τὸ μεῖζον τμῆμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν· τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα συναμφοτέραις τᾶ τε ἡμισέα τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονι ποτὶ τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονα.

PROPO. XXXIII.

Cuiuſcumque figuræ ſphæroideæ plano ſectæ rectò ad axem non per centrum, maior portio ad conum, qui baſim habeat eandem quam portio, & axem eundem, eam habet rationem, quam æqualis duabus & dimidiæ axis ſphæroidis, & axi minoris portionis habet, ad axem minoris portionis.



Sit prolata sphærois D.K.B L, cuius axis minorque diameter D.B, cui perpendiculari plano secetur sphærois secundum lineam A.G. Centrum sphæroidis sit H. & semidiametro H.D, æqualis fiat D.G.

ΣΥΜΠΕ. Proponitur maiorem portionem sphæroidis A.B.C, habentem basim circulum, cuius diameter A.C, G verticem B, & diametrum E.B, se habere ad conum A.B.C, habentem eãdem cum ipsa portione basim, eundemque axem, sicuti est G.E, composita ex D.G, dimidio axe sphæroidis, & D.E, axe minoris portionis ad E.D, axem minoris portionis.

ΚΑΤΑΣ. Fiat B.F. æqualis semidiametro B.H, & vt D.E. est ad D.H. ita fiat [a] D.H, ad D.X. vel inuertendo [b] D.X, ad D.H, vt D.H, ad D.E. Tum sint coni A.D.C, & A.B C. eandem basim, & eosdem axes habentes cum portionibus. Demum sit conus K.D.L, qui basim habeat [c] circulũ, cuius diameter K.L. natus ex diuisione, quæ fieret plano acto per centrum H. perpendiculari ad axem D.B.

a per 11. l. 6 4 lib. 5.
b per coroll. 4 l. 5.
c per 12. huius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam sphærois bifariam dirimitur [d] circulo, cuius diameter k L, & coni D.k.L, portio sphæroidis D.k.L. dupla est [e], sequitur totam sphæroidem coni D.k.L. quadruplam esse. Verùm conus k.D.L, ad conum A.D.C. rationem compositam habet [f] ex rationibus H.D. seu H.B. ad E.D, & circuli k L, ad circulum A.C, vel [g] quadrati k.L, ad quadratum A.C, vel [h] etiam quadrati H.L, ad quadratum E.C, vel [i] denique rectanguli sub B H, H.D, ad rectangulum sub B.E. E D. Atqui vt H.B, ad E.D, sic est [l] X.D, ad D.H, seu B.H, & vt X.D, ad B.H. sic est [m] rectangulum sub X.D, B.H, ad rectangulum sub D H, H.B. cùm sint in eadem altitudine B.H. & proinde sint vt bases. Ergo conus k D.L, est ad conum A.D.C, in ratione composita ex rationibus rectanguli sub X.D, B.H, ad rectangulum sub D.H, H.B, & rectanguli sub D.H.H.B, ad rectangulum sub B.E, E D.

d per 20. huius.
e per 29. huius.
f per 11. huius.
g per 2. l. 12
h per 15 l 5.
i per 21. l. 1. Conic
l per fabricam.
m per 1. l. 6.

Verùm ex iisdem componitur [n] ratio rectanguli sub X.D, B.H, ad rectangulum sub B.E, E.D. Igitur conus k.D.L, se habet ad conum A.D.C. sicut rectangulum sub X.D, B.H, ad rectangulum sub B.E, E.D. Præterea consequens primæ rationis, nempè conus A.D.C, est ad portionem minorem A.D.C. vt linea B.E, ad lineam E.F, seu vt [m] consequens secundæ rationis, nempè rectangulum sub B.E, E.D. ad rectangulum sub F.E, E.D. Itaque ex æquo conus k.D.L, est [o] ad portionem minorem A.D.C, vt rectangulũ sub X.D, B.H, ad rectangulum sub F.E, E.D : Iam F. G, quadrupla est [p] semidiametri H.D: proinde rectangulum sub F.G, X.D. quadruplum est [m] rectanguli sub H.D, X.D. Ergo vt tota sphærois ad conum k.D.L. sic rectangulum sub F.G, X.D, ad rectangulum sub H.D, vel H.B, X.D. Tum conus k.D.L, mox ostensus est ad minorem portionem A.D.C, esse vt rectangulum sub H B, X D. ad rectangulum sub F.E, E.D. Ergo rursus ex æquo tota sphærois k.D, L.B, se habet [o] ad portionem minorem A.D.C, vt rectangulum sub F.G, X.D, ad rectangulum sub F.E, E.D, & conuersione rationis [q] maior portio sphæroidis A.B.C, qua antecedens primæ rationis superat consequentem, est ad ipsum consequentem, nempè ad portionem minorem A.D.C, vt excessus quo antecedens postremæ rationis rectangulum sub F.G, X.D, superat consequentem videlicet rectangulum sub F.E, E.D, ad ipsummet rectangulum sub F.E, E.D. Constat autem hic postremus excessus ex rectangulis sub G.E, X.D. & sub F.E, E.X, quod sic ostendo.

n per 23. l 6
o per 22. l 5.
p per fabricam.
q per coroll 19 l 5.

Sunt duæ lineæ F. G, secta in E. & X.D. insecta. Ergo rectangulum sub ambabus, nempè sub F.G, X.D, ęquale est [r] duobus sub G.E, X.D, & sub E.F, X.D. Tum sunt aliæ duæ lineæ X.D. secta in E. & insecta F.E. Proinde extremum rectangulum E. F, X.D. est æquale duobus contentis altero sub F.E, & parte X.E, altero sub F.E. & altera parte E.D. Dicamus ergo rectangulum sub F.G, X. D. æquari tribus

r per 1. l. 2.

rectangulis, nempè sub G.E,X.D , sub F.E,X.E, & sub F.E, E D. Ita vt remanear i-
psum roctangulum sob F.G,X.D ,superare rectangulum sub F.E,E.D,duobus alijs sub
G.E,X.D, & sub F.E,X.E. Proiode maior portio A.B.C,est ad minorem A.D.C, vt
bina rectangula sub E.G,X.D, & sub F.E, X.E, ad rectangulum sub F.E,E.D. Rursus
consequens minor portio A.D.C, est [a] ad conum A. D. C, vr F.E, ad B.E, hoc est [b] vt a per 31.
alıud consequens, scilicet rectangulum sub F.E,E. D, ad rectangulum sub B.E,E.D. huius.
Et adhuc conus A.D.C,est [c] ad conum A.B.C, qui in maiori porrione vr E.D , altitu- b per 1 l 6. c per 14. l.
do ad E.B , alritudinem , hoc est [b] vt rectangulum sub B.E, E.D, ad quadratum E.B. 12.
Quare ex æquo [d] maior portio A.B.C, est ad conum A.B.C, vt rectangula bina sub d per 22 l 5.
E.G,X.D,& sub F.E,X.E,ad quadratum E.B. Verùm hæc rario est eadem quæ li-
neæ E.G,ad E.D,quod sic demonstro. Rectangulum sub E.G, X D, rectangulo sub
X.D,D E est vr [b] basis E.G,basi E.D. Tum rectangulum sub F.E , E.X , rectangulo
sub F.E,E H,est [b] vr X.E , ad E.H. hoc est vt G.E, ad E.D. Nam quoniam tota X.
D,est ad toram D.H,vt ablata D.H,ad ablarum D.E, erir [e] reliqua X.H, ad reliquam e per 19 l 5.
E.H,vt tota X.D,ad totam H.D, vel vt ablata D.H, ad ablaram D.E, & coniungen-
do [f] X.E,est ad E.H, vt ambæ simul H.D, D.E, hoc est G E, ad D.E. Ergo duo rectan- f per 18.l.5.
gula sub E.G,X D,& sub F.E,E X, sunt duobus rectangulis sub X.D,D.E, & sub F.E,
E.H, sicut G.E, ad E.D. At verò extrema duo rectangulo sub X.D, D.E, & sub F.E,
E.H, vni quadrato B.E, æqualia sunt. Nam quadratum B.E , æquale est [g] quadratis B. g per 4. lib. 2.
H,& H.E, & duobus rectangulis sub B H,& H.E. Sed rectangulum sub X.D,D.E, pri-
mùm æquale est [h] quadrato H.D, hoc est quadrato H.B. Tum rectangulum sub F.E, h per 17. li. 6.
E.H,est æquale quadraro E.H , & duobus complementis sub B.H , & E.H , nam F.E,
& E.H, sunt æquales. Vnde patet totum quadratum B.E , esse æquale duobus re-
ctangulis sub X.D,D.E,& sub F.E, E.H. Ergo horum loco illud assumamus,ac con-
cludemus duo rectangula sub E.G,X.D,& sub F.E.X.E, esse ad quadrarum B.E , vt
G.E,ad E.D : Arque ex consequenti maiorem portionem sphæroidis A.B.C, esse ad
conum A.B.C,qoem complectitur,vt G.E, ad E.D,hoc est vr linea composira ex se-
midiametro sphæroidis , & axe minoris portionis ad ipsius minoris portionis axem,
quod fuit probandum.

ΠΡΟΤ. ΛΔ.

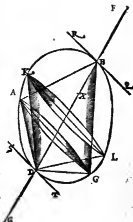
Καὶ τοίνυν εἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμηθῇ τὸ σφαιροειδὲς, μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου· τὸ μεῖζον τμῆμα αὐτοῦ ποτὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος ταὐ αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἑξεῖ τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι ἴσαι τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμημάτων, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος.

PROP. XXXIV.

Et proinde si non rectò ad axem plano secetur sphærois, neque per centrum : maior portio ipsius ad segmentum coni basim habentis eandem quam portio , & eundem axem, eam habebit rationem, quam composita ex dimidia coniungentis vertices facta-rum portionum, & axe minoris portionis ad axem minoris portionis habet.

ΤΠΟΘ. Secetur sphęrois A.B C.D, inęqualiter, vt iubet propositio, plano acto secus lineam A.C, non per centrum H. neque recto ad axem B.D. Inueniatur a verò conus capiens in sua superficie Ellipsim b, cuius diameter A.C, & verticem habens punctum B. Per centrum verò H. ducatur planum in illud prius secans non per centrum, perpendiculare, fiatque c hac vltima sectione Ellipsis B.A, D.C, quia transit per axem: sectionem enim si tangant lineæ R.Q.S.T, parallelæ lineæ A.C, in punctis B.& D: iungens ista puncta linea B.D, axis est sphæroidis d, qui rursus producatur in G. & F. fiantque singulæ linearum D.G, B.F, æquales semiaxi B.H.

a per 9 huius. b per 15 huius. c per 12. huius. d per 18 huius.



ΣΥΜΠΕ. Dico portionem maiorem A.B.C, esse ad segmentum coni A.B.C, vt linea G.E, ad axem D.E.

ΚΑΤΑ. Agatur planum per centrum H. parallelum, ad aliud actum per A.C, nec ideò rectum ad axem B.D, & fiat b Ellipses, cuius diameter K.L, quem capiat a sua superficie aliquis conus habens verticem D. ita vt sit segmentum coni C.K, D.L, e in semisphæroide K.A.D.C.L. Ponatur, demum vt E.D, ad D.H, sic D.H. ad D.X.

e per 12. l. 6

ΑΠΟΔ. Quoniam non est alia demonstratio quàm superioris demonstrationis, non est quod vana repetitione fastidium lectori faciamus.

ΑΝΑΠΛΗΡΩΜΑ
τοῦ ἔργου.

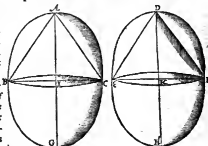
Hæc sunt quæ de Conoidibus & sphæroidibus ab Archimede demonstrata inueniuntur: verùm suprà polliciti fumus his duo theoremata, & vnum problema ab Archimede facta subiungere ac demonstrare: Propterea hinc non referemus pedem, quin promissis steterimus.

ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ Α.
τὸ πρῶτον μέρος.

Similes sphæroideæ figuræ triplicatam suorum axium rationem habent.

ΤΡΟΘΕ. Sint similes sphæroideæ figurę A.B.C.G, & E.D.F.H, quarũ axes sint A.G, D.H.

ΣΥΜΠ. Dico esse A.B.C.G, spęæroidem ad aliam E.D.F.G, in triplicata ratione eius, quę est axis A.G, ad axem D.H.



ΚΑΤΑΣ. Secentur hæ sphæroides planis per axem, fiantq; f Ellipses figuras constituentes: cum alijs rectò ad axem, & per centrum actis dirimentibus bifariam g, & fiant circuli h: quibus tamquam basibus describantur coni vertices habentes puncta A.& D.

f per lemma 1. ad 12. huius. g per 10. huius. h per lemm. 1 ad 12. i per defin. 26. huius.

ΑΠΟΔ. Quoniam sunt ex hypothesi figurę similes sunt i Ellipses figuras cõstituentes, nempè A.B.G.C, & D.E.H.F, similes: Sũt proinde diametri proportionales A.G, ad B.C, vt D.H, ad E.F, vel est l A.I, ad B.C, vt D.k, ad E.F, & viciſſim m A.I, ad D.k, vt B.C, ad E.F. Et proinde coni B.A.C, E.D.F, sunt n similes, & conus B.A.C, est o ad conum

l per 15. l. 5. m per 16 l. 5. n per 24. defin. l 11. o per 12. l. 12

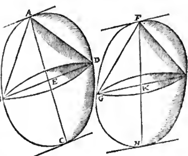
E.D.F. in triplicata ratione axis A.I. ad axem D.K. vel totius [a] A.G. ad totum D H. Atqui vt conus B.A.C. est ad semisphæroidem B.A.C. sic est [b] conus E.D.F. ad semisphæroidem E.D F. Et vicissim [c] vt conus ad conum, sic semisphærois ad semisphæroidem, seu [a] tota sphærois A.B, G.C, ad totam sphæroidem D.E, H.F. Ergo sphærois illa est ad hanc sphæroidem in triplicata ratione axis A.I. ad axem D.K. quod fuit probandum.

a per 15 l. 5.
b per 29. huius.
c per 16. l. 5.

Τὸ δεύτερον μέρος.

Similes sphæroideon figurarum portiones triplicatam suorum axium rationem habent.

Secentur expositæ sphæroides primò per centrum, siue rectò ad axem, siue obliquè: Et si rectò, maneat structura præcedentis theorematis: Si obliquè fiat, vt in sequentibus figuris A.B.C.D, & F.G.H I, in quibus per centra E. & H. aguntur plana non recta ad axes A C, F.H.



ΣΥΜΠΕ. Dico portiones huiusmodi se habere in ratione triplicata axium earumdem.

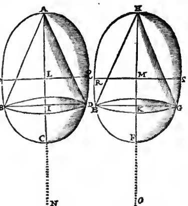
ΚΑΤΑ. In portionibus factis obliquè inueniantur [d] coni sua superficie comprehendêtes Ellipses [e], quarum diametri sunt B.D, G.I, habentesque vertices A. & F. eosdem quos portiones.

d per 9. huius.
e per 15. huius.

ΑΠΟΔ. Iam in superiori diagrammate ostendimus portiones, seu semisphæroides B A.C, E.D.F. se habere in triplicata ratione axium A.I. & D.K. In hoc verò in quo sectiones fiunt ad axem obliquè, quia sectiones sunt ex hypothesi similes, est [f] axis A. E. ad B. D, vt F.K, ad G.I. Et proinde conorum segmenta B.A.D, & G.F.I. sunt [g] similia, & se habent [h] in triplicata ratione axium A.E, ad F.K. Atqui sunt [i] ipsarum portionum frusta dimidia. Ergo quoque portio B.A.D. est [l] ad portionem F.G.I. in triplicata ratione axis A.E. ad axim F.K.

f per conditiones similium portionum, quas attulimus χολίῳ 27. definitionum.
g per subsidium 13. additionum.
h per 7. lemma ad 11. huius.
i per 30. huius.
l per 15 l. 5.

Iam fiat sectio non per centrum, sed rectò ad axem, sintque portiones similes B.A.D, & E.H.G.



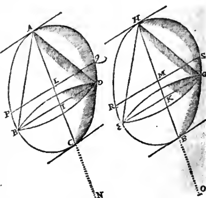
ΚΑΤΑΣ. In ipsis sectionibus describantur coni, qui easdem bases & altitudines habeant quas ipsæ portiones: rum per centra sphæroidum L. & M. transeant alij sphæroidum diametri P.L.Q, & R.M.S. paralleli diametris B D, & E.G. circulorum, qui bases sunt prædictorum conorum. Denique producantur axes A C. in N. & H.F. in E. ita vt C.N æqualis fiat semidiametro L.C. atque F.O. semiaxi M.F.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam portiones sunt similes, est [m] A.I. ad B.D vt H.k, ad E.G. & vicissim [n] A.I. ad H k. vt B. D. ad E.G. Cum proinde B.A.D. & E H.G. sunt [o] similes, & habent [p] in-

m per defin. 27. huius.
n per 16. l. 5.
o per 14. defin. l. 11.
p per 12 lib. 12.

a per 11 l.5. ter se triplicatam rationem diametri B.D. ad E.G. hoc est [a] axis A.I. ad H k. Atqui
b per 26. defini. huius. cùm sint sphæroides similes, vt P.Q. est [b] ad A.C, sic R.S, ad H.F, vel vt [aa] P.L. est ad
L A, sic est R.M, ad M.H: vel rursus vt quadratum P.L, est ad quadratum L A. sic est
aa per 15 l.5. quadratum R.M, ad quadratum M.H. Atqui vt quadratum P.L, ad quadratum L.
c per 21 li. 1 conic. A, seu ad rectangulũ sub C.L, L.A. sic est [c] quadratum B I, ad rectangulum sub A.I, I.
C, & vt quadratum R.M. ad quadrat. H.M, sic quadrat. E k, ad rectang. sub H.k, k.F.
bb per 12 l. 2. Proinde vt quadratum B.I, ad rectangulum sub A.I, I.C. sic [bb] quadratum E.k, ad re-
ctangulum sub H.k, k.F. Verùm ratio quadrati B.I, ad rectangulum sub A.I, I.C, com-
d per 23 l.6 ponitur [d] ex rationibus lateris B.I, ad latus A.I, & lateris B.I, ad latus I C. Et item ra-
tio quadrati E k, ad rectangulum sub H.k, k.F. componitur ex rationibus E.k, ad k.H,
e vt probatum est. & E k, ad k F. Ex his autem componentibus ratio B.I, ad I.A, eadem est [e] quæ E.k,
f per 3 com sent. ad k.H. Ergo reliqua componens nempè B.I, ad I C, eadem est [f] quæ E.k, ad k.F.
Quoniam itaque A.I, est ad I.B, vt H.k, ad k.E, & I.B, est ad I.C, vt E.k, ad k.F: Est [g]
g per 22 d 5. h per 18 li. 5. ex æquo A.I, ad I.C, vt H.k, ad k.F. Et componendo [h] A.C, est ad I C, vt H F, ad k.
F, vel semissis L.C, est ad I.C, vt semissis M.F, ad k.F. Et componendo [h] L.C, cum I.
C, hoc est, I.N, est ad I.C, vt M.F, cum k.F, hoc est, k O, ad k F.

i per 31. vel 33 huius. At verò portio B.A.D, est [i] ad conum B.A.D, vt I.N, ad I.C, & portio E.H.G, ad
conum E.H.G, vt K.O, ad K F. Igitur portio B.A.D, est ad conum B.A.D, vt portio
E.H.G, ad conum E.H.G, & permutando portio est ad portionem, vt conus ad co-
num, hoc est, in triplicata ratione axis A.I. ad axem H.k.



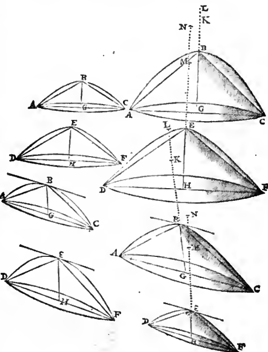
Cæterum quoniam vt A.C, ad H.F, sic ablata A.I, ad H.
l per 19 l.5. k, est [l] reliqua I.C, ad k.F, vt tota A.C, ad totam H.F. Et proinde triplicata ratio A.I, ad H.k, seu I.C. ad k.F, eadem est quæ triplicata A.C, ad H.F. Ita vt portio B.A.D, sit ad portionem E. H. G, in triplicata ratione axis A. G, ad axem H. F. Cùm ergo tota sphærois A.B. C.D, sit ad similem E.F. G. H, in triplicata ratione axis A.C, ad axem H.F. Est vt tota ad totum, sic portio B.A.D, ad portionem E H.G. Et proinde reliqua portio B. C. D est [l] ad reliquam portionem E. F. G, in triplicata ratione axis A.C, ad axem H.F. hoc est, axis I.C, ad axem k.F. Ita vt verum sit theorema de quibuslibet portionibus. Denique fiat sectio non rectò ad axem, neque per centrum: sintque sectiones similes A.B.D, & E. H.G, quarum axes sint A.I, H.k.

m per 9. huius. ΚΑΤΑΣ. Fiant [m] verò coni, qui sua superficie capiant Ellipses ex sectionibus natas, & vertices habeant A. & H, & reliqua fiant vt superiùs.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Omnino eodem modo demonstrabitur theorema de his portionibus, quo de superioribus.

Τὸ τρίτον μέρος.

Conoideæ figuræ similes, portionesque Conoideon figurarum similes triplicatam suorum axium rationem habent.



ΥΠΟΘ. Sint conoideæ figuræ, conoidearumue figurarum portiones A.B.C, D.E.F. quarum axes sint B.G, E.H.

ΣΥΜΠΕ. Dico has figuras figurarumve portiones esse inter se in triplicata ratione axis B. G. ad axem E.H.

ΚΑΤΑΣ. Describantur in conoidibus, siue sint parabolicæ siue hyperbolicæ, coni qui cum figuris easdem habeant bases & altitudines: vel in portionib. conoidum, fiant[a] coni capientes Ellipses bases portionum & eosdem cum portionib. vertices habentes. Tandem in figuris figurarumque portionibus hyperbolicis, ponantur lineæ B. L, & E. N. triplæ adiectarum ad axes, in quibus sint K. B. & M.E. earumdem adiectarum duplæ. Denique diuidantur tam figuræ quam portiones figurarum per axes, vt fiant[c] Ellipses A.B. C, D. E. F.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam conoides sunt similes, est[d] A. C. ad B.G. vt D.F. ad E.H. est vicissim[e] A. C. ad D. F. vt B. G. ad E. H. coni proinde aut conorum portiones A. B. C, D.E.F. sunt[f] similes vt in triplicata[g] ratione A. C. ad D. F. hoc est B. G. ad E. H. Atqui vt conus ad conum sic[h] figura parabolica ad figuram parabolicam. Ergo figura parabolica, figurarumue portiones sunt inter se in triplicata ratione axium Verum etiam vt conus ad conum, sic figura hyperbolica ad hyperbolicam. Nam conus A. B. C. in hyperbolicis est[i] ad conoidem A. B. C. vt k. G. ad G. L. Et conus D. E. F. est[i] ad conoidem D. E. F. vt M. H. ad H. N. Et sic est de conorum & conoidum portionibus. Atqui hyperbolarum similium A. B. C; D. E. F. latera sunt[k] in eadem ratione. Verum vt rectum latus ad transuersum in A. B. C. sic est[l] quadratum A. G. ad rectangulum sub B. G, G. k & vt rectum latus ad transuersum in D E. F. sic est[l] quadratum D. H. ad rectangulum sub E. H, H. M. Proinde quadratum A. G. est[m] ad rectang. sub B. G, G. k. vt quadratum D. H. ad rectang. sub E. H, H. M. Est[n] autem ratio quadrati A. G ad rectang. sub B. G, G. k. composita ex rationibus lateris A. G. ad G. B. & lateris A. G. ad G. k. Tum ratio quadrati D. H. ad rectang. sub E. H, H. M. componitur[n] ex ratione lateris D. H. ad H E. & ex ratione D.H. ad H M. Ex his autem componentibus eædem sunt[o] rationes A. G. ad G. B. & D. H. ad H. E.

a per 9. huius.
c per 12. huius.
d per 17. & 18. definit. huius & additam schol.
e per 16 l 5.
f per 24. definit. l. 11 & per subsiduū 13 huius.
g per 12. li. 12. & per 7. lemma ad 11. huius.
h per 23 & 29. huius.
i per 27. & 28 huius.
l per 21 l 1. Conic
m per 11 l 5
n per 23 l 6
o vt prox. ostendimus.

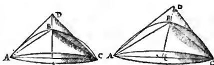
Ergo reliquæ ſunt eædem nimirum A. G. ad G. K. & D. H. ad H. M. Sed vt B. G. ad A. G. ſic H. E. ad D. H. Ergo ex æquo B. G. eſt aa ad G. K. vt F. H. ad H. M. & diuidendo B. G ad B. K. vt H. F. ad F. M. Verum vt B. k. ad B. L. ſic F. M. ad F. N. Ergo ex æquo bb B. G. eſt ad B. L. vt H. F. ad F. N. Et componendo G. L. eſt ad G. B. vt H. N. ad F. H. Iam vero fuit G. B. ad G. k. vt H. F. ad H. M. Ergo tandem ex æquo G. L. eſt aa ad G. k. vt H. N. ad H. M. & inuertendo eſt k. G. ad G. L. vt H. M. ad H. N. Verum vt G. k. ad G. L. ſic eſt a conus A. B. C. ad conoidem A. B. C. Et vt H. M. ad H. N. ſic conus D. E. F. ad conoidem D. E. F. Ergo conus A. B. C. eſt ad conoidem A. B. C. vt conus D. E. F. ad conoidem D. E. F. Et viciſſim b conus eſt ad conum vt conois ad conoidem. Eſt itaque poſtremo conois ad conoidem in triplicata ratione B. G. ad F. H. quod fuit probandum. Cæterum quod de conis & conoidibus dictum eſt, intelligi quoque de conorum conoidumque portionibus, pateſt.

aa per 11. l. 5. bb per 17. & 18 def. huius & aduum ſchol. a per 27 & 28 huius. b per 16 l. 5.

ΛΗΜΜΑ.

Inuenire conum qui conoidi vel ſphæroidi vel portioni conoidis aut ſphæroidis ſit æqualis.

ΥΠΟΘ Detur conois rectãgula conoidiſve rectangulæ portio A. B. C. cuius axis B. E.



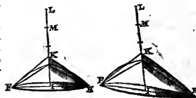
ΚΑΤ. Porrigatur B. E. in D. & fiat D. E. ſeſquialtera ipſius B. E. Tum conus coniue portio habeatur baſe circulo c vel Ellipſi cuius diameter A. C. vertex D. Denique alius habeatur conus conive coni portio eadem baſi, ſed vertice B.

ΣΥΜΠ. Dico conum coniue ſegmentum A. D. C. eſſe æqualem conoidi conoidiſve portioni A. B. C.

ΑΠΟΔ. Nam tam conus conive ſegmentum A. D. C. quam conois conoidiſue portio A. B. C ad conum coniue ſegmentum A. B. C. ſeſquialteram rationem habent e. Proinde ſunt e æquales.

c per 12. vel 13 huius. d per 14. l. 12. ſeu ſ. 12. ma ad 11 huius tum per 23. ſeu 24. huius. e per 7. l. 5.

Exponatur vero conois conoidiſve portio obtuſiangula F. G. H.



ΚΑΤΑΣ. Producatur I. G. in L. & fiat G. L. tripla adiectæ axi, ſed M. G. dupla. Tum fiat vt L. I. ad M. I. ſic G. I. ad I. k. Habeantur demum coni conorumve portiones baſi circulo, vel Ellipſi c cuius diameter F. H. verticibus vero k. & G.

ΣΥΜΠΕ. Erit conus vel coni portio F. k. H. conoidi vel conoidis portioni æqualis.

ΑΠΟΔ. Etenim conus vel coni portio F. K. H. erit d ad conum vel coni portionem F. G. H. vt K. I. ad G. I. hoc eſt, vt L. I. ad M. I. ſed quoque ad eundem conum vel coni portionem F. G. H. eſt f conois vel conoidis portio vt L. I. ad M. I. Ergo conus vel coni portio F. k. H. eſt æqualis conoidi vel conoidis portioni.

f per 27. vel 28. huius.

Denique proponatur ſphærois, ſphærodiſve portio.

ΚΑΤΑΣ. Sphærois diuidatur[a] bifariam siue plano acto per centrum perpendiculari ad axem, siue non perpendiculari. Et hase circulo[b] vel Ellipsi fiat conus vel coni segmentum, cuius axis sit duplus axis to tius sphæroidis. Si vero portionibus sphæroideis, quales sunt F. B. H. quærantur coni æquales, conorumue segmenta æqualia: producantur axes vtrinque in I. & K. fianeque B. I. & D. K. pares semiaxibus sphæroidis. Et vt est G. K. ad G. D. sic fiat G. M. ad G. B. Demum basi circulo vel Ellipsi, cuius diameter F. H. fiat conus conive portio, à vertice M.

ΑΠΟΔ. Etenim conum conive segmentum basim habens[c] circulum Ellipsimue cuius diameter A. C. & axē duplum axeos B. D. erit[c] duplus coni vel segmenti coni habentis eandem basim, sed axem sphæroidis. Atqui eiusdem coni vel segmenti coni sphærois quoque est[d] dupla. Ergo ille conus seu coni segmentum æquatur sphæroidi. Tum conus coniue segmentum F. M. H. habet[e] eandem rationem ad conum coniue segmentum F. B. H. quam portio sphæroidis F. B. H. nempe linea M. G. ad B. G. hoc est, G. K. ad G. D. Ergo conus coniue segmentum F. M. H. est[f] æqualis portioni sphæroidis F. M. H. Eodem artificio conum coniue portionem inueniemus æqualem portioni sphæroidis F. D. H. quod fuerat agendum.

[a] per 20. basium.
[b] per 11 sca 15. basium.
[c] per 14 l. 12 [d] per 29 aut 30. basium.
[e] per 31. aut 32 basium ac per 14. l. 12.
[f] per 7. l. 5

ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

Æqualium sphæroideon figurarum quadrata, quæ sub diametris consimilibus reciprocè respondent axibus: & cum quadrata quæ ex diametris consimilibus fiunt reciprocè respondent axibus, sphæroides, figuræ sunt æquales.

ΠΡΟΘ. Sint æquales sphæroideæ figuræ A. B. C. I. & D. E. F. K.

ΣΥΜΠΕ. Dico quadratum diametri A. C. esse ad quadratum diametri D. F. vt reciprocè est E. k. axis ad axem B. I. & rursus si hæc reciprocatio fuerit quadrati A. C. ad quadratum D. F. vt altitudinis G. M. ad altitudinem H. L. Dico sphæroides esse æquales.

ΚΑΤΑΣ. Agantur plana per centra L. & M. ad axes perpendicularia, hoc est, secus lineas A. C, D. F. vt fiant[g] circuli, quorum diametri sint A. C, D. F. & quibus vt basibus constituātur[h] coni A. H. C. & D. G. F. æquales semisphæroidibus.

ΑΠΟΔ. Altitudines H. L, G. M. sunt[h] ex consequenti duplæ semiaxium B. L. & E. M. & proinde æquales axibus B. I. & E. K. Cum autem semisphæroi-

[g] per 12. basium.
[h] per lemma praeced.

a per 1. communem sent. des sunt ex hypothesi pares, coni itidem sunt [a] æquales, & proinde bases eorum sunt
b per 15. l. 12. [b] altitudinibus reciprocæ: hoc est [c] quadratum A. C. est ad quadratum D. F. vt altitu-
c per 2. l. 12. do G. M. ad altitudinem H. L.

Rursus ijsdem manentibus cum quadratum A. C. sit ad quadratum D. F. hoc est circulus ad circulum, & reciprocè altitudo G. M. ad altitudinem H. L. coni [b] sunt æquales, & ideo etiam semisphæroides, & ex consequenti totæ sphæroides, quod fuerat probandum.

ΕΠΙΦΟΡΑ

Idem concludendum est de æqualibus conoidibus parabolicis tum de portionibus æqualibus conoideon rectangularum, quarum rectangula sub diametris basium reciproca sunt basibus.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sint rectangulæ conoides A. B. C. D. & E. F. G. H. vel conoidum portiones æquales, quarum sint axes B. D, F. H.

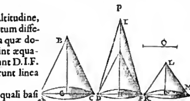
ΣΥΜΠ. Dico esse quadratum A. C. diametri basis ad quadratum E. G. vt altitudo F. H. reciprocè ad altitudinem B. D.

d per lemma præcedens. ΚΑΤΑΣ. Fiant [d] his conoidibus æquales coni A. k. C. & E. I. G. Vel conoidum portionibus æqualia conorum segmenta.

ΑΠΟΔ. Quoniam conoides conoidumve portiones sunt æquales, etiam coni cono-
e per 14. l. 12. vel 4. lemma ad 11. huius. rumve portiones pares sunt. Sed coni conorumve segmenta sunt [e] sesquialteri eorum qui ijsdem basibus vertices haberent B. & F. Ergo altitudines k. D. & I. H. sunt altitudinum B. D. & F. H. sesquialteræ. Vt ergo k. D. ad I. H. sic sunt B. D. & F. H. & in-
f per 15. l. 12. vel 9. lemma ad 11. huius. uersim. At qui vt circulus vel Ellipsis, cuius diameter A. C. ad circulum vel Ellipsim cuius diameter E. G. hoc est [f] vt quadratum A. C. vel [g] rectangulum sub diametris basis
g per 7. huius. A. ad quadratum E. G. vel rectangula sub diametris basis E. G. Sic H. I. ad D. k. Ergo & sic est F. H. ad B. D. quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ A.

Duorum conorum inæqualium differentiam ostendere, quæ quoque sit conus.



ΥΠΟΘ. Si coni fuerint in eadem altitudine, sintque tantum bases inæquales, eorum differentia habebitur vt requiritur per ea quæ docuimus superius[a]. Si vero bases fuerint æquales, altitudines vero inæquales, vti sunt D. I. F. & D. E. F. quorum altitudines differunt linea I. E. [a Lemmate ad 19 l. 1. de sph. & cylindr.]

ΚΑΤΑΣ. Fiat conus K. L. M. basi æquali basi D. F. altitudine vero pari differentiæ I. E.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quia coni sunt D. E. F. & K. L. M. in eadem basi cum D. I. F. sunt [b] cum illo eodem, sicuti altitudines. Atqui altitudines H. E. & L. N. sunt æquales [al-titudini I. H. Ergo illi bini huic sunt æquales. Et est conus K. L. M. differentia qua conus D. I. F. differt à cono D. E. F. [b per 14. l. 12.]

At si maioris fuerit & basis base, & altitudo altitudine minoris maior.

ΚΑΤΑΣ. Fiat[c] vt A. C. ad D. F. sic D. F. ad O. & vt A. C. ad O. sic fiat[d] I. H. ad B. G. & perficiatur conus D. I. F. [c per 11. l. 6. d per 12. l. 6]

ΑΠΟΔΕΙ. Circulus A. C. est[e] ad circulum D. F. vt A. C. ad O. Sed vt A. C. ad O. sic I. H. ad B. G. Ergo vt basis A. C. ad basim D. F. sic reciprocè I. H. ad B. G. Proinde coni A. B. C, D. I. F. sunt[f] æquales. & ex consequenti k. L. M. conus sumetur differentia coni A. B. C. supra conum D. E. F. Demum sit maioris coni D. I. F. minor quidem basis D. F. quam basis A. C. sed I. H. sit maior altitudine B. G. ita vt efficiat conum D. I. F. maiorem. [e per 2. l. 12. & 10. l. 6. & 10. defin. lib. 5. f per 15. l. 12]

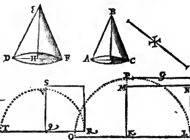
ΚΑΤΑΣ. Fiat[e] rursus vt diameter A. C. ad O sic I. H. ad P. G. Erit enim necessario P. G. maior quam B. G. vt fiat conus A. P. C. æqualis cono D. I. F. propter reciprocationem[f] basium & altitudinum.

ΑΠΟΔ. Cum itaque A. P. C. & D. I. F. sint æquales, possimusque per secundam [lemmatis] huius sumere differentiam coni A. P. C. supra conum A. B. C. habebimus quoque quo cono differat D. I. F. ab A. B. C. quod quærimus. [g per lemmata ad 11. & ad 25. huius.]

Porro idem est[g] existimandum de coni segmentis, nec est de ijs lemmatis alia con-structio.

ΛΗΜΜΑ Β.

Duorum conorum rationem exprimere superficiebus ac lineis.



ΥΠΟΘ. Exponantur coni A. B. C, D. E. F.

ΚΑΤΑΣ. Vt diameter A. C. ad diametrum D. F. sic fiat[h] D. F. ad G. habeaturque rectangulum sub A. C, B. I. quod sit R. S. & aliud sub G. & E. H. quod sit L. M. reducantur[i] ambo ad quadrata, quorum latera sint V. Q. & M. k. demum vt V. Q. ad M. k. sic ponatur[h] M. k. ad X. [h per 11. l. 6. i per 14. l. 2.]

ΣΥΜΠ. Sic dico exprimi rationem conorum superficiebus & lineis.

ΑΠΟΔ. Nam ratio coni A. B. C. ad conum D. E. F. componitur[l] ex ratione A. C. ad G. seu basis ad basim & B. I. ad E. H. Atqui rectangulū S. R. est[m] ad rectangulum L. M. in ratione composita ex ijsdem rationibus, scilicet ex rationibus laterum ipsorum rectangulorum. Ergo vt conus ad conum, sic rectangulum ad rectangulum. Iam igitur expressimus conorum rationem in superficiebus. Verum quadratum ex V. Q. æquale rectangulo R. S. est ad quadratum ex P. k. æquale rectangulo M. L. [l per 11. huius. m per 23. l. 6]

a per 20 l 6 in eadem composita ratione: sed quoque[a] in ratione dupla rationis lateris V.Q. ad latus P.k. hoc est[b] lateris V.Q. ad lineam X. Ergo quoque V.Q. est ad X. vt rectangulum R.S. ad rectangulum M.L. hoc est vt conus A.B.C. ad conum D.E.F. En ergo exprimitur conorum habitudo in lineis vti quærebatur?

b per 10. de fini. l 5.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Dato plano seiuncto à sphæroide data, planum agere quod datam sphæroidem tangat & parallelum sit dato plano.

ΥΠΟΘ. Detur sphætois A.B.C.D. & planum G. ab ea seiunctum.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur sphætois per axem plano perpendiculari ad planum G. & fiat Ellipsis A.B.C.D. in qua notetur punctum, per quod linea ducatur parallela plano G. quæ sit B.D. non transiens per centrum E. secus autem lineam B.D. agatur[c] planum parallelum plano G. & à centro linea ducatur C.E.A. bifariam diuidens[d] B.E. in puncto F. Tandem à puncto A. ducatur[e] linea tangens Ellipsim, per quam planum agatur[e] perpendiculare ad planum per axem secans.

c per coroll. 15. l. 11.
d per 10. l 1.
e per 49. l. 2. Conic.

ΣΥΜΠ. Dico planum actum per A. tangere sphætoidem, & esse parallelum plano G.

ΑΠΟΔ. Quoniam C.E.A. diuidit B.D. bifariam, diameter est[f] sectionis. Proinde linea H.I. parallela est[g] ipsi B.D. & actum planum perpendiculare ad secans per centrum, tangit[h] sectionem in A. Atqui duo plana G. & quod agitur per A. eidem secanti per axem & Ellipsim constituenti, sunt perpendicularia, & duci possunt lineæ in illo secante ad vtrumque perpendiculares: Ergo sunt[i] inter se parallela, quod fuit probandum.

f per 28. l. 2. Conic.
g per 6 l. 2 Conic.
h per 2. partem 17. huius.
i per 14. l. 11

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

A data sphæroidea vel conoidea portione, portionem abscindere plano æquidistanter ad datum planum acto, ita vt resecta portio æqualis sit dato cono, vel cylindro, vel datæ sphæræ.

ΥΠΟΘ. Dentur sphætois A B.C.D. conus S. planum Y.F.

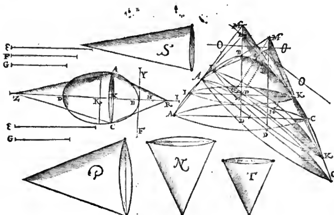
ΚΑΤΑΣ. Sphætoidi æqualis reperiatur[l] conus P. cuius à cono S. dato, sit[m] differentia T. Et vt S. est[n] ad T. ita sit E. ad G. Planum vero datam aut sphætoidem tangit, aut non tangit: si tangat, bene est: si non tangat, aliud ducatur[o] planum sphætoidem tangens quod sit dato plano parallelum, sitque illud F.Y. tangens in B. ac per punctum B. & centrum k. ducatur axis B.k.D. per quem agatur planum quod relinquat[p] Ellipsim D.C, B.A. Ipsi k.B. ponatur B.I. æqualis & diuidatur[q] B.I. in H. ita vt sit I.H. ad H.B. vt E. ad G. Diuidatur[r] rursus B.D. in X. ita vt sit I.X. ad I.H. vt quadratum B.D. ad quadratum D.X. Per X. tandem agatur[s] planum A.C. parallelum plano Y.F. Et denique fiat[t] conus conive portio A.Z.C. æqualis portioni A.D.C. & conus conive portio A.R.C. portioni A.B.C.

ΣΥΜΠ. Dico portionem A.D.C. æqualem esse cono S.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim vt I.H. ad H.B. hoc est vt E. ad G. sic[v] Z.X. ad X.R. hoc est[x] sic conus conive portio A.Z.C. ad conum conive portionem A.R.C. seu[u] portio A.D.C. ad portionem A.B.C. Ergo tota sphærois secta est in partes quarum A.D.C. est ad

l per lemma ad 2. Theor.
m per 3. lemma praeced.
n per 2 lemma praeced.
o per 3. lemma praeced.
p per 12. huius.
q per 10. l. 6
r vide 4 l. 2 de sph. & cylindro.
s per coroll. 15. l. 11.
t per 14. l. 12 vel 4. lemma ad 11. huius.
u per 7 l. 5.

eſt ad A. B. C. vt E. ad G. hoc eſt vt S. ad partem qua ſphæroïs tota ſuperat S. Et propterea A. D. C. eſt æqualis ipſi S. quod fuit angulum. Detur iam conois rectangula A. B. C. à qua ſit portio reſecanda æqualis cono N. plano quod ſit parallelum alteri O. datæ.



ΚΑΤΑΣ. Plano O. baſis A. C. ſi parallela ſit, optimè eſt: ſi vero non ſit parallela à puncto plani O. ducatur linea parallela axi conoidis, quæ conoidem ſecet alicubi, & fiat pars quæ conoidem ingredietur, æqualis axi conoidis, vt eſt inferior B. D. Iam conoidem ſecet planum ductum a per inferius D. parallelum plano O. perpendiculare ad aliud planum, quod conoidem ſecaret per axem actum & per inferius B. tranſiens. vt fiat b baſis circulus vel Ellipſis parallela ipſi O. plano habeatur c poſtea conus vel coni portio A. M. C. æqualis conoidi vel conoidis portioni A. B. C. Sit autem ratio A. M. C. ad conum N. vt E. ad G. Tum inter E. & G. ſit e media proportionalis F. & vt eſt E. ad F. ſic ponatur f B. D. ad B. H. ac per H. agatur a planum baſi A. C. parallelum, quod reſcindat portionem I. B. K. cui rurſus ponatur c æqualis conus conive portio I. L. K. Atque fruſtorum coni altitudines ponantur M. Q. & L. P.

a per coroll. 15 l. 11.
b per 12 huius vel 13.
c per lemma ad 2. theor.
e per 13 l. 6.
f per 12. l. 6

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem I. B. K. eſſe æqualem cono N.

ΑΠΟΔΕΙ. Conois & conoidis portio A. B. C. ſunt g æquales, ita vt partes vtriuſque eiuſdem rationis, fuerint h æquales. Quoniam vero vt D. B. eſt ad B. H. ita eſt i quadratum A. D. ad quadratum I. H. hoc eſt h quadratum A. C. ad quadratum I. K. ſeu l circulus vel Ellipſis A. C. ad circulum vel Ellipſim I. K. hoc eſt vt baſis A. C. ad baſim I. K. Eſt m ergo baſis A. C. ad baſim I. K. vt E. ad F. Rurſus vt eſt n M. D. ſeſquialtera lineæ D. B. ita eſt L. H. ſeſquialtera lineæ B. H. Et proinde vt M. D. ad B. D. ſic L. H. ad B. H. Et permutando, eſt M. D. ad L. H. hoc eſt, in obliqua ſectione eſt M. Q. ad L. P. vt B. D. ad B. H. hoc eſt m vt E. ad F. ſeu vt baſis A. C. ad baſim I. K. Atqui conus ſeu coni ſegmentum A. M. C. eſt o ad conum ſeu coni ſegmentum I. L. K. in ratione compoſita ex ratione baſis A. C. ad baſim I. k. & altitudinis M. D. ad L. H. ſeu M. Q. ad L. P. hoc eſt in ratione dupla E. ad F. nimirum in ratione E. ad G. Verum conus vel coni ſegmentum eſt ad conum N. vt E. ad G. Ergo conus ſeu coni ſegmentum I. L. k. ſeu portio conoidis I. B. k. cono N. æquatur, p quod fuit probandum.

g per 23 huius.
h per 15. l. 5.
i per 20. l. 1 Conic.
l per 2. l. 12. vel per manifeſt. 2. huius.
m per 11 l. 5.
n per 23. vel 24 huius &
14. l. 12.
o per 11. & 6 lemma ad eandem huius.
p per 7. l. 5.

Quod ſi cylindrus vel ſphæra dentur, non maiori negotio problema abſoluetur: cum poſſunt cylindrus & ſphæra reſolui in conum, adiuuantibus decima libri 12. & 32. libri 1. de ſphæra & cylindro.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Notanda sunt Archimedis verba, quibus problema hoc superius concepit: ἀπὸ δὲ δοθέντος σφαιροειδέος τμάματος ἢ κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτεμεῖν, &c. His enim non sphæroidem integram proponit, sed sphæroidis segmentum: at de integra sphæroide problema soluimus, quia nempe data portione sphæroidis, tota datur sphærois, mediantibus ijs quæ præmisimus a: ita vt absoluto hoc præsenti problemate tandem maneat exposita sphæroidis portio secta vt requiritur. Scilicet si datus conus, vel cylindrus vel sphæra non excedat propositam portionem. Hypothesis enim admittenda est, si maior fuerit sphæroidis data pars: quæ si minor fuerit, vt impossibilis abijcienda. Idem censendum de conoidibus. In minori enim conoide aut sphæroide quam sit propositum aliud corpus, pars æqualis secari minime potest.

a Problem. 4 ad defin. 16 & schol. ad 23. definit. huius.





ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

ARCHIMEDIS LIBER
DE LINEIS SPIRALIBVS.

NOVIS DEMONSTRATIONIBVS ILLVSTRATVS.

ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.



VANTO animi affectu, & quam mira ingenij subtilitate circulum, circularésque figuras, quæ aliqua arte constant, Archimedes prosequutus est, cùm ex libris præcedentibus, tum ex sequentibus patet. Etenim non tantùm sphæram sphæræque proprietates contemplatus est, aut circulo perfectè circinati dimensionem inquisiuit: sed sphæroïdeas conoïdeásque formas rimatus, earúmque affectiones sagacißima mente intuitus, multa nobis de illis affabrè elaborata reliquit. Neque in eis finem tam fælici labori imposuit, verum ex prioribus adinuentionibus spe auctus ac viribus, lineas sphærales aggressus est, quadraturámque paraboles, primo mechanicè tentauit, deinde geometricè absoluit. Hæc de insequentibus. Cæterum quæ de spiralibus lineis seu περὶ ἑλικῶν exposuit, tam longo sunt à communibus ingenijs spatio dißita, vt non sit mirum si diu tantus artifex in eis insudarit, vti fatetur ipsemet: imò si nudè exposita captu difficilia sint. Eo siquidem artificium promunt abundantius, ac certiùs probant, quo vel magis anxio labore inuenta fuerint aut oblata maiori difficultate capiantur. Quid autem ad hanc ἑλικῶν disquisitionem antiquos cõmouerit? licet quærenti

possim multa respondere, quæ sese passim figura circumuoluta oculis exhibent, quæque hominum sagaciter indagantium res rerumque causas & accidentia, ad sui contemplationem pupugerunt animos, vt nihil quod haberet quicquam substantiæ vel figuræ inquisitu dignum eorum mentes effugeret, nihilominus crediderim eos id laboris potissimum & industriæ ad circuli vsum retulisse, cuius & capiendi & dimetiendi artem mirè deperibant. Helices autem sua tornatili complicatione visum primum delinierunt, sursum deorsumque oculis occurrentes: scilicet in cælu perpetuis motibus descriptæ, in aquis commotis gyris explicatæ: in terris, floribus distributæ, tum à natura ad artem ornatus gratia translatæ: vnde tandem subtilior humanæ mentis indago concita, quid hæc figura portenderet, ratione duce peruestigauit. Fælici labori fausta successit industria, qua nimirum multa arcana detecta amplissimam theorematum ac problematum segetem Geometris protulere, quæ scientiam eorum maxima ex parte complent: Vt si non immerito Thales Milesius cum trianguli in circulo inscriptionem inuenisset, bouem Dijs immolauerit, vt & Pythagoras ob detectam quadratorum super lateribus angulum rectum continentibus in rectangulo triangulo descriptorum τῶν ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης *æqualitatem, (* καὶ βουθυτεῖν λέγονται αὐτὸν ἐπὶ τῇ εὑρέσει, *inquit Proclus) non inconcinnè Perseus similiter ob helicum inuentionem dæmonas propitiauerit. Certè helices, nimirum gyri qui in seipsos non recurrunt, nomen dederunt cælesti illi plaustro (* ἣν καὶ ἄμαξαν ἐπίκλησιν καλέουσιν, *inquit Homerus) & illis Stellis quæ septenario numero ita sunt circa Arcticum polum dispositæ, vt vrsæ figuram referre videantur.*

Laërtius in Thalete.

Proclus lib. 4. in Elem.

Odyss. ε.

Esse duas Arctos, quarum Cynosura notetur:
Sidonijs Helicem Graia carina notet.

Ouid. 1. de trist.

Duæ quidem sunt simili ordine Helices, Calisto & Cynosura, quæ non longè euagatæ à Polo nauigantibus per inuia maria viam monstrant, & horas connotant. Sidonij & Tyrij omnium antiquissimi nautæ minorem, Græci maiorem in mari itineris ducem habuere. Et quamquam Vlysses alias quoque stellas respiciat.

Odyss. ε.

Πληϊάδας τ' ἐσορῶντι, καὶ ὀψὲ δύοντα Βοώτην,
Ἄρκτον θ'.

Nihilominus in Vrsam potissimum oculos intendebat, quia Polo propiùs hoc astrum septentrionem certiùs commōstrat, & deinde reliquas mundi regiones, fæliciùsque iter regit quam cætera sydera. Hinc Græci ἑλίκωπες *dicti sunt olim qui* τὴν ἑλίκην ὁρῶντες *nauigabant. Imo sunt qui rationem nominis Helices petant* ἀπὸ τοῦ ἑλίσσειν, *à conuertendo in se nautarum oculos: Malo tamen à conuersionibus, non quidem solum quas hoc sydus circa verum punctum poli singulis diebus emetitur, hæ siquidem in seipsas recurrunt, aut saltem visus non percipit, quo distet finis à principio at verò quibus spatio aliquot seculorum circa Polum gyratur ad eum nunc accedent, nunc vero ab eo recedens vt phænomena detegunt, & quidem intuitu teste, oculisque conscijs. Porro cælum non solis Vrsæ helicibus ornatur: Verùm Sol ipse luminum fons & Astrorum Princeps, non aliter quam Helicibus, quas indesinenter ab altero Æquinoctio ad alterum percurrens describit, lumina, luces, calores, denique simul omnium bonorum vbertates dispartitur. Spirales circuli, quos lapis in subiectam aquam demissus in superiori ipsius superficie inducit, quiq; frequēti motitatione figurarū species interturbant, nobis exemplar referunt cōmoti aëris linguæ flabello: quippe vox palam prodiens ambientē trudit aërē, & spiritus propiorem issus remotiorē ferit in gyrū, ita vt tremulus vndiquaq; infinitis spiris, aures pulset circumstantium, pro distantiæ & elati clamoris ratione.*

Num igitur primi sensus helicibus vtuntur? Quin imo & reliqui, inductis gyris obiecta concipiunt, vt non malè καπνῖτιν *plurimis spiris fumidam vocet Plinius: Flores* [Plinius l. 37 c. 10. & 12.] *quippe omnes, & quæcumque odorem proijciunt,*

Ambrosiæque comæ diuinum à vertice odorem
Spirauêre. [Virgil. 1. Æneid.]

Et à spiru spiratio est, siue attrahentis spiritum, siue vaporem exhalantis. Equidem præcipui flores spiru folia sua concinnunt, nec suauiter spirant nisi spiris exculti. Hederæ suam helicem habent, folia quidem minora habentem, sed differentijs maximis discretã, paruitate humiliorem, sed foliorum ordine concinniorem, εὐρυθμώτερα *inquit Theophrastus, Latini clauiculam & pampinum & capreolum dicunt: imo vitis ipsa natiuis spi-* [Hist plant. cap. 18.] *ris intorta, & quasi vieta ex lenitia & ingenitæ flexibilitatis causis, non propagatur nisi pampinorum, seu duraminum aut dactylum inflexione, vt helicem vbique referat. Quid gustus? nonne & spiras suas habet, genera operis pistorij, quas & Cato placen-* [Festus.] *tas vocat, confectionémque docet: nec placent nisi spiru. quinetiam in reliquis gustus diffluentes varijs helicibus per substantiam palati, sapores percipit: nec larynx tantum sua quadam voluta cartilagine consistit, sed guttur ipsum gyru ac mæandru deducitur. Tactus in animalibus, neruis toto corpore serpit: qui in perpetuos orbes contracti, tactilem potentiam membris indunt. Et hoc in ijs, puta in serpentibus, maxime percipitur, quæ imperfecta cum sint, & vix alia quam tangendi facultate prædita, motus quosque in gyros exerunt. Cæterum natura non tot helicibus luxuriat, quin Ars suis quoque volutis diffluat. In matronarum ornamentis quæ potißimum comi student, spiræ iam ab antiquis temporibus notatę sunt, & nodi in orbem cõtracti, caputque aliquoties ambientes, ac in turbinis figuram fastigiati decenti & gratioso comptui habiti sunt. Quid* [Plinius l. 9. cap. 15.] *cetera persequar? nulla ars sine volutarum decore. Architectura omnium nobilißima, helicibus sua præcipua dicam, ornamenta refert, cum ordines Ionicus & compositus perfectißimi sine volutis indecora sint: quę si indiligentiùs efformata fuerint, vt nec omnibus eas affabrè decircinandi methodus constat, postquam Vitruuiana perijt, languet totius columnæ ars: Verùm ne tot helicum complicaturis implicemur, experiamur quanta scientia Archimedes helicum affectiones & proprietates disquisierit, quanta cum vtilitate earum arcana reserarit, quanta denique voluptate figuram illam nobis patefecerit. Etenim & doctißimè, & vtilißimè, & iucundißimè eiusmodi negotium summus artifex absoluit.*



ARCHIMEDIS DE SPIRALIBVS.

ARCHIMEDES DOSITHEO SALVTEM.

IN ijs quæ ad Cononem missa sunt theorematibus, eorum quidem quorum à me flagitabas assiduè demonstrationes, multorum ab Hercule latas conscriptas habes: nonnullas rursus eorumdem in hoc libro ad te scriptas mitto. Ne mireris vero, si longum tempus consumpserimus antequam horum demonstrationes dederimus. Hoc enim contigit quod cupiuerim priusquam eas darem, & ipsis inquirere eos qui in mathematicis exercitati sunt. Quot enim in geometria theoremata visa primum impossibilia, tempore perfectionem capiunt? Conon quidem non sufficiens tempus sortitus in eorum disquisitione, vitam (cum morte) commutauit, & ea dubia reliquit, quamquam omnia inuenerat, vt & alia

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΩΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

ΤΩΝ ποτὶ Κώνονα ἀποσταλέντων θεωρημάτων, ὑπὲρ ὧν αἰεὶ τὰς ἀποδείξεις ἐπιστέλλεις μοι γράψαι, τῶν μὲν πλείστων ἐν τοῖς ὑπὸ Ἡρακλείδα κομισθέντεσιν ἔχεις γεγραμμένας. Τινὰς δὲ αὐτῶν καὶ ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας ἐπιστέλλω τοι. Μὴ θαυμάσῃς δὲ εἰ πλείονα χρόνον ποιήσαντες ἐκδίδομεν τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν. Συμβαίνει γὰρ τοῦτο γεγενῆσθαι διὰ τὸ βούλεσθαί με πρότερον διδόμεν τοῖς περὶ τὰ μαθήματα πραγματευομένοις, καὶ μαστεύειν αὐτὰ προαιρουμένοις. Γοῖα γὰρ τῶν ἐν γεωμετρίᾳ θεωρημάτων οὐκ ἀμέθοδα ἐν ἀρχᾷ φανέντα χρόνῳ τὰν ἐξεργασίαν λαμβάνοντι? Κώνων μὲν οὐχ ἱκανὸν λαβὼν ἐς τὰν μάστευσιν αὐτῶν χρόνον, μετήλλαξεν τὸν βίον, καὶ ἄδηλα ἐποίησεν, καὶ ταῦτα πάντα εὑρών, καὶ ἄλλα πολλὰ ἐξευρών, καὶ ἐπὶ τὸ

πλεῖον, προάγαγον γεωμετρίαν. Ἐπιστάμεθα γὰρ ὑπάρξασαν αὐτῷ σύνεσιν οὐ τὰν τυχοῦσαν περὶ τὸ μάθημα, καὶ φιλοπονίαν ὑπερβάλλουσαν. Μετὰ δὲ τὰν Κόνωνος τελευτὰν πολλῶν ἐτέων ἐπιγεγενημένων, οὐδ᾽ ὑφ᾽ ἑνὸς οὐδὲν τῶν προβλημάτων αἰσθανόμεθα κεκινημένον· βούλομαι δὲ καθ᾽ ἓν ἕκαστον αὐτῶν προενέγκασθαι. Καὶ γὰρ συμβαίνει δύο τινὰ τῶν ἐν αὐτοῖς[a] μὲν κεχωρισμένα. Τέλος δὲ ποτ᾽ ἐσόμενα· ὅπως οἱ φάμενοι μὲν πάντα εὑρίσκειν, ἀπόδειξιν δὲ αὐτῶν οὐδεμίαν ἐκφέροντες ἐλέγχωνται, ἃ προσομολογηκότες εὑρίσκειν τὰ ἀδύνατα. Ταῦτα δὲ ποῖα τῶν προβλημάτων ἐντί, καὶ τίνων ὧν τὰς ἀποδείξεις ἔχεις ἀπεσταλμένας· Καὶ ποίων ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ κομίζοντες δοκιμάζοντες ἐμφανίσω τοι. Πρῶτον δὴ τῶν προβλημάτων ἦν· σφαίρας δοθείσης ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας. Ὃ δὴ καὶ πρῶτον ἐγένετο φανερὸν ἐκδοθέντος τοῦ περὶ τῆς σφαίρας βιβλίου. Δειχθέντος γὰρ ὅτι πάσας σφαίρας ἁ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ· δῆλον ὡς δυνατόν ἐστι χωρίον ἐπίπεδον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας. Δεύτερον δέ· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου, σφαῖραν εὑρεῖν ἴσαν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ. Τρίτον δέ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα αὐτῆς ποτ᾽ ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν. Τέταρτον δέ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν· ὥστε τὰ τμή-

multa, quibus plurimum geometriam adauxit. Scimus quippè in illo fuisse non vulgarem mathematicarum artium periciam, laborisque supra modum tolerantiam. Post obitum verò Cononis multi exacti sunt anni, quibus à nemine, quod nouerimus, vllum sit horum problematum tentatum. Volo autem eorum singula persequi.[a] Etenim contigit duo quædam eorum, quæ apud Cononem erant, hoc libro inserta fuisse finem tandem consequutura: vt qui prædicant omnia se inuenire, demonstrationem verò eorum nullam proferentes, sophisticè agunt, ea aliquando spondere videantur reperijsse, quæ sunt impossibilia. Quotquot itaque sunt huiusmodi problematum, tum quorumdam quorum demonstrationes missas habes, denique cæterorũ, quas in hoc libro latas probamus, tibi declarabo. Primùm itaque fuerat: sphæra data planum spatium reperire æquale superficiei sphæræ. Quod quidem primum factum est manifestum, dato de sphæra libro. Cùm enim illic[a] demõstratum fuerit, quod *omnis sphæræ superficies quadrupla est maximi circuli eorum qui sunt in sphæra*, manifestè possibile est, spatium planum inuenire æquale superficiei sphæræ. Secundum verò: *Cono*[b] *dato vel cylindro inuenire sphæram ipsi cono, vel cylindro parem.* Tertium autem: *Datam*[c] *sphærã plano secare, ita vt segmenta ipsius inter se ordinatã rationem habeant.* Adhæc quartum[d]: *Datã sphærã plano secare: ita vt su-*

[a] *locus hic totus luxatus est: sensus tamen sic in artus redire potest:* κεχωρισμένα πρὶν τέλος τυγχάνειν, ὑπὸ τῶν *&* *inserta antequam finem consequerentur ab eis. Porrò hic* δύο *mod inquit, cùm tamen tria deinceps enumeret.*

[a] *propos. 31. l. 1.*

[b] *prop. 2. l. 2. de sphær. & cyl.*

[c] *prop. 4. eiusdem l. 2.*

[d] *prop. 5. eiusdem.*

perficiei portiones ordinatam rationem inter se habeant. Prætereà quintum: *Datum sphęrę segmentum, dato sphæræ segmento aßimilari.* Tandem sexrum[a]: *Datis duobus sphæræ segmentis, siue eiusdem, siue diuersa, inuenire segmentum sphæræ, quod sit quidem simile alteri segmentorum, superficiem verò habeat æqualem superficiei alteris.* Denique septimum fuerat[b]: *A data sphæra segmentum resecare plano*, ita vt segmentum ad conum basim habentem eandem cum segmento, & altitudinem æqualem ordinatam rationem habeat non minorem ea, quàm habent tria ad duo. Horum quidem omnium demonstrationes Hercules tulit. Quod verò ab ipsis seiungebatur, falsum erat. Est autem huiusmodi. Si sphæra plano secatur in inæqualia, maius segmẽtum ad minus, duplam habebit rationem eius, quam habet maior superficies ad minorem. Quod verò istud falsum sit, pet ea quæ priùs missa sunt, manifestum est. Distinguebatur enim, & hoc in ipsis. Si sphæra plano secatur in inæqualia, ad rectos angulos cuidam diametro eorum quæ sunt in sphæra, maius segmentum ad minus eandem habebit rationem, quam portio diametri maior ad minorem. Segmenrum[c] enim sphæræ maius, ad minus minorem quidem rationem habet dupla eius, quam habet maior superficies ad minorem: maiorem verò quàm sesquialteram. Erat rursus, & extremum separatorum problematum falsum:

a prop 6. eiusdem.

b prop.7. eiusdem.

c pro 8 li. eiusdem 2.

ματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν ποτ' ἄλλαλα. Πέμπτον δὲ· τὸ δοθὲν τμῆμα σφαίρας τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὁμοιῶσαι. Ἕκτον δὲ· δύο δοθέντων τμημάτων σφαίρας, εἴτε τᾶς αὐτᾶς εἴτε ἄλλας, εὑρεῖν τι τμῆμα σφαίρας ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμημάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἕξει τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου τμήματος. Ἕβδομον· ἀπὸ τᾶς δοθείσας σφαίρας τμῆμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμῆμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μὴ μείζονα τοῦ ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ β. Τούτων μὲν τῶν εἰρημένων πάντων τὰς ἀποδείξεις Ἡρακλείδας ἐκόμισεν. Τὸ δὲ μετὰ ταῦτα κεχωρισμένον, ψεῦδος ἦν. Ἐστὶ δέ. Εἴκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ εἰς ἄνισα, τὸ μεῖζον τμῆμα ποτὶ τὸ ἔλασσον διπλασίονα λόγον ἑξεῖ ἢ ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα. Ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, διὰ τῶν προαπεσταλμένων φανερόν ἐστι· κεχώρισται γὰρ ἐν αὐτοῖς τόδε. Εἴκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ εἰς ἄνισα, πρὸς ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, τὸ μεῖζον τμῆμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν τὸ τμῆμα τὸ μεῖζον τᾶς διαμέτρου ποτὶ τὸ ἔλασσον. Τὸ γὰρ μεῖζον τμῆμα τᾶς σφαίρας ποτὶ τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἁ μείζων ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον· ἦν δὲ καὶ τὸ ἔσχατον κεχωρισμένον τῶν προβλημάτων ψεῦδος·

Ὅτι εἴκα σφαίρας τινὸς ἡ διάμετρος τμηθῇ, ὥστε τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος τετράγωνον τριπλάσιον εἶμεν τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, καὶ διὰ τοῦ σημείου τὸ ἐπίπεδον ἀχθὲν ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ, τέμνει τὴν σφαῖραν τὸ τοιοῦτον τῷ εἴδει σχῆμα, οἷόν ἐστι τὸ μεῖζον τᾶς σφαίρας τμῆμα, μέγιστον ἐστὶ τῶν ἄλλων τμημάτων τῶν ἐχόντων ἴσαν τὰν ἐπιφάνειαν. Ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, δῆλον διὰ τῶν προαπεσταλμένων θεωρημάτων. Δέδεικται γὰρ ὅτι τὸ ἡμισφαίριον μέγιστον ἐστὶ τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμημάτων. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τοῦ κώνου προβεβλημένα ἐστὶ τάδε. Εἴκα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς διαμέτρου περιενεχθῇ, ὥστε εἶμεν ἄξονα τὰν διάμετρον· τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, κωνοειδὲς καλείσθω. Καὶ εἴκα τοῦ κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ· παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τι τμῆμα τοῦ κωνοειδέος, τοῦ ἀποτμαθέντος τμήματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον· κορυφὴ δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος. Εἰ δὲ καὶ τὸ εἰρημένον σχῆμα ἐπιπέδῳ τμηθῇ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ὅτι μὲν ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται δῆλον· ὅτι δὲ ἀποτμηθὲν τμῆμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ. Καὶ εἴκα τοῦ κωνοειδέος δύο τμήματα ἀποτμηθέωντι ἐπι-

Nempè si diameter alicuius sphæræ secatur, ita vt quadratum quod fit à maiori portione, triplum sit quadrati, quod à minore fit portione, & per sectionis punctum planum agatur rectum ad diametrum, ipsum sphæram secare in talem specie figuram, quale est maius sphæræ segmentum, maximum scilicet segmentorum æqualem habētium superficiem. Quod verò sit hoc falsum, apparet ex præmissis ad te theorematibus. Demonstratum enim est[a], quod hemisphærium maximum est comprehensorum sub æquali superficie sphæræ segmentorum. Post autem ista de cono, hæc etiam proponebantur. Si[b] rectanguli coni sectio, manente diametro circumuoluatur, ita vt sit diameter axis: descripta figura à sectione rectanguli coni, conois, siue conoides appelletur. Tum si conoideam figuram planum quodpiam tetigerit, tangenti verò plano aliud planum ductum secuerit aliquam conoidis portionem: resectæ portionis basis quidem vocetur[c] ipsum planum secans. Vertex[d] verò punctum quo alterum planum conoidem tangit. Porrò si dicta figura plano secatur recto ad axem, manifestum est[e] sectionem fore circulum: Quod autem resecta portio sesquialtera sit[f] coni basim habentis eandem, quam portio, & altitudinem æqualem, demonstrare oportet. Ac si conoidis duæ portiones resecentur planis, quo-

[a] per 9. & vltima eiusdem 1. l.
[b] definit. 1. li. de conoid. & sph.
[c] defin 4. eiusdem.
[d] defin. 5.
[e] per 12. li. eiusdem.
[f] demonstratur 23. prop. eiusdem.

modocumque ductis, fore vt fiant [a] acutiangulorum conorum sectiones, patet. Cæterum si secantia plana non recta fuerint ad axem, segmenta ad se inuicem eādem habere [b] rationem, quàm potentia inter se habent lineæ à verticibus eorum axi æquidistanter ductæ, vsque ad secantia plana, etiam est demonstrandum. Horum autem demonstrationes similiter ad te mittuntur. Post ista verò hæc de spirali proposita sunt, quæ aliud longéque diuersum problematum genus redolent, nihil commune habens cum prædictis. Horum porrò demonstrationes in hoc libro tibi rescripsimus. Res autem ita se habet.

a per 11.
b per 26.

πέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις· Ὅτι μὲν οὖν αἱ τομαὶ ἐσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, δῆλον. Εἴκα τὰ ἀποτέμνοντα ἐπίπεδα μὴ ὀρθὰ ἔωντι ποτὶ τὸν ἄξονα, ὅτι δὲ τὰ τμήματα ποτ᾽ ἄλλαλα τοῦτον ἑξοῦντι τὸν λόγον, ὃν ἔχωντι δυνάμει ποτ᾽ ἀλλήλας, αἱ ἀπὸ τᾶν κορυφᾶν αὐτῶν ἀγμέναι παρὰ τὸν ἄξονα μέχρι τὰ ἐπίπεδα τέμνοντα, δεῖξαι δεῖ. Τούτων δὲ αἱ ἀποδείξεις οὕτω τοι ἀποστέλλονται. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τᾶς ἕλικος τῶ προβεβλημένα ταῦτα· ἐντὶ δὲ ὥσπερ ἄλλο τι γένος προβλημάτων οὐδὲν ἐπικοινωνέοντα τοῖς προειρημένοις· ὑπὲρ ὧν ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τὰς ἀποδείξεις γεγραφήκαμέν τοι. Ἐστὶ δὲ τάδε.

DEFINITIONES.

I.

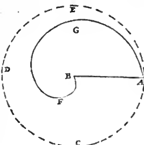
Si in plano recta linea altero termino manente, æquali celeritate circumlata redeat deinceps eò, vnde profecta est: simul verò cum linea circumuoluta feratur punctum pari velocitate sibi ipsi, secundum rectam lineam ducto, motus initio ab immobili termino: istud punctum lineam spiralem in plano describet.

ΟΡΟΙ.

Α.

Εἴκα εὐθεῖα γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ τᾷ περιφερομένᾳ φέρηται τὸ σημεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ, κατὰ τᾶς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος· τὸ σημεῖον ἕλικα γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ.

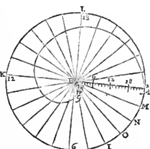
ΣΧΘΛΙΟΝ Α.



Exponatur linea A.B. quæ circa immobile punctum B. circumuoluatur, ita vt describat circulum A. C. D. E. Temporis verò interuallo, quo linea B. A. perficiet circulum, imaginemur punctum quodpiam super eadem linea B. A. incipiens moueri à B. æquali sibi ipsi velocitate, hanc percurrisse lineam B. A. & in spatio circuli tramitem sui motus reliquisse, cuiusmodi est voluta linea B. F. G. A. Etenim Archimedes hunc puncti mouentis tramitem spiralem seu ἕλικα appellat. Cæterum eandem spiralis lineæ deformationem tradit antiquus Pappus ad 19. lib. 4.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Spiralem describere.



Excipiatur linea A.B. tantæ longitudinis, quanti requiritur interualli linea spiralis: & centro B. ac interuallo B. A. describatur circulus A.I K.L. cuius circumferentia diuidatur[a] in multas partes æquales: quò plures eo conducibiliùs proposito negotio. Tùm à centro B. ad sectionum puncta radij agantur, cuiusmodi sunt B.M. B.N, B.O. & reliqui. Præterea diuidatur[b] B. A. in totidem partes, & harum partium vna capiatur in proximo radio B.M, duæ in sequenti B.N, tres in quarto, & ita consequenter aucto semper in sequenti partium numero, vnitate. Hoc pacto vltima pars recidet in extremum primi radij, quem ponimus esse assumptam lineam. Tandem per hæc excepta puncta B.C.D.E. G. & alia transeat obuoluta linea.

a per 30 l 3.

b per 10. l. 6

ΣΥΜΠ. Hæc enim spiralis erit.

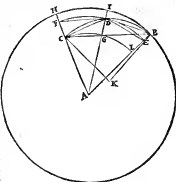
ΑΠΟΔ. Cùm enim linea B A æquali ponatur sibi ipsi celeritate ferri, temporibus æqualibus, æquales circumferentiæ partes describet, nec maiori tempore decurret interuallum A.M, quàm aliud M.N. & aliquod aliud sequentium. Verùm punctus quoque currens describit æquales particulas lineæ B.A. æqualibus temporibus, quibus radius A.B. inambulat pares arcus circuli. Ergo pari fertur celeritate, & per notata puncta transit. Acta proinde linea per huiusmodi puncta spiralis est, qualem Archimedes definiuit.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Possumus vnicuique scalpro, seu parti spatii basim, vel arcum volutæ respondentem describere, ducta linea à radio ad radium, & superea descripto isoscele triangulo, cuius quodlibet æqualium laterum sit par minori radio. Apice enim trianguli facto centro circuli, & æquali latere interuallo, arcus describitur. Nihilominus ne quis sic exactè singulos arcus volutæ describi putet. Nulla enim sui parte ἐστὶ αἰσκύκλου καμπύλη: & falsum est ducta linea à principio volutæ in medium huiusce arcus æquo interuallo superari à radio se proximè maiori, ei quo radium se proximè minorem superet.

ΥΠΟΘ. Sint enim duo quilibet radij A. B. & A.C. qui iungantur linea C.B. super qua triangulus Isosceles constituatur, C. K.B. cuius latera æqualia C.K, K.B. singu-

c per coroll. 1. 1.



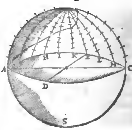
la æquentur minori radio C. A. Tum centro k.& interuallo K.C. arcus deſcribatur C. D. B. qui cenſeatur pars ordi-
a per 30.1.3 nandæ ſpiralis. Secetur a autem bifariam iſte arcus puncto D. & ducatur A. D. I.

ΣΥΜΠ. Dico A.D. non æqua parte ſuperari ab A.B. qua ſuperat A.C.

ΚΑΤΑΣ. Centro A.& interuallis A.D. & A C. deſcribantur arcus F.D.E,& C. G. L. ducanturque lineæ D.F, D.C, D. E, D.B.

ΑΠΟΔ. Etenim D.I. eſt pars qua A.B. ſuperat A. D. Tum F. C. pars eſt ſimiliter qua D.A. vincit A.C. Has verò D.I. & F.C. ſi aduerſarius ſtatuerit æquales, fateatur oportet arcus B.I, I.H. eſſe æquales, [illegible]. Atqui ſi B.I,
b per 29.1.3 I.H. ſunt pares, etiam F.D, D.E. pares ſunt, cum circuli ſint ex eodem centro. Et propterea vt C.D, D.B. ſunt b æquales, ſunt b quoque F.D, D.E. æquales, propterea trianguli D.F.C. latera æquantur lateribus trianguli D.E B Et præterea angulus D.F.C.
c per 6 l.1. eſt c æqualis angulo D.E B. Atqui D. A. E. triangulus eſt Iſoſceles, cuius quiſque an-
d per 32.1.1. gulorum qui ad baſim, minor eſt d recto: Proinde D.E.B. eſt maior recto. Maior ergo recto eſt angulus D.F.C. Sed illi eſt æqualis F.D.A. quod eſt impoſſibile b, ne tres anguli trianguli duos rectos excedant. Abſurdè idcirco dicitur F.C. & D.I. eſſe æquales, vel partes ſpiralis curuati in circulum. Ita vt viam nobis non aperuerit Ioſephus Scali-
e prop 1. Cyclometrices Elementi primi. ger decircinandæ e volutæ ordinatæ, vt nec forſan delumbatæ. Fatebor quidem in minimis arcubus, differentiam viſum effugere, ſed ipſa clam mente eſſe non poteſt. In hoc itaque negotio ſuaſerim circumferentiam aſſumpti circuli, veluti illius A.I.K.L, in tot ſectores partiri, vt ſingulorum ſcalprorum baſes, quæ tandem volutam complexutæ ſunt, vix à recta diſtent, faciléque ſit ſola manu ductrice, indicantibus tamen radiorum punctulis eas deſignare. Etenim cum Sporo Niceno viam depingendarum volutarum abſolutum deprehendi, minimè cenſeo. Architecti varias deſculpendæ
f c.16 lib.1. Archit. Ionicæ volutæ tradiderunt. Verùm omnium ſubtiliſſima mihi viſa eſt ea, quę eſt f Andreæ Palladij. Reliquas nihil moror, eaſdem aliquando mechanicorum opere perpenſurus.

Porrò huiuſcè deſcriptionis vberior nobis producetur ratio ex 12. propoſitione huius: qua fertur, quod ſi ad ſpiralem lineam in vna circulatione deſcriptam à principio ipſius, quotlibet rectæ lineam ducantur, quæ æquales angulos ad inuicem efficiant, ipſæ ſeſe æqualiter excedunt. Omnes quippè exceſſus, quibus punctus currens lõgiùs recedit à centro in ſequenti radio, quàm in præcedenti, totam perficiunt lineam B.A. Tempore verò quo punctus currit hos exceſſus linea B.A. circumferentiam circuli abſoluit. Ergo exceſſibus æqualibus curſus puncti, reſpondebit pares exceſſus curſus lineæ. Verùm radij qui diſtingunt æquales arcus, æquales angulos ad centrum continent. In illis ergo radijs exceſſus fuerunt aſſumendi æquales, per quos ſpiralis linea exararetur.



Porrò non tantum in plano helix deſcribitur, ſed in globoſa quoque ſuperficie; nec ratione multum diſpari. Exponatur ſphæra A.B.C.S. cuius ſit maximus circulus A.E.C.D. Poli ſint B & S. quibus applicetur ſemicirculus, qui his punctis B. & S. defixus ſuis extremis, circa ſphęram reuoluatur æquali ſibi celeritate. Interim verò punctus à polo B. ad polum S. in huiuſmodi ſemicircunferentia decurrat pari, & vniformi velocitate. Non enim hemicyclium ſphæræ circumuoluerit, quin punctus decurrens helicem deſcripſerit. Et ſi ambo curſuum

ſuum tempora ita fuerint inter ſe, vt curſus ſimul linea & puncti abſoluantur, linea deſcribetur à polo ad polum: Si verò curſus puncti fuerit tardior, ſpiralis non abſoluetur: ſi demum fuerit celerior, non inuoluet ſpiralis totam ſphæram.

ΚΑΤΑΣ. Diuide itaque circulum maximum A E.C.D, in tot partes quot potueris æquales, & à polo ad polum per ſectionum puncta, qualia ſunt A.F.G.H.I.K.L.M. age arcus maximorum circulorum, quos ſi in æquales partes vt numero prioribus pares ſecueris, lineamque exarateris per ſectiones aucto ſemper interuallo vna parte, à polo B. lineam ſpiralem habebis, cuiuſmodi eſt B,N.O.P.Q.R.A. Cuius item reliqua pars faciei ſphæræ nobis obuerſa, latet. Demonſtrationem pete [a] ex Pappo. Hoc artificio in conica & cylindrica ſuperficie ſpiralem quoque deſcribes. Cæterum partes arcuum, qui à polo ad polum ducuntur, ſunt ſubduplæ partium, in quas circulum A.E.C.D. partimur, celeritaſque motus ſemicirculi tunc eſſet dupla velocitatis motus puncti in ſemicirculo. Si verò Helicem deſideraueris in ſolo hemiſphærio, partite ſemicirculum in partes ſubquadruplas partium circuli A.E.C.D. Sic etenim ſemicirculus mediam partem ſui curſus abſoluerit, quando punctus quartam duntaxat particulam ſemicirculi perfecerit: ita vt ſemicirculo ad metas perueniente, punctus hemiſphærium tantum compleuerit. Hoc pacto ſpiralem deſcribemus, quæ bis, ter, quater, vel pluries ſphæram conuoluet. Cæterum lineas Conchoides præſenti negotio pervtiles antea [b] deſcripſimus.

[a] propoſ. 30 l. 4. collect. Mathemat.

[b] ad 1. li. 2. de ſphæra & cyl.

ΟΡΟΣ. Β.

Καλείσθω οὖν τὸ μὲν πέρας τᾶς εὐθείας τὸ μένον περιαγομένας αὐτᾶς, ἀρχὰ τᾶς ἕλικος.

DEFIN. II.

Vocetur igitur hoc quidem manens punctum rectæ lineæ quæ circumuoluitur, principium Helicis.

ΟΡΟΣ. Γ.

Ἁ δὲ θέσις τᾶς γραμμᾶς ἀφ' ἇς ἄρξατο ἁ εὐθεῖα περιφέρεσθαι, ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς.

DEFIN. III.

Poſitio verò lineæ, à qua incipit recta circumferri, principium circulationis.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In præcedenti diagrammate primæ definitionis punctus B. appellatur [a] principium ſpiralis: ſitus verò lineæ B.A. cùm incipit in girum moueri, hoc eſt ipſamet linea B.A. principium circulationis, ſeu circumuolutionis dicitur [b].

[a] defin. 2. [b] defin. 3.

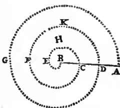
ΟΡΟΣ. Δ.

Εὐθεῖα ἂν μὲν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ διαπορευθῇ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον, πρώτα καλείσθω· ἂν δὲ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ τὸ αὐτὸ σαμεῖον διανύσῃ, δευτέρα· καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως ταύταις ὁμωνύμως ταῖς περιφοραῖς καλείσθωσαν.

DEFIN. IV.

Linea porrò quam quidem in prima reuolutione pertranſierit punctum latum ſecũdum rectam, prima vocetur: quam verò in ſecunda giratione idem punctum perambulauerit, ſecunda: atque de alijs ſimiliter quę circũuolutionibus proportionaliter denominentur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Quoniam non semper accidit vt motus lineæ, & puncti in spirali describenda conueniant, vel vt pari tempore cursus absoluant: fit vt si motus puncti sit adeò velox, vt citiùs lineam decurrerit quàm linea circulum, non absoluatur spiralis, sed mixta linea ex spirali & circuli periferia nascatur. Contra verò si ita lentè moueatur punctus, vt non priùs transierit lineam, quin linea bis, ter, aut quater circulum reuoluerit, linea in partes dissecatur, quæ propriis nominibus distinguuntur. Sit enim linea A.B. quæ circumferatur circa punctum B. eo manente immoto: Primæ vero reuolutionis tempore, punctus inambulans super eadem A.B. decurrerit, tantum B.C: at secundæ reuolutionis interuallo, punctus peruenerit in D. demum tertia latione lineæ, ponamus punctum absoluisse lineam A.B. Hoc posito vocabitur B.C. prima linea: C.D. dicetur secunda: demum tertia erit D.A. Et ita censeatur de alis, si plures fuerint. Cæterum hoc pacto in infinitum complicatur Helix, & complicatio prima vocatur Helix in prima reuolutione, qualis est B.E.H.C. complicatio verò secunda dicitur Helix in secunda reuolutione, cuiusmodi est C.F.k.D. Demum vltima complicatio D.G.A. est Helix in tertia reuolutione. Spatiorum autem his lineis contentorum definitiones expecta. Adhuc notandum has lineas primam, secundam, tertiam, & alias esse æquales. Cùm enim celeritates omnium reuolutionum censeantur pares, earum paria sunt tempora. Atqui punctus quoque vniformiter mouetur, & proinde æqualibus temporibus spatia percurrit æqualia. Proinde lineæ illæ ponendæ sunt æquales.

DEFIN. V.

Spatium verò comprehensum sub helice in prima reuolutione descripta, & linea recta quæ prima est, primum appelletur. Quod verò comprehenditur sub helice in secunda reuolutione descripta, & linea recta secunda, secundum nominetur. Et alia deinceps sic vocentur.

ΟΡΟΣ. Ε.

Τὸ δὲ χωρίον τὸ περιλαφθὲν ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γραφείσας, καὶ τᾶς εὐθείας ἅ ἐστι πρώτα, πρῶτον καλείσθω. τὸ δὲ περιλαφθὲν ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γραφείσας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας, δεύτερον καλείσθω. Καὶ τὰ ἄλλα ἑξῆς οὕτω καλείσθωσαν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Repete schema præcedens. In ipso enim spatium quod definitur spirali B.E.H.C. & linea B.C. vocatur hic primum. Aliud verò quod deinceps terminatur illa prima spirali, & ea quæ secunda reuolutione fit, nempè C.F.k.D. lineaque secunda C.D. nominatur secundum. Tertium est quod limites habet spirales C.F.k.D. & sequentem, quæ ex tertia reuolutione nascitur, nimirum D.G.A. & demum lineam tertiam D.A. Denique ita consequenter denominantur sequentia spatia, si plura fuerint. Nam quodlibet spatium à linea cui adhæret denominationem sortitur. Atque sic interpretaberis hanc definitionem in 27. propositione huius. Verùm in 25. huius spatia superiora, in se complectuntur inferiora, vt illic monebimus.

ΟΡΟΣ. ς.

Καὶ εἴκα ἀπὸ τοῦ σαμείου ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἀχθῆ τις εὐθεῖα γραμμά· τᾶς εὐθείας ταύτας ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἃ περιφορὰ γίνηται, προαγούμενα καλείσθω· τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἑπόμενα.

DEFINIT. VI.

Atque si à puncto quod est principium Helicis agatur aliqua linea recta: ea quæ sunt ad easdem huius rectæ partes, ad quas circumuolutio fertur, antecedentia vocentur: quę verò in contraria, consequentia.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sit spiralis A.D.B. à cuius principio A. linea ducatur vtcumque A.C.E. Voluta enim C.D.B. tum spatium H.I.B. quod est ad easdem [illegible]æ A. E. partes, in quas reuolutio fertur, antecede[illegible]m nomine datur. Opposita verò voluta, quæ est à parte k.L. tum spatium quod deinceps est eiusdem lineæ A.E, nempè E. k.L. consequentium appellatione significantur. Rursus si centro A.& interuallo lineæ spiralis nempè A.B. describatur circulus, qui sit B.E.G. arcus E.G.B. antecedens appellabitur, oppositus verò E.B.G. cõsequens denominatur. Hæc autem antecedentia & consequentia contraria omnino sunt antecedentibus & consequentibus astronomicis. In cõsequentia etenim fertur planeta, quæ à principio zodiaci versus finem progreditur, seu ab Ariete in Taurum, Capricornum & Pisces: contra verò in antecedentia regreditur, qui à Piscibus versus Arietem tendit.

ΟΡΟΣ. Ζ..

Ὅ τε γραφεὶς κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ σαμείῳ ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ ἅ ἐστιν πρώτα, πρῶτος καλείσθω· ὁ δὲ γραφεὶς κέντρῳ μὲν τῷ αὐτῷ, διαστήματι δὲ διπλασίᾳ εὐθείᾳ, δεύτερος καλείσθω· καὶ οἱ ἄλλοι δὲ ἑξῆς τούτοις τὸν αὐτὸν τρόπον.

DEFIN. VII.

Descriptus autem circulus centro quidem puncto, quod est principium spiralis, interuallo verò hac recta quæ est prima, primus appelletur: Descriptus verò centro quidem eodem, interuallo verò dupla recta, secundus dicatur: & alij deinceps eodem modo denominentur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sint Helices prima, secunda, tertia, vel pluribus circumuolutionibus descriptæ, sitque B. principium ipsarum, & describatur circulus E.k.C. centro B. & interuallo primæ lineæ B. C. Hic primus circulus appellatur. Alius verò F.I.D. eodem centro B. ductus, & interuallo linea B.D. dupla a primæ B.C. appellatur secundus.

Tertius est circulus G.H. A. eodem centro B. descriptus, & interuallo B.A. tripla ipsius B.C. & ita sit de reliquis. Quotuplicitas enim interualli circuli supra lineam primam circulo denominationem impertitur.

a per 10. huius defi- nit. 4. huius

Porrò has definitiones tradit Archimedes non proœmio operis, sed ante duodecimam propositionem huius: vnde illas huc tamquam in commodiorem locum adueximus. Deinde proponit author in textu præcipua theoremata, quæ hoc opere demonstraturus est: quæ transcribere omisimus, quia vel omnia hic proponenda fuissent, vel operis decursu expectanda. Si tamen aues scire quæ hic prætermitterentur, lege propositiones 24.18.27.& 28. Illic enim perficit quæ promiserat his verbis, τούτων δέ μοι αἰεὶ τῶ ἕλικος αἱ ἀποδείξιες ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράφονται. Ceterum tandem subiungit.

Præmittuntur verò, vt fit in alijs Geometricis, quæ quasdam vtilitates habent ad illorum demonstrationes. Assumo præterea vt rata Lemmata, quæ in alijs libris iam euulgatis habentur, cuiusmodi est.

Πρόκεινται δὲ ὡς καὶ τῶν ἄλλων τῶν γεωμετρουμένων ταὶς χρείας ἔχοντα εἰς τὰν ἀπόδειξιν αὐτῶν. λαμβάνω δὲ καὶ ἐν τούτοις τῶν ἐν τοῖς πρότερον ἐκδιδομένοις βιβλίοις λήμματα τάδε.

LEMMA I.

Inæqualium linearum, & inæqualium spatiorum excessum, quo excedit maior minorem sibi ipsi coadditum; possibile esse excedere quamcumque earum, quæ inter se comparantur, quantitatum.

ΛΗΜΜΑ Α.

Τᾶν ἀνισᾶν γραμμᾶν, καὶ τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχὰν ἃ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος αὐτὰ συντιθεμέναν· δυνατόν εἶμεν παντὸς ὑπερέχειν τοῦ προτεθέντος τῶν ποτ᾽ ἄλλαλα λεγομένων.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

ΥΠΟΘ. Sint duæ lineæ A.B. maior, & C.D. minor, sitque excessus E.B.



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Assumit Euclides excessum E.B. sibi ipsi toties addi posse, vt frequenti sui ipsius repetitione, tandem in lineæ molem abeat, quæ vel A. B, vel C.D. excedat.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim A.B. & C.D. sunt quantitates eiusdem speciei: inter se enim quantitates diuersarum specierum, quæ rationem nullam habent, comparari non possunt. Ergo quoque excessus E.B. eiusdem est speciei cum qualibet propositarum. Atqui ea
a per 5. defin. 1. 5. est a homogenearum quantitatum natura, vt aliquoties repetita altera alteram superare possit. ergo excessus E.B. aliquoties repetitus superabit quamlibet propositarum, & inter se collatarum, quod vult lemma: idem concludemus de superficiebus, vel etiam de corporibus. Valet enim in omnibus ratio.

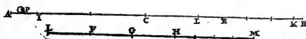
PROPOSITIO I.

Si secundum aliquam rectam feratur quoddam punctum æquè velociter sibi ipsi latum, & sumantur in ipsa duæ lineæ sumptæ eandem habebunt rationem inter se quam tempora, in quibus punctum istas lineas pertransierit.

ΠΡΟΤ. Α.

Εἴκα κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθῇ τι σημεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον, καὶ λαφθέωντι ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαί, αἱ ἀπολαφθεῖσαι τὸν αὐτὸν ἕξουντι λόγον ποτ᾽ ἀλλάλας, ὃν τοὶ χρόνοι, ἐν οἷς τὸ σαμεῖον τὰς γραμμὰς ἐπορεύθη.

ΥΠΟΘ. Spatietur punctus P. super linea A.B. vniformi semper velocitate, & in ipsa A.B. sumantur duæ partes C.D, D.E. quas inambulauerit P. in temporibus F. G, G.H.



ΣΥΜΠ. Dico esse C.D. ad D.E. vt F.G. tempus ad tempus G.H.

ΚΑΤΑ. Quoniam quatuor magnitudinum prima C.D. confertur ad secundam D.E. & tertia F.G. ad quartam G.H. sumantur primæ C.D, & tertiæ F.G. æquemultiplices quantitates I.C. & L.F. tùm secundæ D.E. & quartæ G.H. æquemultiplices E.K, & H.M.

ΑΠΟΔ. Quoniam F.G. tempus est quo P. cucurrit C D. Et quoties est C.D. in I.C. toties est F.G. in L.F. sequitur, quia motus puncti P. est vniformis, esse L.F. tempus, quo eadem celeritate punctus P. decurrerit I.C. Eadem ratione est H.M. tempus, quo inambulauerit idem P. spatium E k. Proinde si I.C. superauerit E.k, similiter L.F. superabit H.M. Et si I.C. defecerit ab E K deficiet quoque L.F, ab H.M. Demum si æqualis fuerit I.C. alteri multiplici I.K, etiam L.F. æquabitur tempori H.M. Est[a] propterea C.D, ad D.E, vt F.G. ad G.H. vt proponebatur. [a] per 5. definit. l. 5.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Idem omnino concludetur, de linea circulari. Etenim si punctus P. circuli periferiam percurrerit: vt se habebit tempus quo arcum transierit, ad tempus quo alium arcum absoluerit, sic erit arcus ad arcum, eadem plane de causa.

ΠΡΟΤΑ. Β.

Εἴκα δύο σημείων ἑκατέρου κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθέντος, μὴ ἴσας αὐτᾶς ἰσοταχέως αὐτῶ ἑαυτῶ φερομένου, λαφθέωντι ἐν ἑκατέρᾳ τᾶν γραμμᾶν δύο γραμμαὶ, αἵτε πρῶται ἐν ἴσοις χρόνοις ὑπὲρ τῶν σαμείων διανυέσθων, καὶ αἱ δεύτεραι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον ποτ' ἀλλάλας αἱ λαφθεῖσαι γραμμαί.

PROPO. II.

Si duorum punctorum vnoquoque pariformiter secundum rectam lineam lato, non quidem æquali simul celeritate; capiantur in vnaquaque lineatum duæ lineæ, quæ primæ in æqualibus temporibus sub punctis discurrentibus, teritur, & item secundæ, eandem habent inter se rationem acceptæ lineæ.

ΥΠΟΘ. Discurrãt puncta N. & O. vniformiter quidem vnũquodque sibi ipsi: sint tamen velocitates amborum cursuum inæquales, & quidem celeriùs sit N. quàm O. ita vt eo tempore quo N. discurrerit A.E. perfecerit O. tantùm C.F. Tum quo spatio N. transierit E.G. absoluerit duntaxat O. iter F.H.

ΣΥΜΠ. Proponitur esse A.E. ad E.G, vt C.F. ad F.H.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam spatia A.E, C.F. permeantur à punctis N. & O. eodem tempore, sit illud tempus I.k. Tum quia feruntur E.G. & F.H. etiam pari tempore, istud tempus sit k.M.

ΑΠΟΔ. Est[a] A.E. ad E.G vt I.k. ad k M. Atqui etiam C.F. est ad F.H. vt I.k ad k.M. [a] per 1. huius.
Ergo vt[b] A.E. ad E.G. sic C.F. ad F.H. quod fuit probandum. [b] per 11. l. 5.

PROPO. III.

PROBLEMA I.

Circulis quotlibet datis: possibile est rectam sumere, quæ sit maior circulorum datorum periferiis.

ΠΡΟΤΑ. Γ.

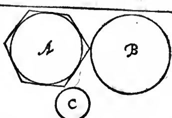
ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α.

Κύκλων δοθέντων ὁποσωνοῦν τῷ πλήθει· δυνατόν ἐστιν εὐθεῖαν λαβεῖν μείζονα οὖσαν ταῖς τῶν κύκλων περιφερείαις.

ΥΠΟΘΕ. Dentur circuli quotlibet A.B.C.

ΚΑΤΑ. Circa circulum A. describatur [a] Hexagonum, quindecagonum, aut aliud polygonum, cuius ambitui æqualis fiat linea D. Deinde circa alios circulos polygona quoque describantur, quorum periferijs augeatur eadem linea D.

[a] per coroll. 15. & 16. l. 4.



ΣΥΜΠΕ. Dico D. lineam rectam maiorem esse circulorum datorum circumferentijs.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Ambitus poylgonorum circumscriptorum maior est [b] periferijs circulorum: Atqui linea D. illi omnium polygonorum ambitui facta est æqualis. Ergo ipsa quoque D. maior est circulorum omnium expositorum circumferentijs, quod fuit demonstrandum.

[b] per 3 hypothe. lib. 1. de sphæra & cyl.

PROP. IV.

PROBL. II.

Duabus datis lineis inæqualibus, recta, & circuli circumferentia, possibile est sumere rectam, maiore quidem linearum datarum minorem, minore verò maiorem.

ΠΡΟΤ. Δ.

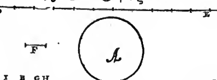
ΠΡΟΒΛ. Β.

Δύο γραμμᾶν δοθεισᾶν ἀνίσων, εὐθείας τε, καὶ κύκλου περιφερείας· δυνατόν ἐστι λαβεῖν εὐθεῖαν τᾶς μὲν μείζονος τᾶν δοθεισᾶν γραμμᾶν ἐλάσσονα, τᾶς δὲ ἐλάσσονος μείζονα.

ΥΠΟΘ. Dentur periferia circuli A. & recta B.C. Sitque B.C maior excessu F.

ΚΑΤΑΣ. Toties multiplicetur F. vt fiat D.E. maior, maiore datarũ B.C. Et quoties F. fuerit aggregata in D. E. in tot partes diuidatur [a] B. C. suarumque partium vna sit B.G. Et quoniam D.E. maior est quàm B.C. erit [b] quoque pars ipsius D.E. æqualis excessui F. maior quàm B.G. applicetur itaque F. ipsi B.C. & excurrat à B. in H. nempè sit B.H. æqualis ipsi F.

[a] per 10. l. 6
[b] per 15. l. 5.



ΣΥΜΠΕ. Dico G.C. lineam esse maiorem periferia circuli A. & minorem ipsa B.C.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam B.C. excedit περιφέρειαν circuli quantitate F. sequitur H.C. equalem esse, eidem circuli periferiæ. Atqui G.C. maior est quàm H.C. Ergo quoque G.C. maior est circumferentia circuli. Sed eadem G.C. minor est tota B.C. Ergo G.C. linea est quæ quæritur.

Cæterum si ponatur [illegible] circuli maior recta B. C. ipsi B. C. addatur B. I. æqualis vni parti B. G. reliquis vt prius stantibus.

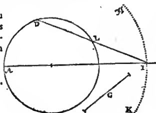
ΑΠΟΔ. Quoniam ambitus circuli excedit B. C. quantitate F. Et vero F. maior quã B. I. manet adhuc I. C. minor maiore datarum, nempe circumferentia circuli A. Verum eadem I. C. maior est datarum minore B. C. Ergo I. C. linea est quæ postulatur.

ΛΗΜΜΑ.

A puncto D. circuli dati A. B. C. D. ducere lineam in productam diametrum, quæ circulum secet, ita vt pars exterior comprehensa inter periferiam circuli & productam diametrum, æqualis sit lineæ datæ G.

ΚΑΤΑΣ. Circulo D. A. B. C. & centro seu polo D. ac interuallo G. describatur[a] conchois H. I. K. & à puncto D. ducatur linea ad punctum, quo producta diameter in conchoidem incidit, vt in I.

ΑΠΟΔ. Etenim ex natura conchoidis erit L. I. æqualis lineæ G.



a per ea quæ diximus ad 9. lib. 2. de sph. & cylind. lem. 1.

ΠΡΟΤ. Ε.
ΠΡΟΒΛ. Γ.

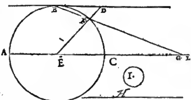
Κύκλου δοθέντος καὶ εὐθείας ἐπιψαυούσης τοῦ κύκλου, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγαγεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ ἁ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἁ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς διαχθείσας ποτὶ τὰν δοθεῖσαν ὁποιανοῦν κύκλου περιφέρειαν.

PROP. V.
PROBL. III.

Circulo dato & linea recta tangente circulum: possibile est à centro circuli ducere rectam ad tangentem, ita vt quæ recta fuerit inter tangentem & circuli circumferentiam, ad radium circuli minorem rationem habeat, quàm circumferentia circuli, quæ est inter contactum & productam ad datam cuiuscumque circuli circumferentiam.

ΥΠΟΘ. Detur circulus A.B.C. qui tangatur linea B. D. in puncto B. Detur adhuc circulus I.

ΚΑΤΑΣ. Agatur[b] per centrum E. linea A. E. L. æquidistans ipsi B. D. Et capiatur[c] H. linea recta maior circumferentia circuli I. Tum à puncto B. traijciatur[d] B. F. G. linea in A. L. ita vt pars F. G. quæ est extra circulum, æqualis sit ipsi H. Denique à cẽtro E. per F. egrediatur linea E. F. D. incidens in tangentem.



b per 32. l. 1.
c per 3. huius.
d per lemma præcedens.

ΣΥΜΠ. Dico lineam D. F. inter tangentem & circuli periferiam esse ad radium F. E. in minori ratione quàm arcus B. F. ad circumferentiam circuli I.

a per 15. l. 1. b per 29. l. 1. c per 32. l. 1. d per 4. l. 6. e per 16. l. 5. f per 8. l. 5. g per 2. hypothesim l. 1 de sph. & cylind. h per fabr.

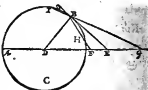
ΑΠΟΔ. Anguli ad F. κτ' κορυφὴν sunt [a] æquales. Tum anguli ἐναλλὰξ [b] ad B. & G. pares. Proinde æquianguli sunt [c] trianguli B. F. G. & E. F. G. lateráque proportionalia habent [d]: Ita vt D. F. sit ad F. B. vt E. F. ad F. G. & vicissim [e] D. F. ad F. E. vt B. F. ad F. G. Habet [f] autem B. F. ad F. G. minorem rationem quam arcus B. F. ad eandem F. G. quia recta minor est [g] arcu. Ergo D. F. est ad F. E. in minori ratione quàm arcus B. F. ad F. G. seu ad H. æqualem. Atqui H. maior est [h] periferia circuli I. Et ex consequenti arcus B F. adhuc maiorem habet [f] rationem ad circumferentiam circuli dati I. quàm D. F. ad F. E. quod fuerat probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Lineare est hoc problema, nec verè geometricè soluitur, sed quidem mechanicè: Verum hoc visum est esse satis Archimedi: cum non in sequentibus hoc problemate aliud problema habeat soluendum, sed sibi tantum opus sit in quibusdam theorematibus demonstrandis, in quibus rem esse posse, demonstrasse sufficit, esse autem possibile facere lineam F. G. æqualem propositæ H. liquido constat, qui tandem aliquo modo perficiatur.

ΛΗΜΜΑ

Si circulum tetigerit quæpiam linea: impossibile est ducere aliam lineam à puncto contactus quæ circulum non secet ab ea parte, qua angulum minorem recto efficit cum radio ducto à centro ad punctum contactus.



ΥΠΟΘ Tangat circulum A. B. C. linea B. E. in puncto B. ad quem à centro D. agatur radius D. B.

l per 9. commun. sent. m per 18 l. 3. n per 13. l. 1 o per 16. l. 3.

ΣΥΜΠΕ. Dico non posse vllam aliam duci lineã siue sit F. B. siue B. G. à puncto B. quæ circulum non secet: scilicet F. B. in H. à parte qua facit angulum D. B. F. minorem [l] recto [m] D. B. E. Tũ G. B. in I. à parte tursus qua constituit angulum I. B. D. recto minorem, [n] cum sit [l] G. B. D. obtusus.

ΑΠΟΔ. Quoniam angulus I. B. D. est acutus minor est [o] angulo mixto O. B. D. & propterea ingreditur circulum B. I. eumque secat. Eadem ratione angulus D. B. F. minor est [o] mixto D. B. H. & B. F. ingreditur ac secat circulum, quod fuit probandum.

PROP. VI.

PROBL. IIII.

Circulo dato, & in circulo linea minore, diametro: possibile est à centro circuli ad periferiam ipsius eiaculari rectam, secantem eam quæ in circulo data est, lineam: ita vt

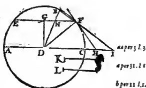
ΠΡΟΤ. ϛ.

ΠΡΟΒΛ. Δ.

Κύκλου δοθέντος, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου, δυνατόν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτὶ τὰν περιφέρειαν αὐτοῦ ποτιβάλλειν εὐθεῖαν τέμνουσαν τὰν ἐν τῷ κύκλῳ δεδομέναν γραμμὰν, ὥστε τὰν ἀπο-

λαφθεῖσαν εὐθεῖαν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ποτιπεσούσας τοῦ ἐπὶ τᾶς περιφερείας ποτὶ τὸ ἕτερον μέρος τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας εὐθείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἰ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἦ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμισεία τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

comprehensa recta inter periferiam & rectam in circulo datam ad coniunctam à termino ciaculatæ, qui est in circumferentia ad alteram partem eius rectæ, quæ in circulo data est, ordinatam rationem habeat: modo tamen vt data ratio minor sit ea quam habet dimidiã datæ in circulo ad eam quæ à centro perpendiculariter in ipsam ducitur.



ΥΠΟΘ. Detur in circulo A. B. C. linea E.F. minor diametro circuli, scilicet non acta per centrum D. In eam incidat perpendicularis D.G. Detur itẽm ratio K. ad L. minor eius quæ est F. G. dimidiæ [aa] datæ E. F. ad perpendicularem D. G. *a a per 3 l. 3.*

ΚΑΤΑΣ. Producatur [a] infinito diameter A.C. æquidistanter datæ E.F. & iũgatur D.F. & à puncto F. perpendicularis erigatur [b] F.H. occurrens diametro in H. & tãgens circulum: Tum vt K. est ad L. ita fiat [c] D. F. ad aliquam lineam. Illa quidem quæpiam linea maior erit tangente F. H. Nam triangulorum G. D. F. & D.F.H. anguli ad G. & F. sunt recti, tum alterni G. F. D. & F. D. C. sunt [d] æquales; & proinde sunt trianguli çquianguli, & vt est [e] F. G. ad G. D. sic est D. F. ad F. H. Atqui G. F. ad G. D. maior est [f] ratio quam K. ad L. Ergo quoque D. F. maiorem habet rationem ad F. H. quam K. ad L. Et proinde D. F. ad lineam non nisi maiorem quam sit F. H. habebit rationem quam habet K. ad L. ipsa sit F. I. quç ita subtendat obtusum F. H. I. efficiatque obtusum I. F. D. & quæ proinde vlterius educta secet [g] circulum tota parte F.B. Tandem ducatur D. B. quæ datam secet in puncto N.

a per 31. l. 1. b per 11 l. 1. c per 12. l. 6. d per 29. l. 1. e per 4. l. 6. f per hypo. g per lemma præcedens

ΣΥΜΠΕ. Dico lineam N. B. partem eductæ D. B. inter datam & circumferentiam esse ad B. F. iungentem terminos eductæ & datæ, [d] vt est k. ad L.

ΑΠΟΔΕΙ. Anguli B. F. N. & F. I. D. sunt æquales: angulus B. communis est. Ergo trianguli B. F. N. & B. I. D. sunt [e] homologorum laterum. Et vt N.B. ad B.F. sic D.B. seu D. F. ad B. I. hoc est, sic k. ad L. quod fuit probandum.

ΠΡΟΤ. Ζ.

ΠΡΟΒΛ. Ε.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων, καὶ τᾶς ἐκ τῷ κύκλῳ εὐθείας ἐκβεβλημένας, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβε-

PROP. VII.

PROBL. V.

Ijsdem datis & recta data extra circulum porrecta: possibile est à centro, lineam, ciaculari ad extra porrectam ita vt quæ fuerit inter circumferentiam & porrectam ad li-

perficiei portiones ordinatam rationem inter se habeant. Præterea quintum: *Datum sphęrę segmentum, dato sphæræ segmento assimilari.* Tandem sextum[a]: *Datis duobus sphæræ segmentis, siue eiusdem, siue diuersa, inuenire segmentum sphæræ, quod sit quidem simile alteri segmentorum, superficiem verò habeat æqualem superficiei alteris.* Denique septimum fuerat[b]: *A data sphæra segmentum resecare plano,* ita vt segmentum ad conum basim habentem eandem cum segmento, & altitudinem æqualem ordinatam rationem habeat non minorem ea, quàm habent tria ad duo. Horum quidem omnium demonstrationes Hercules tulit. Quod verò ab ipsis seiungebatur, falsum erat. Est autem huiusmodi. Si sphæra plano secatur in inæqualia, maius segmētum ad minus, duplam habebit rationem eius, quam habet maior superficies ad minorem. Quod verò istud falsum sit, per ea quæ priùs missa sunt, manifestum est. Distinguebatur enim, & hoc in ipsis. Si sphæra plano secatur in inæqualia, ad rectos angulos cuidam diametro eorum quæ sunt in sphæra, maius segmentum ad minus eandem habebit rationem, quam portio diametri maior ad minorem. Segmentum[c] enim sphæræ maius, ad minus minorem quidem rationem habet dupla eius, quam habet maior superficies ad minorem: maiorem verò quàm sesquialteram. Erat rursus, & extremum separatorum problematum falsum:

a prop. 6. eiusdem.

b prop. 7. eiusdem.

c per 8 li. eiusdem 2.

ματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν ποτ᾽ ἄλλαλα. Πέμπτον δὲ· τὸ δοθὲν τμῆμα σφαίρας τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὁμοιῶσαι. Ἕκτον δὲ· δύο δοθέντων τμημάτων σφαίρας, εἴτε τᾶς αὐτᾶς εἴτε ἄλλας, εὑρεῖν τι τμῆμα σφαίρας ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμημάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἕξει τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου τμήματος. Ἕβδομον· ἀπὸ τᾶς δοθείσας σφαίρας τμῆμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμῆμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μὴ μείζονα τοῦ ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ β. Τούτων μὲν τῶν εἰρημένων πάντων τὰς ἀποδείξεις Ἡρακλείδας ἐκόμισεν. Τὸ δὲ μετὰ ταῦτα κεχωρισμένον, ψεῦδος ἦν. Ἔστι δέ. Εἴκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ εἰς ἄνισα, τὸ μεῖζον τμῆμα ποτὶ τὸ ἔλασσον διπλασίονα λόγον ἕξει ἢ ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα. Ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, διὰ τῶν προαπεσταλμένων φανερόν ἐστι· κεχώρισται γὰρ ἐν αὐτοῖς τόδε. Εἴκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ εἰς ἄνισα, πρὸς ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, τὸ μεῖζον τμῆμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν τὸ τμῆμα τὸ μεῖζον τᾶς διαμέτρου ποτὶ τὸ ἔλασσον. Τὸ γὰρ μεῖζον τμῆμα τᾶς σφαίρας ποτὶ τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἁ μείζων ἐπιφάνεια πρὸς τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον· ἦν δὲ καὶ τὸ ἔσχατον κεχωρισμένον τῶν προβλημάτων ψεῦδος·

Ὅτι εἴκα σφαίρας τινὸς ἡ διάμετρος τμηθῇ, ὥστε τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος τετράγωνον τριπλάσιον εἶμεν τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, καὶ διὰ τοῦ σημείου τὸ ἐπίπεδον ἀχθὲν ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ, τέμνει τὴν σφαῖραν τὸ τοιοῦτον τῷ εἴδει σχῆμα, οἷόν ἐστι τὸ μεῖζον τᾶς σφαίρας τμῆμα, μέγιστον ἐστὶ τῶν ἄλλων τμημάτων τῶν ἐχόντων ἴσαν τὰν ἐπιφάνειαν. Ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, δῆλον διὰ τῶν προαπεσταλμένων θεωρημάτων. Δέδεικται γὰρ ὅτι τὸ ἡμισφαίριον μέγιστον ἐστὶ τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμημάτων. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τοῦ κώνου προβεβλημένα ἦν τάδε. Εἴκα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς διαμέτρου περιενεχθῇ, ὥστε εἶμεν ἄξονα τὰν διάμετρον· τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, κωνοειδὲς καλείσθω. Καὶ εἴκα τοῦ κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ· παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμνῃ τι τμῆμα τοῦ κωνοειδέος, τοῦ ἀποτμαθέντος τμήματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον· κορυφὴ δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος. Εἰ δὲ καὶ τὸ εἰρημένον σχῆμα ἐπιπέδῳ τμηθῇ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ὅτι μὲν ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, δῆλον· ὅτι δὲ τὸ ἀποτμηθὲν τμῆμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ. Καὶ εἴκα τοῦ κωνοειδέος δύο τμήματα ἀποτμηθέωντι ἐπι-

Nempè si diameter alicuius sphæræ secatur, ita vt quadratum quod fit à maiori portione, triplum sit quadrati, quod à minore fit portione, & per sectionis punctum planum agatur rectum ad diametrum, ipsum sphæram secare in talem specie figuram, quale est maius sphæræ segmentum, maximum scilicet segmentorum æqualem habētium superficiem. Quod verò sit hoc falsum, apparet ex præmissis ad te theorematibus. Demonstratum enim est [a], quod hemisphærium maximum est comprehensorum sub æquali superficie sphæræ segmentorum. Post autem ista de cono, hæc etiam proponebantur. Si [b] rectanguli coni sectio, manente diametro circumuoluatur, ita vt sit diameter axis: descripta figura à sectione rectanguli coni, conois, siue conoides appelletur. Tum si conoideam figuram planum quodpiam tetigerit, tangenti verò plano aliud planum ductum secuerit aliquam conoidis portionem: resectæ portionis basis quidem vocetur [c] ipsum planum secans. Vertex [d] verò punctum quo alterum planum conoidem tangit. Porrò si dicta figura plano secatur recto ad axem, manifestum est [e] sectionem fore circulum: Quod autem resecta portio sesquialtera sit [f] coni basim habentis eandem, quam portio, & altitudinem æqualem, demonstrare oportet. Ac si conoidis duæ portiones resecentur planis, quo-

a per 9. & 1. meta eiusdem l. 1.

b definit. 1. li. de conoidib. & sph.

c defin. 4. eiusdem.

d defin. 5.

e per 12. lib. eiusdem.

f demonstratur 23. prop. eiusdem.

modocumque ductis, fore vt a per 13. fiant [a] acutiangulorum conorum sectiones, patet. Cæterum si secantia plana non recta fuerint ad axem, segmenta ad se b per 16. inuicem eādem habere [b] rationem, quàm potentia inter se habent lineæ à verticibus eorum axi æquidistanter ductæ, vsque ad secantia plana, etiam est demonstrandum. Horum autem demonstrationes similiter ad te mittuntur. Post ista verò hæc de spirali proposita sunt, quæ aliud longéque diuersum problematum genus redolent, nihil commune habens cum prædictis. Horum porrò demonstrationes in hoc libro tibi rescripsimus. Res autem ita se habet.

πέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις. Ὅτι μὲν οὖν αἱ τομαὶ ἐσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, δῆλον. Εἴκα τὰ ἀποτέμνοντα ἐπίπεδα μὴ ὀρθὰ ἔωντι ποτὶ τὸν ἄξονα, ὅτι δὲ τὰ τμήματα ποτ᾽ ἄλλαλα τοῦτον ἑξοῦντι τὸν λόγον, ὃν ἔχωντι δυνάμει ποτ᾽ ἀλλήλας, αἱ ἀπὸ τᾶν κορυφᾶν αὐτῶν ἀγμέναι παρὰ τὸν ἄξονα μέχρι τὰ ἐπίπεδα τέμνοντα, δεῖξαι δεῖ. Τούτων δὲ αἱ ἀποδείξεις οὔπω τοι ἀποστέλλονται. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τᾶς ἕλικος τὰ προβεβλημένα ταῦτα· ἐντὶ δὲ ὥσπερ ἄλλό τι γένος προβλημάτων οὐδὲν ἐπικοινωνέοντα τοῖς προειρημένοις· ὑπὲρ ὧν ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τὰς ἀποδείξιας γεγραφήκαμέν τοι. Ἐστὶ δὲ τάδε.

DEFINITIONES.

I.

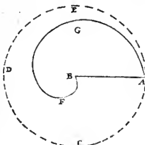
Si in plano recta linea altero termino manente, æquali celeritate circumlata redeat deinceps eò, vnde profecta est: simul verò cum linea circumuoluta feratur punctum pari velocitate sibi ipsi, secundum rectam lineam ducto, motus initio ab immobili termino: istud punctum lineam spiralem in plano describet.

ΟΡΟΙ.

Α.

Εἴκα εὐθεῖα γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ τᾷ περιφερομένᾳ φέρηται τὸ σημεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ, κατὰ τᾶς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος· τὸ σημεῖον ἕλικα γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ.

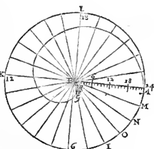
ΣΧΟΛΙΟΝ Α.



Exponatur linea A.B. quæ circa immobile punctum B. circumuoluatur, ita vt describat circulom A. C. D. E. Temporis verò iotetuallo, quo linea B. A. perficiet circulum, imaginemut punctum quodpiam super eadem linea B. A. incipiens moueti à B. æquali sibi ipsi velocitate, hanc percurrisse lineam B. A. & in spatio circuli tramitem sui motus reliquisse, cuiusmodi est voluta linea B. F. G. A. Etenim Archimedes hunc puncti mouentis tramitem spiralem seu ἕλικα appellat. Cæterum eandem spiralis lineæ deformationem tradit antiquus Pappus ad 19. lib. 4.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Spiralem describere.



Excipiatur linea A. B. rantæ longitudinis, quanti requiritur interualli linea spiralis: & centro B. ac interuallo B. A. describatur circulus A. I. K. L. cuius circumferentia diuidatur[a] in multas partes æquales: quò plures eo conducibiliùs proposito negotio. Tùm à centro B. ad sectionum puncta radij agantur, cuiusmodi sunt B.M, B.N, B.O. & reliqui. Præterea diuidatur[b] B. A. in totidem partes, & harum partium vna capiatur in proximo radio B.M, duæ in sequenti B.N, tres in quarto, & ita consequenter aucto semper in sequenti partium numero, vnitate. Hoc pacto vltima pars ceeidet in extremum primi radij, quem ponimus esse assumptam lineam. Tandem per hæc excepta puncta B.C.D.E. G. & alia transeat obuoluta linea.

a per 30 l 3.
b per 10. l 6.

ΣΥΜΠΕ. Hæc enim spiralis erit.

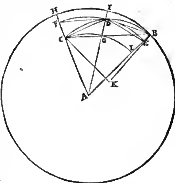
ΑΠΟΔ. Cùm enim linea B A æquali ponatur sibi ipsi celeritate ferri, temporibus æqualibus, æquales circumferentiæ partes describet, nec maiori tempore decurret interuallum A.M, quàm aliud M.N. & aliquod aliud sequentium. Verùm punctus quoque currens describit æquales particulas lineæ B.A. æqualibus temporibus, quibus radius A.B. inambulat pares arcus circuli. Ergo pari fertur celeritate, & per notata puncta transit. Acta proinde linea per huiusmodi puncta spiralis est, qualem Archimedes definiuit.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Possumus vnicuique scalpro, seu parti spatii basim, vel arcum volutæ respondentem describere, ducta linea à radio ad radium, & super ea descripto isoscele triangulo, cuius quodlibet æqualium laterum sit par minoti radio. Apice enim triaoguli facto centro circuli, & æquali latere interuallo, arcus desctibitur. Nihilominus ne quis sic exactè singulos arcus volutæ describi putet. Nulla enim sui parte [illegible]: & falsum est ducta linea à principio volutæ in medium huiusce arcus æquo interuallo superari à radio se proximè maiori, et quo radium se proximè minorem superet.

ΥΠΟΘΕ. Sint enim duo quilibet radij A. B. & A.C. qui iungantur linea C.B. super qua triangulus Isosceles constituatur, C. K.B. cuius latera æqualia C.K, K.B. singu-

c per coroll. 5 l 1.



la æquentur minori radio C. A. Tum centro k.& interuallo K.C. arcus deſcribatur C. D. B. qui cenſeatur pars ordinandæ ſpiralis. Secetur [a] autem bifariam iſte arcus puncto D. & ducatur A. D. I.

a per 30. l. 3

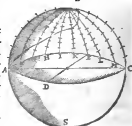
ΣΥΜΠ. Dico A.D. non æqua parte ſuperari ab A.B. qua ſuperat A.C.

ΚΑΤΑΣ. Centro A.& interuallis A.D. & A C. deſcribantur arcus F.D.E,& C. G. L. ducanturque lineæ D.F, D.C,D. E,D.B.

ΑΠΟΔ. Etenim D.I. eſt pars qua A.B. ſuperat A. D. Tum F. C. pars eſt ſimiliter qua D.A. vincit A.C. Has verò D.I. & F.C. ſi aduerſarius ſtatuerit æquales, fateatur oportet arcus B.I, I.H. eſſe æquales, κἂν τὴν ὑπόθεσιν τῆς ἰσότ. Atqui ſi B.I, I.H. ſunt pares, etiam F.D, D.E. pares ſunt, cum circuli ſint ex eodem centro. Et propterea vt C.D, D.B. ſunt æquales, ſunt [b] quoque F.D, D.E. æquales, propterea trianguli D.F.C. latera æquantur lateribus trianguli D.E B Et præterea angulus D.F.C. eſt [c] æqualis angulo D.E B. Atqui D. A. E. triangulus eſt Iſoſceles, cuius quiſque angulorum qui ad baſim, minor eſt [d] recto: Proinde D.E.B. eſt maior recto. Maior ergo recto eſt angulus D.F.C. Sed illi eſt æqualis F.D.A. quod eſt impoſſibile [b], ne tres anguli trianguli duos rectos excedant. Abſurdè ideirco dicitur F.C. & D.I. eſſe æquales, vel partes ſpiralis curuari in circulum. Ita vt viam nobis non aperuerit Ioſephus Scaliger decircinandæ [e] volutæ ordinatæ, vt nec forſan delumbatæ. Fatebor quidem in minimis arcubus, differentiam viſum effugere, ſed ipſa clam mente eſſe non poteſt. In hoc itaque negotio ſuaſerim circumferentiam aſſumpti circuli, veluti illius A.I.K.L, in tot ſectores partiri, vt ſingulorum ſcalprorum baſes, quæ tandem volutam complexæ ſunt, vix à recta diſtent, faciléque ſit ſola manu ductrice, indicantibus tamen radiorum punctulis eas deſignare. Etenim cum Sporo Niceno viam depingendarum volutarium abſolutum deprehendi, minimè cenſeo. Architecti varias deſculpendæ Ionicæ volutæ tradiderunt. Verùm omnium ſubtiliſſima mihi viſa eſt ea, quę eſt [f] Andreæ Palladij. Reliquas nihil moror, eaſdem aliquando mechanicorum opere perpenſurus.

b per 29. l. 3
c per 6 l. 1.
d per 32. l. 1.
e prop 2. Cyclometrici Elementi primi.
f c. 16 lib. 1. Architect.

Porrò huiuſeè deſcriptionis vberior nobis producetur ratio ex 12. propoſitione huius: qua fertur, quod ſi ad ſpiralem lineam in vna circulatione deſcriptam à principio ipſius, quotlibet rectæ lineam ducantur, quæ æquales angulos ad inuicem efficiant, ipſæ ſeſe æqualiter excedunt. Omnes quippè exceſſus, quibus punctus currens lõgiùs recedit à centro in ſequenti radio, quàm in præcedenti, totam perficiunt lineam B.A. Tempore verò quo punctus currit hos exceſſus linea B.A. circumferentiam circuli abſoluit. Ergo exceſſibus æqualibus curſus puncti, reſpondebit pares exceſſus curſus lineæ. Verùm radij qui diſtingunt æquales arcus, æquales angulos ad centrum continent. In illis ergo radijs exceſſus fuerũt aſſumendi æquales, per quos ſpiralis linea exaretur.



Porrò non tantum in plano helix deſcribitur, ſed in globoſa quoque ſuperficie; nec ratione multum diſpari. Exponatur ſphæra A.B.C.S. cuius ſit maximus circulus A.E.C.D. Poli ſint B & S. quibus applicetur ſemicirculus, qui his punctis B. & S. defixus ſuis extremis, circa ſphęram reuoluatur æquali ſibi celeritate. Interim verò punctus à polo B. ad polum S. in huiuſmodi ſemicircunferentia decurrat pari, & vniformi velocitate. Non enim hemicyclium ſphæræ circumuoluerit, quin punctus decurrens helicem deſcripſerit. Et ſi ambo curſuum

ſuum tempora ita fuerint inter ſe, vt curſus ſimul linea & puncti abſoluantur, linea deſcribetur à polo ad polum: Si verò curſus puncti fuerit tardior, ſpiralis non abſoluetur: ſi demum fuerit celerior, non inuoluet ſpiralis totam ſphæram.

ΚΑΤΑΣ. Diuide itaque circulum maximum A E.C. D, in tot partes quot potueris æquales, & à polo ad polum per ſectionum puncta, qualia ſunt A.F.G.H.I.K.L.M. age arcus maximorum circulorum, quos ſi in æquales partes vt numero prioribus pares ſecueris, lineamque exaraueris per ſectiones aucto ſemper interuallo vna parte, à polo B. lineam ſpiralem habebis, cuiuſmodi eſt B,N.O.P.Q.R.A. Cuius item reliqua pars faciei ſphæræ nobis obuerſa, latet. Demonſtrationem pete [a] ex Pappo. Hoc artificio in [a] propoſ. 30 l. 4 collect. Mathemat.
conica & cylindrica ſuperficie ſpiralem quoque deſcribes. Cæterum partes arcuum, qui à polo ad polum ducuntur, ſunt ſubduplæ partium, in quas circulum A.E.C.D. partimur, celeritaſque motus ſemicirculi tunc eſſet dupla velocitatis motus puncti in ſemicirculo. Si verò Helicem deſideraueris in ſolo hemiſphærio, partire ſemicirculum in partes ſubquadruplas partium circuli A.E.C.D. Sic etenim ſemicirculus mediam partem ſui curſus abſoluerit, quando punctus quartam duntaxat particulam ſemicirculi perfecerit: ita vt ſemicirculo ad metas perueniente, punctus hemiſphærium tantum compleuerit. Hoc pacto ſpiralem deſcribemus, quæ bis, ter, quater, vel pluries ſphæram conuoluet. Cæterum lineas Conchoides præſenti negotio perutiles antea [b] deſcripſimus. [b] ad t. li. 2. de ſphæra & cyl.

ΟΡΟΣ. Β.

Καλείσθω οὖν τὸ μὲν πέρας τᾶς εὐθείας τὸ μένον περιαγομένας αὐτᾶς, ἀρχὰ τᾶς ἕλικος.

DEFIN. II.

Vocetur igitur hoc quidem manens punctum rectæ lineæ quæ circumuoluitur, principium Helicis.

ΟΡΟΣ. Γ.

Ἁ δὲ θέσις τᾶς γραμμᾶς ἀφ' ἇς ἄρξατο ἁ εὐθεῖα περιφέρεσθαι, ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς.

DEFIN. III.

Poſitio verò lineæ, à qua incipit recta circumferri, principium circulationis.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In præcedenti diagrammate primæ definitionis punctus B. appellatur [a] principium ſpiralis: ſitus [a] defin. 2.
verò lineæ B.A. cùm incipit in girum moueri, hoc eſt ipſamet linea B. A. principium circulationis, [b] defin. 3.
ſeu circumuolutionis dicitur [b].

ΟΡΟΣ. Δ.

Εὐθεῖα ἂν μὲν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ διαπορευθῇ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον, πρώτα καλείσθω· ἂν δὲ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ τὸ αὐτὸ σαμεῖον διανύσῃ, δευτέρα· καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως ταύταις ὁμωνύμως ταῖς περιφοραῖς καλείσθωσαν.

DEFIN. IV.

Linea porrò quam quidem in prima reuolutione pertranſierit punctum latum ſecũdum rectam, prima vocetur: quam verò in ſecunda giratione idem punctum perambulauerit, ſecunda: atque de alijs ſimiliter quę circũuolutionibus proportionaliter denominentur.

ΟΡΟΣ. ς.

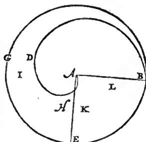
Καὶ εἴκα ἀπὸ τοῦ σαμείου ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἀχθῆ τις εὐθεῖα γραμμά· τᾶς εὐθείας ταύτας ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἃ περιφορὰ γίνηται, προαγούμενα καλείσθω· τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἑπόμενα.

DEFINIT. VI.

Atque si à puncto quod est principium Helici[illegible] agatur aliqua linea recta: ea quæ sunt ad easdem huius rectæ partes, ad quas circumuolutio fertur, antecedentia vocentur: quę verò in contraria, consequentia.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sit spiralis A.D.B. à cuius principio A. linea ducatur vtcumque A.C.E. Voluta enim C.D.B. tum spatium H.I.B. quod est ad easdem [illegible] lineæ A. E. partes, in quas reuolutio fertur, anteceden[illegible]m nomine dantur. Opposita verò voluta, quæ est à parte k.L. tum spatium quod deinceps est eiusdem lineæ A.E, nempè E. k.L. consequentium appellatione significantur. Rursus si centro A. & interuallo lineæ spiralis nempè A.B. describatur circulus, qui sit B.E.G. arcus E.G.B. antecedens appellabitur, oppositus verò E.B.G. cōsequens denominatur. Hæc autem antecedentia & consequentia contraria omnino sunt antecedentibus & consequentibus astronomicis. In cōsequentia etenim fertur planeta, quæ à principio zodiaci versus finem progreditur, seu ab Ariete in Taurum, Capricornum & Pisces: contra verò in antecedentia regreditur, qui à Piscibus versus Arietem tendit.



ΟΡΟΣ. Ζ.

Ὁ τε γραφεὶς κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ σαμείῳ ὅ ἐστιν ἀρχὰ τῆς ἕλικος· διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ ἅ ἐστιν πρώτα, πρῶτος καλείσθω· ὁ δὲ γραφεὶς κέντρῳ μὲν τῷ αὐτῷ, διαστήματι δὲ διπλασίᾳ εὐθείᾳ, δεύτερος καλείσθω· καὶ οἱ ἄλλοι δὲ ἑξῆς τούτοις τὸν αὐτὸν τρόπον.

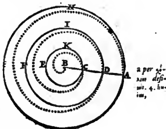
DEFIN. VII.

Descriptus autem circulus centro quidem puncto, quod est principium spiralis, interuallo verò hac recta quæ est prima, primus appelletur: Descriptus verò centro quidem eodem, interuallo verò dupla recta, secundus dicatur: & alij deinceps eodem modo denominentur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sint Helices prima, secunda, tertia, vel pluribus circumuolutionibus descriptæ, sitque B. principium ipsarum, & describatur circulus E.k.C. centro B. & interuallo primæ lineæ B. C. Hic primus circulus appellatur. Alius verò F.I.D. eodem centro B. ductus, & interuallo linea B.D. dupla a primæ B.C. appellatur secundus.

Tertius est circulus G.H.A. eodem centro B. descriptus, & interuallo B.A. tripla ipsius B.C. & ita sit de reliquis. Quotuplicitas enim interualli circuli supra lineam primam circulo denominationem impertitur.



a per xam definit. 4. huius,

Porrò has definitiones tradit Archimedes non proœmio operis, sed ante duodecimam propositionem huius: vnde illas huc tamquam in commodiorem locum aduximus. Deinde proponit author in textu præcipua theoremata, quæ hoc opere demonstraturus est: quæ transcribere omisimus, quia vel omnia hic proponenda fuissent, vel operis decursu expectanda. Si tamen aues scire quæ hic præmitterentur, lege propositiones 24. 18. 27. & 28. Illic enim perficit quæ promiserat his verbis, τέλος δέ μοι ἀεὶ τᾶς ἐλπίος αἱ ἀποδείξιες τούτων ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράφονται. Cæterum tandem subiungit.

Præmittuntur verò, vt fit in alijs Geometricis, quæ quasdam vtilitates habent ad illorum demonstrationes. Assumo præterea vt rata Lemmata, quæ in alijs libris iam euulgatis habentur, cuiusmodi est.

Πρόκειντοι δὲ ὡς καὶ τῶν ἄλλων τῶν γεωμετρουμένων τὰς χρείας ἔχοντα εἰς τὰν ἀπόδειξιν αὐτῶν. λαμβάνω δὲ καὶ ἐν τούτοις τῶν ἐν τοῖς πρότερον ἐκδεδομένοις βιβλίοις λήμματα τάδε.

LEMMA I.

Inæqualium linearum, & inæqualium spatiorum excessum, quo excedit maior minorem sibi ipsi coadditum, possibile esse excedere quamcumque earum, quæ inter se comparantur, quantitatum.

ΛΗΜΜΑ Α.

Τᾶν ἀνίσων γραμμᾶν, καὶ τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχὰν ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος αὐτᾷ συντιθεμέναν δυνατὸν εἶμεν παντὸς ὑπερέχειν τοῦ προτεθέντος τῶν ποτ' ἄλλαλα λεγομένων.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

ΥΠΟΘ. Sint duæ lineæ A.B. maior, & C.D. minor, sitque excessus E.B.

A E B

C D

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Assumit Euclides excessum E.B. sibi ipsi toties addi posse, vt frequenti sui ipsius repetitione, tandem in lineæ molem abeat, quæ vel A. B, vel C.D. excedat.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim A.B. & C.D. sunt quantitates eiusdem speciei: inter se enim quantitates diuersarum specierum, quæ rationem nullam habent, comparari non possunt. Ergo quoque excessus E.B. eiusdem est speciei cum qualibet propositarum. Atqui ea est *a* homogenearum quantitatum natura, vt aliquoties repetita altera alteram superare possit. ergo excessus E.B. aliquoties repetitus superabit quamlibet propositarum, & inter se collatarum, quod vult lemma: Idem concludemus de superficiebus, vel etiam de corporibus. Valet enim in omnibus ratio.

a per 5. defin. l. 5.

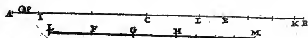
PROPOSITIO I.

Si secundum aliquam rectam feratur quoddam punctum æquè velociter sibi ipsi latum, & sumantur in ipsa duæ lineæ sumptæ eandem habebunt rationem inter se quam tempora, in quibus punctum istas lineas pertransierit.

ΠΡΟΤ. Α.

Εἴκα κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθῇ τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον, καὶ λαφθέωντι ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαί, αἱ ἀπολαφθεῖσαι τὸν αὐτὸν ἕξουντι λόγον ποτ' ἀλλάλας, ὃν τοὶ χρόνοι, ἐν οἷς τὸ σαμεῖον τὰς γραμμὰς ἐπορεύθη.

ΥΠΟΘ. Spatietur punctus P. super linea A.B. vniformi semper velocitate, & in ipsa A.B. sumantur duæ partes C.D, D. E. quas inambulauerit P. in temporibus F. G, G.H.



ΣΥΜΠ. Dico esse C.D. ad D.E. vt F.G. tempus ad tempus G. H.

ΚΑΤΑ. Quoniam quatuor magnitudinum prima C.D. confertur ad secundam D.E. & tertia F.G. ad quartam G.H. sumantur primæ C.D, & tertiæ F.G. æquemultiplices quantitates I.C. & L. F. tùm secundæ D.E. & quartæ G. H. æquemultiplices E. K, & H.M.

ΑΠΟΔ. Quoniam F.G. tempus est quo P. cucurrit C D. Et quoties est C.D. in I.C. toties est F.G. in L.F. sequitur, quia motus puncti P. est vniformis, esse L.F. tempus, quo eadem celeritate punctus P. decurrerit I.C. Eadem ratione est H.M. tempus, quo inambulauerit idem P. spatium E k. Proinde si I.C. superauerit E.k, similiter L.F. superabit H.M. Et si I.C. defecerit ab E K deficiet quoque L.F, ab H.M. Demum si æqualis fuerit I.C. alteri multiplici I.K, etiam L.F. æquabitur tempori H.M. Est[a] propterea C.D, ad D.E, vt F.G. ad G.H. vt proponebatur. [a per 5. definit. l. 5.]

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Idem omnino concludetur, de linea circulari. Etenim si punctus P. circuli periferiam percurrerit: vt se habebit tempus quo arcum transierit, ad tempus quo alium arcum absoluerit, sic erit arcus ad arcum, eadem plane de causa.

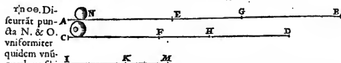
ΠΡΟΤΑ. Β.

Εἴκα δύο σημείων ἑκατέρου κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθέντος, μὴ ἴσας αὐτᾶς ἰσοταχέως αὐτοῦ ἑαυτῷ φερομένου, λαφθέωντι ἐν ἑκατέρᾳ τᾶν γραμμᾶν δύο γραμμαί, αἵ τε πρῶται ἐν ἴσοις χρόνοις ὑπὲρ τῶν σημείων διανυέσθων, καὶ αἱ δεύτεραι, τὸν αὐτὸν ἕξουντι λόγον ποτ' ἀλλάλας αἱ λαφθεῖσαι γραμμαί.

PROPO. II.

Si duorum punctorum vnoquoque pariformiter secundum rectam lineam lato, non quidem æquali simul celeritate; capiantur in vnaquaque linearum duæ lineæ, quæ primæ in æqualibus temporibus sub punctis discurrentibus, teritur, & item secundæ, eandem habent inter se rationem acceptæ lineæ.

ΥΠΟΘ. Discurrāt puncta N. & O. vniformiter quidem vnūquodque sibi



ipsi: sint tamen velocitates ambotum cursuum inæquales, & quidem celeriùs sit N. quàm O. ita vt eo tempore quo N. discurrerit A.E. perfecerit O. tantùm C.F. Tum quo spatio N. transierit E.G. absoluerit duntaxat O. iter F.H.

ΣΥΜΠ. Proponitur esse A.E. ad E.G, vt C.F. ad F.H.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam spatia A.E, C.F. permeantur à punctis N. & O. eodem tempore, sit illud tempus I.k. Tum quia feruntur E.G. & F.H. etiam pari tempore, istud tempus sit k.M.

ΑΠΟΔ. Est[a] A.E. ad E.G vt I.k. ad k M Atqui etiam C.F. est ad F.H. vt I.k ad k.M. Ergo vt[b] A.E. ad E.G. sic C.F. ad F.H. quod fuit probandum. [a per 1. huius. b per 11. l. 5.]

PROPO. III.

PROBLEMA I.

Circulis quotlibet datis: possibile est rectam sumere, quæ sit maior circulorum datorum periferiis.

ΠΡΟΤΑ. Γ.

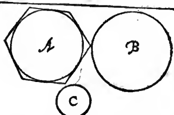
ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α.

Κύκλων δοθέντων ὁποσωνοῦν τῷ πλήθει· δυνατόν ἐστιν εὐθεῖαν λαβεῖν μείζονα οὖσαν ταῖς τῶν κύκλων περιφερείαις.

ΥΠΟΘ. Dentur circuli quotlibet A.B.C.

ΚΑΤΑ. Circa circulum A. describatur [a] Hexagonum, quindecagonum, aut aliud polygonum, cuius ambitui æqualis fiat linea D. Deinde circa alios circulos polygona quoque describantur, quorum periferijs augeatur eadem linea D.

a per coroll. 15. & 16. l. 4.



ΣΥΜΠΕ. Dico D. lineam rectam maiorem esse circulorum datorum circumferentijs.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Ambitus poylgonorum circumscriptorum maior est [b] periferijs circulorum: Atqui linea D. illi omnium polygonorum ambitui facta est æqualis. Ergo ipsa quoque D. maior est circulorum omnium expositorum circumferentijs, quod fuit demonstrandum.

b per 3. hypothe. lib. 1. de sphæra & cyl.

PROP. IV.

PROBL. II.

Duabus datis lineis inæqualibus, recta, & circuli circumferentia, possibile est sumere rectam, maiore quidem linearum datarum minorem, minore verò maiorem.

ΠΡΟΤ. Δ.

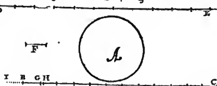
ΠΡΟΒΛ. Β.

Δύο γραμμῶν δοθεισῶν ἀνίσων, εὐθείας τε, καὶ κύκλου περιφερείας· δυνατόν ἐστι λαβεῖν εὐθεῖαν ταῖς μὲν μείζονος τῶν δοθεισῶν γραμμῶν ἐλάσσονα, τῆς δὲ ἐλάσσονος μείζονα.

ΥΠΟΘ. Dentur periferia circuli A. & recta B.C. Sitque B.C maior excessu F.

ΚΑΤΑΣ. Toties multiplicetur F. vt fiat D.E. maior, maiore datarũ B.C. Et quoties F. fuerit aggregata in D.E. in tot partes diuidatur [a] B.C. suarumque partium vna sit B.G. Et quoniam D.E. maior est quàm B.C. erit [b] quoque pars ipsius D.E. æqualis excessui F. maior quàm B.G. applicetur itaque F. ipsi B.C. & excurrat à B. in H. nempè sit B.H. æqualis ipsi F.

a per 10. l. 6
b per 15. l. 5.



ΣΥΜΠΕ. Dico G.C. lineam esse maiorem periferia circuli A. & minorem ipsa B.C.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam B.C. excedit περιφέρειαν circuli quantitate F. sequitur H.C. equalem esse, eidem circuli periferiæ. Atqui G.C. maior est quàm H.C. Ergo quoque G.C. maior est circumferentia circuli. Sed eadem G.C. minor est tota B.C. Ergo G.C. linea est quæ quæritur.

Cæterum si ponatur *ambitus* circuli maior recta B. C. ipsi B C. addatur B. I. æqualis vni parti B. G. reliquis vt prius stantibus.

ΑΠΟΔ. Quoniam ambitus circuli excedit B. C. quantitate F. Et vero F. maior quã B. I. manet adhuc I. C. minor maiore datarum, nempe circumferentia circuli A. Verum eadem I. C. maior est datarum minore B. C. Ergo I. C. linea est quæ postulatur.

ΛΗΜΜΑ.

A puncto D. circuli dati A. B. C. D. ducere lineam in productam diametrum, quæ circulum secet, ita vt pars exterior comprehensa inter periferiam circuli & productam diametrum, æqualis sit lineæ datæ G.

ΚΑΤΑΣ. Circulo D. A. B. C. & centro seu polo D. ac interuallo G. describatur[a] conchois H. I. K. & à puncto D. ducatur linea ad punctum, quo producta diameter in conchoidem incidit, vt in I.

ΑΠΟΔ. Etenim ex natura conchoidis erit L. I. æqualis lineæ G.

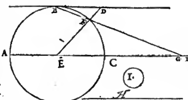
[a] per ea quæ diximus ad 1 lib. 2. de sph. & cylind. lem. 1.

ΠΡΟΤ. Ε.
ΓΡΟΒΛ. Γ.

Κύκλου δοθέντος καὶ εὐθείας ἐπιψαυούσης τοῦ κύκλου, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγαγεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ ἁ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἁ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς διαχθείσας ποτὶ τὰν δοθεῖσαν ὁποιανοῦν κύκλου περιφέρειαν.

PROP. V.
PROBL. III.

Circulo dato & linea recta tangente circulum: possibile est à centro circuli ducere rectam ad tangentem, ita vt quæ recta fuerit inter tangentem & circuli circumferentiam, ad radium circuli minorem rationem habeat, quàm circumferentia circuli, quæ est inter contactum & productam ad datam cuiuscumque circuli circumferentiam.



ΤΡΟΘ. Detur circulus A.B.C. qui tangatur linea B. D. in puncto B. Detur adhuc circulus I.

ΚΑΤΑΣ. Agatur[b] per centrum E. linea A. E. L. æquidistans ipsi B. D. Et capiatur[c] H. linea recta maior circumferentia circuli I. Tum à puncto B. traijciatur[d] B. F. G. linea in A. L. ita vt pars F. G. quæ est extra circulum, æqualis sit ipsi H. Denique à cẽtro E. per F. egrediatur linea E. F. D. incidens in tangentem.

[b] per 31. l. 1.
[c] per 3. huius.
[d] per lemma præcedens.

ΣΥΜΠ. Dico lineam D. F. inter tangentem & circuli periferiam esse ad radium F. E. in minori ratione quàm arcus B. F. ad circumferentiam circuli I.

ΑΠΟΔ. Anguli ad F. κατὰ κορυφὴν sunt [a] æquales. Tum anguli ἐναλλὰξ [b] ad B. & G. pares. Proinde æquianguli sunt [c] trianguli B. F. G. & E. F. G. lateráque proportionalia habent [d]: Ita vt D. F. sit ad F. B. vt E. F. ad F. G. & vicissim [e] D. F. ad F. E. vt B. F. ad F. G. Habet [f] autem B. F. ad F. G. minorem rationem quam arcus B. F. ad eandem F. G. quia recta minor est [g] arcu. Ergo D. F. est ad F. E. in minori ratione quàm arcus B. F. ad F. G. seu ad H. æqualem. Atqui H. maior est [h] periferia circuli I. Et ex consequenti arcus B. F. adhuc maiorem habet [f] rationem ad circumferentiam circuli dati I. quàm D. F. ad F. E. quod fuerat probandum.

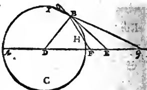
a per 15. l. 1. b per 29. l. 1. c per 32. l. 1. d per 4. l. 6. e per 16. l. 5. f per 8. l. 5. g per 2. hypothesim l. 1 de sph. & cylind. h per fabr.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Lineare est hoc problema, nec verè geometricè soluitur, sed quidem mechanicè: Verum hoc visum est esse satis Archimedi: cum non in sequentibus hoc problemate aliud problema habeat soluendum, sed sibi tantum opus sit in quibusdam theorematibus demonstrandis, in quibus rem esse posse, demonstrasse sufficit, esse autem possibile facere lineam F. G. æqualem propositæ H. liquido constat, cū tandem aliquo modo perficiatur.

ΛΗΜΜΑ

Si circulum tetigerit quæpiam linea: impossibile est ducere aliam lineam à puncto contactus quæ circulum non secet ab ea parte, qua angulum minorem recto efficit cum radio ducto à centro ad punctum contactus.



ΥΠΟΘ Tangat circulum A. B. C. linea B. E. in puncto B. ad quem à centro D. agatur radius D. B.

ΣΥΜΠΕ. Dico non posse vllam aliam duci lineā siue sit F. B. siue B. G. à puncto B. quæ circulum non secet: scilicet F. B. in H. à parte qua facit angulum D. B. F. minorem [l] recto [m] D. B. E. Tū G. B. in I. à parte rursus qua constituit angulum I. B. D. recto minorem, [n] cum sit [l] G. B. D. obtusus.

l per 9. cō. mun. sent. m per 18 l. 3. n per 13. l. 1. o per 16. l. 3.

ΑΠΟΔ. Quoniam angulus I. B. D. est acutus minor est [o] angulo mixto O. B. D. & propterea ingreditur circulum B. I. eumque secat. Eadem ratione angulus D. B. F. minor est [o] mixto D. B. H. & B. F. ingreditur ac secat circulum, quod fuit probandum.

PROP. VI.

PROBL. IIII.

Circulo dato, & in circulo linea minore, diametro: possibile est à centro circuli ad periferiam ipsius eiaculari rectam, secantem eam quæ in circulo data est, lineam: ita vt

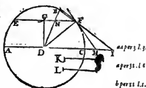
ΠΡΟΤ. ς.

ΠΡΟΒΛ. Δ.

Κύκλου δοθέντος, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου, δυνατόν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτὶ τὰν περιφέρειαν αὐτοῦ ποτιβάλλειν εὐθεῖαν τέμνουσαν τὰν ἐν τῷ κύκλῳ δεδομέναν γραμμάν, ὥστε τὰν ἀπο-

λαφθεῖσαν εὐθεῖαν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ποτιπιπτούσας τοῦ ἐπὶ τᾶς περιφερείας ποτὶ τὸ ἕτερον μέρος τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας εὐθείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἰ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἢ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμισεία τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

comprehensa recta inter periferiam & rectam in circulo datam ad coniunctam à termino eiaculatæ, qui est in circumferentia ad alteram partem eius rectæ, quæ in circulo data est, ordinatam rationem habeat: modo tamen vt data ratio minor sit ea quam habet dimidia datæ in circulo ad eam quæ à centro perpendiculariter in ipsam ducitur.



ΥΠΟΘ. Detur in circulo A. B. C. linea E.F. minor diametro circuli, scilicet non acta per centrum D. In eam incidat perpendicularis D.G. Detur itém ratio K. ad L. minor eius quæ est F. G. dimidiæ [aa] datæ E. F. ad perpendicularem D. G. *aa per 3 l. 3.*

ΚΑΤΑΣ. Producatur [a] infinito diameter A.C. æquidistanter datæ E.F. & iũgatur D.F. & à puncto F. perpendicularis erigatur [b] F.H. occurrens diametro in H. & tãgens circulum: Tum vt K. est ad L. ita fiat [c] D. F. ad aliquam lineam. Illa quidem quæpiam linea maior erit tangente F. H. Nam triangulorum G. D. F. & D.F.H. anguli ad G. & F. sunt recti, tum alterni G. F. D. & F. D. C. sunt [d] æquales; & proinde sunt trianguli ęquianguli, & vt est [e] F. G. ad G. D. sic est D. F. ad F. H. Atqui G. F. ad G. D. maior est [f] ratio quam K. ad L. Ergo quoque D. F. maiorem habet rationem ad F. H. quam K. ad L. Et proinde D. F. ad lineam non nisi maiorem quam sit F. H. habebit rationem quam habet K. ad L. ipsa sit F. I. quę ita subtendat obtusum F. H. I. efficiatque obtusum I. F. D. & quæ proinde vlterius educta secet [g] circulum tota parte F.B. Tandem ducatur D. B. quæ datam secet in puncto N.

a per 31. l. 1. — b per 11 l. 1. — c per 12. l. 6. — d per 29 l 1. — e per 4 l. 6. — f per hypo. — g per lemma præcedens

ΣΥΜΠΕ. Dico lineam N. B. partem eductæ D. B. inter datam & circumferentiam esse ad B. F. iungentem terminos eductæ & datæ, [d] vt est k. ad L.

ΑΠΟΔΕΙ. Anguli B. F. N. & F. I. D. sunt æquales: angulus B. communis est. Ergo trianguli B. F. N. & B. I. D. sunt [e] homologorum laterum. Et vt N.B. ad B.F. sic D.B. seu D. F. ad B. I. hoc est, sic k. ad L. quod fuit probandum.

ΠΡΟΤ. Ζ.
ΠΡΟΒΛ. Ε.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων, καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας ἐκβεβλημένας, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβε-

PROP. VII.
PROBL. V.

Iisdem datis & recta data extra circulum porrecta: possibile est à centro, lineam, eiaculari ad extra porrectam ita vt quæ fuerit inter circumferentiam & porrectam ad li-

neam iunctam à termino eiaculatæ ad terminum porrectæ, ordinatam rationem habeat: dummodo tamen data ratio maior fuerit, ea quam habet dimidia datæ in circulo, ad eam quæ à centro perpendiculariter in ipsam agitur.

βλημένας ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἐναπολαφθείσας ποτὶ τὸ πέρας τῆς ἐκβεβλημένης τὸν ταχθέντα λόγον ἔχῃ, εἰ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ᾖ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

ΥΠΟΘ. Detur idem circulus A. E. F. C. & linea E. F. quæ extra circulum porrigatur infinitè: ordinetur rursus ratio k. ad L. maior ratione quæ est F. G. ad G. D.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur D. F. cui perpendicularis erigatur F. H. occurrens diametro A. C. in H. parallelo datæ E. F. qua constituatur triangulus D. F. H. æquiangulus alterius G. D. F. cum sint anguli ad G. & F. recti. Tum duo H. D. F. & D. F. G. alterni [a] æquales, ita vt sit [b] D. F. ad F. H. vt G. F. ad G. D. hoc est in ratione minori quàm sit k. ad L. Habeat [cc] autem D. F. ad N. I. eandem rationem quam k. ad L. hoc est maiorem ea quam eadem D. F. habet ad F. H. & sit [dd] proinde N. I. minor. Demum ab F. incidat [ee] in diametrum infra F. H. linea, ita vt pars N. I. maneat intra circumferentiam & D. H. quod fiet per conchoidem polo F. & interuallo N. I. descriptam. Tandem eiaculemur lineam D. N B.

a per 29. l. 1.
b per 4. l. 6.
cc per 12. l. 6.
dd per 8. l. 5.
ee per descriptionem conchoidis circularis.

ΣΥΜΠ. Dico N. B. partem eiaculatæ, inter circumferentiam & porrectam, esse ad B. F. iungentem terminos B eiaculatæ & F. porrectæ vt k. ad L.

ΑΠΟΔ. Anguli F. N. B. & D. N. I. sunt [c] æquales: tum alterni F. B. D. & B. D. H. quoque sunt [a] pares, & proinde trianguli D. N. I. & F. N. B. sunt [d] æquianguli est [e] que N. B. ad B. F. vt D. N. seu D. F. ad N. I. hoc est vt k. ad L. quod fuit demonstrandum.

c per 15. l. 1.
d per 32. l. 1.
e per 4. l. 6.

ΛΗΜΜΑ Α.

Si recta in circulo ab alia recta bifariam secatur & ad angulos rectos: impossibile est, ab eodem puncto à quo secans ducitur, aliam secantem agere in sectam, ita vt partes inter sectam & periferiam circuli æquales sint: quod tamen fieri potest, si secta linea non bifariam dirimitur.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. In circulo A. C. B. D. secet linea A. B. aliam D. C. bifariam & ad normam. Alia vero linea A. E. secet quidem ad normam F. G. sed inæqualiter in puncto H.

ΣΥΜΠ. Dico à puncto A. duci non posse vllam lineam in D. C. cuius pars comprehensa inter D. C. & periferiam circuli sit æqualis parti I. B. Posse vero ab eodem A. duci in G. F. lineam, cuius pars inter G. F. & circuli circumferentiam par sit ipsi H. E.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur quomodocumque A. k. secans C. D. in M. iunganturque B. k. & B. E

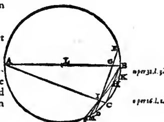
ΑΠΟΔ. In triangulo A. I. M. hypotenusa A. M. maior est [f] basi A. I. & proinde cũ A. B. sit diameter, & maior [f] linea A. k. vt subtendens rectum A. k. B. remanet I. B. maiorem esse parte M. k. Idem erit de quibuscumque lineis ductis ab A. in C. D. Iam ve-

f per 19. & 47. l. 1.

ro in triangulis A. H. O. & A. E. B. quia anguli ad H. & ad E. sunt recti, lineæ O. H. a per 28 l. 1.
& B. E. sunt [a] parallelæ, & proinde sunt [b] trianguli æquianguli lateribúsque ἰσόλογοι. Et b per 4 l. 6.
vt est A. O. ad A. H. sic est A. B. ad A. E. & diuidendo [c] sic est O. B. ad H. E. Atqui c per 17 l. 5.
subtendens A. O. rectum A. H. O. maior est [d] basi A. H. Ergo O. B. maior est ipsa H. d per 9. & 47. l. 1.
E. Ponantur autem A. E. & A. k. æquales, vt fieri potest: possunt [e] enim accommoda- e per 1. l. 4.
ri in circulo æquales B. E. & B. k. resecantes arcus æquales [f], ita vt maneant anguli A. f per 28. l. 3.
B. k. & A. B. E. in sectionibus æqualibus, & inde [g] æquales. Tum anguli A. k. B. & A. g per 27. l. 3
E. B. sunt [h] recti. Vnde fit [i] vt trianguli A. k. B. & A. E. B. sint æquianguli & laterum h per 31. l. 3.
proportionalium: Nempe sit B. A. ad A. k. vt idem B. A. ad A. E. sic eas significans [l] i per 32. l. 1. & 4. l. 6.
æquales. Existentibus vero binis A. E. & A. k. paribus, sequitur L. k. minorem esse par- l per 7. l. 5.
te H. E. Nam in triangulo rectangulo A. H. L. maior est A. L. quam A. H. Cum ita-
que habeamus O. B. maiorem quam H. E. & L. k. minorem quam eadem H. E. in
quantitatibus vero eiusdem speciei non fiat progressus à maiori ad minorem, nisi per
mediam: sequitur possibile esse à puncto A. ducere aliquam lineam intra A. B. & A. k.
secans G. F. cuius pars intra G. F. & circumferentiam circuli sit æqualis ipsi H. E. quod
fuit probandum. Ad praxim vero hanc possibilitatem reducetur per lineam cōchoi- m Lemmate 1. ad c. l. 2. de sph.
dem cuius descriptionem superius [m] tradidimus.

ΛΗΜΜΑ B.

Si linea A. C. secat lineam D. E. ad rectos angulos: diameter à puncto A. educta secat necessario lineam D. E. nec potest linea D. E. integra cadere in semicirculum A. D. B.



ΥΠΟΘ. Incidat secta si possit tota in semicirculum A. D. B. & ipsa sit F. I. k. vel M. I. B.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur C. B. quæ necessario secet F. k. vt in H. vel concurrat cum M. B. in B.

ΑΠΟΔ. Nam angulus A. C. B est [n] rectus: Sed quoque supponitur rectus A. I. H. vel A. I. B. Et proinde externus esset æqualis interno sibi opposito, quod Geometriæ repugnat [o]. Non ergo secta incidit tota in semicirculum A. D. B.

n per 31. l. 3.
o per 16. l. 1.

ΠΡΟΤ. Η. — PROP. VIII.

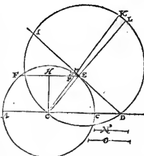
ΠΡΟΒΛ. ς. — PROBL. VI.

Κύκλου δοθέντος, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου, καὶ ἄλλας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλου παρὰ τὸ πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν τινὰ εὐθεῖαν, ὥστε τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας καὶ τᾶς

Circulo dato, & in circulo linea minore ipsa, diametro & alia tangente circulum in termino lineæ in circulo datæ; possibile est à centro circuli eiaculari aliquam rectam ad ad rectam datam, ita vt pars ipsius contenta inter periferiā

circuli & datam lineam in circulo ad partem comprehensam à tangente ordinatam rationem habeat: si modo data ratio sit minor ea quam habet dimidia datæ in circulo ad eam quæ à centro circuli perpendiculariter in ipsam ducitur.

ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμὰς ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν. Εἶκα ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ᾖ τοῦ ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου κάθετον ἐπ᾽ αὐτὰν ἀγμένην.



ΥΠΟΘ. In circulo A. B. C. detur linea F. E. à cuius termino E. tangat circulum linea I. E. D. Sit vero E. F. minor diametro A. C. eidem E. F. parallela. In datam F. E. cadat à centro G. perpendicularis G. H. Deturque ratio N. ad O. minor quidem quam sit ea quæ est dimidiæ [a] E. H. ad H. G.

a per 3. l. 3.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur G. E. Et producatur A. C. donec concurrat cum tangente in D. vt fiat [b] triangulus G. E. D. æqualium angulorum, & homologorum laterum cum triangulo H. G. E. ita vt G. E. sit ad E. D. vt E. H. ad H. G. scilicet in maiori ratione quam sit N. ad O. Fiat [c] autem G. E. ad E. I. vt N. ad O. Vt nimirum habeat G. E. ad E. D. maiorem rationem quam ad E. I. sitque [d] proinde E. I. maior quam E. D. Tum per tria puncta D. G. I. transeat [e] circumferentia circuli D. G, I. L. ad quam producatur G. E. eamque attingat in L. A. Puncto autem G. ducatur G. M. k. ita vt M. k. sit æqualis ipsi E. L. Hoc fiet conchoide descripta polo G. & sagitta E. L. super linea normali I. D. Quod possibile est [f], cum I. D. linea in æqualia secetur puncto E. à linea G. E. L. & ad rectos angulos. Conchois etenim duobus necessario locis secabit circumferentiam circuli, scilicet in k & L.

b per 29. & 32. l. 1. & 4 l. 6.
c per 12. l. 6.
d per 8. l. 5.
e per 5. l. 4.
f per lemma 2. praeced.

ΣΥΜΠ. Dico partem eiaculatæ B. P. conceptam circumferentia circuli & linea in circulo data, esse ad partem E. M. tangentis vt est N. ad O.

ΑΠΟΔ. Trianguli M. G. D. latera M. G, M. D. basi parallela P. E. secantur: proinde est [g] M. P. ad P. G. vt M. E. ad E. D. & coniungendo [h] G. M. ad G. P. vt D. M. ad D. E. Et idcirco rectangulum sub G. M, D. E. est [i] æquale rectangulo sub G, P, D. M. Etiam quod fit sub I. M, M. D. æquale est [l] ei quod continetur sub G. M, M. k. Tum illud sub I. M, M. D. est [m] ad aliud quod fieret sub G. P, M. D. sicut basis I. M. ad basim G. P. quia vtrique communis est altitudo M. D. Ergo rectangulum sub G. M, M. k. æquale primo sub I. M, M. D. est [n] ad rectangulum sub G. M, E. D. æquale secundo sub G. P, M. D. sicut I. M. ad G. P. Atqui idem sub G. M, M. k. est [m] rursus ad aliud sub G. M, E. D. vt k. M. vel vt L. E. æqualis ad E. D. Igitur vt I. M. ad G. P. sic L. E. ad E. D. Verum quia quod fit sub L. E, E. G. est [l] æquale ei quod fit sub I. E, E. D. Est [n] L. E. ad E. D. sicut I. E. ad G. E. seu ad G. B. Et proinde vt tota I. E. ad totam G. B. sic ablata I. M. ad ablatam G. P. & sic igitur [o] reliqua M. E. ad reliquam P. B. vt tota I. E. ad totam G. B. seu ad totam G. E. & inuersim [p] P. B. est ad M. E. vt G. E. ad E. I. hoc est, vt N. ad O. quod fuit probandum.

g per 2. l. 6.
h per 18. l. 5.
i per 16. l. 6.
l per 35 l. 3.
m per 1. l. 6.
n per 11. l. 5.
o per 19. l. 5.
p per coroll. 4. l. 5.

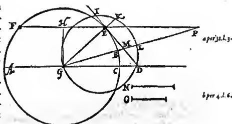
ΠΡΟΤ.

ΠΡΟΤ. Θ. — PROP. IX.

ΠΡΟΒΛ. Ζ. — PROBL. VII.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων, καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμᾶς ἐκβεβλημένης, δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν εὐθεῖαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας ποτὶ τὰν ἁφὰν, τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν· Εἴκα ὁ δοθεὶς λόγος μείζονα τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν.

His ipsis datis, & in circulo data linea vltra porrecta: possibile est à centro circuli eiaculari rectam in datam porrectam, ita vt pars inter circumferentiam & porrectam ad conceptam in tangente à puncto contactus, ordinatam rationem habeat. Si modo data ratio maior fuerit ea quam habet dimidia datæ in circulo ad eam quæ à centro perpendiculariter in ipsam ducitur.



ΥΠΟΘ. Sit circulus A. F. E. C. in quo linea detur F. E. minor diametro A.C. eidémque parallela. Circulū tangat [a] I. D. pūcto E. & habeat N. ad O. maiorem rationem quam dimidia datæ E. H. ad perpendicularem G. H. *a per 31.l.3.*

ΚΑΤΑΣ. Agatur G.E. Et concurrat I. D. cum diametro A. C. producto, vt fiat [b] ob triangulorum similitudinem G. E. ad E. D. sicut E. H. ad H. G. seu in minori ratione quàm sit N. ad O. Ponatur [c] vero G. E. ad E. I. sicut N. ad O. ita vt si in maiori ratione G. E. ad E. I. quam ad E. D. vnde sit [d] E. I. minor quam E. D. Præterea per tria puncta G. I. D. agatur [e] circuli circumferentia, quæ sit I. G, D. K. & porrigatur G. E. in K. Tum quia G. K. secat ad normam & inæqualiter I. D. possibile est [f] lineam ducere G. L. ita vt M. L. sit æqualis parti E. K. Incidat tandem G. L. in datam F. E. longiùs porrectam, & sit incidentia P. *b per 4.l.6. c per 11.l.6. d per 8.l.5. e per 5.l.4. f per 1 lemma ad 8 huius.*

ΣΥΜΠΕ. Dico P. B. comprehensam inter circumferentiam & porrectam datam, esse ad P. E. partem porrectæ à puncto contactus E. vt est N. ad O.

ΑΠΟΔ. Trianguli G. M. D, & E. M. P. sunt [g] æquianguli laterumque proportionalium: ita vt sit G. M. ad M. D. vt P. M. ad M. E. & componendo [h] G. P. est ad E. D. vt G. M. ad M. D. Et sub extremis G. P, M. D. comprehensum rectangulum æquale est [i] contento sub medijs E. D, G. M. Atqui duo rectangula sub I. M, M. D. & sub G. M, M. L. sunt quoque æqualia [l]. Cum itaque quod fit sub I. M, M. D. Sit [m] ad rectangulum sub G. P, M. D. vt basis I. M. ad basim G. P. horum loco sumamus æqualia ipsis & dicamus rectang. sub G. M, M. L. esse ad rectang. sub G.M, E. D. vt I. M. ad G. P. Verum eadē rectang. sunt [m] rursus inter se vt M. L. vel vt k. E. æqualis ad E. D. Ergo I. M. est ad G. P. vt K. E. ad E. D. hoc est [e] vt I. E. ad E. G. vel ad G B. Vtraque tota I. M. est ad totam G. P. sic pars I. E. ad partem G. B. Et reliqua E. M. est [n] ad reliquā *g per 15 29. & 32.l.1. & per 4 l.6. h per 18.l.5. i per 16.l.6 l per 35 l.3. m per 1 l.6. n per 19.l.5*

a per coroll. 4 15. B. P. ſicut I. E. ad G. B. ſeu ad G. E. Et inuerrendo[a] reliqua B. P. eſt ad reliquam M. E. vt G. E. ad E. I. hoc eſt vt N. ad O. quod fuit probandum.

PROP. X.

THEOR. III.

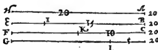
Si lineæ deinceps ponantur quorcumque, æquali ſeſe inuicem excedentes; fuerit vero exceſſus æqualis minimæ: Et aliæ lineæ ponanrur numero quidem æquales illis, magnitudine vero ſingulæ, pares maximæ; quadrata ab æqualibus maximæ, comprehenſa, & quod fit à maxima quadratum, & quod comprehenditur ſub minima & linea æquali omnibus æqualiter ſeſe excedentes, tripla erunt omnium quadratorum linearum ſeſe æqualiter excedentium.

ΠΡΟΤ. Ι.

ΘΕΩΡΗΜΑ Γ.

Εἴκα γραμμαὶ ἑξῆς τεθέωντι ὁποσαιοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι· ᾖ δὲ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ· καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάσται τᾷ μεγίστᾳ· τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ποτιλαμβάνοντα, τό τε ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετράγωνον, καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἐλαχίστας καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαις, τριπλάσια ἐσσοῦνται τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν.

ΥΠΟΘ. Exponantur quatuor lineæ A. H, B. I, C. k, D L. in progreſſione arithmetica, & inæquales pari exceſſu qui earum minimæ D. L. ſit æqualis. Tum aliæ proponantur quatuor æquales inter ſe & ſingulæ pares illarum maximæ A. H. ſintque A. H, B. E, C. F, D. G.



ΣΥΜΠ. Dico quadrata harum quatuor ęqualium cum quadrato maximę illarum nempè A. H. tum rectangulo comprehenſo ſub minima D. L. & linea æquali quatuor primis inæqualibus, eſſe tripla quadratorum quatuor primum expoſitarum inæqualium.

ΚΑΤΑΣ. Fiat E. I. æqualis ipſi D. L. rum F. k. par ſecundæ C. k. Demum G. L. æqualis ponatur tertię B. I. Vt ſic euadant toræ D. G, C. F, B. E. & A. H. æquales. Etenim A. H. ſuperat tantum B. I. prima D. L. Ita vt B. I. & I. E. æqualis ipſi D. L. faciant maximam A. H. Tum C. k. continet bis D. L. At A. H. ſuperat C. k. duobus, exceſſibus hoc eſt binis D. L. & proinde exceſſus maximæ A. H. ſupra C. k. eſt æqualis ipſi C. k. Et igitur tota C. F. æqualis eſt ipſi A. H. Denique A. H. excedit D. L. tribus exceſſibus, nempè tribus D. L. Sed B. I. continet quoque ter D. L. Ergo L. G. æqualis ipſi B. I. iuncta minimæ L. D. facit D. G. parem maximæ A. H. Verum itaque eſt has quatuor ſingulas æquales eſſe maximæ A. H. & inter ſe.

b per 4. l. 2. ΑΠΟΔ. Quadratum B. E. eſt[b] æquale duobus quadratis ex B. I. & I. E. & duobus rectangulis ſub B. I. & I. E. Etiam quadratum C. F. par eſt duobus quadr. ex C. k. & k. F. eſt duobus rectangulis ſub C. k. k. F. Demum quadr. G. D. æquatur duobus quad. ex D. L. & L G. & duobus rectangulis ſub D. L. & L. G. comprehenſis. Atqui quad. E. I. eſt æquale quadrato D. L. Deinde quadrarum F. k. par eſt quadrato C. k. & demum quadrarum G. L. quadrato I. B. eſt æquale: Hoc pacto tria quadrata trium E. I, F. k, G. L. æquantur tribus D. L, C. k, B. I. Iam ergo in tribus

æqualibus B. E, C. F, G. D. iam bis reperiuntur quadrata trium inæqualium D. L, C. k, B. I. Ergo si addiderimus quadratum quartæ A. H. & rursus semel idem quadratum A. H. tanquam maximæ quatuor inæqualium, vt fert hypothesis remanebit, quadrata quatuor inęqualium linearum iam reperta esse in quadratis quatuor æqualium linearum bis, cum quadrato maximæ inæqualium: superest ergo ostendamus reliqua sex præcedentia rectangula cum eo quod continetur sub D. L. & linea æquali omnibus inæqualibus, adhuc semel complecti quatuor quadrata, linearum quatuor inæqualium. Itaque quia D. L. quater continetur in A. H. est[a] quadratum A. H. sedecuplum quadrati D. L. Tum quia D. L. ter est in B. I. quadratum B. I. nouies continet[a] quadratum D. L. Adhuc C. k. bis habens in se D. L. eandem quater potest[b]. Proinde si tribus quadratis ex A. H, B. I. & C. k. iungatur quod fit ex D. L. poterunt simul trigesies quadratum D. L. Est[b] autem quoque illorum rectangulorum communis mensura quadr. D. L. Nam linea D. L. metitur eorum latera: Et quia D. L. ter[c] est in B. I. rectang. sub B. I, I. E. ter continet[c] quadr. D. L. duoque huiusmodi rectang. idem quadratum D. L. sexies complent. Similiter cum sit C. k. dupla ipsius D. L. rectangulum sub C. k, k. F. hoc est quadratum C. k. quater continet[c] quadratum D. L. duoque talia rectangula octies quadratum D. L. complectuntur. Denique eadem qua supra ratione duo rectangula sub D. L, L. G. sexies continent quadratum D. L. Ergo in his sex rectangulis iam inuenimus vigesies quadratum D. L. Cæterum linea æqualis quatuor inæqualibus expositis decies æquat minimæ D. L. ita vt rectangulum sub D. L. & illa æquali dictis quatuor expositis inæqualibus ducuplum sit[c] quadrati ex D. L. quod proinde iunctum illis sex præcedentibus rectangulis perficiet 30. quadrata ex D. L. Vnde sequitur hæc septem rectangula æqualia esse quatuor quadratis quatuor expositarum inæqualium. Tandem proinde assequuti sumus quadrata 4. propositarum ęqualium, quadrato maximæ A. & rectangulo sub minima inæqualium, & linea omnibus inæqualibus æquali ter complecti quadrata quatuor inæqualium, quod fuerat probandum.

a per 20.l.6
b per 9.l.10.
c per 1.l.6

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vtitur Archimedes pluribus numero lineis quam exposuerimus: verum cum sit propositio vniuersalis, de quocumque linearum numero [illegible]enditur: quem minorem selegimus vt clarior fieret demonstratio, nec tot lineis perplexa videretur. Paulo vero alia est eiusdem ratiocinatio, verum in nostrum tandem fundamentum recidit, quod scilicet minima D. L. omnes tum æquales quam inæquales lineas metiatur.

ΛΗΜΜΑ.

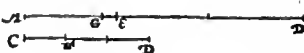
Si fuerint duæ quantitates eiusdem speciei in aliqua ratione, antecedentisque pars sit ad partem consequentis in minori ratione quàm tota ad totam: reliquum antecedentis erit ad reliquum consequentis in maiori ratione quàm tota ad totam.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit A. B. ad C. D. in aliqua ratione maiori quam sit A. G. ad C. F.

ΣΥΜΠ. Dico reliquam G. B. esse ad F. D. in maiori ratione quam sit A. B. ad C. D.

ΚΑΤΑΣ. Secetur[d] A. B. in E. ita vt quemadmodum est A. B. ad C. D. ita sit A. E ad C. F. hoc est sit[e] A. E. ad C. F. in maiori ratione, quam sit A. G. ad eandem C. F. & propterea A. E. sit [f] maior quam A. G.

d per 10 l 6
e per 8. l. 5.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam est vt A. B. ad C. D. sic A. E. ad C.F. reliqua E.B. est [a] ad F. D. vt A. B. ad C. F. Atqui G. B. est maior quàm E. B. Ergo maiorem habet [b] G. B. rationem ad F. D. quàm E. B. ad eandem F. D. Et ergo maiorem quàm tota A. B. ad totam C. D. quod fuit probandum.

a per 19 l. 5.
b per 8 l. 5.

MANIFESTVM I. — ΦΑΝΕ. Α.

Inde igitur patet quòd quadrata omnia quæ ab æqualibus maximæ describuntur, eorum quadratorum quæ ab æquali sese inuicem excedentibus fiunt, minora sint quàm tripla.

Ἐκ τούτου οὖν φανερὸν ὅτι τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ, τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ὑπερεχουσᾶν, ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια.

ΑΠΟΔ. Vt enim illa horum tripla fiant, assumunt quadratum maximæ inæqualium, & rectangulum quod continetur sub inæqualium minima, & linea æquali omnibus inæqualibus: quibus proinde sublatis remanent [c] quadrata æqualium minora quàm tripla quadratorum inæqualium, vt patet.

c per 8. l. 5.

MANIF. II. — ΦΑΝΕ. Β.

Reliquorum verò sublato maximę quadrato, maiora sunt quam tripla.

Τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τῶ ἀπὸ τῆς μεγίστης τετραγώνου μείζονα ἢ τριπλάσια.



ΚΑΤΑΣ. Referat nobis A. B. quadrata omnium æqualium maximæ inæqualium, cum quadrato illius maximæ inæqualium & rectangulo sub inæqualium minima, & linea omnibus inæqualibus æquali contento. Tum sit C D. loco quadratorum omnium æqualiter inæqualium: nempè sit [d] A.B. tripla ipsius C. D. Sit præterea A. E. nobis portio, quæ referat quadratum maximæ inæqualium, & rectangulum sub minima inæqualium & linea æquali omnibus inæqualibus. Sic enim erit E. B. pro quadratis omnium æqualium. Demum faciamus C.F. quadratum esse maximæ inæqualium, tum F. D. quadrata contineat reliquarum inæqualium post maximam.

d per præcedentem.

ΣΥΜΠ. Etenim A. E. B. habebit maiorem rationem ad F. D. quàm A. B. ad C. D. hoc est, maiorem quam triplam.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. E. æquiparatur & quadrato quod refert etiam C. F. & rectangulo: Est autem rectangulum istud minus quàm duplum illius quadrati. Etenim rectangulum est [e] tantum decuplum quadrati minimæ inæqualium, quadratum vero maximæ inæqualium est sedecuplum eiusdem quadrati minimæ inæqualium: ita vt rectangulum non sit æquale quadrati, tantum abest vt duplum sit. Proinde A. E. est ad C. F. in minori ratione quam tripla. Et ex consequenti E. B. est [f] ad F. D. hoc est, quadrata omnium æqualium linearum, ad quadrata inæqualium reliquarum post demptā maximam, in maiori ratione quam in tripla, quod fuit probandum.

e vt ostend. præcedentis demonstr.
f per lemma proxim.

ΦΑΝΕΡΟΝ Γ.

Καὶ τοίνυν εἴκα ὅμοια εἴδεα ἀναγεγραφθέωντι ἀπὸ πασᾶν ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ, τὰ μὲν ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν εἰδέων, ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ τριπλάσια· εἰ δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας εἴδεος μείζονα ἢ τριπλάσια.

MANIF. III.

Propterea si similes figuræ describantur ab omnibus quæ sese æquali inuicem superant, & ab ijs quæ sunt illarum maximæ æquales: quæ sane fiunt ab æqualibus maximæ, eorum quæ fiunt ab ijs quæ sese æqualiter excedunt, minora sunt quàm tripla: Sublata vero figura quæ describitur à maxima reliquatum sunt plusquam tripla.

ΑΠΟΔ. Demonstrationem subiungit huiusmodi Archimedes, τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχουσι λόγον τὰ ὅμοια εἴδεα τοῖς τετραγώνοις. quod etiam tanquam corollarium ex 20.& 31.lib. sexti τῶν στοιχείων necessario deducitur.

ΛΗΜΜΑ

Si magnitudo in duas secatur partes,quarum alterius minus sit quam tripla, alterius est plusquam sesquialtera.

ΥΠΟΘ. Sit A. B. minor quàm tripla suæ partis A.C.



ΣΥΜΠΕ. Dico maiorem esse quam sesquialteram reliquæ partis C. B.

ΚΑΤΑΣ. Sit [a] A. D. tertia pars totius A. B. a per 9. l. 6.

ΑΠΟΔ. Cum A. D. sit tertia pars ipsius A. B. est D. B. duæ tertiæ eiusdem A. B. Et quia A. B. minorem rationem habet ad A. C. quam ad A. D. est [b] A. D. minor quam A. C. & ex consequenti C. B. minor est quam D. B. Ad hanc igitur C. B. eadem A. B. maiorem habet [b] rationem quàm ad D. B. At vero est A. B. sesquialtera ipsius D.B. Ergo A. B. est plusquam sesquialtera reliquæ partis C. B. quod fuit probandum. b per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. ΙΑ.

ΠΡΟΒΛ. Δ.

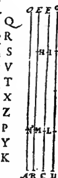
Εἴκα γραμμαὶ ἑξῆς τεθέωντι ὁποσαιοῦν, τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν· τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ

PROP. XI.
THEOR. IIII.

Si lineæ deinceps quotlibet ponantur, æqualiter sese mutuo excedentes, & aliæ lineæ constituantur,multitudine quidem vna pauciores quam sint illæ æqualiter sese inuicem excedentes, magnitudine vero singulę æquales illarum maximæ, quadrata omnia quæ ab

æqualibus maximæ, ad quadrata quæ sese æqualiter mutuo excedunt, fiunt, sine minima, minorem rationem habent, quàm quadratum quod à maxima ad æquale duobus, scilicet comprehenso sub maxima & minima, & tertiæ parti quadrati excessus quo maxima minimam superat: ad quadrata autem quæ fiunt ab æqualiter sese inuicem excedentibus, sine eo quadrato quod fit ab omnium maxima, hac ipsa ratione maiorem habent.

ταὶ ἴσαι τᾷ μεγίστᾳ, ποτὶ μὲν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ ταῖν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τῆς ἐλαχίστης, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τε τᾶς μεγίστας καὶ τᾶς ἐλαχίστας, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῷ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς τετραγώνῳ ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας· ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ ταῖν τᾷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου, μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.



ΥΠΟΘ. Sint quatuor lineæ A. O, B.H, C. I, D. K. æqualiter inæquales: maxima sit A. O. minima D. K. Sint aliæ tres B. E, C. F, D.G. singulæ pares maximæ A. O.

ΣΥΜΠΕ. Dico quadrata trium æqualium maximę, nempe trium B.E, C. F, D. G. habere minorem rationem ad quadrata inæqualium, maxima excepta, hoc est trium B.H, C. I, D. K. quam habeat quadratũ A. O. ad quadratum æquale tùm rectangulo sub A. O. & D. K. maxima & minima inæqualium comprehenso, tum tertiæ parti quadrati lineæ qua A. O. maxima superat D. K. minimam. Verum eadem quadrata prima æqualium maiorem habere rationem ad secunda inæqualium, maxima dempta, quàm sit illa eadem ratio quadrati A. O. ad quadratum quod sit par rectangulo sub A. O. & D. K. & tertię parti quadrati lineæ excessus quo A. O. superat D. K.

ΚΑΤΑΣ. Sit E. H excessus quo A. O. superat B. H. Eidem E. H. sit F. I. dupla, tum G. K. tripla, vt sic fiant singulæ trium B. E, C. F, G. D. æquales maximæ A. O. Deinde ab æqualibus quatuor resecentur partes, singulæ pares excessui quo sese inæquales superant, quæ sint D. K, C. L, B.M, A.N. existente scilicet illo excessu linea D. K.

ΑΠΟΔΕΙ. Quæ est ratio quadrati lineæ O. A. ad rectangulum sub A. O. & A. N. & tertiam partem quadrati O. N. eandem habet quadratum lineæ E. B. ad rectangulum sub E. B, B. M. & tertiam partem quadrati E. M. Et eandem rursum habet quadratum lineæ C. F. ad rectangulum sub F. C, C. L. & tertiam partem quadrati L. F. Eandem denique habet quadratum D.G. ad rectangulum sub G. D, D. K. & tertiam partem quadrati K. G. Sunt enim omnes lineæ æquales.
a per 12. l. 5. Ergo quadrata linearum E. B, C. F, D. G. simul sunt a ad rectangula sub E. B, B. M.
b per 1. l. 6. sub F. C, C. L. & sub G. D, D. K. vel b certè ei quod contineretur sub D. K. & linea æquali tribus B. E, C. F, G. D. (quod deinceps appellabimus Q.) & ad tertias partes quadratorum E.M, F. L, G. K. (quas in posterum appellabimus R.) sicuti est quadratum ex vna, putà ex A. O. ad vnum rectangulum, videlicet sub A.O, O.N, & vnam tertiam quadrati O. N.

Atqui Q. est [a] æquale quadratis linearum M.B,L.C,K.D. & rectangulo contento sub N.A,& linea æquali tribus E.M,F.L, G.k. quod rectangulum dicemus V. Tnm quadrata inæqualium, minima excepta, quæ notamus per S. sunt [b] æqualia quadratis N.A,M.B,L.C. & tribus ex O.N,H.M. & I.L. quæ nuncupamus T. & rectangulis bis contentis sub partibus linearum, seu [c] ei quod fieret sub N.A. & linea æquali duplo istarum O.N, H M, & I.L. quod denominarur in sequentibus X. Ergo si contulerimus Q. & R. simul vni S. inueniemus quadrata linearum M.B,L.C,k.D. æqualia quadratis ex N: A,M.B,L.C. Reijciamus ergo vtraque hinc inde, vt quid maius sit ex alterutro latere pateat: hinc enim vis demonstrationis dependet. Supererit ergo ex Q. & R. id quod nominauimus R. & V. Tùm ex S. reliquum erit T. & X. Est [c] autem V. minus quàm X. Nam licet vtrumque pari sit altitudine, tamen bases sunt inæquales. Est enim dupla linearum N.O,H.M, & I.L, quæ est basis X. maiot æquali lineis E.M,F.L,& G.k. quæ est basis ipsius V. Quia licer binæ F.L,G.k. duplum lineæ O.N. compleant, tamen reliqua E.M. æquiparatur tanrum binis H.M, I.L. cùm sit excessus I.L. excessui H.E. æqualis. Adhuc R. est minus quàm T. Sunt enim lineæ æqualiter inæquales O.N,H.M,& I.L, & rres aliæ æquales singulę maximæ illarum, quæ sunt M E,F.L,G.K. Proinde quadrata ęqualium minora sunr [d] quàm tripla quadratorum inæqualium, & ex consequenti terria pars quadratorum ęqualium, hoc est R. minus est quadratis inęqualium, hoc est T. Vnde randem sequitur Q. & R. simul, multo minora esse quantirate S. Atqui eadem Q. & R. maiora sunr simul quadratis inæqualium dempta maxima: scilicet quadratis linearum H.B,I.C,K.D. quę breuitaris ergo signamus charactere Z. Nam hæc quadrara H.B,I.C, K.D. seu Z. sunt ęqualia quadratis M.B, L.C,K.D. & duobus H.M, & I.L. notatis P. Atque rectangulo sub vna ex illis vr M.B. & linea dupla duabus H.M,I.L. notato Y. Vndiquaque sunt quadrata ex M.B,L.C,K.D. ea ergo tollamus. Siquidem supererunr R. & V. ex parte Q & R. Ex parre verò Z. relinquentur P. & Y. Verùm R. exceedit [e] Y. Nam licet vtriusque par sit altitudo: tamen basis R. videlicet æqualis ipsis E.M,F.L,G k maiot est base P. æquali duplo duarum H.M, & I.L, quæ deficiunt à præcedentibus, tota G.k. Tum R. superat P. Quandoquidem potenriæ ttium ęqualium E.M,F.L,G.K sunt plusquam triplę quadrarorum inęqualium dempra maxima, scilicet reliquarum H.M,I.L. Et ex consequenti tettia pars illorum nempè R. maior est his quadratis videlicet, P. Igitur Q. & R. simul maiora sunt quàm Z Hinc nobis proposirionis eruenda conclusio est. Primum ostensum est quadtata ttium linearum æqualium B.E,C F,D.G. esse ad Q. & R. simul in eadem ratione, quã quadratum A.O. ad rectangulum ex A.O, & A.N, & tertiæ parti quadrati ex N.O. Cùm ergo Q. & R. sinr [e] minora quàm S, sequitur quadrata illarum æqualium B.E,C. F,D G. esse ad S hoc est ad quadrara inæqualium dempta minima, in minori ratione, quàm eadem illa quadrata sint ad Q. & R. vel qnàm quadratum ex A.O. inęqualium maxima sit ad rectangulum ex A.O. maxima est A.N. minimæ æquali & tettiæ parti, quadrati ex O.N. differentiæ, qua maxima inæqualium minimam superat: quæ est prima pars conclusionis.

Porrò sunr [f] Q. & R. maiota quàm Z. Quadrata ergo æqualium maiotem rationem habent ad Z. hoc est ad quadrara inæqualium dempta maxima, quam habeant eadem ad Q & R. Vel quàm quadratum A.O. maximæ inęqualium habeat ad rectangulum, quod fir sub maxima & minima, & tettię patti quadrati differentiæ ambarum, quod fuerat secundo loco ptobandum.

[a] per 1. l. 2.
[b] per 4. l. 2.
[c] per 1. l. 6.
[d] per 1. manifest. huius
[e] vt primo probauimus
[f] vt secundo probauimus

quadrata quæ ab ijſdem lateribus fiunt: ſequitur omnia ſimilia polygona eſſe inter ſe, ſicuti quadrata à lineis ijſdem deſcripta.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

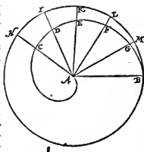
Contextui huius manifeſti addidimus hæc verba, ἅδεα ταῦτα τὰ ἀπὸ τᾶς ἴσας τᾷ μεγίστᾳ, καὶ τὰ ταῦτα τὰ ἀπὸ τᾶς τῷ ἴσᾳ, quamuis ne in manuſcripto quidem eſſent: verum ſine ijs ſenſus non conſtat. Cæterum hic Archimedes definitiones tranſtulerat, quas conuenientiori, vt videtur, loco reſtituimus.

ΠΡΟΤΑ. ΙΒ. — PROPO. XII.

ΘΕΩΡ. Ε. — THEOR. V.

Εἴκα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν μὲν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμέναν, ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος εὐθεῖαι ἐμπεσῶντι ὁποιαιοῦν ἴσας ποιοῦσαι γωνίας ποτ᾽ ἀλλάλας, τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι ἀλλάλαν.

Si in ſpiralem vna quidem circumuolutione deſcriptam, à principio ſpiralis, rectæ quotlibet cadant, quæ æquales inter ſe angulos contineant, ſeſe mutuo æqualiter excedent.



ΥΠΟΘ. In ſpiralem A.C.D.B. cuius principium eſt A. & prima linea A.B. à puncto A. incidant lineæ A.C, A.D, A.E, A.F, A.G, & A. . quæ inter ſe angulos capiant æquales ad A.

ΣΥΜΠ. Dico illas lineas in ſpiralem cadentes ſeſe mutuo pari exceſſu ſuperare, nempè lineam A.B. vincere aliam A.G. pari quantitate, qua A.G. ſibi proximam A.E. exeedit: & ita de reliquis.

ΚΑΤΑΣ. Centro A. & interuallo A.B. deſcribatur circulus B. K. H. ad cuius periferiam vſque producantur præcedentes lineæ, quæ ipſi occurrant in punctis H.I.k.L.M. quibus arcus notentur [a] æquales, cùm ſint anguli in centro A. pares. [a] per 33. l. 6.

ΑΠΟΔ. Quoniam in generatione [b] ſpiralis eo tempore quo linea A.B. decurrerit arcum H.I. decurret, & reliquorum æqualium arcuum ſingulos: Tum illis æqualibus temporibus punctus decurrens in linea A.B. pares ipſius lineæ pertranſit [c] portiones. Portiones autem illæ ſunt exceſſus, quibus ſe inuicem lineæ illæ cadentes ſuperant. Videlicet portio quam punctus deſcribit in linea A.B. tempore quo A.B. linea ambulat arcum H.I. eſt quantitas, qua A.C. ſuperatur ab A.B. Tum portio quam punctus exarat in linea A.B. interſtitio quo linea A.B. pertranſit arcum I.k. eſt differentia lineæ A.E. ſupra lineam A.D. & ita de reliquis. Lineæ ergo in ſpiralem incidentes, & angulis diſtinctæ æqualibus, paribus interuallis differunt, quod fuit probandum.

[b] per defini. 1. huius. [c] per 1. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc demonſtrat [d] Pappus in collectionibus Mathematicis. [d] in 4. l. 4.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc constat: quod si spatium omne quod est circa A. punctum, & principium spiralis in partes distribuatur æquales, lineis in spiralem incidentibus, fore vt prima linea sit omnium linearum excessui æqualis. Erit enim prima illa linea incidens, portio lineæ A.B. quam punctus decurrerit eo tempore, quo linea A.B. primum spatium pertransierit: hoc verò eodem tempore absoluit linea A.B. quodlibet reliquorum æqualium spatiorum, & eodem propterea tempore mensurantur omnium linearum in spiralem cadentium excessus. Cùm ergo æqualibus temporibus respondeant a æquales portiones cursus puncti in linea A.B. sequitur illas portiones seu excessus esse æquales, & quidem singulas primæ cadenti lineæ, quod illinc deducendum fuit. Hinc rursus constat quod iam diximus χὑν definitionis 4. huius; nempè omnes lineas reuolutionum diuersarum esse æquales, primam, secundam, tertiam, & reliquas. Nam omnes pari prorsus tempore decurruntur.

a per 1. huius.

ΛΗΜΜΑ Α.

Si tres lineæ ordine sese inuicem æquali excessu superauerint, maxima & minima simul duplæ sunt mediæ.



ΥΠΟΘ. Sint 3. lineæ A, B. E, C. H. in progressione Arithmetica, ita vt B. E. tanto superet A. quanto C H. excedit B. E.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. & C. H. esse duplas mediæ B. E.

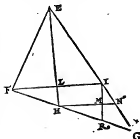
ΚΑΤΑ. Ex B E. resecetur b pars B. D. æqualis ipsi A. Tum ex C. H. pars eidem A. æqualis, vt sit D. E. excessus quo B. E. superat A. & H. F. excessus quo C. H. superat B. E. Demum ex C H. resecetur linea æqualis mediæ B. E. quæ sit C. G.

b per 3. l. 1.

ΑΠΟΔ. Quoniam F. C. est par primæ A. Tum C. G. æqualis mediæ E; B. Est F. G. excessus æqualis excessui E. D. & G. H. eidem excessui D. E. par est, quia lineæ æqualiter sese excedunt. Proptetea F. H. dupla est ipsius D. E. Deinde quia tres A, B. D, C. F. sunt pares binæ A & C. F. sunt duplæ vnius B. D. Ergo ambæ A. & C. H. sunt duplæ mediæ B. E, quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ Β.

Si à iugo trianguli decidit linea in basim bifariam diuidens angulum iugi, duo latera angulum hunc continentia maiora sunt quàm dupla eius quæ à iugo demissa linea.



ΥΠΟΘΕ. Sit triangulus primùm F. E. I. Isosceles, è cuius apice E linea demittatur E. L. diuidés angulum E. bifariam.

ΣΥΜΠ. Dico F. E, E. I. simul maiora esse quàm dupla E. L.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim cùm anguli E. F. L, & E. I. L. sint c æquales, tum qui ad E. pares d, reliqui ad L. non possunt e esse inæquales. Et proinde sunt f hi recti, ita vt quodlibet duorum laterum F. E. & I. E sit g maius catheto E. L. & ex consequenti bina illa simul, maiora sunt quàm huius dupla.

c per 5. l. 1. d ex hypot. e per 32. l. 1. f per 10 defin. l. 1. g per 47. l. 1.

Sit verò triangulus scalenus, qualis est E.F.G. & linea bifariam diuidens apicem E. sit E H.

ΣΥΜΠ. Dico latera F.E, E.G. maiora esse quàm dupla E.H.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur [a] H.N. parallela ipsi F.I. & I.R. æquidistans diuidenti E.H. *a per 31 l 1.*

ΑΠΟΔ. Linea L.H. est [b] æqualis oppositæ I.M. quia H.I. parallelogrammum est: tum L.I hoc est F.L. (quia F.L, & L.I. sunt [c] æquales) & H.M. sunt [b] pares. Atqui angulus F.L.H. æquus [d] interno L.I.M. est [d] quoque æqualis alteri externo H.M.R. Præterea anguli L.F.H. & M.H.R. æquiparantur [d]. Proinde trianguli F.L.H. & M H.R. sunt [e] æquianguli, & vt F.L æquale est [f] lateri H.M. sic L.H par est alteri ambienti M.R. Et ex consequenti tota I.R. dupla est ipsius L.H. Atqui cùm sit angulus M R.H. acutus, qui deinceps est M.R.G. est [g] obtusus, & latus I.G. subtendit [h] maius quàm sit I.R. Vnde fit vt I.G. cognoscatur maius quàm duplum ipsius L.H. Sunt [i] autem F.E. & E.I. maiora, quàm dupla lineæ E.L. Propterea tota latera E.F, & E G. simul maiora sunt quàm dupla secantis E H. quod fuit probandum.

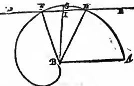
b per 34.l.1 c per 1 partem huius, & 4.l.6. d per 29.l.1 e per 32 l.1. f per 4.l.6. g per 13 l.1. h per 18 l 1 i per 1. part. huius ratiocinationis.

ΠΡΟΤΑ. ΙΓ. — PROPO. XIII.

ΘΕΩΡ. ϛ. — THEOR. VI.

Εἴκα εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ, καθ' ἓν μόνον ἐπιψαυσεῖ σημεῖον.

Si recta linea spiralem tetigerit, in vno tantum puncto tanget.



ΤΡΟΘΕ. Tangat linea D.E. spiralem B.G.A.

ΣΥΜΠΕ. Dicam tangere in vnico puncto.

ΚΑΤΑ. Si non in vnico puncto tangit, sed in pluribus, tangat si potest in F. & H. & lineas à principio spiræ B ducamus B.F, B.H. angulumque F.B.H. bifariam partiamur [a] linea B.G.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim excessus B.G. supra B.F. æqualis est [b] excessui lineæ B.H. supra B.G. & proinde binæ F.B, B H. duplæ sunt [c] lineæ B.G. Atqui sunt [d] eędem binæ maiores quã duplæ B.I. Proinde B.I. minor est quàm B.G, & ideò B.G. transit lineam F. H. eamque secat vt in I. Vnde patet D.E. lineam ingredi spatium spiralis, spiralemque secare. Ponebatur autem duntaxat tangere. In duobus ergo punctis non potest tangere quin secet, quod fuit probandum.

a per 9 l 1. b per 12. huius. c per 1. lemma praeced. d per 2. lemma proximum.

ΠΡΟΤ. ΙΔ. — PROP. XIV.

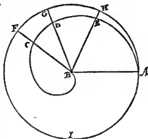
ΘΕΩΡ. Ζ. — THEOR. VII.

Εἴκα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ποτιπίπτωντι δύο εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ σημείου ὅ ἐστι ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, καὶ ἐκβληθέωντι ποτὶ τὰν τοῦ πρώτου κύκλου περιφέρειαν τὸν αὐτὸν ἕξουντι λόγον αἱ ποτὶ τὰν ἕ-

Si in spiralem ex prima reuolutione ortam incidant duæ lineæ à puncto, quod est principium spiralis, & producantur ad circumferentiam vsque primi circuli: eandem rationem inter se habebunt istæ

in spiralem incidentes, quam arcus circuli medij inter terminum Spiræ & limites linearum productarum in circumferentia factos, sumptis in consequentia arcubus à fine spiralis.

λικα ποτιπίπτωσι ποτ᾽ ἀλλάλας, ἐν αἱ περιφέρειαι τοῦ κύκλου αἱ μεταξὺ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος, καὶ τῶν περάτων τᾶν ἐκβληθεισᾶν τῶν ἐπὶ τᾶς περιφερείας γινομένων, ἐπὶ τὰ προαγούμενα λαμβανομέναν τᾶν δὲ περιφερειᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος.



ΥΠΟΘ. Sit spiralis B.C.D.A. à cuius principio B. cadant in ipsam lineæ B.C, B.D.B.E. transeantque in circulum vsque primum A.I.H. secantes periferiam punctis F.G.& H.

ΣΥΜΠ. Dico lineas B.C, B.D, B.E. inter se affectas esse, ac arcus A.I.F, A.I.G. & A.I.H. sumpti à fine spiralis A. in antecedentia a.

a Iuxta 6. defin. huius.

ΑΠΟΔ. Cùm enim sint b in generatione spiralis motus tam lineæ A.B. quàm puncti decurrentis in B A. sibi ipsis vniformes, eo interuallo quo A.B transierit arcum A.I.F. punctus perfecerit lineam B.C. Tum eo tempore quo A.B percurrerit A.I.G. arcum, punctus absoluerit lineam B.D. Denique qua mora B.A. linea, lata fuerit per arcum A.I.H. punctus fuerit in E. In illis ergo cursibus tempora eadem sunt. Atqui vt est c tempus ad tempus, ita arcus ad arcum, vel recta ad rectam. Ergo quoque vt arcus ad arcum, sic d recta ad rectam, quod fuit probandum.

b per 1 defi. huius.

c per 1 huius, & corol. ipsius.

d per 12 l 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Haoc propositionem demonstrauit e quoque Pappus in collectionibus Mathematicis, eodem omnino artificio.

e propos. 19. l. 4.

PROPO. XV.

THEOR. VIII.

Si in Helicem in secunda reuolutione factam lineæ rectæ ceciderint à principio Helicis: eandem rationem huiusmodi rectæ ad inuicem, quàm dicti arcus cum tota circuli circumferentia simul assumpta, habebunt.

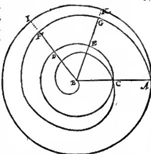
ΠΡΟΤΑ. ΙΕ.

ΘΕΩΡ. Η.

Εἴ κα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα ποτιπίπτωντι εὐθεῖαι ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος· τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον αἱ εὐθεῖαι ποτ᾽ ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μετὰ ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας λαμβανομένας.

ΥΠΟΘ. Sit spiralis ex secunda reuolutione orta C.F.G.A. in quam lineæ cadant B.F, B.G, à principio ortus spiræ B.

ΣΥΜΠ.



ΣΥΜΠ. Dico lineam B.F. esse ad lineam B.G. vt est arcus C.H.D. primi circuli cum tota circumferetia simul assumpta, ad arcum C.H.D.E. cum tota quoque circuli periferia aduocata.

ΚΑΤΑ. Describatur secundus circulus A.I.K, & in eius circumferentiam protrudantur lineæ B.F,B.G. quàm secent punctis I.& K.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Ea mora qua B.A. reuolutionem integram assoluit, & linea B.C. prima describit, circulum primum C.H.D.E. tum rursus qua fertur eadem B.A. per arcum C.H.D. seu per arcum A.I. secundi circuli, punctus interim percurrit lineam B.F. Deinde alia mora qua B.A. post integram reuolutionem pertingit vsque ad E. vel K. eadem punctus peruenit in G. Propterea tempora sunt æqualia[a] in illis cursibus. Atqui vt se habent tempora, ita se habent[b] decursi arcus, vel inambulatæ lineæ. Ergo vt arcus C.H.D. cum tota circumferentia C.H.D.E. ad arcum C.H.E. cum tota circumferentia C. H. D. E. ita est[c] B.F. ad B. G. quod fuit probandum.

a per 1. definit. huius.
b per 1. huius.
c per 11. l. 5.

ΦΑΝΕΡΟΝ Ε.

Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον δειχθήσεται, καὶ εἴκα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ τρίτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα ποτιπέσωντι εὐθεῖαι, τὸν αὐτὸν λόγον ἕξουντι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας δὶς λαμβανομένας. Ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ποτὶ τὰς ἄλλας ἕλικας ποτιπίπτουσαι δείκνυνται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοσαυτάκις λαμβανομένας ὅσος ἐστὶ ὁ ἐν ἐλάσσων ἀριθμὸς τᾶν περιφορᾶν· καὶ εἴκα ἁ ποτιπίπτουσα ἁ ἑκατέρα ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος πίπτῃ.

MANIF. V.

Hoc ipso modo demonstrabitur, quod si in spiralem ex tertia reuolutione ortam ceciderint rectæ lineæ, eandem inter se rationem habebũt quam dicti arcus cum integra circuli circumferentia bis accepta. Similiter verò omnes cadentes in alias spirales demonstrantur eandem habere rationem quam dicti arcus cum integra circuli circumferentia toties assumpta, quotus est vnitate minor reuolutionum numerus, licet alterutra cadens in finem spiralis incidat.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc manifestum non alia via demonstratur, quàm præcedens propositio. Cùm enim sit semper eadem mora decursus propositorum arcuum cum dictis circumferentijs, quæ decursus linearum, sunt arcus inter se cum repetitis circumferentiis, sicuti cadentes lineæ. Cæterum notandum est Archimedem non explicare, quorumnam circulorum repetendæ sint circumferentiæ.

Dicimus itaque repetitionem huiusmodi integrarum circumferentiarum intelligi de præcedenti circulo. Vt si lineæ inciderint in spiram secundæ reuolutionis, circumferentia repetetur primi

circuli, sicut egimus in superiori propositione: Si in spiram tertiæ circumductionis, repetetur periferia secundi circuli, & ita de reliquis: quod quidem ex 18. & 19. propositionibus sequentibus apertè colligitur. Verba autem extrema manifesti, καὶ ὅκα ἁ περιφέρεια ἁ ἱκανὰ ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος πίπτῃ: Sic intelligenda sunt, vt si quædam ex incidentibus ceciderit in finem alicuius reuolutionis, tota sit capienda circumferentia loco arcus. V. g. in diagrammate propositionis, si A.B. fuerit ex cadentibus, alia verò B.G: Erit circumferentiæ circuli primi C.H. D.E. bis repetita, ad arcum C.H. D.E. cum circumferentia tota circuli, vt B.A. ad B.G. Vel demum si cadentium duæ inciderint altera in finem vnius spiralis, vt putà B.C. in finem primæ spiræ, altera in finem alius, vt B.A. in terminum secondæ. Erit linea ad lineam, vt circumferentia vna ad duas circumferentias. Atque etiam est B.C. dimidia totius B.A. vt antea diximus.

Si verò B.A. caderet in finem tertiæ spiræ, ter repeteretur circumferentia, & esset vna ad tres, vt linea ad lineam. Atque ita de cæteris.

PROPO. XVI.

THEOR. IX.

Si spiralem ex prima reuolutione ortam, recta linea tetigerit, & à contactu recta linea ducta fuerit ad punctum quod principiũ sit spiralis, quos facit angulos tangens cum hac ducta inæquales erunt, & quidem qui in antecedentia vergit, obtusus est, qui in consequentia, acutus.

ΠΡΟΤΑ. Ιϛ.

ΘΕΩΡ. Θ.

Εἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, καὶ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιζευχθῇ ἐπὶ τὸ σημεῖον ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἃς ποιεῖ γωνίας ἁ ἐφαπτομένα ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν, ἄνισοι ἐσσοῦνται, καὶ ἁ μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖα, ἁ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ὀξεῖα.

Esto spiralis ex prima reuolutione generata B.C.D.A. tacta à linea F.E. puncto C. à quo ducatur linea C.B. ad exordium spiralis.

ΣΥΜΠ. Aio inæquales esse angulos B.C.E, & B.C.F. & eum quidem qui ad antecedentia tendit, nempè B.C.E. obtusum esse: alium verò qui antecedentia respicit, scilicet B.C.F. esse acutum.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B.C. describatur circulus C. I. G. Hic quidem infra spiram deprimitur in antecedentibus, erigitur verò supra spiram in consequentibus. Nam nulla linea à puncto B. cadere potest in partem spiralis C.A. quæ non sit maior quàm B. C. vt B.D. maior est, quàm B.C. ea ratione, qua pars helicis B.C. D. maior est parte eiusdem B. C. Atqui radij debent esse æquales. Proinde B. D. alicubi incidit in circulum G. C. I. & proinde circulus infra spiram est.

a per 14. huius.

Contra verò nulla linea ducetur in antecedentibus lineæ B.C. à puncto B. in spiralem, quæ non sit minor quàm B.C. quæque non debeat produci longiùs, vt à spira attingat circumferentiam circuli, & idcirco illa circumferentia supra spiram est. Linea autem F.E. tangit tantum, non secat spiram, omnemque sui partem habet [a] extra spiram, & ideò extra circulum in antecedentibus: proindéque maior est angulo mixto B.C.I, & ex consequenti, quotlibet [b] acuto angulo rectilineo, vel ergo rectus est vel obtusus: Si rectus ponatur, tangit [c] E.F. circulum C.I.G. ita vt nihil repugnet quominus ducamus [d] lineam B.M. à centro B. in tangentem E.F, ita vt pars extra circulum I.M, sit ad radium B.C, vel B.I, in minori ratione quàm arcus I C. ad datum arcum I C.G. Tandem describatur circulus primus, in quem cadant lineæ B.M. & B.C. punctis L. & H.

ΑΠΟΔ. Quoniam linea M.I. minorem rationem habet [e] ad I.B. quàm arcus I.C, ad arcum I.C, G, componendo [f] tota M.B est in minori ratione ad I.B, quàm totus arcus I.C.G, ad arcum C.G. hoc est [g] quàm arcus H.L.K.A, ad arcum L.K.A. Verùm vt est arcus H.L.K.A, ad arcum L.K.A. sic est [h] linea B.D. ad lineam B.C, seu ad B.I. Ergo M.B. habet [i] ad I.B. minorem rationem quàm D.B. ad I.B. Propterea B.M. minor est [k] quàm B.D. Et ita linea F.E. non supra spiralem est in antecedentibus, sed infra, quod est absurdum, vt ostendimus. Ergo E.C.F. non tangit circulum C.G.I. nec est angulus B.C.M. rectus, sed obtusus. Et ex consequenti qui deinceps est B.C.F. acutus est [m], quod fuit probandum.

[a] per 13. huius. [b] per 16 l.3. [c] per coroll. 16 l.3. [d] per 5. huius. [e] per fabricam [f] per 18 l 5. [g] per coroll. 15. l. 6 ex Clauio. [h] per 14. huius. [i] per 11. l 5. [k] per 8 l 5. [m] per 13 l 1

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Age lineam B.M. quocumque modo, & ex hypothesi suppone M.I. habere minorem rationem ad I.B. quàm arcus ad arcum; quoniam hoc fieri nihil impedit à parte naturæ cum aliquo modo fiat [n]: Posito verò possibili, absurdi nihil sequitur: At numquid apertissimè propositio concluditur? Equidem hic se problema agendum offerretur, omnia essent geometricè exequenda, & ὑποθετικῶς: verum res tantum cognoscenda proponitur, in cuius veritatis inuestigatione si ratiocinando aliquid possibile assumpsero, syllogismus propterea à λογικῆς vitij argui nequaquam potest.

[n] per 5. huius.

ΦΑΝΕΡΟΝ ς.

Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴκα ἁ ἐπιψαύουσα τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ, τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

MANIFEST. VI.

Similiter verò demonstrabitur, quod si tangens spiralem in fine ipsius tetigerit, idem omnino sequetur.

Esto linea quæ spiralem tangat in termino spiræ.

ΑΠΟΔ. Eadem conclusio sequetur, eritque angulus B.A.P. obtusus: & alius B.A.N. acutus: quod producto paululum motu spiræ, eadem prorsus ratiocinatione demonstrabitur.

ΠΡΟΤΑ. ΙΖ.

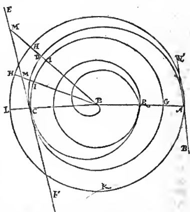
ΘΕΩΡ. Ι.

Καὶ τίνων εἴκα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγεμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ ἁ εὐθεῖα, τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

PROPO. XVII.

THEOR. X.

Quinimò si spiralem ex secunda reuolutione natam recta linea tetigerit, idem accidet.



ΥΠΟΘ Ε. Esto ſpiralis ex ſecunda reuolutione orta R. C. A. quã tangat E. F. in puncto C. à quo ducta ſit ad B. linea C. B.

ΣΥΜΠΕ. Dico angulum B.C.E. ad antecedentia vergentem, eſſe obtuſum, alium verò B.C.F. acutum.

ΚΑΤΑ. Deſcribatur centro B. & interuallo C.B. circulus C.I.G. & quia circuli arcus C.I. infra ſpiram eſt, & multo magis infra lineam tangentem, quæ eſt ſupra ſpiram, angulus E.C.B. eſt vel rectus, vel recto maior: ſi recto maior, habemus quod quærimus. Si duntaxat rectus, linea E.F. tangit circulum C. I G. Poſſibile ergo eſt à puncto B. in tangentem lineam ducere, purà B M. cuius pars extra circulum I.M. minorem rationem habeat ad I. B. quàm arcus I. C. ad arcum I. C. G.

ΑΠΟΔΕΙ. Repete verba præcedentis demonſtrationis, quæ hic accommodari perbellè poſſunt.

MANIF. VII.

Eadem verò accident, & ſi tangens per terminum ſpiralis attingat. Similiter verò demonſtrabitur, quòd ſi ſpiralem ex quacumque (reuolutione) natam recta tetigerit, etiam in fine ipſius, quòd inæquales angulos faciet ad eam, quæ à tactu ad principium ſpiræ coniungitur: & cum quidem qui fiet in antecedentibus, obtuſum, alium verò in conſequentibus acutum.

ΦΑΝΕΡΟΝ Ζ.

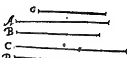
Τὰ δ' αὐτὰ συμβήσεται, καὶ εἴκα ἁ ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ. Ομοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, καὶ εἴκα κατὰ τὸ πέρας αὐτᾶς, ὅτι ἀνίσους ποιήσει τὰς γωνίας ποτὶ ταῖ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς ἐπιζευχθείσαι ἐπὶ ταῖ ἀρχαῖ τᾶς ἕλικος· καὶ ταῖ μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖαν, ταῖ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις, ὀξεῖαν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Manifeſtiſſimè patet hoc manifeſtum ex præcedentibus demonſtrationibus, vt non ſit opus in eo immorari diutius.

ΛΗΜΜΑ.

Si quatuor magnitudinum prima fuerit minor tertia, & secunda maior quarta: prima minorem rationem habebit ad secundam, quàm tertia ad quartam. Contra verò si prima fuerit maior tertia, & secunda minor quarta, prima maiorem habebit rationem ad secundam, quàm tertia ad quartam.



ΥΠΟΘΕ. Sit A. prima minor tertia C. Tum secunda B. maior quarta D.

ΣΥΜΠ. Dico A. esse ad B. in minori ratione, quàm sit C. ad D,

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Nam si A. esset ad B. vt C. ad D. sequeretur [a], vt quemadmodum A. minor est quã C, secundam B. esse quoque minorem quarta D. contra hypothesim. Tum si A. maiorem haberet rationem ad B. quàm C. ad D. & poneretur G. esse ad B. vt C. ad D. esset [b] G. minor quàm A. & multo minor quàm C. Et quia G. esset ad B. vt C. ad D. sequetetur [a], B. esse minorem quàm D. sicuti G. est minor quàm C. quod rursus est contra hypothesim. a per 14. l. 5 b per 8. l. 5



Esto nunc A. maior quàm C. & B. minor quàm D.

ΣΥΜΠ. Dicam A. habere maiorem rationem ad B. quàm C. ad D.

ΑΠΟΔ. Nam si A. esset ad B. vt C. ad D. feret [a] vt sicuti A. est maior C. sic B. esset maior D. contra hypothesim. Vel si A. ponatur habere minorem rationem ad B. quàm C. ad D. Et esse C. ad aliam G. sicuti A. esset ad B. hoc est in minori ratione quàm sit idem C. ad D. sequetetur [b] G esse maiorem quàm D. & multo maiorem quàm B: tamen cùm sicut A. ad B. sic esset C. ad G, oporteret vt quemadmodum A. excedit C. sic B. excederet G. cuius iam contrarium collegimus. Admittendum ergo est lemma, ne in absurda incidamus.

ΠΡΟΤΑ. ΙΗ.

ΘΕΩΡ. ΙΑ.

Εἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου ὅ ἐστιν ἐν ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ τις τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς· ἁ ἀχθεῖσα συμπεσεῖται τᾷ ἐπιψαυούσᾳ, καὶ ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα ἐσεῖται τᾷ τοῦ πρώτου κύκλου περιφερείᾳ.

PROPO. XVIII.

THEOR. XI.

Si spiralem ex prima circumvolutione ortam, recta linea tetigerit in termino spiræ: A puncto verò quod est in principio spiræ, quædam ducatur ad angulos rectos ei quæ est principium reuolutionis, ducta incidet in tangenrem, & ipsius quæ pars media erit inter tangentem, & principium spiræ, æqualis erit periferiæ primi circuli.

ΥΠΟΘ. Exponatur spiralis è prima reuolutione nata quam tangat in termino linea F.A.D. angulum constituente[a] B.A.D. acutum: vnde consequatur vt lineam à puncto B. principio spiræ perpendiculariter eductam ad lineam A.B. principium reuolutionis, incidere[b] in dictam tangentem, vt in puncto D. deformetur rursus primus circulus A.M.L.

a per 16 vel 6 manifest huius.
b per vltimam com. sent.

ΣΥΜΠΕ. Dico partem B.D. perpendicularis mediam inter tangentem & spiræ principium B. esse æqualem circumferentiæ primi circuli A.M.L.

ΚΑΤΑΣ. Neganti lineam D.B. illi circumferentiæ esse æqualem, necesse est fateri maiorem esse vel minorem. Primò ponatur linea B.D. minor, & ab ea partem resecemus[c] B.N. minorem quàm B.D. sed maiorem dicta circuli circumferẽtia. Tum quia angulus D.A.B. acutus est, linea tãgens secat[d] circuli primi circumferentiam, putà punctis A. & L. Estque A.L. minor diametro circuli, quia non agitur per centrum. Nihil propterea impedit, quin à puncto B. perpendicularis ducatur in A.L. quæ sit B.I. quæque triangulum constituat B.A.I. æquiangulum magni B.A.D. Nam anguli ad A.B.D. & B.I.A. sunt recti, & communis est angulus ad A. & ideò reliqui manent[e] æquales, lateraque proportionalia[f]. Ita vt cùm A.B habeat[g] ad B.N. maiorem rationem quã ad B.D. Etiam A.B. sit[h] ad B.N. in maiori ratione quàm A.I. ad I.B. A centro itaque B. ducatur[i] linea B.F. in tangentem F.D. seu in secantem circulum, ita vt F.E. sit ad iunctã E.A in eadem ratione quæ est data lineæ A.B. ad lineam B.N. hoc est maiori, quam sit ea quæ est dimidiæ A.L. datę in circulo, seu lineæ A.I. ad perpendicularem B.I. à centro eductam. Porrigatur demum spira vsque in G. fiatque scilicet A.G. secundæ reuolutionis. Hanc partem spiræ secabit necessario linea B.F. vt in puncto H. quia primi circuli circumferentia infra hanc partem deprimitur[k]. Tum spiralis infra tangentem est: alioqui tangens secaret spiralem nec tantum tangeret.

c per 4 huius.
d vt in 16. ostendimus
e per 32 l. 1.
f per 4 l. 6.
g per 8. l. 5.
h per 11. l. 5
i per 7. huius.
k per 15. huius.

ΑΠΟΔ. F.E. facta est ad E.A. vt A.B. vel ei æqualis E.B ad B.N. Et vicissim[l] F.E. est ad E.B. vt E.A. ad B.N. Est[m] autem E.A. in minori ratione ad B.N. quam sit arcus A.E. ad circumferentiam circuli primi. Est enim quatuor magnitudinũ prima E.A. minor quàm tertia arcus E.A. & secunda B.N. maior est quarta nempè circumferẽtia circuli. Igitur F.E. est[h] ad E.B. in ratione minori quàm arcus E.A. ad totam circuli circumferentiam. Et componendo[n] tota F.B. est ad E.B. in minori ratione quam arcus A.E. cum tota circuli circumferentia ad eandem circuli circumferentiam, hoc est[k] quàm B.H. ad B.A. vel ad B.E. Itaque B F. minorem haberet rationem ad B.E. quàm H.B. ad eãdem B.E. quod est[t] absurdum: maior etenim est F.B quam H.B. Absurdum ergo quoque est lineam D.B. maiorem esse circuli circumferentia.

l per 16 l. 5.
m per lẽma præc.
n per 18. l. 5

Quod si secũdo dicatur B D. minor circumferentia circuli. ΚΑΤΑΣ. Sumatur[c] B.N. maior quidem quàm B.D. sed adhuc minor circumferentia circuli. Tũ ducatur[o] A.Q. tangens circulum in A. Et quia ratio A.B. ad vltimam B.N minor est ea, quam eadem A.B. habet ad B.D. etiam minor est ea quam habet A.I. ad I B. ex prędemõstratis: possumus à puncto B. lineam B.R. ducere[p] in tangentem A.Q. per datam A.L. in circulo: ita vt pars O S inter datam & circuli circumferentiam sit ad A.R. vt est A.B. ad B.N. Hæc B.R. secet spiralem in V. Fiat[q] demum angulus A.B.P. æqualis angulo R.B.A. & à puncto P. tangens ducatur quæ vspiã incidat in lineam B.R. cùm sit angulus P B.R. minor recto. Incidet autem in punctũ R. Nã cùm anguli P.B.R. & R.B.A. sint æquales, & qui ad A. & P. recti, sequitur[e] triãgulos esse æquiãgulos, & A.B esse[f] ad B.R. vt P.B ad latus, quod est inter B. & incidentiam lineæ tangentis ductę à P. in B.R. sed sunt æquales B.A. B.P. Ergo quoque B.R. est[r] æqualis illi lateri. Et proinde tãgens ducta à P. incidit in R. suntque[r] P.R. & R.A æqualia latera triangulorum æquiangulorum.

o per 31 l. 1.
p per 8 huius.
q per 23. l. 1
r per 7 l. 5.

ΑΠΟΔ. Quoniam S.O. est ad R.A. vt A.B. ad B.N. permutãdo S.O. est ad A.B. vt R.A. ad B.N. Verùm A.R. est[m] ad B.N. in maiori ratione quam arcus O.A. ad circuli circũferentiam. Magnitudinũ enim 4 prima A.R. est maior tertia, nempè arcu O.A. nam li-

nearum P,R.A.& P.O.A.in eãdem partem cauarũ maior est [a] P.R.A.includẽs quam inclusus arcus P.O.A. Ergo & medietas A.R. totius P.R.A. maior est [b] medietate O.A. arcus P.O.A. Tum secũda B.N, est minor quarta, scilicet circũferentia circuli. Proinde S.O. pars est [c] quoque ad A.B. hoc est ad totã B.O, in maiori ratione quam arcus O.A, ad totã circũferentiã circuli: Et ex cõsequenti tota B.O, est [d] ad reliquam partem B.S, in maiori ratione quam tota circuli circũferentia ad reliquũ arcũ A.M.P.O, hoc est [e] quã A.B, seu B.O, ad B.V. Sicque eadem B.O, haberet ad B.S, maiorem sui partem, maiorem rationem quam ad minorem B.V. contra [f] Geometriæ decreta. Absurdum ergo est rursus B.D, esse minorem circumferentia circuli: qua quidem si neque maior, neque minor sit, superest ei sit æqualis, quod fuit probandum.

a per 3. hypoth l.1. de sphær. & cyl.
b per 15 l 5
c per 11. l 5.
d per 1 lẽma ad 32 l. decimitdib. & sphær.
e per 14. huius.
f per 8 l.5.

ΠΡΟΤ. ΙΘ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΒ.

Εἰ δὲ κατὰ τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύοι εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῆ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπεσεῖται αὐτὰ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ εὐθεῖα ἁ μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, διπλασία τᾶς τοῦ δευτέρου κύκλου περιφερείας.

PROP. XIX.

THEOR. XII.

At si spiralem ex secunda reuolutione ortam in termino tetigerit recta linea, & à principio spiræ ducatur aliqua ad angulos rectos, lineæque sit initium reuolutionis: ipsa coincidet in tangentem, & erit recta media inter tangentem & principium spiræ dupla circumferentiæ secundi circuli.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Esto ex duplici reuolutione orta voluta T.Y.A. quæ tangatur in termino A. linea F.A.D. primus circulus sit T.M.K. Secundus A.X.P. Erigatur demum à principio reuolutionum B. perpendiculariter B.D. incidens [a] in tangentem A.D. quia angulus B.A.D. est [b] acutus.

ΣΥΜΠ. Aio lineam B.D. inter tangentem & principium spiræ esse duplam circumferentię secundi circuli.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam A.D. tangens secat secundum circulum, (alioqui angulus B.A.D. esset [c] rectus) habemus in circulo datam A.L. diametro minorem: in quam ducamus perpendicularem B.I. qua fiat [d] rectangulus triangulus B.A.I. æquiangulus, & laterum homologorum cum triangulo B.A.D. ita vt A.I. sit ad I.B. vt A.B. ad B.D. Negato verò quod B.D. sit dupla periferia secundi circuli, oportet necessario ipsam maiorem esse vel minorem quàm duplam. Ponamus [e] primò maiorem esse, & fiat B.N. minor quidem P.D. maior vero duplo circumferentiæ circuli secundi. Et quia A.B. habet maiorem rationem ad B.N. quam ad B.D. [f] hoc est [g] quam A.I. dimidia datæ in circulo, ad B.I. perpendiculare, possibile est [h] à centro B. in F.A.D. duci lineam B.F. cuius pars F.E. sit ad iunctam E.A. in ratione data, nempe vt B.A. ad B.N. Quoniam vero tangens F.A.D. egreditur circulum ab A. versus F. tangitque dumtaxat spiralem, effertur supra circulum & spiralem, ita vt B.F. vtrumque secet, circulum in E. spiralem in H. Spiralis enim circulum supereminet quia vt est arcus A.E. cum tota circumferentia circuli secundi ad totam circumferentiam, ita est [b] B.H. ad B.A. seu ad B.E.

ΑΓΩΓΗ. Existente F.E. ad E.A. vt A.B. vel E B. ad B.N.

a per vltim. comm sent.
b per 17. huius.
c per 17. l. 3.
d per prima demonstr.
e per 4 huius.
f per 8 l. 5.
g per 11. l 5.
h per 7 huius.

a per 16 l. 5 vicissim [a] F. E. est ad E. B. vt E. A. ad B. N Est [b] autem E. A. ad B. N. in minori ratione
b per lemma ad 18 huius quã arcus A. E. ad duplum circũferentiæ circuli secundi A. O. R. Ergo F. E. est ad E. B.
in minori ratione, quàm arcus A. E. ad duplam circuli secundi periferiam: & compo-
c per 18 l. 5. nendo [c] F. B. est ad B. E. in minori ratione quàm arcus A. E. cum duplici periferia se-
d per 15 huius. cundi circuli ad eandem duplicem periferiam, hoc est [d] quam B. H. ad B. A. seu ad B. E.
quod est, absurdum: Maior enim ad eandem maiorem habet rationem quam minor.
e per 8. l. 5 Absurdum ergo quoque est B. D. maiorem esse duplo circumferentiæ secundi circuli. Rursus absurdum esse dicere B. D. minorem eodem circumferentiæ duplo, probabimus pari artificio quo in præcedenti propositione vsi sumus, quod hic ita conuenit, vt non videatur transcribenda.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hinc patet quod monuimus [illegible] manifesti 5. huius: Nam si repetitio fieret integratum circumferentiarum circuli primi non secundi, cùm hic arcus A. E. respondeat spirali A. H. ex tertia reuolutione ortæ, minimè sequeretur conclusio.

MANIF. VIII.

Hoc ipso modo demonstrandum est, quod si spiralem ex quacumque circumuolutione natam tangat quędam recta in termino spiræ: tum ab initio spiralis ducatur linea recta ad principium reuolutionis, cadet in tangentem, rotuplexque erit circumferentiæ circuli, quotus est numerus reuolutionis denominatus ab eodem numero.

ΦΑΝΕ. Η.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δεικτέον, καὶ εἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ποτ' ὀρθὰς ἀχθεῖσα τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπίπτῃ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τᾶς περιφορᾶς λεγομένου τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

prop. 18. prop. 19. In contactu spiralis à prima reuolutione orta, perpendicularis ostensa est [f], æqualis circumferentiæ primi circuli. Tum in contactu Helicis secundæ reuolutionis perpendicularem demonstrauimus [g] duplam circumferentiæ secundi circuli. Innuit præterea hoc manifestum, in contactu spiralis tertiæ reuolutionis, perpendicularem ductam à principio reuolutionis super linea quæ est ortus circumuolutionis, comprehensam inter tangentem & spiræ principium, esse triplam tertij circuli: & ita deinceps. Quod non alio ostenditur artificio, quàm quo superius vsi sumus. Porro hinc deduceremos absolutam solutionem quadraturæ circuli, quæ tandiu omnium Geometrarum animos torsit, si linea spiralis nihil mechanicum redoleret, simplicique circini circumductione deformaretur. Hinc etenim suppeditaretur nobis linea circumferentiæ circuli æqualis: circuli inquam cuiuscumque. Faceremus enim principium reuolutionis radium expositi circuli. Habita vero recta pari periferiæ datæ circuli, reliquæ quadrationi prima libri dimensionis circuli propositio sufficeret. Verum istæc pampini modo circumductio seu proportio motiua lineæ circumuolutæ, & puncti in eadem decurrẽtis, vix in artem cadere potest. Nihilominus qui volet defendere Helixographi circini operationem, quæ vnica reuolutione opponet communem [illegible] materia etiã constare, manu duci, oculis videri, sensu tangi: nec propterea mechanicas ipsius ceoseri operationes, admitti eas à Geometris: licere propterea mathematicam fidem etiam illi [illegible] præstare. At compositio vim detrahit quod alteri simplicitas concedit. Tum circulum mens breuiter concipit, quæ in apprehendenda helica turbatur. Motus simplex familiaris est, atque hoc circulus constat: mixtus vero seu compositus quo voluta oritur, remotior est à communi conceptu, difficiliusque phantasiæ inhæret, eoque facilius in errorem est præ-

ceps. At iodigoom est mathematica certitudine qoodcumque primo intuitu noo patet, vel perspicua ratiocinatione non elicitur, vel perplexom est, vel mixtum, vel compositione sua erroneum. Et nihilominus si quid admittendum fuerit extranei artificii, nec omnino simplicis in quadrando circulo, nihil artificiosius, nihil subtilius, nihil exquisitius & veritati magis consentaneum admitti in hoc oegotio potest, quam sit hæc spiraliom lioearum circulorum circumferentiis æqualium inueotio: vt sic quodcumque habeamus de circuli dimeosiooe magis absolutum, Archimedi debeatur.

ΠΡΟΤ. Κ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΓ.

Εἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστήματι δὲ τᾷ ἐπιζευχθείσᾳ, κύκλος γραφῇ· ἀπὸ δὲ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθείσᾳ συμπεσεῖται αὐτᾷ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς τε συμπτώσιος καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, ἴσα τᾷ περιφερείᾳ τοῦ γραφέντος κύκλου τᾷ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς, καὶ τᾶς τομᾶς, καθ' ὃ τέμνει ὁ γραφεὶς κύκλος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς, ἐπὶ τὰ προαγούμενα λαμβανομένας τᾶς περιφερείας ἀπὸ τοῦ σαμείου τοῦ ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς.

PROP. XX.

THEOR. XIII.

Si spiralem in prima reuolutione factam recta linea tetigerit non in termino spiræ, à contactu verò ad principium volutæ recta iungatur, tum centro quidem principio spiralis, interuallo vero illa iuncta, circulus describatur: à principio præterea spiralis agatur aliqua ad rectos angulos: quæ à contactu ad principium helicis iungitur, cadet in tangentem, & erit recta inter concursum & principium helicis, æqualis arcui descripti circuli, qui intercedit inter contactum & sectionem qua secat descriptus circulus principium reuolutionis, capto in antecedentibus arcu à puncto qui est in principio circumuolutionis.

ΥΠΟΘ. Esto voluta B. C. A. G. quam tangat F. D. A. non in termino G. sed vspiam in A. à quo iungatur linea A. B. ad principium helicis, tum à puncto B. in iunctam A. B. erigatur perpendicularis B. D. demum centro B. & interuallo B. A. circulus describatur A. O. M. L. secans principium reuolutionis B. G. in O.

ΣΥΜΠΕ. Aio perpendicularem B. D. incidere in tangentem F. A. D. partemque B. D. mediam inter concursum D. & principium helicis B. esse æqualem arcui O. M. L. A. accepto [a] in antecedentia à puncto O.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam angulus B. A. D. est acutus, incidit [b] B. D. in eam, & eadem B. D. secat [c] circulum linea A. D. datutque in circulo linea A. L. diametro minor: quia non

a Secundam 6. definit. huius
b per vltimam theor. sent.
c per 16. l. 3.

a per primā demonstr.
b per 4 huius.
c per 8. l. 5.
d per 7. huius.
e per 30. l. 3.
f per 8. huius.

transit per centrum B. Ducatur ergo in A. L. perpendicularis B. quæ reddat a triangulum A. I. B. æquiangulum trianguli B. A. D. laterúmque proportionalium Tum quia neganti B. D. æqualem esse arcui O. M. L. A. opus est fateri maiorem esse vel minorem. Ponamus primo maiorem esse, & inueniamus b B. N. quæ minor quidem sit linea B D. sed adhuc maior arcu O. M. L. A. ita vt A. B. sit c ad B. N. in maiori ratione quam sit ad B. D. vel quam sit A. I. ad I. B. Tum ducamus d lineas B. F, E. A. ita vt F. E. sit ad E. A. in data ratione A. B. ad B. N. Si vero minor ponatur B. D. dicto arcu, accipiamus b B. T. minorem adhuc eodem arcu, sed maiorem ipsa linea B. D. Tum ducamus lineam e P. A. Q. tangentem circulum A. O. M. in puncto A. Tandem per lineam A. L. agamus f lineam A. S. R. secans spiralem in Z. lineam L. A. in X. & circulum in S. ita vt pars S. X. inter lineam L. A. & circuli circumferentiam sit ad R. A. vt A. B. ad B. T. hoc est, in minori ratione quam sit A. B. ad B. D. seu A. I. ad I. B. nempè media datæ ad perpendicularem.

g per 16. l. 5.
h per lemma ad 18. huius.
i per lemma 1. ad 32. l. de sph. & cyl. commod.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vt in præcedentibus, sic ostendemus primo B. D. non esse dicto arcu maiorem. Linea F. B. est ad B. E. in minori ratione quam arcus A. E ad arcum O. M. L. A. hoc est quam H. B. ad B. A. seu ad B. E. quod est c absurdum. Proinde B. D. non est maior arcu O. M. L. A. Nec minor quoque est. Nam quia S. X. est ad R. A. vt A. B. ad B. T. permutando g S. X. est ad A. B. vel ad totam B. S. vt A. R. ad B. T. Est autem h A. R. ad B T. in maiori ratione quam arcus S. A. ad arcum O. M L. A. Proinde S. X. pars est ad totam B. S. vel B. A. in maiori ratione quam arcus A. S. ad arcum O. M. L. A. Et ex consequenti S. B. est i ad aliam sui partem B. X in maiori ratione quam arcus O. M. L. A. ad alium arcum O. M. L. S. hoc est, quam B. A. seu B. S. ad B. Z. Atqui B. X est maior quam B. Z. quia linea A. L. D. superminet spiralem quam tangit. Ergo eadē ad maiorē maiorē, rationem habet quā ad minorē quod est c absurdum. Igitur linea B. D. nec maior nec minor est arcu O. M. L. A. sed ipsi æqualis est, quod fuit probandum.

MANIF. IX.

Hoc vero ipso modo demonstrabitur, si recta spiralem ex secunda natam reuolutione tetigerit, non in termino spiralis, & cætera alia præparentur, quod quæ pars est media cadentis in tangentem à prin-

ΦΑΝΕ. Θ.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθήσεται, καὶ εἴκα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέντι, ἐστι ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν συμπιπτούσας ἀπὸ τᾶς ἀρ-

χᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα ἐστὶν ὅλᾳ τᾷ τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείᾳ, καὶ ἔτι τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὡσαύτως τᾶς περιφερείας λαμβανομένας· Καὶ εἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένας περιφορᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι· ὅτι ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τῶν εἰρημένων σαμείων πολλαπλασία τις ἐστὶ τᾶς τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείας, κατὰ τὸν ἑνὶ ἐλάσσονα ἀριθμὸν, τοῦ καθ᾽ ὃν αἱ περιφοραὶ λέγονται, καὶ ἔτι ἴσα τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὁμοίως λαμβανομένας.

cipio ſpiralis, æqualis eſt toti deſcripti circuli circumferentiæ, & adhuc arcui medio inter dicta puncta ſimiliter accepto. Et rurſus ſi aliqua linea ſpiralem quacumque ex reuolutione ortam tetigerit, non quidem in termino, & cætera ſtruantur, quod recta quæ eſt inter dicta puncta, multiplex quædam eſt periferiæ circuli, qui deſcribitur ſecundum numerum (vno) minorem eo quo reuolutiones appellantur, & adhuc æqualis arcui qui eſt inter dicta puncta ſimiliter ſumpto.

ΥΠΟΘ. Eſto voluta duplicis reuolutionis B.C.k, Z.I.A.H. G. quæ tãgatur in A à linea F. A. D. cæteráq; ponantur vt ſuperiùs.

ΣΥΜΠ. Dicitur perpendicularem D B. æqualẽ eſſe circũferẽtię circuli O.M. L. A. O. & præterea arcui O. M.L. A.

ΑΠΟΔ. omnino eadem eſt ei qua pręcedentem propoſitionem demonſtrauimus, ſi tamen loco 14. huius, decimaquinta nitaris. Quod ſi voluta fuerit ex triplici reuolutione conſtituta, fuerit itidem perpendicularis B. D. ę

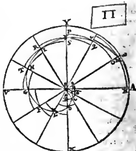
qualis duplo circumferentiæ circuli, & prætereа arcui inter puncta O. & A. in antecedentia comprehenso. Et ita de reliquis, diminuto semper circumferentiarum numero in longitudine perpendicularis, à reuolutionum multiplicitate ex qua spiralis oritur. En itaque satis est diagramma obtulisse.

PROP. XXI. | ΠΡΟΤ. ΚΑ.

PROBL. VIII. | ΠΡΟΒΛ. Η.

Circa sumptum spatium comprehensum sub helica in prima reuolutione orta, & prima linea quæ principium facit reuolutionis: possibile est figuram planam describere & aliam eidem inscribere ex similibus sectionibus compositam, ita vt circumscripta maior sit quam inscripta, quocumque proposito spatio.

Λαμβάνοντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.



ΥΠΟΘ. Sit ex prima reuolutione helix B. G. K. A. principium reuolutionis A. B. quantitas data Π.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. A. describatur primus[a] circulus A. Y. V. X. qui diuidatur in quatuor partes æquales diametris A. V. & Y. X. sese rectò decussatim secantibus in B. quorum quisque bifariam diuidatur[b], tum rursus bifariam vel trifariam, & ita consequenter multiplicetur sectio, quoad sectorum qui fient in circulo quisque sit minor data quantitate Π. Hinc forsan dirimetur[d] in 12. partes æquales lineis quæ simul partientur spiralem in M. L. K. I, H. G. F. E. D. C. X. Iam centro B. agamus circulorum arcus per huiusmodi puncta, quibus spiralis secta est, qui arcus incidant in lineas sibi proxime collaterales, & fiant L. M. N, P. L. O, R. K. Q, T. I. S. & cæteri. Horum vero arcuum pars in antecedentia producta, sub spirali erit[e], pars in consequentia spirali supereminebit.

[a] per 7. def. huius.
[b] per 9. l. 1.
[c] per optices Vitell. ...
[d] per 33. l. 6.
[e] per 12. huius.

ΣΥΜΠ. Aio in spatio spirali & linea A. B. contento inscriptam esse figuram, & circa idem aliam esse conscriptam ita vt conscripta inscriptam minori superet quantitate quam sit magnitudo data Π.

ΑΠΟΔ. Sector N. B. M. inscriptæ æqualis est[a] sectori L. M. B. circumscriptæ. Secundum inscriptæ L. B. O. par est tertio circumscriptæ P. B. L. Tertium inscriptæ æquiparatur quarto circumscriptæ R. B. K. Et ita de alijs quoad videatur vndecimus & vltimus inscriptæ, B. x. vltimo & duodecimo circumscriptæ æqualis. Inscripta enim figura sectores habet vno pauciores, quam circumscripta, quia voluta non attingit situm

tum lineæ B. A. ſed ſtatim à principio motus ab eo declinat. Supereſt ergo primus ſector A. B ω. in circumſcripta, cui nihil æquale eſt in inſcripta. Ita vt circumſcripta inſcriptam excedat illo ſectore primo. Atqui ſectorum circuli quiſque minor eſt magnitudine π. Et ille ſector A. B. ω. vnus illorum eſt: ſequitur igitur circumſcriptam excedere inſcriptam minori quantitate quam ſit data π. quod fuit efficiendum.

ΦΑΝΕ. Ι.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα οἷον εἴρηται γράφειν, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μεῖζον εἶναι τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράφειν, ὥστε τὸ χωρίον ὁμοίως μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

MANIF. X.

Inde manifeſtum eſt, quòd poſſibile eſt circa dictum ſpatium figuram, qualis dicta ſit, ſcribere, ita vt circumſcripta figura maior ſit ſpatio, & quidem quantitate minori quocumque propoſito ſpatio: & rurſus aliam inſcribere, ita vt ſpatium ſimiliter maius ſit inſcripta figura quantitate minori, quocumque propoſito ſpatio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc quidem manifeſtiſſimè patet. Etenim circumſcripta figura maior eſt a ſpatio: inſcripta verò ſpatio minor. Si itaque externa figura internam non excedit tanta quantitate quanta data eſt, multo minus eadem data magnitudine ſpatium ſuperauerit. Similiter ſi interna figura minor non fuerit, figura externa ſeu circumſcripta tanta quantitate quanta proponitur: multo minus à ſpatio eadem propoſita quantitate defecerit. Hoc propterea Manifeſtum eodem quo ſuperior propoſitio exequitur. *a per 6. hypotheſim l. 1 ſphær. & cylindr.*

ΠΡΟΤ. ΚΒ.

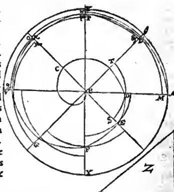
ΠΡΟΒΛ. Θ.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας ἅ ἐστι δευτέρα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXII.

PROBL. IX.

Circa ſumptum ſpatium quod comprehendatur ſub helica ex ſecunda reuolutione deſcripta, & recta linea quæ eſt ſecunda earum quæ principiũ faciunt reuolutionis; poſſibile eſt figuram planam conſcribere ex ſimilibus ſectoribus cõſtantem, & aliam in ipſo inſcribere, ita vt circumſcripta maior ſit inſcripta minori quantitate quam ſit quodcumque propoſitum ſpatium.



ΥΠΟΘ. Exponatur spiralis ex duplici reuolutione nata B. C. D, H. K. A. Secunda linea D. A. Detur quantitas Z.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. A. describatur secundus circulus A. X. V Y. qui primù quadrifariam diuidatur duobus diametris A. V. & X. Y. Tum anguli ad

aprr 9 l.1. B. recti bifariam secentur a, & eorum semisses adhuc bifariam trifariamve, quoad quisque sectorum in quos partiti fuerimus circulum, minor sit quantitate proposita Z. Lineæ porro diuidentes secent volutam secundam in punctis D. E. F. & reliquis. Tum centro B. & illis sectionum volutæ punctis arcus describantur, qui in laterales radios cadant, cuiusmodi sunt M. L. R. & alij.

ΣΥΜΠ. Dico in spatio contento spirali secundæ reuolutionis & secunda linea D. A. inscriptam esse figuram, & aliam circumscriptam ambas ex sectoribus similibus constantes: ita vt circumscripta minori superet quantitate inscriptam, quàm sit magnitudo data Q.

b pr 33.l.6. ΑΠΟΔΕΙ. Sector primus inscriptæ M. B. L. est b æqualis secundo circumscriptæ sectori L. B. N. Tum inscriptæ secundus tertiæ circumscriptę par est: & ita de alijs, quoad deuenerimus ad inscriptæ vltimum S. B. D. cui nullus in circumscripta reperitur æqualis. Hic enim inscripta figura tot sectores habet quot circumscripta. Circumscriptæ ergo prima A. B. I. hic inscriptæ vltimus comparandus venit: Atqui circulus ex in-

c pr 15.l 5. teruallo B. A. maior est circulo ex interuallo B. D. Tum vt circulus ad circulum sic c sector A. B. I. ad sectorem S. B. D. seu D. B. T. quia b anguli ad B. sunt pares. Ergo sector inscriptæ vltimus S. B. D. seu D. B. T. minor est primo illo circūscriptæ A. B. I. Proinde figura circumscripta seu externa superat inscriptam parte tantū T. D. A. quæ multo minor est quam Z. cum totus sector eodem plano Z. minor factus sit. Et ex consequēti externa internam quidem superat, sed minori quantitate quam sit planum Z. quod præstandum erat.

MANIF. XI.

Liquet itaque quòd possibile sit & circumscribere figurā circa sumptum spatiū, quæ maior sit quātitate minori, omni proposito spatio, & rursus sumptū spatium maius esse inscripta figura quantitate minori omni proposito spatio.

ΦΑΝΕ. ΙΑ.

Δῆλον ὅτι δυνατόν ἐστι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Expositio præcedentis Manifesti, hoc etiam manifestissimum reddit.

MANIF. XII.

Hoc ipso autem modo manifestum est, quòd possibile sit circa sumptum spatiū cōprehēsum sub spirali ex quantacūque reuolutione orta, & recta linea quę sit in principio reuolutionis

ΦΑΝΕΡΟΝ ΙΒ.

Διὰ δὲ τούτου τοῦ τρόπου φανερόν, διότι δυνατόν τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς

περιφορᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας, περιγράψαι σχῆμα οἷον εἴρηται ἐπίπεδον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρείου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρείου, καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ λαφθὲν χωρεῖον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρείου.

ab eodem numero (quam reuolutio,) denominata, conſcribere figuram planam qualis dicitur: ita vt circumſcripta hæc figura maior ſit aſſumpto ſpatio, quantitate minori quolibet propoſito ſpatio, & rurſus inſcribere,ita vt aſſumptum ſpatium maius ſit hac inſcripta figura quantitate minori omni propoſito ſpatio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In quacumque ſpirali ſit,& ex quacumque circumuolutione generetur, præcedentes rationes valent.

ΠΡΟΤ. ΚΓ. ΠΡΟΒΛ. Ι.

Λαβόντα τὸ χωρεῖον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος ἀγομένων· δυνατόν ἐστι περὶ τὸ χωρεῖον σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

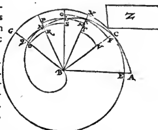
PROP. XXIII. PROBL. X.

Sumpto ſpatio comprehenſo ſub ſpirali,quæ ſit minor ea quæ ex vna reuolutione generatur, nec habeat terminum principium ſpiralis, & lineis rectis, quæ à principio ſpiralis ducantur: poſſibile eſt circa huiuſmodi ſpatium figuram planam circumſcribere ex ſimilibus ſectoribus conflatam, & aliam inſcribere, ita vt circumſcripta figura inſcripta ſit maior minori quidem quantitate quam ſit propoſitum ſpatium.

ΥΠΟΘ. Sit ſpiralis ex vna reuolutione generara B. D. C. A. in qua pars capiatur D. N. L. I. C. non habens rerminum B. centrum, ſed coniuncta cum eo lineis B. D. & B.C. Tum aſſumatur ſpatium comprehenſum hac ſpiralis parte,& dictis lineis B. D, B.C.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. C. circulus deſcribatur C. X. G. E. ad cuius periferiã protrudatur B.D. incidens in G.& diuidatur [a] angulus G.B.C. bifariã, factiq; anguli rurſ⁹ bifariã,& ita deinceps quoad ſectores fiãt [b] minores magnitudine propoſita a per 9. l. 1. b per 1 l 10.

Z. lineæ porro diuidentes secent spiram in punctis N. L. I. per quæ à centro B. arcus transeant in laterales lineas.



ΣΥΜΠΕ. Dico circa spatium assumptum cõscriptam, & in eodem inscriptam esse figuras ex similibus sectoribus constantes, quarum maior minorem superat minore magnitudine quam sit quantitas Z.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Sector inscriptæ primus I. B. a per 23 16. F. par est a secundo circumscriptæ sectori I. B. O. secundus inscriptæ M. B. L. tertio circumscriptæ L. B. P. æqualis est: tertius adhuc inscriptæ S. B. N. quarto circumscriptæ N. B. Q. æquiparatur. At quartus inscriptæ R. B. D. quia minor est primo circumscriptæ C. B. X. ab eo auferendus est: sitque is T. B. V. nempè descriptus interuallo B. V. æquali interuallo B. D. & supereſt spatium X. T. V. C. quo maior figura minorem superat: cumque totus sector C. B. X. sit minor spatio Z. multo minus est eodem reliquum X. T. V. C. Et ex consequenti circumscripta inscriptam superat multo minori quantitate quam sit spatium Z. quod fuit probandum.

Σ ΧΟΛΙΟΝ.

Artificium harum 3. propositionum planè idem est. Cæterum quædam verba Græci textus mutaui, qui vulgo legitur ἢ καὶ ἀλλήλων καὶ ἴσοι τῶν σφαιρῶν τοῦ ὅλως ἀγομένων: quæ quidem verba, quia sensum propositionis non reddunt, sic restitui, ἢ καὶ ἀλλήλων καὶ ἴσοι τῷ πέρατος τοῦ ὅλως ἀγομένων, hæc enim proponunt clarius. Idem rursus faciendum nobis est propositione 26. huius.

MANIF. XIII.

Hinc igitur manifestè patet, quòd possibile sit circa dictum spatium planum, quale dictum est, conscribere, ita vt circumscripta figura maior sit spatio quantitate minori quam sit propositum spatium.

ΦΑΝΕ. ΙΓ.

Ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον ἐπίπεδον οἷον εἴρηται περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ita patet ex precedentibus vt planius reddi non possit. Cæterum altera pars Manifesti deest: nimirum ἢ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXIIII.

THEOR. XIIII.

Comprehensum à spirali ex

ΠΡΟΤ. ΚΔ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΔ.

Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τῆ

τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας, τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ πρώτου.

prima reuolutione nata, & prima linea quæ principium est reuolutionis spatiũ tertia pars est primi circuli.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit spiralis ex prima reuolutione B.F.H. A. principium ipsius punctum B. prima linea B. A. primus circulus A. M, K. L.

ΣΥΜΠ. Dico spatium contentum spirali & prima linea esse tertiam partem primi circuli.

ΚΑΤΑΣ. Ponantur T. tertiam partem esse circuli primi. Etenim illud spatium contentum spirali & prima linea æquale est circulo T. aut inæquale: Si æquale est, habemus quod quærimus: Si inæquale, sit differentia S. Tum circa spatium circumscribamus figuram, aliamque in ipso inscribamus [a], sintque ambæ ita inter se vt maior minorem seu spatium superet minori quantitate quam sit S.

[a] per 21 huius & eiusdem coroll.

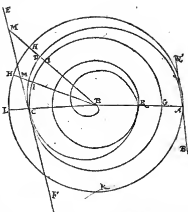
ΑΠΟΔ. Ostendemus primò spatium non esse minus circulo T. sic. Ex figuratum deformatione, linearum numerum habemus inæqualium B. C, B. D, B. E, B. F, B. G, B. H, B. I, B. A. omnes sese æqualiter excedentes, & est [b] excessus minimæ æqualis. Parem rursus æqualium numerum habemus, quarum singulę sunt [c] pares illarum inæqualium maximæ. Ex omnibus deinde sectores similes descripti sunt, quia sunt omnium æquales anguli ad centrum B. Quoniam vero circuli v. g. ex interuallis B. O. & B. I. se habent [d] inter se sicuti quadrata linearum seu semidimetientium B. O. & B. I. & vt circuli, sic sunt [e] sectores O. B. A. & I. B. V. sequitur esse [f] inter se sectores vt linearum seu radiorum quadrata Propterea omnes sectores ab inæqualibus facti, hoc est totus circulus A. L. k. M. minores sunt [g] quam tripli sectorum ab inęqualibus descriptorum, hoc est circumscriptę figurę. Et ex consequenti figura circumscripta maior est quàm tertia pars circuli primi A. L. k. M. seu quam circulus T. Atqui T. superat spatium quantitate S. Et circumscripta figura superat inscriptam minori quantitate quam sit S. Ergo & eadem circumscripta superat spatiũ multo minori quantitate quam sit S. Et proinde circumscripta figura minor est circulo T. & sic eidem est maior simul & minor, quod est absurdum. Eadem sequetur incommoditas, si spatium posuerimus maius circulo T, Nam cum inæqualitas sit quantitatis S. inscripta figura erit rursus maior quam circulus T. Atqui ex prædictis lineis tam æqualibus quàm inæqualibus sectores habemus, ab omnibus quidem æqualibus ęquales toti circulo A. M. k. L. ab inæqualibus vero inæquales, & nullum quidem à maxima earum. Nullus enim sector est in inscripta figura à linea B. A. quæ est inæqualium maxima, sed sector I. B. X. est à linea B. I. Qui autem ab inæqualibus fiunt, componunt inscriptam figuram. Proinde circulus est [g] maior quam triplus inscriptæ figuræ, & tertia circuli pars, hoc est T. maior est quam inscripta figura. Sed eundem circulum T. iam minorem probauimus inscripta figura. Ergo rursus in præcedens absurdum incidimus. Vnde randem superest spatium ipsi T. æquale esse, & tertiam esse partem circuli, quod erat demonstrandum.

[b] per coroll. 11. huius.
[c] per 15. defini. l. 1.
[d] per 2. l. 12.
[e] per coroll. 33 l. 6.
[f] per 11 l. 5.
[g] per manifest. 3 huius.

ΥΠΟΘ Ε. Esto spiralis ex secunda reuolutione orta R. C. A. quã tangat E. F. in puncto C. à quo ducta sit ad B. linea C.B.

ΣΥΜΠΕ. Dico angulum B.C.E. ad antecedentia vergentem, esse obtusum, alium verò B.C.F. acutum.

ΚΑΤΑ. Describatur centro B. & interuallo C.B. circulus C.I.G. & quia circuli arcus C.I. infra spiram est, & multo magis infra lineam tangentem, quæ est supra spiram, angulus E.C.B. est vel rectus, vel recto maior: si recto maior, habemus quod quærimus. Si duntaxat rectus, linea E.F. tangit circulum C. I G. Possibile ergo est à puncto B. in tangentem lineam ducere, putà B M. cuius pars extra circulum I.M. minorem rationem habeat ad I. B. quàm arcus I. C. ad arcum I. C. G.



ΑΠΟΔΕΙ. Repete verba præcedentis demonstrationis, quæ hic accommodari perbellè possunt.

MANIF. VII.

Eadem verò accident, & si tangens per terminum spiralis attingat. Similiter verò demonstrabitur, quòd si spiralem ex quacumque (reuolutione) natam recta tetigerit, etiam in fine ipsius, quòd inæquales angulos faciet ad eam, quæ à tactu ad principium spiræ coniungitur: & cum quidem qui fiet in antecedentibus, obtusum, alium verò in consequentibus acutum.

ΦΑΝΕΡΟΝ Ζ.

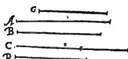
Τὰ δ' αὐτὰ συμβήσεται, καὶ εἴκα ἁ ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, καὶ εἴκα κατὰ τὸ πέρας αὐτᾶς, ὅτι ἀνίσους ποιήσει τὰς γωνίας ποτὶ τὰν ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς ἐπιζευχθεῖσαν ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος· καὶ τὰν μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖαν, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις, ὀξεῖαν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Manifestissimè patet hoc manifestum ex præcedentibus demonstrationibus, vt non sit opus in eo immorari diutius.

ΛΗΜΜΑ.

Si quatuor magnitudinum prima fuerit minor tertia, & secunda maior quarta: prima minorem rationem habebit ad secundam, quàm tertia ad quartam. Contra verò si prima fuerit maior tertia, & secunda minor quarta, prima maiorem habebit rationem ad secundam, quàm tertia ad quartam.



ΥΠΟΘΕ. Sit A. prima minor tertia C. Tum secunda B. maior quarta D.

ΣΥΜΠ. Dico A. esse ad B. in minori ratione, quàm sit C. ad D,

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Nam si A. esset ad B. vt C. ad D. sequeretur[a], vt quemadmodum A. minor est quã C, secundam B. esse quoque minorem quarta D. contra hypothesim. Tum si A. maiorem haberet rationem ad B. quàm C. ad D. & poneretur G. esse ad B. vt C. ad D. esset[b] G. minor quàm A. & multo minor quàm C. Et quia G. esset ad B. vt C. ad D. sequeretur[a], B. esse minorem quàm D. sicuti G. est minor quàm C. quod rursus est contra hypothesim.

[a] per 14. l. 5
[b] per 8. l. 5



Esto nunc A. maior quàm C. & B. minor quàm D.

ΣΥΜΠ. Dicam A. habere maiorem rationem ad B. quàm C. ad D.

ΑΠΟΔ. Nam si A. esset ad B. vt C. ad D. feret[a] vt sicuti A. est maior C. sic B. esset maior D. contra hypothesim. Vel si A. ponatur habere minorem rationem ad B. quàm C. ad D. Et esse C. ad aliam G. sicuti A. esset ad B. hoc est in minori ratione quàm sit idem C. ad D. sequeretur[b] G esse maiorem quàm D. & multo maiorem quàm B: tamen cùm sicut A. ad B. sic esset C. ad G, oporteret vt quemadmodum A. excedit C. sic B. excederet G. cuius iam contrarium collegimus. Admittendum ergo est lemma, ne in absurda incidamus.

ΠΡΟΤΑ. ΙΗ.

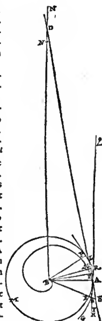
ΘΕΩΡ. ΙΑ.

Εἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου ὅ ἐστιν ἐν ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, ποτ᾽ ὀρθὰς ἀχθῇ τις τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς· ἁ ἀχθεῖσα συμπεσεῖται τᾷ ἐπιψαυούσᾳ, καὶ ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα ἐσσεῖται τᾷ τοῦ πρώτου κύκλου περιφερείᾳ.

PROPO. XVIII.

THEOR. XI.

Si spiralem ex prima circumvolutione ortam, recta linea tetigerit in termino spiræ: A puncto verò quod est in principio spiræ, quædam ducatur ad angulos rectos ei quæ est principium reuolutionis, ducta incidet in tangentem, & ipsius quæ pars media erit inter tangentem, & principium spiræ, æqualis erit periferiæ primi circuli.



ΥΠΟΘ. Exponatur spiralis è prima reuolutione nata quam tangat in termino linea F.A.D. angulum constituente B.A.D. acutum: vnde consequatur vt lineam à puncto B. principio spiræ perpendiculariter eductam ad lineam A.B. principium reuolutionis, incidere [b] in dictam tangentem, vt in puncto D. deformetur rursus primus circulus A.M.L.

a per 16 vel 6 manifestè huius. b per vltimam com. sent.

ΣΥΜΠΕ. Dico partem B.D. perpendicularis mediam inter tangentem & spiræ principium B. esse æqualem circumferentiæ primi circuli A.M.L.

ΚΑΤΑΣ. Neganti lineam D.B. illi circumferentiæ esse æqualem, necesse est fateri maiorem esse vel minorem. Primò ponatur linea B.D. minor, & ab ea partem resecemus [c] B.N. minorem quàm B.D. sed maiorem dicta circuli circumferētia. Tum quia angulus D.A.B. acutus est, linea tāgens secat [d] circuli primi circumferentiam, putà punctis A. & L. Estque A.L. minor diametro circuli, quia non agitur per centrum. Nihil propterea impedit, quin à puncto B. perpendicularis ducatur in A.L. quæ sit B.I. quæque triangulum constituat B.A.I. æquiangulum magni B.A.D. Nam anguli ad A.B.D. & B.I.A. sunt recti, & communis est angulus ad A. & ideò reliqui manent [e] æquales, lateraque proportionalia [f]. Ita vt cùm A.B. habeat [g] ad B.N. maiorem rationem quā ad B.D. Etiam A.B. sit [h] ad B.N. in maiori ratione quàm A.I ad I.B. A centro itaque B. ducatur [i] linea B.F. in tangentem F.D. seu in secantem circulum, ita vt F.E. sit ad iunctā E.A in eadem ratione quæ est datæ lineæ A.B. ad lineam B.N. hoc est maiori, quam sit ea quæ est dimidiæ A.L. datę in circulo, seu lineæ A.I. ad perpendicularem B I. à centro eductam. Porrigatur demum spira vsque in G. fiatque scilicet A.G. secundæ reuolutionis. Hanc partem spiræ secabit necessario linea B.F. vt in puncto H quia primi circuli circumferentia infra hanc partem deprimitur [k]. Tum spiralis infra tangentem est: alioqui tangens secaret spiralem nec tantum tangeret.

c per 4. huius. d vt in 16. ostendimus. e per 32. l 1. f per 4 l 6. g per 8 l 5. h per 11. l 5. i per 7. huius. k per 15. huius.

ΑΠΟΔ. F.E. facta est ad E.A. vt A.B. vel ei æqualis E.B ad B.N. Et vicissim [l] F.E. est ad E.B. vt E.A. ad B.N. Est [m] autem E.A. in minori ratione ad B.N. quam sit arcus A.E. ad circumferentiam circuli primi. Est enim quatuor magnitudinū prima E.A. minor quàm tertia arcus E.A. & secunda B N. maior est quarta nempè circumferētia circuli. Igitur F.E. est [h] ad E.B. in ratione minori quàm arcus E.A. ad totam circuli circumferentiam. Et componendo [n] tota F.B. est ad E.B. in minori ratione quam arcus A.E. cum tota circuli circumferentia ad eandem circuli circumferentiam, hoc est [k] quàm B.H. ad B.A. vel ad B.E. Itaque B F. minorem haberet rationem ad B.E. quàm H.B. ad eādem B.E. quod est [i] absurdum: maior etenim est F.B. quam H.B. Absurdum ergo quoque est lineam D.B. maiorem esse circuli circumferentia.

l per 16 l. 5. m per lēma præf. n per 18. l 5

Quod si secūdò dicatur B D. minor circumferentia circuli. ΚΑΤΑΣ. Sumatur [o] B.N. maior quidem quàm B.D. sed adhuc minor circumferentia circuli. Tū ducatur [o] A.Q. tangens circulum in A. Et quia ratio A.B. ad vltimam B.N. minor est ea, quam eadem A.B. habet ad B. D. etiam minor est ea quam habet A.I. ad I B. ex prędemōstratis: possumus à puncto B. lineam B.R. ducere [p] in tangentem A.Q. per datam A.L. in circulo: ita vt pars O.S inter datam & circuli circumferentiam sit ad A.R. vt est A.B. ad B.N. Hæc B.R. secet spiralem in V. Fiat [q] demum angulus A.B.P. æqualis angulo R.B.A. & à puncto P. tangens ducatur quæ vsquā incidat in lineam B.R cùm sit angulus P B.R. minor recto. Incidet autem in punctū R. Nā cùm anguli P.B.R. & R.B.A. sint æquales, & qui ad A. & P. recti, sequitur [r] triāgulos esse æquiāgulos, & A.B esse [s] ad B.R. vt P.B ad latus, quod est inter B. & incidentiam lineæ tangentis ductę à P. in B.R. sed sunt æquales B.A. B.P. Ergo quoque B.R. est [t] æqualis illi lateri. Et proinde tāgens ducta à P. incidit in R. suntque [r] P.R. & R.A æqualia latera triangulorum æquiangulorum.

o per 31 l. 1. p per 8 huius. q per 23. l 1 r per 7 l 5.

ΑΠΟΔ. Quoniam S.O. est ad R. A. vt A.B. ad B.N. permutādo S.O. est ad A.B. vt R.A. ad B.N. Verùm A.R. est [m] ad B.N. in maiori ratione quam arcus O.A. ad circuli circūferentiam. Magnitudinū enim 4. prima A.R. est maior tertia, nempè arcu O.A. nam li-

nearum P.R.A.& P.O.A.in eãdem partem cauarũ maior est [a] P.R.A.includẽs quam inclusus arcus P.O.A.Ergo & medietas A.R. rotius P.R.A. maior est [b] medietate O.A. arcus P.O.A.Tum secũda B.N,est minor quarta,scilicet circũferentia circuli. Proinde S.O.pars est [c] quoque ad A.B.hoc est ad totã B.O,in maiori ratione quam arcus O.A, ad totã circũferentiã circuli:Et ex cõsequenti tota B.O,est [d] ad reliquam partem B.S, in maiori ratione quam tota circuli circũferentia ad reliquũ arcũ A.M.P.O, hoc est [e] quã A.B,seu B.O,ad B.V.Sicque eadem B.O,haberet ad B.S,maiorem sui partem,maiorem rationem quam ad minorem B.V.contra [f] Geometriæ decreta.Absurdum ergo est rursus B.D.esse minorem circumferentia circuli:qua quidem si neque maior, neque minor sit,superest ei sit æqualis,quod fuit probandum.

a per 3. hypoth. l. 1. de sphær. & cyl.
b per 15. l. 5.
c per 11. l. 5.
d per 1 lẽmma ad 32 l. de conoidib. & sphær.
e per 14. huius.
f per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. ΙΘ.

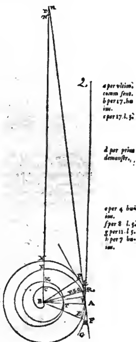
ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΒ.

Εἰ δὲ κατὰ τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύοι εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῆ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπεσεῖται αὐτᾷ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ εὐθεῖα ἁ μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, διπλασία τᾶς τοῦ δευτέρου κύκλου περιφερείας.

PROP. XIX.

THEOR. XII.

Ar si spiralem ex secunda reuolutione ortam in termino tetigerit recta linea, & à principio spiræ ducatur aliqua ad angulos rectos, lineæquę sit initium reuolutionis: ipsa coincidet in tangentem, & erit recta media inter tangentem & principium spiræ dupla circumferentiæ secundi circuli.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Esto ex duplici reuolutione orta voluta T. Y. A. quæ tangatur in termino A. linea F. A. D. primus circulus sit T. M. K. Secundus A. X. P. Erigatur demum à principio reuolutionum B. perpendiculariter B. D. incidens [a] in tangentem A. D. quia angulus B. A. D. est [b] acutus.

ΣΥΜΠ. Aio lineam B. D. inter tangentem & principium spiræ esse duplam circumferentię secundi circuli.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam A. D. tangens secat secundum circulum, (alioqui angulus B. A. D. esset [c] rectus) habemus in circulo datam A. L. diametro minorem: in quam ducamus perpendicularem B. I. qua fiat [d] rectangulus triangulus B. A. I. æquiangulus, & laterum homologorum cum triangulo B. A. D. ita vt A. I. sit ad I. B. vt A. B. ad B. D. Negato verò quod B. D. sit dupla periferia secundi circuli, oportet necessario ipsam maiorem esse vel minorem quàm duplam. Ponamus [e] primò maiorem esse, & fiat B.N. minor quidem P.D. maior vero duplo circumferentiæ circuli secundi. Et quia A. B. habet maiorem rationem ad B. N. quam ad B. D. [f] hoc est [g] quam A. I. dimidia datæ in circulo, ad B. I. perpendiculare, possibile est [h] à centro B. in F. A. D. duci lineam B. F. cuius pars F. E. sit ad iunctam E. A. in ratione data, nempe, vt B. A. ad B. N. Quoniam vero tangens F. A. D. egreditur circulum ab A. versus F. tangitque dumtaxat spiralem, effertur supra circulum & spiralem, ita vt B. F. vtrumque secet, circulum in E. spiralem in H. Spiralis enim circulum supereminet quia vt est arcus A. E. cum tota circumferentia circuli secundi ad totam circumferentiam, ita est [b] B. H. ad B. A. seu ad B. E.

a per vltim. comm sent.
b per 17. huius.
c per 17. l. 3.
d per prim demonstr.
e per 4 huius.
f per 8 l. 5.
g per 11. l. 5.
h per 7 huius.

ΑΠΟΔ. Existente F. E. ad E. A. vt A. B. vel E B. ad B. N.

a per 16 l. 5 vicissim [a] F. E. est ad E. B. vt E. A. ad B. N Est [b] autem E. A. ad B. N. in minori ratione b per lemma ad 18 huius quā arcus A. E. ad duplum circūferentiæ circuli secundi A. O. R. Ergo F. E. est ad E. B. in minori ratione, quam arcus A. E. ad duplam circuli secundi periferiam: & compo- c per 18 l. 5. nendo [c] F. B. est ad B. E. in minori ratione quàm arcus A. E. cum duplici periferia se- d per 15 huius. cundi circuli ad eandem duplicem periferiam, hoc est [d] quam B. H. ad B. A. seu ad B. E. quod est [e] absurdum: Maior enim ad eandem maiorem habet rationem quam minor. e per 8. l. 5 Absurdum ergo quoque est B. D. maiorem esse duplo circumferentiæ secundi circuli. Rursus absurdum esse dicere B. D. minorem eodem circumferentiæ duplo, probabimus pari artificio quo in præcedenti propositione vsi sumus, quod hic ita conuenit, vt non videatur transcribenda.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

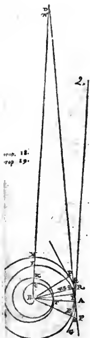
Hinc patet quod monuimus σχολίῳ manifesti 5. huius: Nam si repetitio fieret integratum circumferentiarum circuli primi non secundi, cùm hic arcus A. E. respondeat spirali A. H. ex tertia reuolutione ortæ, minimè sequeretur conclusio.

MANIF. VIII.

Hoc ipso modo demonstrandum est, quod si spiralem ex quacumque circumuolutione natam tangat quędam recta in termino spiræ: tum ab initio spiralis ducatur linea recta ad principium reuolutionis, cadet in tangentem, totuplexque erit circumferentiæ circuli, quotus est numerus reuolutionis denominatus ab eodem numero.

ΦΑΝΕ. Η.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δεικτέον, καὶ εἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ποτ' ὀρθὰς ἀχθεῖσα τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπίπτῃ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τᾶς περιφορᾶς λεγομένου τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

prop. 18. prop. 19. In contactu spiralis à prima reuolutione orta, perpendicularis ostensa est [f], æqualis circumferentiæ primi circuli. Tum in contactu Helicis secundæ reuolutionis perpendicularem demonstrauimus [g] duplam circumferentiæ secundi circuli. Inuenit præterea hoc manifestum, in contactu spiralis tertiæ reuolutionis, perpendicularem ductam à principio reuolutionis super linea quæ est ortus circumuolutionis, comprehensam inter tangentem & spiræ principium, esse triplam tertij circuli: & ita deinceps. Quod non alio ostenditur artificio, quàm quo superius vsi sumus. Porro hinc deduceremus absolutam solutionem quadraturæ circuli, quæ tandiu omnium Geometrarum animos torsit, si linea spiralis nihil mechanicum redoleret, simplicique circini circumductione deformaretur. Hinc etenim suppeditaretur nobis linea circumferentiæ circuli æqualis: circuli inquam cuiuscumque. Faceremus enim principium reuolutionis radium expositi circuli. Habita vero recta pari periferiæ datæ circuli, reliquæ quadrationi prima libri dimensionis circuli propositio sufficeret. Verum istæc pampini modo circumductio seu proportio motiua lineæ circumuolutæ, & puncti in eadem decurrētis, vix in artem cadere potest. Nihilominus qui volet defendere Helixographi circini operationem, quæ vnica reuolutione opponet communem ὑπόθεσιν materia etiā constare, manu duci, oculis videri, sensu tangi: nec propterea mechanicas ipsius censeri operationes, admitti eas à Geometris: licere propterea mathematicam fidem etiam illi ἑλιξογράφῳ præstare. At compositio vni detrahit quod alteri simplicitas concedit. Tum circulum mens breuiter concipit, quæ in apprehendenda helica turbatur. Motus simplex familiaris est, atque hoc circulus constat: mixtus vero seu compositus quo voluta oritur, remotior est à communi conceptu, difficiliusque phantasiæ inhæret, eoque facilius in errorem est præ-

ceps. At indignum est mathematica certitudine quodcumque primo intuitu non patet, vel perspicua ratiocinatione non elicitur, vel perplexum est, vel mixtum, vel compositione sua erroneum. Et nihilominus si quid admittendum fuerit extranei artificii, nec omnino simplicis in quadrando circulo, nihil artificiosius, nihil subtilius, nihil exquisitius & veritati magis consentaneum admitti in hoc negotio potest, quam sit hæc spiralium linearum circulorum circumferentiis æqualium inuentio: vt sic quodcumque habeamus de circuli dimensione magis absolutum, Archimedi debeatur.

ΠΡΟΤ. Κ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΓ.

Εἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστήματι δὲ τᾷ ἐπιζευχθείσᾳ, κύκλος γραφῇ· ἀπὸ δὲ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθάς· τᾷ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθείσᾳ συμπεσεῖται αὐτᾷ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς τε συμπτώσιας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, ἴσα τᾷ περιφερείᾳ τοῦ γραφέντος κύκλου τᾷ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς, καὶ τᾶς τομᾶς, καθ' ὃ τέμνει ὁ γραφεὶς κύκλος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς, ἐπὶ τὰ προαγούμενα λαμβανομένας τᾶς περιφερείας ἀπὸ τοῦ σαμείου τοῦ ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς.

PROP. XX.

THEOR. XIII.

Si spiralem in prima reuolutione factam recta linea tetigerit non in termino spiræ, à contactu verò ad principium volutæ recta iungatur, tum centro quidem principio spiralis, interuallo vero illa iuncta, circulus describatur: à principio prætereа spiralis agatur aliqua ad rectos angulos: quæ à contactu ad principium helicis iungitur, cadet in tangentem, & erit recta inter concursum & principium helicis, æqualis arcui descripti circuli, qui intercedit inter contactum & sectionem qua secat descriptus circulus principium reuolutionis, capto in antecedentibus arcu à puncto qui est in principio circumuolutionis.

ΥΠΟΘ. Esto voluta B. C. A. G. quam tangat F. D. A. non in termino G. sed vspiam in A. à quo iungatur linea A. B. ad principium helicis, tum à puncto B. in iunctam A. B. erigatur perpendicularis B. D. demum centro B. & interuallo B. A. circulus describatur A. O. M. L. secans principium reuolutionis B. G. in O.

ΣΥΜΠΕ. Aio perpendicularem B. D. incidere in tangentem F. A. D. partemque B. D. mediam inter concursum D. & principium helicis B. esse æqualem arcui O. M. L. A. acceptoa in antecedentia à puncto O. a Secundum 6. definit. huius

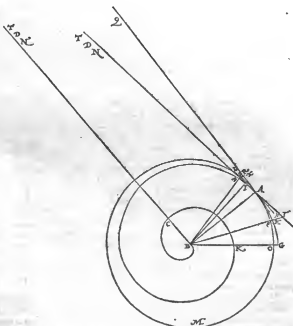
ΚΑΤΑΣ. Quoniam angulus B. A. D. est acutus, incidit b B. D. in eam, & eadem B. D. secat c circulum linea A. D. daturque in circulo linea A. L. diametro minor: quia non b per vltim. commun. sent. c per 16. l. 3.

χᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα ἐστὶν ὅλᾳ τᾷ τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείᾳ, καὶ ἔτι τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὡσαύτως τᾶς περιφερείας λαμβανομένας. Καὶ εἴκα τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν γεγραμμένας περιφορᾶς ἕλικος ἐπιψαύη τις εὐθεῖα, μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι· ὅτι ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τῶν εἰρημένων σαμείων πολλαπλασία τίς ἐστι τᾶς τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείας, κατὰ τὸν ἐλάσσονα ἀριθμὸν, τοῦ καθ' ὃν αἱ περιφοραὶ λέγονται, καὶ ἔτι ἴσα τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὁμοίως λαμβανομένας.

cipio spiralis, æqualis est toti descripti circuli circumferentiæ, & adhuc arcui medio inter dicta puncta similiter accepto. Et rursus si aliqua linea spiralem quacumque ex reuolutione ortam tetigerit, non quidem in termino, & cætera struantur, quod recta quæ est inter dicta puncta, multiplex quædam est periferiæ circuli, qui describitur secundum numerum (vno) minorem eo quo reuolutiones appellantur, & adhuc æqualis arcui qui est inter dicta puncta similiter sumpto.

ΥΠΟΘ. Esto voluta duplicis reuolutionis B.C.k, Z.I.A.H. G. quæ tãgatur in A à linea F. A. D. cæteráq; ponantur vt superiùs.

ΣΥΜΠ. Dicitur perpendicularem D B. æqualẽ esse circũferẽtię circuli O.M. L. A. O.& prætera arcui O. M.L. A.



ΑΠΟΔ. omnino eadem est ci qua præcedentem propositionem demonstrauimus, si tamen loco 14. huius, decimaquinta nitaris. Quod si voluta fuerit ex triplici reuolutione constituta, fuerit itidem perpendicularis B.D.ę

qualis duplo circumferentiæ circuli, & prætereaarcui inter puncta O. & A. in antecedentia comprehenſo. Et ita de reliquis, diminuto ſemper circumferentiarum numero in longitudine perpendicularis, à reuolutionum multiplicitate ex qua ſpiralis oritur. En itaque ſatis eſt diagramma obtuliſſe.

PROP. XXI.

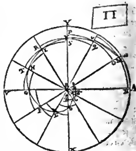
PROBL. VIII.

Circa ſumptum ſpatium comprehenſum ſub helica in prima reuolutione orta, & prima linea quæ principium facit reuolutionis: poſſibile eſt figuram planam deſcribere & aliam eidem inſcribere ex ſimilibus ſectionibus compoſitam, ita vt circumſcripta maior ſit quam inſcripta, quocumque propoſito ſpatio.

ΠΡΟΤ. ΚΑ.

ΠΡΟΒΛ. Η.

Λαμβάνοντι τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.



ΥΠΟΘ. Sit ex prima reuolutione helix B. G. K. A. principium reuolutionis A. B. quantitas data Γ.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. A. deſcribatur primus [a] circulus A. Y. V. X. qui diuidatur in quatuor partes æquales diametris A. V. & Y. X. ſeſe rectò decuſſatim ſecantibus in B. quorum quiſque bifariam diuidatur [b], tum rurſus bifariam vel trifariam, & ita conſequenter multiplicetur ſectio, quoad ſectorum qui fient in circulo quiſque ſit minor data quantitate Π. Hinc forſan dirimetur [d] in 12. partes æquales lineis quæ ſimul partientur ſpiralem in M. L. K. I, H. G. F. E. D. C. X. Iam centro B. agamus circulorum arcus per huiuſmodi puncta, quibus ſpiralis ſecta eſt, qui arcus incidant in lineas ſibi proxime collaterales, & fiant L. M. N, P. L. O, R. K. Q, T. I. S. & cæteri. Horum vero arcuum pars in antecedentia producta, ſub ſpirali erit [e], pars in conſequentia ſpirali ſupereminebit.

[a] per 7. deſi. huius. *[b] per 9. l. 2.* *[c] per optices Vitell. inuen.* *[d] per 33. l. 6.* *[e] per 12. huius.*

ΣΥΜΠ. Aio in ſpatio ſpirali & linea A. B. contento inſcriptam eſſe figuram, & circa idem aliam eſſe conſcriptam ita vt conſcripta inſcriptam minori ſuperet quantitate quam ſit magnitudo data Γ.

ΑΠΟΔ. Sector N. B. M. inſcriptæ æqualis eſt [a] ſectori L. M. B. circumſcriptæ. Secundum inſcriptæ L. B. O. par eſt tertio circumſcriptæ P. B. L. Tertium inſcriptæ æquiparatur quarto circumſcriptæ R. B. K. Et ita de alijs quoad videatur vndecimus & vltimus inſcriptæ, . B. 2. vltimo & duodecimo circumſcriptæ æqualis. Inſcripta enim figura ſectores habet vno pauciores, quam circumſcripta, quia voluta non attingit ſitum

tum lineæ B. A. sed statim à principio motus ab eo declinat. Superest ergo primus sector A. B. ω. in circumscripta, cui nihil æquale est in inscripta. Ita vt circumscripta inscriptam excedat illo sectore primo. Atqui sectorum circuli quisque minor est magnitudine π. Et ille sector A. B. ω. vnus illorum est: sequitur igitur circumscriptam excedere inscriptam minori quantitate quam sit data ρ. quod fuit efficiendum.

ΦΑΝΕ. Ι.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα οἷον εἴρηται γράφειν, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μεῖζον εἶναι τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράφειν, ὥστε τὸ χωρίον ὁμοίως μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

MANIF. X.

Inde manifestum est, quòd possibile est circa dictum spatium figuram, qualis dicta sit, scribere, ita vt circumscripta figura maior sit spatio, & quidem quantitate minori quocumque proposito spatio: & rursus aliam inscribere, ita vt spatium similiter maius sit inscripta figura quantitate minori, quocumque proposito spatio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc quidem manifestissimè patet. Etenim circumscripta figura maior est *a* spatio: inscripta verò spatio minor. Si itaque externa figura internam non excedit tanta quantitate quanta data est, multo minus eadem data magnitudine spatium superauerit. Similiter si interna figura minor non fuerit, figura externa seu circumscripta tanta quantitate quanta proponitur: multo minus à spatio eadem proposita quantitate defecerit. Hoc propterea Manifestum eodem quo superior propositio exequitur.

a per 6 hypothesim 1. 2 sphær. & cylindr.

ΠΡΟΤ. ΚΒ.

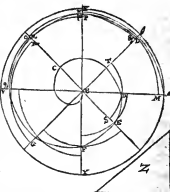
ΠΡΟΒΛ. Θ.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας ἅ ἐστι δευτέρα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐκ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXII.

PROBL. IX.

Circa sumptum spatium quod comprehendatur sub helica ex secunda reuolutione descripta, & recta linea quæ est secunda earum quæ principiū faciunt reuolutionis; possibile est figuram planam conscribere ex similibus sectoribus cōstantem, & aliam in ipso inscribere, ita vt circumscripta maior sit inscripta minori quantitate quam sit quodcumque propositum spatium.



ΥΠΟΘ. Exponatur spitalis ex duplici reuolutione nata B. C. D, H. K. A. Secunda linea D. A. Detur quantitas Z.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. A. describatur secundus circulus A. X. V Y. qui primò quadrifariam diuidatur duobus diametris A. V. & X. Y. Tum anguli ad
a per 9 l. 1. B. recti bifariam secentur a, & eorum semisses adhuc bifariam trifaciamve, quoad quisque sectorum in quos partiti fuerimus circulum, minor sit quantitate proposita Z. Lineæ porro diuidentes secent volutam secundam in punctis D. E. F. & reliquis. Tum centro B. & illis sectionum volutæ punctis arcus describantur, qui in laterales radios cadant, cuiusmodi sunt M. L. R. & alij.

ΣΥΜΠ. Dico in spatio contento spirali secundæ reuolutionis & secunda linea D. A. inscriptam esse figuram, & aliam circumdescriptam ambas ex sectoribus similibus constantes: ita vt circumscripta minori superet quantitate inscriptam, quàm sit magnitudo data Q.
b per 11. l. 6. ΑΠΟΔΕΙ. Sector primus insctiptæ M. B. L. est b æqualis secundo circumscriptæ sectori L. B. N. Tum inscriptæ secundus tertiæ circumscripte par est: & ita de alijs, quoad deuenerimus ad inscriptæ vltimum S. B. D. cui nullus in circumscripta reperitur æqualis Hic enim inscripta figura tot sectores habet quot circumscripta. Circumscriptæ ergo prima A. B. ɩ. hic inscriptæ vltimus compatandus venit: Atqui circulus ex in-
c per 15. l. 5. teruallo B. A. maior est circulo ex interuallo B. D. Tum vt circulus ad circulum sic c sector A. B. ɩ. ad sectorem S. B. D. seu D. B. T. quia b anguli ad B. sunt pares. Ergo sector inscriptæ vltimus S. B. D. seu D. B. T. minor est primo illo circũscriptæ A. B. ɩ. Proinde figura circumscripta seu externa superat inscriptam parte tantũ T. D. A. quæ multo minor est quam Z. cum totus sector eodem plano Z. minor factus sit. Et ex consequẽti externa internam quidem superat, sed minori quantitate quam sit planum Z. quod præstandum erat.

MANIF. XI.

Liquet itaque quòd possibile sit & circumscribere figurã circa sumptum spatiũ, quæ maior sit quãtitate minori, omni proposito spatio, & rursus sumptũ spatium maius esse inscripta figura quantitate minori omni proposito spatio.

ΦΑΝΕ. ΙΑ.

Δῆλον ὅτι δυνατόν ἐστι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Expositio præcedentis Manifesti, hoc etiam manifestissimum reddit.

MANIF. XII.

Hoc ipso autem modo manifestum est, quòd possibile sit circa sumptum spatiũ cõprehẽsum sub spirali ex quantacũque reuolutione orta, & recta linea quę sit in principio reuolutionis

ΦΑΝΕΡΟΝ ΙΒ.

Διὰ δὲ τούτου τρόπου φανερόν, διότι δυνατὸν τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς

περιφορᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας, περιγράψαι σχῆμα οἷον εἴρηται ἐπίπεδον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ab eodem numero (quam reuolutio,) denominata, conſcribere figuram planam qualis dicitur: ita vt circumſcripta hæc figura maior ſit aſſumpto ſpatio, quantitate minori quolibet propoſito ſpatio, & rurſus inſcribere, ita vt aſſumptum ſpatium maius ſit hac inſcripta figura quantitate minori omni propoſito ſpatio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In quacumque ſpirali ſit, & ex quacumque circumuolutione generetur, præcedentes rationes valent.

ΠΡΟΤ. ΚΓ.

ΠΡΟΒΛ. Ι.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος ἀγομένων· δυνατόν ἐστι περὶ τὸ χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXIII.

PROBL. X.

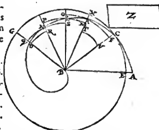
Sumpto ſpatio comprehenſo ſub ſpirali, quæ ſit minor ea quæ ex vna reuolutione generatur, nec habeat terminum principium ſpiralis, & lineis rectis, quæ à principio ſpiralis ducantur: poſſibile eſt circa huiuſmodi ſpatium figuram planam circumſcribere ex ſimilibus ſectoribus conflatam, & aliam inſcribere, ita vt circumſcripta figura inſcripta ſit maior minori quidem quantitate quam ſit propoſitum ſpatium.

ΥΠΟΘ. Sit ſpiralis ex vna reuolutione generata B. D. C. A. in qua pars capiatur D. N. L. I. C. non habens terminum B. centrum, ſed coniuncta cum eo lineis B. D. & B.C. Tum aſſumatur ſpatium comprehenſum hac ſpiralis parte, & dictis lineis B. D, B. C.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. C. circulus deſcribatur C. X. G. E. ad cuius periferiã protrudatur B. D. incidens in G. & diuidatur a angulus G. B. C. bifariã, factiq; anguli rurſ9 bifariã, & ita deinceps quoad ſectores fiãt b minores magnitudine propoſita a per 9. l. 1 b per 1 l. 10.

Z. lineæ porro diuidentes fecent fpiram in punctis N. L. I. per quæ à centro B. arcus tranfeant in laterales lineas.

ΣΥΜΠΕ. Dico circa fpatium affumptum cõfcriptam, & in eodem infcriptam effe figuras ex fimilibus fectoribus conftantes, quarum maior minorem fuperat minore magnitudine quam fit quantitas Z.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Sector infcriptæ primus I. B. F. par eft, fecundo circumfcriptæ fectori I. B. O. fecundus infcriptæ M. B. L. tertio circumfcriptæ L. B. P. æqualis eft: tertius adhuc infcriptæ S. B. N. quarto circumfcriptæ N. B. Q. æquiparatur. At quartus infcriptæ R. B. D. quia minor eft primo circumfcriptæ C. B. X. ab eo auferendus eft: fitque is T. B. V. nempè defcriptus interuallo B. V. æquali interuallo B. D. & fupereft fpatium X. T. V. C. quo maior figura minorem fuperat: cumque totus fector C. B. X. fit minor fpatio Z. multo minus eft eodem reliquum X. T. V. C. Et ex confequenti circumfcripta infcriptam fuperat multo minori quantitate quam fit fpatium Z. quod fuit probandum.

a per 13.16.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Artificium harum 3. propofitionum planè idem eft. Cæterum quædam verba Græci textus mutaui, qui vulgo legitur ἢ καὶ δύνανται καὶ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος ἀγομένων: quæ quidem verba, quia fenfum propofitionis non reddunt, fic reftitui, ἢ καὶ δύνᾳαν τὰς ἀπὸ τοῦ πέρατος τῆς ἕλικος ἀγομένας, hæc enim proponunt clarius. Idem rurfus faciendum nobis eft propofitione 26. huius.

MANIF. XIII.	ΦΑΝΕ. ΙΓ.
Hinc igitur manifeftè patet, quòd poffibile fit circa dictum fpatium planum, quale dictum eft, confcribere, ita vt circumfcripta figura maior fit fpatio quantitate minori quam fit propofitum fpatium.	Ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον ἐπίπεδον οἷον εἴρηται περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ita patet ex præcedentibus vt planius reddi non poffit. Cæterum altera pars Manifefti deeft: nimirum ἢ καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXIIII.	ΠΡΟΤ. ΚΔ.
THEOR. XIIII.	ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΔ.
Comprehenfum à fpirali ex	Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τῆ

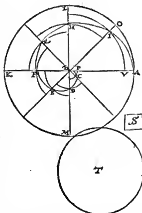
τᾶς ἕλικ☉ τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ πε-ριφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας, τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς τρίτον μέρ☉ ἐστὶ τοῦ κύ-κλου τοῦ πρώτου.

prima reuolutione nata, & prima linea quæ principium est reuolutionis spatiū tertia pars est primi circuli.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit spiralis ex prima reuolutione B.F.H. A. principium ipsius punctum B. prima linea B. A. primus circulus A. M, K. L.

ΖΗΤΗΣ. Dico spatium contentum spirali & prima linea esse tertiam partem primi circuli.

ΚΑΤΑΣ. Ponantur T. tertiam partem esse circuli primi. Etenim illud spatium contentum spirali & prima linea æquale est circulo T. aut inæquale: Si æquale est, habemus quod quærimus: Si inæquale, sit differentia S. Tum circa spatium circumscribamus figuram, aliamque in ipso inscribamus ^{a}, sintque ambæ ita inter se vt maior minorem seu spatium superet minori quantitate quam sit S.



a per 11 huius & eiusdem coroll.

ΑΠΟΔ. Ostendemus primò spatium non esse minus circulo T. sic. Ex figurarum deformatione, linearum numerum habemus inæqualium B.C, B. D, B.E, B.F, B. G, B.H, B.I, B. A. omnes sese æqualiter excedentes, & est ^{b} excessus minimæ æqualis. Parem rursus æqualium numerum habemus, quarum singulę sunt ^{c} pares illarum inæqualium maximæ. Ex omnibus deinde sectores similes descripti sunt, quia sunt omnium æquales anguli ad centrum B. Quoniam vero circuli v. g. ex interuallis B. O. & B. I. se habent ^{d} inter se sicuti quadrata linearum seu semidimetientium B. O. & B. I. & vt circuli, sic sunt ^{e} sectores O. B. A. & I. B. V. sequitur esse ^{f} inter se sectores vt linearum seu radiorum quadrata Propterea omnes sectores ab inæqualibus facti, hoc est totus circulus A. L. k. M. minores sunt ^{g} quam tripli sectorum ab inęqualibus descriptorum, hoc est circumscriptę figurę. Et ex consequenti figura circumscripta maior est quàm tertia pars circuli primi A. L. k. M. seu quam circulus T. Atqui T. superat spatium quantitate S. Et circumscripta figura superat inscriptam minori quantitate quam sit S. Ergo & eadem circumscripta superat spatiū multo minori quantitate quam sit S. Et proinde circumscripta figura minor est circulo T. & sic eidem est maior simul & minor, quod est absurdum. Eadem sequetur incommoditas, si spatium posuerimus maius circulo T. Nam cum inæqualitas sit quantitatis S. inscripta figura erit rursus maior quam circulus T. Atqui ex prædictis lineis tam æqualibus quàm inæqualibus sectores habemus, ab omnibus quidem æqualibus ęquales toti circulo A. M. k. L. ab inæqualibus vero inæquales, & nullum quidem à maxima earum. Nullus enim sector est in inscripta figura à linea B. A. quæ est inæqualium maxima, sed sector I. B. X. est à linea B. I. Qui autem ab inæqualibus fiunt, componunt inscriptam figuram. Proinde circulus est ^{g} maior quam triplus inscriptæ figuræ, & tertia circuli pars, hoc est T. maior est quam inscripta figura. Sed eundem circulum T. iam minorem probauimus inscripta figura. Ergo rursus in præcedens absurdum incidimus. Vnde tandem superest spatium ipsi T. æquale esse, & tertiam esse partem circuli, quod erat demonstrandum.

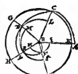
b per coroll. 11. huius.
c per 15. defini. l. 1.
d per 2. l. 12.
e per coroll. 33 l. 6.
f per 11. l. 5.
g per manifest 3 huius.

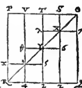
ΕΠΙΦΟΡΑ Α.

Hinc optimè sequitur, reliquum circuli quod superest, post spatium illud ablatum, esse duas tertias circuli, scilicet spatij duplum.

ΕΠΙΦΟΡΑ Β.

Hinc etiam deducimus: quod si à principio spiralis in ipsam recta linea ducatur, spatium contentum spirali & hac recta linea tertiam partem esse eius partis circuli, qui centro principio spiralis & interuallo linea in spiralem incidente describitur, contentæ circumferentia huiusce circuli, & duabus lineis, nēpe incidente, tum parte eius quę principium est reuolutionis, à circulo resecta.





ΥΠΟΘ. Sit enim spiralis ex vna reuolutione B. D. C. A. in quam à principio B. cadat B. C. cuius interuallo circulus sit descriptus K. G. I.

ΣΥΜΠ. Spatium contentum spirali B. E. D. C. & linea B. C. tertia pars est partis circuli, quæ continetur arcu C. G. H. I. K. & duabus lineis C. B, B. K.

a per 30. l. 5 ΚΑΤΑΣ. Arcus C. H. K. secetur a bifariam, & semisses ambæ rursus diuidantur bifariam, iunganturque ad sectionum puncta lineæ B. G, B. H, B. I. quæ spiralem diuidant in punctis F. E. D.
b per 33 l. 6. angulosque faciant ad centrum æquales b. Tum centro B. & interuallis lineis B. F, B. E, & B. D. describantur arcus ε. F. N, 4. E. M, γ. D. L. Sumatur iam quadratum P. Q. vt libet, quod
c per 10. & 1. l. 6. diuidatur c vt arcus C. H. K. seu vt spatium contentum arcu C. H. K. & lineis B. C, B. K. Sintque diuidentes lineæ V. 4. T. 2, S. Z. & ducatur diameter O. R. prædictas lineas secans punctis 3, Y. X. à quibus perpendiculares ducantur λ. X. 7, I. Y. 6, ε. 3. 5. Imaginemur demum quadratum P. Q. reuolui circa axem R. Q. cylindrumque constitui compositum ex cylindris deformatis à quadrangulis P. 4, V. 2, T. Z, S. Q. nempè contiguis.

d per 14. huius. ΑΠΟΔΕΙ. Vt est arcus C. H. k. ad arcum G. H. k. sic d est B. C. seu B. G. ad B. D. & ex
e per 19. l. 5 consequenti e vt arcus C. H. k. ad arcum C. G. sic B. G. ad G. D. Et adhuc est f P.
f per fabr. O. ad S. O. vel S. Z. ad S. X. (vt enim P. O. ad P. R. seu ad S. Z. sic g O. S. ad S. X. &
g per 4. l. 6. vicissim h vt P. O. ad S. O. sic S. Z. ad S. X.) & rationis conuersione i vt G. B. ad B. D.
h per 16 l. 5. sic est S. Z. ad X. Z vel l vt quadratum G. B. ad quadratum B. D. sic est quadratum
i per coroll 19. l. 5. S. Z. ad quadratum X. Z. Vt vero quadratum B. G. ad quadratum B. D. sic est m sector
l per 22. l. 6 G. B. C. ad sectorem B. D. L. Et vt quadratum S. Z. ad quadratum Z. X. vel vt n cir-
m vt iam probauimus culus semidiametro S. Z. descriptus ad circulum semidiametro Z. X. descriptum, sic
n per 2. l. 12 est o cylindrus deformatus parallelogrammo S. Q. ad cylindrum deformatum paralle-
o per 11. l. 12
p per 11 l 5. logrammo X. Q. cum enim in eadem sint altitudine Z. Q. se habent o inter se sicuti bases. Itaque sicuti sector G. B. C. est ad sectorem D. B. L. sic est p cylindrus deformatus parallelogrammo S. Q. ad cylindrum deformatum parallelogrammo X. Q. Eodem omnino pacto ostendam sectorem G. B. H. esse ad sectorem M. B. E. vt est cylindrus à parallelogrammo T. Z. deformatus, ad eum qui ex Z. Y. describeretur. Similiter sectorem H. B. I esse ad sectorem N. B F. vt cylindrus ex parallelogrammo V. 2. ad cylindrum ex parallelogrammo 3. 2. Et denique sector K. B. I. manet absque parallelo vt
q per 12. l 5. & cylindrus à parallelogrammo R. V. descriptus. Omnis itaque cylindrus à toto parallelogrammo P. Q. deformatus super axe R. Q. est q ad figuram ex tribus cylindris à parallelogrammis X. Q, Y. Z, 3. 2. deformatis constitutam, & inscriptam cono qui describitur à reuoluto triangulo O. R. Q. circa axem R. Q. sicuti est circuli pars comprehensa arcu C. H. k. & lineis B. C, B. k. ad figuram circulo inscriptam.

Simili ratione probabimus totum cylindrum ex parallelogrammo P.Q. descriptum esse ad figuram ex cylindris à parallelogrammis S.Q., Z,1.2,2.4. deformatis, & cono à triangulo R.Q. deformato circumscriptam, vt eadem dicta circuli pars ad figuram dicto spatio circumscriptam. Vnde tandem sequitur, cylindrum à P.Q. esse ad conum à triangulo O.R.Q. sicuti est pars circuli contenta arcu C.H.K. & lineis C.B, K.B. ad spatium comprehensum spirali,& linea B.C. At verò cylindrus à P.Q. est a triplus coni à triangulo O.R.Q. Est igitur etiam pars illa circuli tripla spatij sub spirali, & linea B. C. comprehensi, quod fuit probandum. a per 10. l. 12.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quamquam artificio quo in superiori propositione vsus est author, hoc etiam corollarium probare potueramus, tamen hoc alio vsi sumus, quod est Pappi, vt directè ostendere conaremur, quod deductione ad absurdum demonstrauit Archimedes. Verùm sic forsan innuimus Pappum Archimede subtiliorem, & vt ita dicam ἀμηχανώτερον, qui quod Archimedes indirectè ostendit, directè demonstrat. Absit tantum crimen. Etenim vt quid sentiam libenter aperiam, vix mihi videtur admittenda hæc Pappi demonstratio. Non enim video quomodo geometricè inferat, cylindrum à P.Q. esse ad conum à triangulo O.R.Q. sicuti est pars circuli contenta arcu C.H.k. & lineis C.B,k.B. ad spatium comprehensum spirali & linea B.C. Quamuis enim totus cylindrus à P.Q. deformatus, ad vtramque sit figuram ex cylindris constantem, & cono à triangulo O.R.Q. accommodatam, sicuti est cylindri pars contenta arcu C.H.k. & lineis B.C,B.k. ad vtramque figuram ex sectoribus similibus constantem, quarum altera circa spatium sub spirali, & linea B.C. comprehensum circumscribitur, altera eidem inscribitur: non tamen sequitur conum à triangulo O.R.Q. diuidere differentiam figurarum sibi inscriptæ & circumscriptæ eadem ratione, qua spatium spirali & linea B.C. contentum dirimit discrimen figurarum ex sectoribus constantium. Sanè necesse esset vt consequentia illa valeret. Maluit itaque Archimedes indirectè demonstrare, sed absque scrupulo quàm directè, sed parum apertè ostendere. Cæterum vtraque methodus docere nos potest, quæ sit ratio inscriptæ spatio figuræ, ad circumscriptam circa idem spatium. Eadem enim illa est quæ inscriptæ cono ad circumscriptam circa conũ: Hæc autem cognosci potest: nam ex instituta diuisione est S.Z. ad X.Z. in ratione data: proinde circulus interuallo S.Z. descriptus est b ad circulum interuallo X.Z. deformatum in ratione quoque data, in qua rursus est c cylindrus à parallelogrammo S.Q. ad cylindrum à parallelog. X.Q. Verùm rursus 2.2. d æqualis ipsi X.Z. est in data ratione ad Y.2. Eorumque etiam circuli, in qua sunt ratione cognoscuntur, & ex consequenti cylindri. Idem est de cylindris à rectangulis 1.2.& 3.2. descriptis. Cognoscitur demum quæ sit pars cylindri S.Q. vltimus cylindrus à 2 4. circumscriptæ, cui nihil respondet in inscripta, & rationem habet vnitatis. Datur ergo tota ratio circumscriptæ ad inscriptam. Quam si numeris experti fuerimus, inueniemus in exposito diagrãmate circũscriptã esse ad inscriptã, vt 30. ad 14. seu in ratione dupla superbipartiente decimas quartas. Porrò si hanc rationem venari etiã in figuris spirali spatio accommodatis sit animus, hac ratiocinatione vtemur. Sector C.B.G. est e ad sectorem D.B.L. vt quadratum ex G.B. ad quadratum ex D.B. Est f autem G.B. ad B.D. in ratione sesquitertia. Ergo sector est g ad sectorem in ratione superseptipartiente nonas. Eadem ratione est sector D.B.7. ad sectorem M.E.B. dupla sesquiquarta: Rursus tertium E.B.8. esse, concludemus ad vltimum inscriptæ N.B.F. in ratione quadrupla. Demum quartus circumscriptæ F.B.Z. cui nihil in inscripta respondet, rationem habet vnitatis. Proinde redit eadem ratio sicuti 30. ad 14.

b per 2. l. 12. c 10. l. 6.
c per 11. l. 12.
d per 34. l. 1.
e per ea quæ priùs demonstrauimus.
f ex instituta diuisione.
g per 20. l. 6.

ΠΡΟΤ. ΚΕ.

ΘΕΩΡ. ΙΕ.

Χωρίον τὸ ὑπὸ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, ποτὶ τὸν δεύτερον, κύκλον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ ποτὶ τὰ ιβ΄ ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ

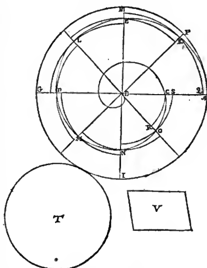
PROP. XXV.

THEOR. XV.

Spatium sub helica ex secunda reuolutione descripta, & recta linea, secunda eius quæ est in principio reuolutionis, ad secundum circulum hanc habet rationem, quam habent septem ad 12. quæ eadem est

quàm habent hæc duo, nempè quod comprehenditur sub radico secundi circuli, & radio primi circuli, & tertia pars quadrati excessus quo excedit radius secundi circuli radium primi circuli, ad quadratum à radio secundi circuli.

ὃν ἔχει τὰ συναμφότερα, τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β. κύκλου, καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α. κύκλου, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β. κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α. κύκλου, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β. κύκλου.



ΥΠΟΘ. Sit voluta ex secunda reuolutione C.N.D.E.A. linea secunda C.A. secundus circulus A.I.G.H. radius eius B.A. radius primi circuli B.C.

ΣΥΜΠΕ. Aio spatium comprehensum [a] voluta secundæ reuolutionis, & linea secunda C.A. esse ad secundum circulum, vt 7. ad 12. hoc est vt rectangulum comprehensum sub B.A. radio secundi circuli. & B.C. radio primi circuli cum tertia parte quadrati C.A. excessus radij secundi supra primum ad quadratum B.A.

a secundum 5. definit. huius.

ΚΑΤΑΣ. Ponamus circulum T. habere radium qui possit rectangulum sub B A, & B.C, & tertiam partem quadrati C. A. Tum quia si negetur circulum T. æqualem esse spatio prædicto, nempè contento sub spirali secundæ circumuolutionis, & secunda linea C.A. oportet illi esse inæqualem: sit differentia vtriusque magnitudo V. Deinde circa, & intra spatium figuræ describantur, [b] ita vt maior superet minorem minori quantitate quàm sit V.

b per 12. huius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Primò ostendemus spatium non esse minus circulo T. Nam si minus ponatur in absurdum incidemus. Etenim numerus est linearum inæqualium B.C, B.O, B N, B.M, B.D, B L, B.E, B K, B.A, quarum excessus est in omnibus æqualis, & minima est B.C, maxima verò B A, estque excessus maximæ supra minimam æqualis minimæ. Alias item habemus lineas inter se æquales, & singulæ pares maximæ inæqualium, nempè B.A, quæ sunt B.A, B.P, B,H, & cæteræ. Verùm hæ sunt vna numero minores quàm inæquales. Ab omnibus autem præterquam à minima inæqualium describuntur sectores similes qui se habent [c] inter se sicuti radiorum seu linearum, à quibus describuntur, quadrata. Et proinde sectores qui fiunt ab æqualibus, hoc est, secundus circulus, se habet [d] ad sectores qui fiunt ab inæqualibus, præterquam à minima, hoc est ad figuram circumscriptam in minori ratione, quàm sit quadratum maximæ B.A. ad rectangulum comprehensum sub maxima B.A, & minima B.C, cum tertia parte quadrati C. A. excessus nempè quo maxima minimam superat, quique æqualis est [e] minimæ B.C, Atqui vt quadratum B.A, est ad rectangulum sub B.A. & B.C, cum tertia parte quadra-

c vt iam ostendimus multoties.
d per manifest. 4. huius.
e per 3. definit 4. huius

ti B.A, sic est [a] secundus circulus A.I G.B, ad circulum T. Proinde circulus secundus habet ad circulum T. maiorem rationem, quàm ad conscripram figuram. Proinde minor est [b] T. quàm conscripta figura. Atqui spatium secunda spirali, & linea secunda C.A. comprehensum positum est minus ipso T. quo sanè circulo T. adhuc minor [c] est figura conscripra. In absurdum itaque incidimus. Nec absurdum vitabimus, si spatium posuerimus maius circulo T. Nam sectores omnium æqualium, hoc est idem secundus circulus est [d] ad sectores omnium inæqualium excepra maxima, scilicet ad inscriptam figuram in maiori ratione quàm quadratum ex B.A. ac rectangulum sub maxima B.A, & minima B.C. cum tertia parte quadrati excessus C.A. hoc est quàm circulus secundus sit ad circulum T. Et proinde circulus secundus habet maiorem rationem ad inscriptam figuram, quàm ad circulũ T. & proinde inscripta figura est [b] minor circulo T. Atqui inscripta figura adhuc maior est [c] circulo T. cum spatium ponatur maius eodem circulo T. Ergo rursus inscripta figura maior simul, & minor esset circulo T. quod abhorret ab omni Geometria. Ergo prædictum spatium æquale est circulo T. & proinde ad ipsum spatium circulus secundus habet rationem, quæ est quadrati radij secundi B.A. ad rectangulum sub radio B.A. secundi circuli, & radio B.C. primi circuli, cum tertia parte quadrati C.A. excessus, quo radius B A. excedit radium C.A. Et inuersim [e] spatium sub spirali secunda, & linea secunda C.A. est ad circulum secundum, vt rectangulum sub radijs B.A, & B.C. cum tertia parte quadrati B.A. est ad quadratum B.A. hoc est [f] vt 7. ad 12. quod fuit probandum.

[a] per 2 1 12. [b] per 8 l 5. [c] per manifest. 12. huius. [d] per manifest 4. huius. [e] per coroll. 4. l 5. [f] per coroll. 12. huius.

ΦΑΝΕΡΟΝ ΙΔ.

Διὰ δὲ αὐτοῦ τρόπου δειχθήσεται, ὅτι τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ταῖς περιφοραῖς λεγομένας ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ποτὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας ταῖς περιφοραῖς, λόγον ἔχει ὃν συναμφότερον, τό τε ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν κύκλου, καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν ἑνὶ ἐλάσσονα τῶν περιφορῶν λεγομένου, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων, τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων.

MANIFEST. XIV.

Hoc ipsomet modo demonstrabitur, & quod comprehensum spatium sub spirali ex quacumque circumuolutione generata, & recta eodem numero quo reuolutiones denominata, ad circulum eodem rursus numero significatum, quo circumuolutiones, rationem habet quàm complexum, tum ex eo quod comprehenditur sub radio ipsiusmet circuli secundum ipsum numerum dicti, & radio circuli secundum numerum vnitate minorem, quàm sit reuolutionum numerus denominati, tum ex tertia parte quadrati quod fit ab excessu, quo excedit radius maioris circuli prædictorum, radium minoris circuli prædictorum, habet ad quadratum eius, quæ ducitur à centro maioris circuli prædictorum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Inutiliter repeteretur demonstratio, quam ex præcedenti propositione mutuari possumus. Cæterum rationem non addit in numeris, vt superiùs: etenim pro diuersa circumuolutionum multitudine mutantur rationum termini: qui tamen facillimè exprimi possunt, cum semper radij amborum circulorum maximi & minimi, commoni mensura mensurentur. Intelligas autem oportet quid hic dicatur secundum spatium, quid primum. Nam aliud est loqui de secundo spatio, quatenus simul complectitur primum spatium, aut quatenus tantum concipit quod est post primum. Hic enim per secundum spatium intelligimus quicquid spirali ex secunda reuolutione orta, & linea secunda comprehenditur: & hoc est quod dicimus esse ad secundum circulum sicuti 7. ad 12. Alias verò vt propositione sequenti 27. capitur secundum spatium pro eo quod comprehenditur inter spiralem primam & secundam, tum secunda ac prima lineis terminatur: ita vt secundum spatium non includat primum. Quod est intelligendum de cæteris, hoc est, superius spatium non complecti inferius.

PROP. XXVI.

THEOR. XVI.

Comprehensum spatium sub spirali, quæ est minor ea quæ ex vna reuolutione fit, nec habet terminum principium spiralis, & rectis quæ à terminis ipsius in principium spiralis ducuntur, ad sectorem habentem radium æqualem maiori earum, quæ à termino ad principium spiralis ducitur: arcum verò qui intercipitur inter ductas rectas secundum easdem partes spiralis; hanc habet rationem, quam habent hæc duo, rectangulum comprehensum sub rectis à terminis in principium spiralis, ductis, & tertia pars quadrati excessus quo maior dictarum linearum superat minorem, ad quadratum maioris linearum à terminis ad spiralis principium coniunctarum.

ΠΡΟΤΑ. Κϛ.

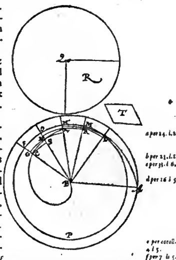
ΘΕΩΡ. Ιϛ.

Τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων αὐτᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, ποτὶ τὸν τομέα τὸν ἔχοντα τὰν μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσαν τᾷ μείζονι τᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν τὰν δὲ περιφέρειαν ἅ ἐστι μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν εὐθειᾶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ ἕλικι, τοῦτον ἔχει λόγον ὃν ἔχει συναμφότερα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ μείζων τῶν εἰρημένων εὐθειῶν τοῦ ἐλάσσονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθεισᾶν.

ΤΡΟΘΕ. Sit spiralis ex vna reuolutione generata B. C. D. A. cuius pars sit C.D. non habens terminum B. principium spiralis, sed puncta C. & D. ad quæ ductis lineis

B.C,B.D. comprehendatur ſpatium ſpirali C.D. in antecedentia ſumpta, & lineis C.B,B.D. Centro autem B & interuallo B.D. maxima ductarum linearum, circulus deſcribatur D.P.E. ad cuius periferiam protendatur B.C. in E.

ΣΥΜΠΕ. Aio ſpatium prædictum ſpirali C.D & lineis B.C,B.D. eſſe ad ſectorem D.B.E. vt ſimul ſunt rectangulum ſub B.D, B.C. lineis, & tertia pars quadrati exceſſus, quo B D. ſeu B.E. ſuperat B.C. hoc eſt, lineæ E.C. ad quadratum lineæ B. D.



ΚΑΤΑ. Ponamus quòd radius circuli Q. quadratum habeat[a] æquale, tùm rectangulo ſub B.C, B. D. tùm tertiæ parti quadrati E C. Deinde ad centrum Q. conſtituamus [b] angulum, qui ſit æqualis angulo D.B.C. ita vt ſector R. habeat[c] eam rationem ad circulum Q. quam habet ſector E B D. ad circulum D.P.E. Et viciſſim [d] ſector R. ſit ad ſectorem E.B.D. vt circulus Q. ad circulum D. P. E. Hoc eſt vt quadratum radij circuli Q. ad quadratum radij B.D. vel denique vt rectangulum ſub B. D.& B.C. cum tertia parte exceſſus E.C. ad quadratum radij B.D. & inuerſim[e]. Iam itaque, vel ſector R. prædicto ſpatio æqualis eſt, (& ſic apparet[f] propoſitionis concluſio) vel eſt inæqualis. Si inæqualis fuerit ſuppoſitus, ſit inæqualitas quantitatis T. Atque intra, circaque ſpatium deſcribantur [g] figuræ ex ſimilibus conſtantes ſectoribus, quarum maior minorem ſuperet quantitate minori, quàm ſit magnitudo T.

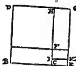
[a] per 14. 2. [b] per 23. 1. [c] per 33. 6. [d] per 16 5 [e] per coroll. 4 5. [f] per 7 lib 5. [g] per 23. huius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Poſito ſpatio maiori vel minori ſectore R. incidemus in abſurdum. Et ſiquidem minori: dicemus nos quinque lineas habere inæquales pari ſeſe omnes exceſſu ſuperantes[h], quarum maxima eſt B. minima eſt B. C. Ab his deſcribuntur ſectores ſimiles, præterquam à minima B C. quibus circumſcripta figura componitur. Deinde alias quatuor lineas oſtendemus B.D,B.M, B.N,B O. (non numeramus B.E. quia nullus ab ea ſector deſcribitur) vna quidem numero pauciores quàm ſint inæquales. Ab his etiam ſimiles fiunt ſectores. Sunt autem omnes tam hi quàm illi ſectores inter ſe, vt quadrata linearum à quibus deſcribuntur. Et proinde ſectores ab æqualibus, hoc eſt, totus ſector E.B.D. eſt[i] ad ſectores ab inæqualibus, excepta minima, in minori ratione, quam habeat quadratum B.D. ad rectangulum ſub B.D, & B.C. & cum tertia parte quadrati exceſſus E.C. hoc eſt quàm habeat idem ſector E.B.D. ad ſectorem R. Et proinde ſequitur[k] circumſcriptam ſpatio figuram eſſe maiorem ſectore R. Atqui circumſcripta figura excedit[l] ſpatium minori quantitate quàm ſit T. Et idcirco, adhuc minor eſt ſectore R. qui ſpatium exſuperat tota quantitate T. Eſſet ergo circumſcripta figura ſimul eodem ſectore R. maior & minor, quod eſt abſurdum. Verùm in idem abſurdum incidemus, ſi ſpatium ponatur ſectore R. maius. Etenim manentibus iiſdem lineis ſectores habemus ab omnibus inæqualibus, præter quam à maxima, & ij conficiunt inſcriptam figuram. Deinde ſunt rurſus ſectores ab æqualibus, qui ergo ſunt[i] ad illos, hoc eſt, ſector E.B.D, ad inſcriptam figuram, in maiori ratione quàm idem ſector E.B.D. ad ſectorem R. & proinde inſcripta figura eſt[k] ſectore R. maior. Sed cum inſcripta figura minus diſtet quàm ſector R. à ſpatio, remanet maiorem eſſe ipſam inſcriptã figuram ſectore R. quo proinde eſſet maior & minor. Ergo ſpatium (ne ſequantur tot incommoda) dicendum eſt æquale ipſi ſectori R. & ideò ipſum eſſe ad ſectorem E. B. D. vt rectangulum ſub B. D. & B.C. cum tertia parte quadrati E.C. ad quadratum B. D. quod fuit probandum.

[h] per 12. huius. [i] per mani-feſt. 4 huius. [k] per 8. 5. [l] per mani-feſt. 13. huius.

ΛΗΜΜΑ.

Quadratum lineæ B.D. excedit rectangulum sub B.C, B.D. cum tertia parte quadrati E.C, quantitate rectanguli sub B.C, C.E. & duarum tertiarum quadrati C.E.



ΥΠΟΘΕ. Sit D.E. quadratum prædictæ lineæ B. D. vel D. E. & secetur B.E. in C. vt in præcedenti schemate, vel sit hæc B.C. æqualis illi B.C. tum à puncto C. erigatur [a] perpendicularis C.H. & sit [b] F.E. quadratum lineæ C.E.

a per 11. l. 2. b per 46 l. 1 c per 1. definit. l. 2.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Est [c] D.C. rectangulum sub B.D, & B.C. tùm F.G. est id quod continetur sub B.C, & C.E. Nam cum F.C. sit ipsi C.E. æqualis, relinquitur [d] F.H. æqualis ipsi B.C. Est [e] autem quadratum D.E. æquale rectangulis D.C, F.G. & quadrato E.F. Superat proinde rectangulum D.C. sub B.D. & B.C. & tertiam partem quadrati E.F. quantitate rectanguli sub B.C, C.E. & duarum tertiarum quadrati C.E. seu F.E. quod fuit probandum.

d per 3. com. sent. e per 4 l. 2.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc concludimus spatium sub spirali C.D. arcu E.D. & linea E. C. esse ad sectorem E.B.D, sicuti est rectangulum sub B.C, C.E. cum duabus tertijs quadrati C.E. ad quadratum ex B.D. At idem spatium esse ad prædictum sub spirali C. D, & duabus lineis B.C, B. D. vt rectangulum sub B.C, C.E. cum duabus tertijs quadrati C.E. ad rectangulum sub B.C, B.D. & vna tertia quadrati C.E.

f per 10. l. 6 g per 1. l. 6.

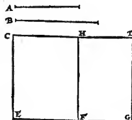
ΚΑΤΑ. Sit [f] C.I. vna tertia lateris C.F. & erigatur perpendicularis I. K. vt simul sit [g] F.K. duæ tertiæ quadrati F.E. & I. E. reliqua tertia.

h præceden. te propos.

ΑΠΟΔ. Etenim cùm probauerimus [h] spatium spirali, & lineis B. D, B.C. esse ad sectorem E.B.D. vt rectangulum sub B.D, B.C, cum tertia parte quadrati E.C. ad quadratum D.B. sequitur spiralem secare sectorem E.B.D. ea ratione, qua lineæ H I, I.K. secant quadratum D.E. Et propterea partes sectoris B. E. D. ad eundem sectorem, seu ad se inuicem, se habent sicuti partes quadrati D.E. ad quadratum, seu ad se inuicem, quod concluseramus.

ΛΗΜΜΑ.

Expositis tribus lineis inæqualibus, rectangulum sub maiori & media superat id quod fit à media & minima, quantitate rectanguli sub media & parte, qua maxima superat minimam comprehensi.



ΥΠΟΘ. Exponantur tres lineæ A. minima, B. media, & C.D. maxima: rectangulum sub maxima, & media sit C. G. differentia, qua maxima superat minimam sit H.D. ita vt rectangulum sub media & illo excessu sit H.G. aliud verò sub media & minima sit C. F.

ΣΥΜΠΕ. Dico rectangulum C.G. superare rectangulum C.F. illo rectangulo H.G.

a per 1. l. 2.

ΑΠΟΔ. Nam his duobus C.F. & H.G æquale est [a] C. G. & proinde alterum altero superat.

PROP.

ΠΡΟΤ. ΚΖ.

ΘΕΩΡ. ΙΖ.

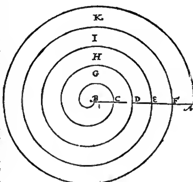
Τῶν χωρίων τῶν περιεχομένων ὑπό τε τᾶν ἑλίκων, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἐν τᾷ περιφορᾷ, τὸ μὲν γ. τοῦ β. διπλάσιον ἐστὶ, τὸ δὲ δ. τριπλάσιον, τὸ δὲ ε. τετραπλάσιον καὶ ἀεὶ τὸ ἑπόμενον κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς πολλαπλάσιον τοῦ δευτέρου χωρίου· τὸ δὲ πρῶτον χωρίον ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ δευτέρου.

PROP. XXVII.

THEOR. XVII.

Spatiorum comprehensorum sub spiralibus, & rectis lineis quæ in circulatione sunt, tertium quidem secundi duplum est: quartum verò triplum: quintum autem quadruplum, & semper quod sequitur, secundùm numeros qui deinceps sunt multiplex est secundi spatij. Primum verò spatium sexta pars est secundi.

ΥΠΟΘ. Exponatur voluta quædam ex plurimis orta reuolutionibus: cuius principium sit B. terminus A. principium reuolutionis B. A. primum spatium B. contentum sub spirali ex prima reuolutione nata, & linea prima B. C. secundum spatium sub secunda spirali, & linea secunda, sit G. Tertium sit H. quartum esto I. & quintum K. & ita deinceps.



ΣΥΜΠΕ. Dico secundum spatium G. esse sextuplum primi B. tertium H. esse duplum secundi G. quartum I. esse triplum eiusdem secundi, & adhuc quintum K. eiusdem esse quadruplum, & ita deinceps. Sequentia spatia esse multiplicia secundi spatij secundum numerum, qui mox præcedens spatium denominat.

ΑΠΟΔ. Spatium B. est [a] $\frac{1}{3}$ primi circuli interuallo B.C. descripti: tum spatium G. nempè secundum est [b] $\frac{7}{12}$ secundi circuli descripti radio B.D. Atqui primus circulus est [c] tantum $\frac{1}{4}$ secundi, nam B.D, dupla est primæ B.C. ita vt qualium secundus circulus est 12. talium sit primus 3. & primum spatium 1. Cùm ergo secundum spatium complectens primum, sit earumdem partium 7. sequitur sublato primo spatio à secundo, secundum relinqui 6. partium, seu id quod propriè est secundi sine primo: & proinde quod est secundi spatij post primum, sextuplum est primi. Tertium autem H. cum primo & secundo, est [d] ad tertium circulum descriptum interuallo B.E. vt rectangulum sub B.E, & B.D. cum tertia quadrati E.D. ad quadratum B.E. Sint ergo B.C. 3, B.D. 6. & B.E. 9. (sunt [e] enim commensurabiles, & se habent inter se sicuti numeri.) Rectangulum quippè sub B.E, & B.D. erit 54. quibus si addatur $\frac{1}{3}$ quadrati D.E, quod est 9. fient 57. Est verò quadratum ex B.E 81. Tertium igitur spatium complectens primum & secundum est ad tertium circulum, vt 57. ad 81. Verum ex eadem ratiocinatione secundum spatium cum primo est ad secundum circulum, vt 21. ad 36.

a per 24. huius.
b per 25. huius.
c per 2. 12.
d per manif. 14 huius.
e per 9a noni 4. defin huius, & coroll. 12 huius.

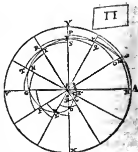
qualis duplo circumferentiæ circuli, & præterea arcui inter puncta O. & A. in antecedentia comprehenso. Et ita de reliquis, diminuto semper circumferentiarum numero in longitudine perpendicularis, à reuolutionum multiplicitate ex qua spiralis oritur. En itaque satis est diagramma obtulisse.

PROP. XXI. PROBL. VIII.

Circa sumptum spatium comprehensum sub helica in prima reuolutione orta, & prima linea quæ principium facit reuolutionis: possibile est figuram planam describere & aliam eidem inscribere ex similibus sectionibus compositam, ita vt circumscripta maior sit quam inscripta, quocumque proposito spatio.

ΠΡΟΤ. ΚΑ. ΠΡΟΒΛ. Η.

Λαμβάνοντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.



ΥΠΟΘ. Sit ex prima reuolutione helix B. G. K. A. principium reuolutionis A. B. quantitas data Γ.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. A. describatur primus[a] circulus A. Y. V. X. qui diuidatur in quatuor partes æquales diametris A. V. & Y. X. sese rectò decussatim secantibus in B. quorum quisque bifariam diuidatur[b], tum rursus bifariam vel trifariam, & ita consequenter multiplicetur sectio, quoad sectorum qui fient in circulo quisque sit minor data quantitate Π. Hinc forsan dirimetur[d] in 12. partes æquales lineis quæ simul patrientur spiralem in M. L. K. I, H. G. F. E. D. C. X. Iam centro B. agamus circulorum arcus per huiusmodi puncta, quibus spiralis secta est, qui arcus incidant in lineas sibi proxime collaterales, & fiant L. M. N, P. L. O, R. K. Q, T. I. S. & cæteri. Horum vero arcuum pars in antecedentia producta, sub spirali erit[e], pars in consequentia spirali supereminebit.

a per 7. def. huius.
b per 9. l. 1.
c per optices Vitell. ioann.
d per 33. l. 6.
e per 12. huius.

ΣΥΜΠ. Aio in spatio spirali & linea A. B. contento inscriptam esse figuram, & circa idem aliam esse conscriptam ita vt conscripta inscriptam minori superet quantitate quam sit magnitudo data Γ.

ΑΠΟΔ. Sector N. B. M. inscriptæ æqualis est[c] sectori L. M. B. circumscriptæ. Secundum inscriptæ L. B. O. par est tertio circumscriptæ P. B. L. Tertium inscriptæ æquiparatur quarto circumscriptæ R. B. K. Et ita de alijs quoad videatur vndecimus & vltimus inscriptæ, B. X. vltimo & duodecimo circumscriptæ æqualis. Inscripta enim figura sectores habet vno paucíores, quam circumscripta. quia voluta non attingit situm

tum lineæ B. A. sed statim à principio motus ab eo declinat. Superest ergo primus sector A.B ω. in circumscripta, cui nihil æquale est in inscripta. Ita vt circumscripta inscriptam excedat illo sectore primo. Atqui sectorum circuli quisque minor est magnitudine π. Et ille sector A. B. ω. vnus illorum est: sequitur igitur circumscriptam excedere inscriptam minori quantitate quam sit data ր. quod fuit efficiendum.

ΦΑΝΕ. Ι.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα οἷον εἴρηται γράφειν, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μεῖζον εἶναι τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράφειν, ὥστε τὸ χωρίον ὁμοίως μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

MANIF. X.

Inde manifestum est, quòd possibile est circa dictum spatium figuram, qualis dicta sit, scribere, ita vt circumscripta figura maior sit spatio, & quidem quantitate minori quocumque proposito spatio: & rursus aliam inscribere, ita vt spatium similiter maius sit inscripta figura quantitate minori, quocumque proposito spatio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc quidem manifestissimè patet. Etenim circumscripta figura maior est a spatio: inscripta verò spatio minor. Si itaque externa figura internam non excedit tanta quantitate quanta data est, multo minus eadem data magnitudine spatium superauerit. Similiter si interna figura minor non fuerit, figura externa seu circumscripta tanta quantitate quanta proponitur: multo minus à spatio eadem proposita quantitate defecerit. Hoc propterea Manifestum eodem quo superior propositio exequitur.

a per 6. hypothesim 1. 1 sphær. & cylindr.

ΠΡΟΤ. ΚΒ.

ΠΡΟΒΛ. Θ.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας ἅ ἐστι δευτέρα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXII.

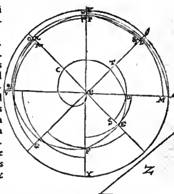
PROBL. IX.

Circa sumptum spatium quod comprehendatur sub helica ex secunda reuolutione descripta, & recta linea quæ est secunda earum quæ principiũ faciunt reuolutionis; possibile est figuram planam conscribere ex similibus sectoribus cõstantem, & aliam in ipso inscribere, ita vt circumscripta maior sit inscripta minori quantitate quam sit quodcumque propositum spatium.

ΥΠΟΘ. Exponatur spiralis ex duplici reuolutione nata B. C. D, H. K. A. Secunda linea D. A. Detur quantitas Z.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. A. describatur secundus circulus A. X. V Y. qui primò quadrifariam diuidatur duobus diametris A. V. & X. Y. Tum anguli ad

aper 9 l.1. B. recti bifariam secentur a, & eorum semisses adhuc bifariam trifariamve, quoad quisque sectorum in quos partiti fuerimus circulum, minor sit quantitate, proposita Z. Lineæ porro diuidentes secent volutam secundam in punctis D. E. F. & reliquis. Tum centro B. & illis sectionum volutæ punctis arcus describantur, qui in laterales radios cadant, cuiusmodi sunt M. L. R. & alij.



ΣΥΜΠ. Dico in spatio contento spirali secundæ reuolutionis & secunda linea D. A. inscriptam esse figuram, & aliam circum descriptam ambas ex sectoribus similibus constantes: ita vt circumscripta minori superet quantitate inscriptam, quàm sit magnitudo data Q.

b per 33. l. 6. ΑΠΟΔΕΙ. Sector primus inscriptæ M. B. L. est a æqualis secundo circumscriptæ sectori L. B. N. Tum inscriptæ secundus tertio circumscriptę par est: & ita de alijs, quoad deuenerimus ad inscriptæ vltimum S. B. D. cui nullus in circumscripta reperitur æqualis Hic enim inscripta figura tot sectores habet quot circumscripta. Circumscriptæ ergo prima A. B. I. hic inscriptæ vltimus comparandus venit: Atqui circulus ex in-

c per 15. l 5. teruallo B. A. maior est circulo ex interuallo B. D. Tum vt circulus ad circulum sic c sector A. B. I. ad sectorem S. B. D. seu D. B. T. quia b anguli ad B. sunt pares. Ergo sector inscriptæ vltimus S. B. D. seu D. B. T. minor est primo illo circũscriptæ A. B. I. Proinde figura circumscripta seu externa superat inscriptam parte tantũ T. D. A. quæ multo minor est quam Z. cum totus sector eodem plano Z. minor factus sit. Et ex consequẽti externa internam quidem superat, sed minori quantitate quam sit planum Z. quod præstandum erat.

MANIF. XI.

Liquet itaque quòd possibile sit & circumscribere figurã circa sumptum spatiũ, quæ maior sit quãtitate minori, omni proposito spatio, & rursus sumptũ spatium maius esse inscripta figura quantitate minori omni proposito spatio.

ΦΑΝΕ. ΙΑ.

Δῆλον ὅτι δυνατόν ἐστι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Expositio præcedentis Manifesti, hoc etiam manifestissimum reddit.

MANIF. XII.

Hoc ipso autem modo manifestum est, quòd possibile sit circa sumptum spatiũ cõprehẽsum sub spirali ex quantacũque reuolutione orta, & recta linea quę sit in principio reuolutionis

ΦΑΝΕΡΟΝ ΙΒ.

Διὰ δὲ τούτου τρόπου φανερόν, διότι δυνατὸν περιγραφόμενον ὑπὸ τι τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς

περιφορᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας, περιγράψαι σχῆμα οἷον εἴρηται ἐπίπεδον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ab eodem numero (quam reuolutio,) denominata, conscribere figuram planam qualis dicitur: ita vt circumscripta hæc figura maior sit assumpto spatio, quantitate minori quolibet proposito spatio, & rursus inscribere, ita vt assumptum spatium maius sit hac inscripta figura quantitate minori omni proposito spatio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In quacumque spirali sit, & ex quacumque circumuolutione generetur, præcedentes rationes valent.

ΠΡΟΤ. ΚΓ.

ΠΡΟΒΛ. Ι.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἃ ἐστὶν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος ἀγομένων· δυνατόν ἐστι περὶ τὸ χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXIII.

PROBL. X.

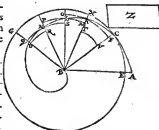
Sumpto spatio comprehenso sub spirali, quæ sit minor ea quæ ex vna reuolutione generatur, nec habeat terminum principium spiralis, & lineis rectis, quæ à principio spiralis ducantur: possibile est circa huiusmodi spatium figuram planam circumscribere ex similibus sectoribus conflatam, & aliam inscribere, ita vt circumscripta figura inscripta sit maior minori quidem quantitate quam sit propositum spatium.

ΥΠΟΘ. Sit spiralis ex vna reuolutione generata B. D. C. A. in qua pars capiatur D. N. L. I. C. non habens terminum B. centrum, sed coniuncta cum eo lineis B. D. & B.C. Tum assumatur spatium comprehensum hac spiralis parte, & dictis lineis B. D, B.C.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. C. circulus describatur C. X. G. E. ad cuius periferiã protrudatur B.D. incidens in G. & diuidatur [a] angulus G.B.C. bifariã, factiq; anguli rurs[9] bifariã, & ita deinceps quoad sectores fiãt [b] minores magnitudine proposita [a] per 9. l. 1 [b] per 1 l. 10.

Z. lineæ porro diuidentes secent spiram in punctis N. L. I. per quæ à centro B. arcus transeant in laterales lineas.

ΣΥΜΠΕ. Dico circa spatium assumptum cõscriptam, & in eodem inscriptam esse figuras ex similibus sectoribus constantes, quarum maior minorem superat minore magnitudine quam sit quantitas Z.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Sector inscriptæ primus I. B. a per 23. 16. F. par est secundo circumscriptæ sectori I. B. O. secundus inscriptæ M. B. L. tertio circumscriptæ L. B. P. æqualis est: tertius adhuc inscriptæ S. B. N. quarto circumscriptæ N. B. Q. æquiparatur. At quartus inscriptæ R. B. D. quia minor est primo circumscriptæ C. B. X. ab eo auferendus est: sitque is T. B. V. nempè descriptus interuallo B. V. æquali interuallo B. D. & superest spatium X. T. V. C. quo maior figura minorem superat: cumque totus sector C. B. X. sit minor spatio Z. multo minus est eodem reliquum X. T. V. C. Et ex consequenti circumscripta inscriptam superat multo minori quantitate quam sit spatium Z. quod fuit probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Artificium harum 3. propositionum planè idem est. Cæterum quædam verba Græci textus mutaui, qui vulgo legitur ἢ τοῦ ὀλίγου τοῦ ἀπὸ τῶν πρώτων τᾶς ἕλικος ἀρχομένων: quæ quidem verba, quia sensum propositionis non reddont, sic restitui, ἢ τοῦ ὀλίγου τοῦ ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος ἀρχομένων, hæc enim proponunt clarius. Idem rursus faciendum nobis est propositione 26. huius.

MANIF. XIII.	ΦΑΝΕ. ΙΓ.
Hinc igitur manifestè patet, quòd possibile sit circa dictum spatium planum, quale dictum est, conscribere, ita vt circumscripta figura maior sit spatio quantitate minori quam sit propositum spatium.	Ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον ἐπίπεδον οἷον εἴρηται περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

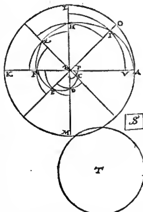
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ita patet ex præcedentibus vt planius reddi non possit. Cæterum altera pars Manifesti deest: nimirum ἢ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXIIII.	ΠΡΟΤ. ΚΔ.
THEOR. XIIII.	ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΔ.
Comprehensum à spirali ex	Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τῆ

τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας, τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ πρώτου.

prima reuolutione nata, & prima linea quæ principium est reuolutionis spatiũ tertia pars est primi circuli.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit spiralis ex prima reuolutione B.F.H. A. principium ipsius punctum B. prima linea B. A. primus circulus A. M, K. L.

ΣΥΜΠ. Dico spatium contentum spirali & prima linea esse tertiam partem primi circuli.

ΚΑΤΑΣ. Ponantur T. tertiam partem esse circuli primi. Etenim illud spatium contentum spirali & prima linea æquale est circulo T. aut inæquale : Si æquale est, habemus quod quærimus: Si inæquale, sit differentia S. Tum circa spatium circumscribamus figuram, aliamque in ipso inscribamus [a], sintque ambæ ita inter se vt maior minorem seu spatium superet minori quantitate quam sit S.

ΑΠΟΔ. Ostendemus primò spatium non esse minus circulo T. sic. Ex figurarum descriptione, linearum numerum habemus inæqualium B. C, B. D, B. E, B. F, B. G, B. H, B. I, B. A. omnes sese æqualiter excedentes, & est [b] excessus minimæ æqualis. Parem rursus æqualium numerum habemus, quarum singulę sunt [c] pares illarum inæqualium maximæ. Ex omnibus deinde sectores similes descripti sunt, quia sunt omnium æquales anguli ad centrum B. Quoniam vero circuli v. g. ex interuallis B. O. & B. I. se habent [d] inter se sicuti quadrata linearum seu semidimetientium B. O. & B. I. & vt circuli, sic sunt [e] sectores O. B. A. & I. B. V. sequitur esse [f] inter se sectores vt linearum seu radiorum quadrata Propterea omnes sectores ab inæqualibus facti, hoc est totus circulus A. L. k. M. minores sunt [g] quam tripli sectorum ab inęqualibus descriptorum, hoc est circumscriptę figurę. Et ex consequenti figura circumscripta maior est quàm tertia pars circuli primi A. L. k. M. seu quam circulus T. Atqui T. superat spatium quantitate S. Et circumscripta figura superat inscriptam minori quantitate quam sit S. Ergo & eadem circumscripta superat spatiũ multo minori quantitate quam sit S. Et proinde circumscripta figura minor est circulo T. & sic eidem est maior simul & minor, quod est absurdum. Eadem sequetur incommoditas, si spatium posuerimus maius circulo T. Nam cum inæqualitas sit quantitatis S. inscripta figura erit rursus maior quam circulus T. Atqui ex prædictis lineis tam æqualibus quàm inæqualibus sectores habemus, ab omnibus quidem æqualibus æquales toti circulo A. M. k. L. ab inæqualibus vero inæquales, & nullum quidem à maxima earum. Nullus enim sector est in inscripta figura à linea B. A. quæ est inæqualium maxima, sed sector I. B. X. est à linea B. I. Qui autem ab inæqualibus fiunt, componunt inscriptam figuram. Proinde circulus est [g] maior quam triplus inscriptæ figuræ, & tertia circuli pars, hoc est T. maior est quam inscripta figura. Sed eundem circulum T. iam minorem probauimus inscripta figura. Ergo rursus in præcedens absurdum incidimus. Vnde tandem superest spatium ipsi T. æquale esse, & tertiam esse partem circuli, quod erat demonstrandum.

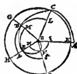
[a] per 21 huius & eiusdem coroll.
[b] per coroll. 11. huius.
[c] per 15. definit. l. 1.
[d] per 2. l. 12.
[e] per coroll. 33 l. 6.
[f] per 11. l. 5.
[g] per manifest. 3 huius.

ΕΠΙΦΟΡΑ Α.

Hinc optimè sequitur, reliquum circuli quod superest, post spatium illud ablatum, esse duas tertias circuli, scilicet spatij duplum.

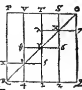
ΕΠΙΦΟΡΑ Β.

Hinc etiam deducimus: quod si à principio spiralis in ipsam recta linea ducatur, spatium contentum spirali & hac recta linea tertiam partem esse eius partis circuli, qui centro principio spiralis & interuallo linea in spiralem incidente describitur, contentæ circumferentia huiusce circuli, & duabus lineis, népe incidente, tum parte eius quę principium est reuolutionis, à circulo resecta.



ΥΠΟΘ. Sit enim spiralis ex vna reuolutione B. D. C. A. in quam à principio B. cadat B. C. cuius interuallo circulus sit descriptus K. G. I.

ΣΥΜΠ. Spatium contentum spirali B. E. D. C. & linea B. C. tertia pars est partis circuli, quæ continetur arcu C. G. H. I. K. & duabus lineis C. B, B. K.



ΚΑΤΑΣ. Arcus C. H. K. secetur a bifariam, & semisses ambæ
a per 30. l. 3 rursus diuidantur bifariam, iunganturque ad sectionum puncta
lineæ B. G, B. H, B. I. quæ spiralem diuidant in punctis F. E. D.
b per 33 l. 6. angulosque faciant ad centrum æquales b. Tum centro B. &
interuallis lineis B. F, B. E, & B. D. describantur arcus θ. F. N,
η. E. M, γ. D. L. Sumatur iam quadratum P. Q. vt libet, quod
c per 10. & 2. l. 6. diuidatur c vt arcus C. H. K. seu vt spatium contentum arcu
C. H. K. & lineis B. C, B. K. Sintque diuidentes lineæ V. 4, T.
2, S. Z. & ducatur diameter O. R. prædictas lineas secans punctis 3. Y. X. à quibus perpendiculares ducantur λ. X. 7, θ. Y. 6, κ. 3. 5. Imaginemur demum quadratum P. Q. reuolui circa axem R. Q. cylindrumque constitui compositum ex cylindris deformatis à quadrangulis P. 4, V. 2, T. Z, S. Q. nempè contiguis.

d per 14. huius. ΑΠΟΔΕΙ. Vt est arcus C. H. k. ad arcum G. H. k. sic d est B. C. seu B. G. ad B. D. & ex
e per 19. l. 5 consequenti e vt arcus C. H. k. ad arcum C. G. sic B. G. ad G. D. Et adhuc est f P.
f per fabr. O. ad S. O. vel S. Z. ad S. X (vt enim P. O. ad P. R. seu ad S. Z. sic g O. S. ad S. X. &
g per 4. l. 6. vicissim h vt P. O. ad S. O. sic S. Z. ad S. X.) & rationis conuersione i vt G. B. ad B. D.
h per 16 l. 5. sic est S. Z. ad X. Z vel l vt quadratum G. B. ad quadratum B. D. sic est quadratum
i per coroll 19. l. 5. S. Z. ad quadratum X. Z. Vt vero quadratum B. G. ad quadratum B. D. sic est m sector
l per 22. l. 6 G. B. C. ad sectorem B. D. L. Et vt quadratum S. Z. ad quadratum Z. X. vel vt n cir-
m vt iam probauimus culus semidiametro S. Z. descriptus ad circulum semidiametro Z. X. descriptum, sic
n per 2. l. 12 est o cylindrus deformatus parallelogrammo S. Q. ad cylindrum deformatum paralle-
o per 11. l. 12 logrammo X. Q. cum enim in eadem sint altitudine Z. Q. se habent o inter se sicuti
p per 11 l. 5. bases. Itaque sicuti sector G. B. C. est ad sectorem D. B. L. sic est p cylindrus deformatus parallelogrammo S. Q. ad cylindrum deformatum parallelogrammo X. Q. Eodem omnino pacto ostendam sectorem G. B. H. esse ad sectorem M. B. E. vt est cylindrus à parallelogrammo T. Z. defotmatus, ad eum qui ex Z. Y. describeretur. Similiter sectorem H. B. I esse ad sectorem N. B F. vt cylindrus ex parallelogrammo V. 2. ad cylindrum ex parallelogrammo 3. 2. Et denique sector K. B. I. manet absque parallelo ve
q per 12. l. 5. & cylindrus à parallelogrammo R. V. descriptus. Omnis itaque cylindrus à toto parallelogrammo P. Q. deformatus super axe R. Q. est q ad figuram ex tribus cylindris à parallelogrammis X. Q, Y. Z, 3. 2. deformatis constituram, & inscripram cono qui describitur à reuoluto triangulo O. R. Q. circa axem R. Q. sicuti est circuli pars comprehensa arcu C. H. k. & lineis B. C, B. k. ad figuram circulo inscriptam.

Simili ratione probabimus totum cylindrum ex parallelogrammo P.Q. descriptum esse ad figuram ex cylindris à parallelogrammis S.Q, λ.Z, θ.2, κ.4. deformatis, & cono à triangulo R.Q. deformato circumscriptam, vt eadem dicta circuli pars ad figuram dicto spatio circumscriptam. Vnde tandem sequitur, cylindrum à P.Q. esse ad conum à triangulo O.R.Q sicuti est pars circuli contenta arcu C.H.K. & lineis C.B, K.B. ad spatium comprehensum spirali, & linea B.C. At verò cylindrus à P.Q. est[a] triplus coni à triangulo O.R.Q. Est igitur etiam pars illa circuli tripla spatij sub spirali, & linea B. C. comprehensi, quod fuit probandum.

a per 10.l.12.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

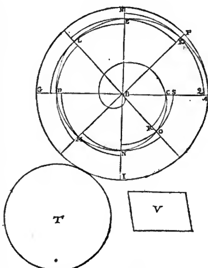
Quamquam artificio quo in superiori propositione vsus est author, hoc etiam corollarium probare potueramus, tamen hoc alio vsi sumus, quod est Pappi, vt directè ostendere conaremur, quod deductione ad absurdum demonstrauit Archimedes. Verùm sic forsan innuimus Pappum Archimede subtiliorem, & vt ita dicam εὐμηχανώτερον, qui quod Archimedes indirectè ostendit, directè demonstrat. Absit tantum crimen. Etenim vt quid sentiam libenter aperiam, vix mihi videtur admittenda hæc Pappi demonstratio. Non enim video quomodo geometricè inferat, cylindrum à P.Q. esse ad conum à triangulo O.R.Q. sicuti est pars circuli contenta arcu C.H.k. & lineis C.B, k.B. ad spatium comprehensum spirali & linea B.C. Quamuis enim totus cylindrus à P.Q. deformatus, ad vtramque sit figuram ex cylindris constantem, & cono à triangulo O.R.Q. accommodatam, sicuti est cylindri pars contenta arcu C.H.k. & lineis B.C, B.k. ad vtramque figuram ex sectoribus similibus constantem, quarum altera circa spatium sub spirali, & linea B.C. comprehensum circumscribitur, altera eidem inscribitur: non tamen sequitur conum à triangulo O.R.Q. diuidere differentiam figurarum sibi inscriptæ & circumscriptæ eadem ratione, qua spatium spirali & linea B.C. contentum dirimit discrimen figurarum ex sectoribus constantium. Sanè necesse esset vt consequentia illa valeret. Maluit itaque Archimedes indirectè demonstrare, sed absque scrupulo quàm directè, sed parum apertè ostendere. Cæterum vtraque methodus docere nos potest, quæ sit ratio inscriptæ spatio figuræ, ad circumscriptam circa idem spatium. Eadem enim illa est quæ inscriptæ cono ad circumscriptam circa conũ: Hæc autem cognosci potest: nam ex instituta diuisione est S.Z. ad X.Z. in ratione data: proinde circulus interuallo S.Z. descriptus est[b] ad circulum interuallo X.Z. deformatum in ratione quoque data, in qua rursus est[c] cylindrus à parallelogrammo S.Q. ad cylindrum à parallelog. X.Q. Verùm rursus λ.2.[d] æqualis ipsi X.Z. est in data ratione ad Y.2. Eorumque etiam circuli, in qua sunt ratione cognoscuntur, & ex consequenti cylindri. Idem est de cylindris à rectangulis θ.2. & 3.2. descriptis. Cognoscitur demum quæ sit pars cylindri S.Q. vltimus cylindrus à κ 4. circumscriptæ, cui nihil respondet in inscripta, & rationem habet vnitatis. Datur ergo tota ratio circumscriptæ ad inscriptam. Quam si numeris experti fuerimus, inueniemus in exposito diagrãmate circũscriptã esse ad inscriptã, vt 30. ad 14. seu in ratione dupla superbipartiente decimas quartas. Portò si hanc rationem venari etiã in figuris spirali spatio accommodatis sit animus, hac ratiocinatione vtemur. Sector C.B.G. est[e] ad sectorem D.B.L. vt quadratum ex G.B. ad quadratum ex D.B. Est[f] autem G.B. ad B.D. in ratione sesquitertia. Ergo sector est[g] ad sectorem in ratione supersepripartiente nonas. Eadem ratione est sector D.B.γ. ad sectorem M.E.B. dupla sesquiquarta: Rursus tertium E.B.δ. esse, concludemus ad vltimum inscriptæ N.B.F. in ratione quadrupla. Demum quartus circumscriptæ F.B.Z. cui nihil in inscripta respondet, rationem habet vnitatis. Proinde redit eadem ratio sicuti 30. ad 14.

b per 2.l.12 & 20.l.6. c per 11.l.12 d per 34.l.1 e per ea quæ priùs demonstrauimus. f ex instituta diuisione. g per 20.l.6.

ΠΡΟΤ. ΚΕ.	PROP. XXV.
ΘΕΩΡ. ΙΕ.	THEOR. XV.
Χωρίον ὑπὸ δὲ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, ποτὶ τὸν δεύτερον, κύκλον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ ποτὶ τὰ ιβ· ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ	Spatium sub helica ex secunda reuolutione descripta, & recta linea, secunda eius quæ est in principio reuolutionis, ad secundum circulum hanc habet rationem, quam habent septem ad 12. quæ eadem est

quàm habent hæc duo, nempè quod comprehenditur sub radico secundi circuli, & radio primi circuli, & tertia pars quadrati excessus quo excedit radius secundi circuli radium primi circuli, ad quadratum à radio secundi circuli.

ὃν ἔχει τὰ συναμφότερα, τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β. κύκλου, καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α. κύκλου, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β. κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α. κύκλου, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β. κύκλου.



ΥΠΟΘ. Sit voluta ex secuoda reuolutione C.N.D.E.A. linea secunda C.A. secuodus circulus A.I.G.H. radius eius B.A. radius primi circuli B.C.

ΣΥΜΠΕ. Aio spatium comprehensum [a] voluta secundæ reuolutionis, & linea secunda C.A. esse ad secundum circulum, vt 7. ad 12. hoc est vt rectangulum comprehensum sub B.A. radio secundi circuli, & B.C. radio primi circuli cum tertia parte quadrati C.A. excessus radij secundi supra primum ad quadratum B.A.

a secundum 5. definit. huius.

ΚΑΤΑΣ. Ponamus circulum T. habere radium qui possit rectangulum sub B A, & B.C, & tertiam partem quadrati C. A. Tum quia si negetur circulum T. æqualem esse spatio prædicto, nempè contento sub spirali secundæ circumuolutionis, & secunda linea C.A. oportet illi esse inæqualem: sit differentia vtriusque magnitudo V. Deinde circa, & intra spatium figuræ describantur, [b] ita vt maior superet minorem minori quantitate quàm sit V.

b per 22. huius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Primò osteodemus spatium non esse minus circulo T. Nam si minus ponatur in absurdum incidemus. Etenim numerus est linearum inæqualium B.C, B.O, B N, B.M, B.D, B.L, B.E, B K, B.A, quarum excessus est in omnibus æqualis, & minima est B.C, maxima verò B A, estque excessus maximæ supra minimam æqualis minimæ. Alias item habemus lineas inter se æquales, & singulæ pares maximæ inæqualium, nempè B.A, quæ sunt B.A, B.P, B, H, & cæteræ. Verùm hæ sunt vna numero minores quàm inæquales. Ab omnibus autem præterquam à minima inæqualium describuntur sectores similes qui se habent [c] inter se sicuti radiorum seu linearum, à quibus describuntur, quadrata. Et proinde sectores qui fiunt ab æqualibus, hoc est, secundus circulus, se habet [d] ad sectores qui fiunt ab inæqualibus, præterquam à minima, hoc est ad figuram circumscriptam in minori ratione, quàm sit quadratum maximæ B.A. ad rectãgulum comprehensum sub maxima B.A, & minima B.C, cum tertia parte quadrati C.A. excessus nempè quo maxima minimam superat, quique æqualis est [e] minimæ B.C, Atqui vt quadratum B.A, est ad rectangulum sub B.A & B.C, cum tertia parte quadra-

c vt iam ostendimus multoties.
d per manifest. 4. huius.
e per 2ᵃᵐ definit. 4. huius

ti B.A, sic est a secundus circulus A.I G.B, ad circulum T. Proinde circulus secundus habet ad circulum T. maiorem rationem, quàm ad conscriptam figuram. Proinde minor est b T. quàm conscripta figura. Atqui spatium secunda spirali, & linea secunda C.A. comprehensum positum est minus ipso T. quo sanè circulo T. adhuc minor c est figura conscripta. In absurdum itaque incidimus. Nec absurdum vitabimus, si spatium posuerimus maius circulo T. Nam sectores omnium æqualium, hoc est idem secundus circulus est d ad sectores omnium inæqualium excepta maxima, scilicet ad inscriptam figuram in maiori ratione quàm quadratum ex B.A. ac rectangulum sub maxima B.A, & minima B.C. cum tertia parte quadrati excessus C.A. hoc est quàm circulus secundus sit ad circulum T. Et proinde circulus secundus habet maiorem rationem ad inscriptam figuram, quàm ad circulũ T. & proinde inscripta figura est b minor circulo T. Atqui inscripta figura adhuc maior est c circulo T. cum spatium ponatur maius eodem circulo T. Ergo rursus inscripta figura maior simul, & minor esset circulo T. quod abhorret ab omni Geometria. Ergo prædictum spatium æquale est circulo T. & proinde ad ipsum spatium circulus secundus habet rationem, quæ est quadrati radij secundi B.A. ad rectangulum sub radio B.A. secundi circuli, & radio B.C. primi circuli, cum tertia parte quadrati C.A. excessus, quo radius B A. excedit radium C.A. Et inuersim e spatium sub spirali secunda, & linea secunda C.A. est ad circulum secundum, vt rectangulum sub radijs B.A, & B.C. cum tertia parte quadrati B.A. est ad quadratum B.A. hoc est f vt 7. ad 12. quod fuit probandum.

a per 2 l 12
b per 8 l 5.
c per manifest. 12. huius.
d per manifest 4. huius.
e per coroll. 4 d 5.
f per coroll. 11. huius.

ΦΑΝΕΡΟΝ ΙΔ.

Διὰ δὲ αὐτοῦ τρόπου δειχθήσεται, ὅτι διότι τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ταῖς περιφοραῖς λεγομένας ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ποτὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας ταῖς περιφοραῖς, λόγον ἔχει ὃν συναμφότερον, τό τε ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν κύκλου, καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸ μὲν ἓν ἐλάσσονα τῶν περιφορᾶν λεγομένου, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων, τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων.

MANIFEST. XIV.

Hoc ipsomet modo demonstrabitur, & quod comprehensum spatium sub spirali ex quacumque circumuolutione generata, & recta eodem numero quo reuolutiones denominata, ad circulum eodem rursus numero significatum, quo circumuolutiones, rationem habet quàm complexum, tum ex eo quod comprehenditur sub radio ipsiusmet circuli secundum ipsum numerum dicti, & radio circuli secundum numerum vnitate minorem, quàm sit reuolutionum numerus denominati, tum ex tertia parte quadrati quod fit ab excessu, quo excedit radius maioris circuli prædictorum, radium minoris circuli prædictorum, habet ad quadratum eius, quæ ducitur à centro maioris circuli prædictorum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Inutiliter reperetetur demonstratio, quam ex præcedenti propositione mutoati possumus. Cæterum rationem non addit in numeris, vti superiùs: etenim pro diuersa circumuolutionum multitudine mutantur rationum termini: qui tamen facillimè exprimi possunt, cum semper radij ambotum circulorum maximi & minimi, commoni mensura mensurentur. Intelligas autem oportet quid hic dicatur secundum spatium, quid primom. Nam aliud est loqui de secundo spatio, quatenus simul complectitur primum spatium, aut quatcous tantum concipit quod est post primum. Hic enim per secundum spatium intelligimos qoicqoid spirali ex secunda reuolutione orta, & linea secunda comprehcoditur: & hoc est quod dicimus esse ad secundum circulum sicoti 7. ad 12. Alias verò vt propositione sequeoti 27. capitur secundum spatium pro eo quod comprehenditur inter spiralem primam & secundam, tum secunda ac prima lineis terminatur: ita vt secundum spatium non includat primum. Quod est intelligendum de cæteris, hoc est, superius spatium non complecti inferius.

PROP. XXVI.

THEOR. XVI.

Comprehensum spatium sub spirali, quæ est minor ea quæ ex vna reuolutione fit, nec habet terminum principium spiralis, & rectis quæ à terminis ipsius in principium spiralis ducuntur, ad sectorem habentem radium æqualem maiori earum, quæ à termino ad principium spiralis ducitur: arcum verò qui intercipitur inter ductas rectas secundum easdem partes spiralis; hanc habet rationem, quam habent hæc duo, rectangulum comprehensum sub rectis à terminis in principium spiralis, ductis, & tertia pars quadrati excessus quo maior dictarum linearum superat minorem, ad quadratum maioris linearum à terminis ad spiralis principium coniunctarum.

ΠΡΟΤΑ. Κϛ.

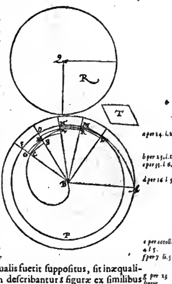
ΘΕΩΡ. Ιϛ.

Τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων αὐτᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμενᾶν, ποτὶ τὸν τομέα τὸν ἔχοντα τὰν μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσαν τᾷ μείζονι τᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμενᾶν· τὰν δὲ περιφέρειαν ἅ ἐστι μεταξὺ τᾶν εἰρημενᾶν εὐθειᾶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ ἕλικι, τοῦτον ἔχει λόγον ὃν ἔχει συναμφότερα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ μείζων τῶν εἰρημένων εὐθειῶν τοῦ ἐλάσσονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθεισᾶν.

ΤΡΟΘΣ. Sit spiralis ex vna reuolutione generata B. C. D. A. cuius pars sit C.D. non habens terminum B. principium spiralis, sed puncta C. & D. ad quæ ductis lineis

B.C,B.D. comprehendatur ſpatium ſpitali C.D. in antecedentia ſumpta, & lineis C.B, B.D. Centro autem B & interuallo B.D. maxima ductarum linearum, circulus deſcribatur D.P.E. ad cuius periferiam protendatur B.C. in E.

ΣΥΜΠ. Aio ſpatium prædictum ſpitali C.D & lineis B.C,B.D. eſſe ad ſectorem D.B.E. vt ſimul ſunt rectangulum ſub B.D, B.C. lineis, & tertia pars quadrati exceſſus, quo B D. ſeu B.E. ſuperat B.C. hoc eſt, lineæ E.C. ad quadratum lineæ B.D.



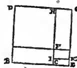
ΚΑΤΑ. Ponamus quòd radius circuli Q. quadratum habeat [a] æquale, tùm rectangulo ſub B.C, B.D. tùm tertiæ parti quadrati E.C. Deinde ad centrum Q. conſtituamus [b] angulum, qui ſit æqualis angulo D.B.C. ita vt ſector R. habeat [c] eam rationem ad circulum Q. quam habet ſectot E.B D. ad circulum D.P.E. Et viciſſim [d] ſector R. ſit ad ſectorem E.B.D. vt circulus Q. ad circulum D. P. E. Hoc eſt vt quadratum radij circuli Q. ad quadratum radij B.D. vel denique vt rectangulum ſub B.D. & B.C. cum tertia parte exceſſus E.C. ad quadratum radij B.D. & inuerſim [e]. Iam itaque, vel ſector R. prædicto ſpatio æqualis eſt, (& ſic appatet [f] propoſitionis concluſio) vel eſt inæqualis. Si inæqualis fuetit ſuppoſitus, ſit inæqualitas quantitatis T. Atque intra, circaque ſpatium deſcribantur [g] figuræ ex ſimilibus conſtantes ſectoribus, quarum maior minorem ſuperet quantitate minori, quàm ſit magnitudo T.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Poſito ſpatio maiori vel minori ſectore R. incidemus in abſutdum. Et ſiquidem minori: dicemus nos quinque lineas habere inæquales pari ſeſe omnes exceſſu ſuperantes [h], quarum maxima eſt B. minima eſt B. C. Ab his deſcribuntur ſectores ſimiles, præterquam à minima B C. quibus circumſcripta figura componitur. Deinde alias quatuor lineas oſtendemus B.D, B.M, B.N, B O. (non numeramus B.E. quia nullus ab ea ſector deſcribitur) vna quidem numero pauciores quàm ſint inæquales. Ab his etiam ſimiles fiunt ſectores. Sunt autem omnes tam hi quàm illi ſectores inter ſe, vt quadrara linearum à quibus deſcribuntur. Et proinde ſectores ab ęqualibus, hoc eſt, totus ſector E.B.D. eſt [i] ad ſectores ab inęqualibus, excepta minima, in minori ratione, quam habeat quadratum B.D. ad rectangulum ſub B.D, & B.C. & cum tertia parte quadrati exceſſus E.C. hoc eſt quàm habeat idem ſector E.B.D. ad ſectorem R. Et proinde ſequitur [k] circumſcriptam ſpatio figuram eſſe maiorem ſectore R. Atqui circumſcripta figura excedit [l] ſpatium minori quantitate quàm ſit T. Et idcirco, adhuc minot eſt ſectore R. qui ſparium exſuperat tota quantitate T. Eſſet ergo circumſcripta figura ſimul eodem ſectore R. maior & minor, quod eſt abſutdum. Verùm in idem abſutdum incidemus, ſi ſpatium ponarur ſectore R. maius. Etenim manentibus iiſdem lineis ſectores habemus ab omnibus inæqualibus, prætet quam à maxima, & ij conficiunt inſcriptam figuram. Deinde ſunt rurſus ſectores ab æqualibus, qui ergo ſunt [i] ad illos, hoc eſt, ſector E.B.D, ad inſcriptam figuram, in maiori ratione quàm idem ſectot E.B.D. ad ſectorem R. & proinde inſcripta figura eſt [k] ſectore R. maior. Sed cum inſcripta figura minus diſtet quàm ſector R. à ſpatio, remanet maiorem eſſe ipſam inſcriptā figuram ſectore R. quo proinde eſſet maior & minor. Ergo ſpatium (ne ſequantur tot incommoda) dicendum eſt æquale ipſi ſectoti R. & ideò ipſum eſſe ad ſectorem E.B.D. vt rectangulum ſub B.D. & B.C. cum tertia parte quadtati E.C. ad quadratum B.D. quod fuit probandum.

[a] per 14. l. 2
[b] per 23. l. 1
[c] per 33. l. 6.
[d] per 16 l 5
[e] per coroll. 4 l 5.
[f] per 7 li. 5.
[g] per 25 huius.
[h] per 12. huius.
[i] per manifeſt. 4 huius.
[k] per 8. l 5.
[l] per manifeſt. 13. huius.

ΛΗΜΜΑ.

Quadratum lineæ B.D.excedit rectangulum ſub B.C, B.D. cum tertia parte quadrati E.C, quantitate rectanguli ſub B.C, C.E. & duarum tertiarum quadrati C.E.



ΥΠΟΘΕ. Sit D.E.quadratum prædictæ lineæ B. D. vel D. E. & ſecetur B.E.in C.vt in præcedenti ſchemate, vel ſit hæc B.C.æqualis illi B.C. tum à puncto C. erigatur[a] perpendicularis C.H. & ſit[b] F.E. quadratum lineæ C.E.

a per 11.l.1. b per 46 l.1 c per 1. defin. l.2.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Eſt[c] D.C. rectangulum ſub B.D, & B.C. tùm F.G. eſt id quod continetur ſub B.C, & C.E. Nam cum F.C.ſit ipſi C.E.æqualis, relinquitur[d] F.H.æqualis ipſi B.C. Eſt[e] autem quadratum D.E.æquale rectangulis D.C, F.G. & quadrato E.F. Superat proinde rectangulum D.C.ſub B.D. & B.C. & tertiam partem quadrati E.F.quantitate rectanguli ſub B.C, C.E.& duarum tertiarum quadrati C.E. ſeu F.E. quod fuit probandum.

d per 3.com. ſent. e per 4 l.2.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc concludimus ſpatium ſub ſpirali C.D.arcu E.D.& linea E.C.eſſe ad ſectorem E.B.D, ſicuti eſt rectangulum ſub B.C, C.E.cum duabus tertijs quadrati C.E. ad quadratum ex B.D. At idem ſpatium eſſe ad prædictum ſub ſpirali C. D, & duabus lineis B.C, B.D.vt rectangulum ſub B.C, C.E.cum duabus tertijs quadrati C.E.ad rectangulum ſub B.C, B.D.& vna tertia quadrati C.E.

f per 10.l.6 g per 1.l.6.

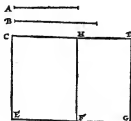
ΚΑΤΑ. Sit[f] C.I.vna tertia lateris C.F. & erigatur perpendicularis I. K. vt ſimul ſit[g] F.K.duæ tertiæ quadrati F.E.& I.E.reliqua tertia.

h præcedenti propoſ.

ΑΠΟΔ. Etenim cùm probauerimus[h] ſpatium ſpirali, & lineis B.D, B.C.eſſe ad ſectorem E.B.D.vt rectangulum ſub B.D, B.C, cum tertia parte quadrati E.C.ad quadratum D.B. ſequitur ſpiralem ſecare ſectorem E.B.D. ea ratione, qua lineæ H I, I.K. ſecant quadratum D.E. Et propterea partes ſectoris B. E. D. ad eundem ſectorem, ſeu ad ſe inuicem, ſe habent ſicuti partes quadrati D.E. ad quadratum, ſeu ad ſe inuicem, quod concluſeramus.

ΛΗΜΜΑ.

Expoſitis tribus lineis inæqualibus, rectangulum ſub maiori & media ſuperat id quod ſit à media & minima, quantitate rectanguli ſub media & parte, qua maxima ſuperat minimam comprehenſi.



ΥΠΟΘ. Exponantur tres lineæ A. minima, B.media, & C.D.maxima: rectangulum ſub maxima, & media ſit C.G. differentia, qua maxima ſuperat minimam ſit H.D. ita vt rectangulum ſub media & illo exceſſu ſit H.G. aliud verò ſub media & minima ſit C.F.

ΣΥΜΠΕ. Dico rectangulum C.G.ſuperare rectangulum C.F.illo rectangulo H.G.

ΑΠΟΔ. Nam his duobus C.F.& H.G æquale eſt[a] C. G. & proinde alterum altero ſuperat.

a per 1.l.2.

PROP.

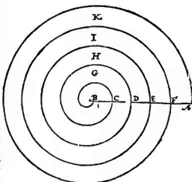
ΠΡΟΤ. ΚΖ. — PROP. XXVII.

ΘΕΩΡ. ΙΖ. — THEOR. XVII.

Τῶν χωρίων τῶν περιεχομένων ὑπό τε τᾶν ἑλίκων, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἐν τᾷ περιφορᾷ, τὸ μὲν γ. τοῦ β. διπλάσιον ἐστὶ, τὸ δὲ δ. τριπλάσιον, τὸ δὲ ε. τετραπλάσιον καὶ ἀεὶ τὸ ἑπόμενον κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς πολλαπλάσιον τοῦ δευτέρου χωρίου· τὸ δὲ πρῶτον χωρίον ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ δευτέρου.

Spatiorum comprehensorum sub spiralibus, & rectis lineis quæ in circularione sunt, tertium quidem secundi duplum est: quartum verò triplum: quintum autem quadruplum, & semper quod sequitur, secundùm numeros qui deinceps sunt multiplex est secundi spatij. Primum verò spatium sexta pars est secundi.

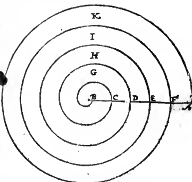
ΥΠΟΘ. Exponatur voluta quædam ex plurimis orta reuolutionibus: cuius principium sit B. terminus A. principium reuolutionis B. A. primum spatium B. contentum sub spirali ex prima reuolutione nata, & linea prima B. C. secundum spatium sub secunda spirali, & linea secunda, sit G. Tertium sit H. quartum esto I. & quintum K. & ita deinceps.



ΣΥΜΠΕ. Dico secundum spatium G. esse sextuplum primi B. tertium H. esse duplum secundi G. quartum I. esse triplum eiusdem secundi, & adhuc quintum K. eiusdem esse quadruplum, & ita deinceps. Sequentia spatia esse multiplicia secundi spatij secundum numerum, qui mox præcedens spatium denominat.

ΑΠΟΔ. Spatium B. est [a] $\frac{1}{3}$ primi circuli interuallo B.C. descripti: tum spatium G. nempè secundum est [b] $\frac{7}{12}$ secundi circuli descripti radio B.D. Atqui primus circulus est [c] tantum $\frac{1}{4}$ secundi, nam B.D, dupla est primæ B.C. ita vt qualium secundus circulus est 12. talium sit primus 3. & primum spatium 1. Cùm ergo secundum spatium complectens primum, sit earumdem partium 7. sequitur sublato primo spatio à secundo, secundum relinqui 6. partium, seu id quod propriè est secundi sine primo: & proinde quod est secundi spatij post primum, sextuplum est primi. Tertium autem H. cum primo & secundo, est [d] ad tertium circulum descriptum interuallo B.E. vt rectangulum sub B.E, & B.D. cum tertia quadrati E.D. ad quadratum B.E. Sint ergo B.C. 3, B.D. 6. & B.E. 9. (sunt [e] enim commensurabiles, & se habent inter se sicuti numeri.) Rectangulum quippè sub B.E, & B.D. erit 54. quibus si addatur $\frac{1}{3}$ quadrati D.E, quod est 9. fient 57. Est verò quadratum ex B.E 81. Tertium igitur spatium complectens primum & secundum est ad tertium circulum, vt 57. ad 81. Verum ex eadem ratiocinatione secundum spatium cum primo est ad secundum circulum, vt 21. ad 36.

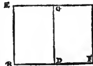
a per 24. huius.
b per 25. huius.
c per 2. 12.
d per manif. 14 huius.
e per [illegible] 4. defin. huius, & coroll. 12 huius.



a per 2 l 12 Tertius porrò circulus est *a* ad secundum in ratione duplicata radij B.E. ad radium B.D. quæ est $\frac{3}{2}$: Ergo est *b per 7 l 10* vt 9. ad 4. seu vt 81. ad 36. & sunt *b* commensurabiles, tùm inter se, tùm eum prædictis spatijs. Partium ergo 57. quas efficiebant tria simul spatia B. G. H. duo priora sunt 21. & solum tertium H. 36. Denuum cum secundus circulus sit 36. eiusque quarta pars sit *a* primus circulus, nempè 9. cuius adhuc est $\frac{1}{3}$, nempè 3. spatium primum: sublatis 3. à 21. supererit spatium secundum 18. partium, quarum sunt duplæ 36. Ergo tertium spatium solum, solius secundi duplum est. Eodem numerorum ratiocinio experiemur. Namquia B.F. constat quatuor lineis, prima, secunda, tertia & quarta, partium est 12. eiusque quadratum est 144. At rectangulum sub B.E, & B.F. est 108. tum tertia pars quadrati E.F. est 3. ita vt hæc duo simul sint 111. Est itaque quartus circulus ad spatia B.G.H.I. sicut 144. ad 111. Harum autem partium 111. tria spatia B.G.H. constituunt 57. Solum ergo I. seu quartum est earumdem 54. quæ sunt triplæ partium 18. quarum est G. spatium secundum. Postremo inueniemus spatium quintum K. esse 72. partium, quæ quater continent 18. ita vt tandem quintum spatium sit quadtuplum secundi.

ΑΛΛΩΣ.

c per 25. huius. Spatia B.G.H.I.K. sunt *c* ad circulum ex radio B.A. vt rectangulum sub B.A, B.F. cum *d per 2 l 12* tertia parte quadrati F.A, ad quadratum B.A. Circulus autem interualli B.A. est *d* ad circulum interualli B.F. vt quadratum ex B.A. ad quadratum ex B.F. Et præterea cir- *e per 22 l 5.* culus interualli B.F. est *e* ad spatia B.G.H.I. vt quadratum ex B.F. ad rectangulum ex B.F, B.E. cum tertia parte quadrati E.F. Ergo ex æquo spatia B.G.H.I.K. sunt *e* ad spatia B.G.H.I. vt rectangulum sub B.A, B.F, cum tertia parte quadrati F.A. ad rectangu- *f per 17. l 5* lum sub B.E, B.F. cum tertia parte quadrati E.F, & diuidendo *f* K. spatium est ad spatia B.G.H.I, vt excessus quo rectangulum sub B.A, B.F, cum tertia parte quadrati F.A. excedit rectangulum sub B.E, B.F. cum tertia parte quadrati F.E. ad idem rectang. sub B. *g nam lineæ sunt æquales, per cor. 12 huius.* E, B F, cum tertia quadrati F.E. parte. Atqui tertia pars quadr. F.A. est *g* eadem quæ tertia pars quadr F.E. Tollantur ergo istæ tertiæ partes vtrinque: erit quippè ille excessus, is quo rectang. sub B.A, B F. excedit rectang. sub B.E, B.F, nempè *h* rectangulũ compre- *h per lemm. praced.* hensum sub B.F, & E.A. Et proinde spatium K. est ad spatia B.G H.I. vt quod fit sub B.F, & E.A. ad id quod fit sub B.F, B.E, cum tertia parte quadrati E.F. Eadem protsus ratione spatium quartum I. est ad spatia B.G.H. vt rectang. sub B.E, D.F, ad rectang. sub *i per 18. l 5* B.E, B.D, cum tertia quadrati D.E. Et spatium I. est *i* componendo ad omnia spatia B.G.H.I, vt rectang. sub B.E, D.F, ad rectangula sub B.E, D.F, & sub B.E, B.D. cum tertia quadrati D.E. At verò rectangula hæc sub B.E, D.F, & sub B.E, B.D, cum tertia parte quadrati D.E. paria sunt rectangulo sub B.E, B.F, cum tertia quadrati E.F. Sunt enim duæ lineæ E.B, B.F. quarum altera secatur in D. Et ideò *l per 1. l 2* rectangulum E.F, æquale est *l* duobus sub B.E, B.D. & sub E.B. seu D.G, & D.F. Duæ autem tertiæ quadratorum D.E, & E.F. sunt æquales, vt lineæ sunt pares. Idcirco spatium I. est ad spatia B.G, H.I. vt rectangulum sub B.E, D.F, ad rectang. sub B.E, B.F, cum tertia parte quadrati E.F. Et inuertendo, sunt spatia B.G.H.I. ad spatium I. vt quod fit sub B.E, B.F, cum tertia patte quadrati E.F, ad id quod fit sub B.E, D.F.



Habemus ergo ordine in ijsdem rationibus K. spatium ad spatia B.G.H.I. vt rectangulum sub B.F, E.A. ad rectangulum sub B.F, B.E. cum tertia quadrati E.F. Tum spatia eadem B.G,H.I. sunt ad spatium I. vt quod fit sub B.E, B.F, cum tertia quadrati E.F. ad id quod fit sub B.E,D.F. Ex æquo ergo K. spatium est [a] ad spatiũ I. vt quod fit sub B.F, E.A. ad rectangulum sub B.E,D.F. Quoniam verò in his duobus rectangulis altitudines E.A. & D.F. sunt æquales, se habent [b] inter se rectangula vt bases, hoc est, rectangulum sub B.F,E.A. est ad rectangulum sub B.E, D.F, vt B.F. basis ad basim B.E. Et ideò spatium K. est [c] ad spatium I. vt B.F, ad B.E.

a per 22. l. 5 *b per 1. l. 6.* *c per 11. l. 5.*

Similiter probabimus spatium I. esse ad spatium H. vt linea B.E, ad lineam B.D. Et adhuc spatium H. ad spatium G. vt linea B.D. ad lineam B.C. Et proinde ex æquo K. est ad G. vt B.F, ad B.C. hoc est, in ratione quadrupla: I. est ad G. vt B.E, ad B.D, in ratione nempè tripla. Demum H. est ad G. vt B.D, ad B.C. in ratione scilicet dupla, quod fuit probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hinc patet duplex spatii acceptio, quatenus definitur 5. definitione huius, quam iam monuimus χρῆμα manifesti huius. Hic enim secundum spatium ostenditur esse sextuplum primi. At verò idem secundum spatium est [d] ad secundum circulum vt 7. ad 12. Sit ergo circulus secundus 12. partium: harum primus circulus fuerit [e] 3. & primum spatium 1. [d] Si ergo secundum spatium sumptum fuerit hic vt in vigesima quinta huius, iam non sextuplum sed septuplum erit primi spatii. Vel si in vigesima quinta sumeodum fuerit vt hic, iam non erit ad secundum circulum vt 7. ad 12. sed vt 6. ad 12. & in ratione subdupla. Cæterum numeri, quibus in prima demonstratione vsi sumus, ostendunt tertium spatium æquale secundo circulo, & vtrumque partium 36. qualium primum spatium est 3. quod & aliunde dignoscere possumus, demonstrato quod si A. fuerit ad B.C. vt E. ad F.G. Tum A. ad D.C. vt E. ad H.G. fore vt A. sit ad B.D. sicut E. ad F.H. Etenim B.C. & F.G. sunt [f] in eadem ratione diuisæ: ita vt quæ pars est B.D. ipsius B.C. eadem sit F.H. quartæ F.G. Et proinde cum A sit ad totam B.C. vt E. ad totam F.G. Erit [g] etiam A. ad partem B.D, vt E, ad partem F.H. Sit ergo A. quadratum ex B.D, superioris diagrammatis: sit B.D, rectangulum sub B.D, B.C. cum D.C. tertia pars quadrati C.D: Rursus sit E. secundus circulus descriptus interuallo B.D: sit F.H. secundum spatium G. sine primo B. & H.G. sit tandem primum spatium, seu [h] tertia pars circuli primi facti ex interuallo B.C.



d per 25. huius. *e per 2. l. 12. & 20. l. 6.* *f per lemma 3. ad 3. l. de æquipond.* *g per 19. l. 5.* *h per 24. huius.*

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim A. sic erit [k] ad B.C. vt E. ad F.G, sed idem A. est [i] etiam ad D.C. vt E. ad H.G. Et proinde A. seu quadratum ex B.D. est [k] ad B.D. seu ad rectangulum sub B.D, B.C, vt E. secundus circulus ad spatium G. solum sine primo. Atqui A. est [l] duplum ipsius B.D. cum enim altitudines sint æquales in quadrato & rectangulo, sunt inter se sicuti bases. Ergo quoque secundus circulus est duplus secundi spatii G. Verùm probauimus [m] tertium spatium H. esse duplum eiusdem G. spatii secundi. Est [n] itaque H. seu tertium spatium secundo circulo æquale, quod fuit probandum. En rursus patet spatium secundum, quatenus cum secundo circulo comparatur, in conclusione propositionis 25. huius, includere spatium primum, hic verò non.

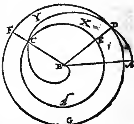
i per id quod mox prob. *l per 1. l. 6.* *m præced. prop.* *n per 7. l. 5.*

ΠΡΟΤΑ. ΚΗ.	PROP. XXVIII.
ΘΕΩΡ. ΙΗ.	THEO. XVIII.
Εἴκα ἐπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σημεῖα λαφθέωντι, μὴ τὰ πέρατα· ἀπὸ	Si in Helica ex quacumque reuolutione generata duo puncta sumantur, quæ non sint ipsius termini: à sumptis verò

punctis iungantur rectæ ad principium Helicis, & centro quidem principio spiralis, interuallis verò lineis à punctis ad principium spiralis ductis, circuli describantur: comprehensum spatium sub maiori arcuum medio inter ductas lineas, & Helica media inter easdem rectas, ac recta linea producta, hanc habebit rationem ad comprehensum spatium sub minori arcu, & eadem spirali, & alia recta coniungente vtriusque terminos, quam radius minoris circuli cum duabus tertijs excessus, quo excedit radius maioris circuli radium minoris, ad radium minoris circuli cum vna tertia parte eiusdem excessus.

δὲ τῶν λαφθέντων σημείων ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστήμασι δὲ τοῖς ἀπὸ τῶν σαμείων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, κύκλοι γραφέωντι· τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς μείζονος τᾶν περιφερειᾶν τᾶς μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν, καὶ τᾶς ἕλικος τᾶς μεταξὺ τᾶν αὐτᾶν εὐθειᾶν, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας τοῦτον ἑξοῦντι λόγον ποτὶ τὸ ἀπολαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἐλάσσονος περιφερείας, καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτᾶν, ὃν ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου μετὰ δύο τριταμορίων τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ ἑνὸς τριταμορίου τᾶς αὐτᾶς ὑπεροχᾶς.

ΥΠΟΘ. Sit quæcumque spiralis B.C. D. A. in qua puncta sumantur C. & D. ad quæ iungantur lineæ B.C, B.D, à principio spiralis B. Tum centro B. & interuallis duabus lineis B.C, B.D. circuli describantur C.H.E, & D.F.G, producaturque B.C. in extimam circumferentiam maioris circuli, cadatque in punctum F.



ΣΥΜΠ. Aio spatium comprehensum arcu F.D. spirali C.D, & linea producta C.F. quod deinceps notabimus litera Y. esse ad spatium conceptum intra arcum C.E. spiralem C.D, & lineā E D. quod inposterum appellabimus X. vt est linea B C. cum duabus tertiis lineæ C.F. qua B.D. superat B.C, ad B C. cum reliqua tertia parte excessus C.F.

a per coroll. 29. huius. ΑΠΟΔ. Spatium Y. est a ad spatium C.B.D. comprehensum sub spirali & lineis B.C, B.D, sicut rectangulum sub B.C, C.F. cum duabus tertijs quadrati C.F, ad rectangulū sub B.D, vel B.F, & B.C. cum tertia parte quadrati C.F. Deinde spatium C.B.D. est a ad sectorem F.B.D. vt rectangulum sub B.F, B.C. cum tertia quadrati C.F. ad quadratum ex B.F. Adhuc in primo ordine sector F B. D. est b ad sectorem C. B. E, vt in secundo ordine quadratum ex B. F. ad quadratum ex B. C. Ex æquo ergo c spatium Y. est ad sectorem C. B. E, vt rectangulum sub B. C, C. F, cum duabus tertijs quadrati C. F, ad quadratum ex C. B. Et ex consequenti Y. spatium est d ad spatium X. vt rectangulum sub B. C, C. F. cum duabus tertiis quadrati C. F. est ad exces-

b per 33. l. 6. & 2. l. 12.
c per 22. li. 6
d per 19 l. 5. seu per coroll. ipsius.

sum quo rectangulum sub B.F, B. C, cum tertia quadrati C. F. superat quadratum ex C. B.



Est a autẽ excessus ille id quod fit sub B.C, C.F. cũ tertia parte quadrati C.F. Proinde Y. est ad X. vt rectangulum sub B.C, C.F, cum duabus tertijs quadrati C.F. ad rectangulum ex B.C, C.F. cum vna tertia quadrati C.F, hoc est b vt basis B.C, cum duabus tertijs basis C. F, ad basim C.B. cum vna tertia eiusdem basis C.F. quod fuerat probandum. a per 3 li.2. b per 1 16.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Huc Archimedis cursus fuit. Porrò hanc 29. propositionem addemus ex Pappo c, quia non iniucundæ est contemplationis. Græcè autem sic legi potest. c collect. mathemat. l.4 prop 22

ΠΡΟΤΑ. ΚΘ.

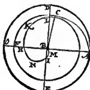
ΘΕΩΡ. ΙΘ.

Εἴκα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν μὲν ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμέναν, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος εὐθεῖα ἐμπεσῆται· τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον πρὸς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τοῦ πρώτου μέρους τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ποτιπιπτούσας, ὃν ἔχει ὁ κύβος ὁ ἀπὸ τᾶς εὐθείας πρώτας, πρὸς τὸν κύβον τὸν ἀπὸ τᾶς ποτιπιπτούσας.

PROP. XXIX.

THEOR. XIX.

Si in spiralem ex vna reuolutione ortam, & à principio spiralis, recta linea ceciderit: spatium comprehensum sub spirali, & linea prima eam rationem habet ad spatium contentum sub prima spiralis parte & linea incidente, quam habet cubus primæ lineæ, ad cubum lineæ incidentis.

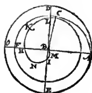


ΥΠΟΘ. Sit spiralis ex vnica circumuolutione generata B. H. C. A. in quam à puncto B. cadat linea B. C.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Aio spatium comprehensum tota voluta, & linea prima A. B. quod deinceps integrum dicimus, esse ad spacium conceptum parte spiralis B.H.C. & incidente B. C. quod in posterum truncatum appellabimus seu mutilum; vt cubus lineæ B. A. ad cubum lineæ. BC.

ΚΑΤΑΣ. Fiat primus circulus A.D.O.E, & alter minor C.F.G. centro B. & interuallo B.C.

Diuidanturque a ambo quadrifariam duobus diametris sese rectò decussatim dimentibus. a per 33 l.6



ΑΠΟΔ. Totum ſpatium eſt tertia pars primi circuli A.D. O.E. Deinde mutilum ſpatium etiam tertia pars eſt, [a] partis circuli C.F.G. contentæ arcu C.F.G, & lineis B.C, B.G. quam deinceps nomine portionis ſignificabimus. Ergo vt circulus primus eſt ad portionem: ſic eſt [b] totum ſpatium ad mutilum ſpatium. Inter circulum verò primum & portionem, ſi poſuerimus circulum C.F.G. erit [c] ratio primi circuli ad portionem compoſita ex rationibus primi circuli ad circulum C.F.G, & circuli C.F.G. ad portionem: hoc eſt [d] ex rationibus quadrati B.A. ad quadratum B.G, & circumferentiæ totius circuli C.F.G, ad arcum C.F.G, vt enim circulus ad ſectorem, ſic [e] periferia circuli ad arcum ſectoris. Verùm vt periferia ad arcum, ſic [f] linea B.A. ad lineam B.C. Ergo rurſus ratio primi circuli ad portionem componetur ex rationibus quadrati B.A. ad quadratum B.G, ſeu B.C, & lineæ B.A. ad lineam B.C. Et proinde totum ſpatium eſt [g] etiam ad mutilum in compoſita ratione ex rationibus quadrati A.B. ad quadratum B.C, & lineæ B.A. ad lineam B.C. hoc eſt in ratione tripla [h] lineæ A.B, ad lineam B.C. ſeu [i] vt cubus lineæ A.B. ad cubum lineæ B.C. quod fuit probandum.

[a] per 2. cor. huius 24. [b] per 15. l.5. [c] per lemm. 2. ad 3. l.2. de ſphær. & cyl. [d] per 2. l.12. [e] per 33. l.6. [f] per 14. huius. [g] per 11. l.5. [h] per 20. l.6. [i] per 33. l.11.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hoc pacto omne ſpatium comprehenſum parte ſpiralis, & linea incidente in ſpiralem, nouerimus, ſi modo angulus quem incidens facit cum prima linea, cognoſcatur, aut arcus inter vtramque interiectus. Quoniam enim nouimus angulum A B.E. eſſe rectum, eſt B.A, ad B.I. in ratione quadrupla, quia tota circuli periferia eſt arcus A.E. quadruplus: Proinde linea B.I. datur, eiuſque cubus in partibus cubi B.A. Ponatur ergo B.A.4. eius cubus erit 64. Tum erit B.I. vnum, eiuſque cubus 1. Adhuc erit B.H.2. eiuſque cubus 8. demum B.L. erit 3 eiuſque cubus 27. Itaque qualium eſt B.M.I. ſpatium, 1. talium eſt ſpatium ſub ſpirali B.I.H, & linea B.H 8. vel ſpatium ſub ſpirali H.N.I, & lineis B.H, B.I.7. Tum ſpatium ſub H.k.L, & lineis B.H, B.L.19. Denique reliquum ſub L.C.A, & lineis B.L, B.A. 37, vt infert Pappus. Porrò ex angulo aut arcu noto, linea incidens dabitur, & ex conſequenti cubus, & tandem contentum ſpatium.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hinc nobis ſuppeditatur ars qua ingenioſiſſimè ludamus in omnibus quæ ſpiris deducuntur, deformantur, ornantur: ſiue in cœlis ſint, ſiue in aquis, ſiue in terra, ſiue in ædificiis, & rerum ornamentis, denique in difficillimis problematis totius Geometriæ. Admiſſa enim helica, & ritè vt pars ipſius fert fabrefacta, nihil eſt in tota Geometria abſtruſum, & adhuc inuium quod non denudetur, patefiat & aperiatur. Primum cuiuſcumque anguli dati dabitur quæſita pars.

LEMMA.

Si fuerint duo quantitatum inæqualium ordines, in quorum primo ſit prima ad ſecundam, & ſecunda ad tertiam, vt in ſecundo prima ad ſecundam, & ſecunda ad tertiam: erit in illo differentia primæ & ſecundæ ad differentiam eiuſdem primæ & tertiæ, vt in hoc differentiam, primæ, ſecundæ, ad differentiam, primæ & tertiæ.

ΥΠΟΘ. Sint A.D, A.C, & A.B, inter ſe vt E.H, E.G, & E.F.

ΣΥΜΠΕ. Dico D.C. eſſe ad D.B, vt H.G, ad H.F.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. B. est ad A. C. vt E. H. ad E. G. viciſſim a A. D. eſt ad E. H. vt ablatum A. C. ad ablatum E. G. & ex conſequenti reliquum D. C. eſt b ad reliquum H. G. vt ablatum A. C. ad ablatum E. G. Verum quia A. C. eſt c ad A. B. vt E. G. ad a per 16 l. 5. b per 19 l. 5 c per coroll. 4. l. 5.



E. F. viciſſim eſt A. C. ad E. G. vt A. B. ad E. F. & proinde D. C. eſt ad G. H. vt eſt A. B. ad E. F. Atqui cum A. C. ſit ad E. G. vt ablatum A. B. ad ablatum E. F. ſequitur reliquum C. B. eſſe b ad reliquum G. F. vt A. B. ad E. F. hoc eſt vt D. C. ad G. H. Quoniam tandem C. D. eſt ad H. G. vt C. B. ad G. F. erit permutando a D. C. ad C. B. vt H. G. ad G. F. & inuertendo c B. C. ad C. D. vt F. G. ad G. H. & componendo d B. D. ad C. D. vt F. H. ad G. H. & inuertendo c D. C. etiam primæ & ſecundæ ad D. B. etiā primæ & tertiæ in primo ordine vt H. G. differentiam primæ & ſecundæ ad H. F. differentiam primæ & tertiæ in ſecundo ordine, quod proponebatur. d per 18 l. 5.

PROBLEMA I.

Propoſiti anguli imperatam partem aſſignare.

ΠΡΟΘ. Proponatur angulus D. B. A. ſeu A. B. L. præcedentis figuræ, & iubeamur ab eo nonam partem aſſignare.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur L. D. exceſſus ſcilicet lineæ B. A. ſupra lineam B. L. in nouem partes, & vnam addamus ipſi B. L. vel 8. ex ipſis reſecemus ex B. A. quæ ſint G. A. tum centro B. & interuallo B. G. deſcribamus circulum G. C. F. & à puncto B. ad interſectionem circuli & volutæ C. iungatur B. C.

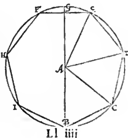
ΣΥΜΠΕ. Dico angulum L. B. C. eſſe nonam partem totius D. B. A.

ΑΠΟΔ. Vt ſe habet linea A. B. ad B. L. ſic e ſe habent quatuor recti ad angulos A. B. E, E. B. O, O. B. D. Et rurſus vt eſt B. L. ad B. C. ita ſunt hi tres anguli A. B. E, E. B. O, O. B. D. ad angulos A. B. E, E. B. O, O. B. C. proinde in primo ordine vt exceſſus L. D. primæ ſupra ſecundam ad G. A. exceſſum primæ ſupra tertiam, ita eſt f angulus D. B. A. exceſſus nempe primæ quantitatis in ſecundo ordine ad angulum C. B. A. exceſſum item primæ ſupra tertiam. Sed L. D. ſuperat G. A. vna ſui nona parte. Ergo angulus D. B. A. ſuperat angulum C. B. A. vna ſui nona parte proindeque L. B. C. angulus eſt nona pars propoſiti anguli L. B. A. quæ quærebatur. e per 14 huius & 31. l. 6. f per lemma praecd.

PROBLEMA II.

Omnes figuras quotquot libet laterum in circulo deſcribere.

ὑπόμνησις.



Quoniam omnes figuræ reſoluuntur in triangulos, facere eſt cognoſcere quot rectis æquiualeant anguli cuiuſlibet figuræ propoſitæ: duplicatus enim triangulorum numerus in quot figura diſpeſcitur, rectorum angulorum numerum conſtituit, quibus pares ſunt figuræ anguli: Heptagonū in quinque triangulos dirimitur, propterea 10. angulos rectos continent heptagoni anguli, & ideo quiſque recto & $\frac{3}{7}$ recti par eſt. Cæterum laterum cuiuſlibet figuræ docēt Geometræ numerum, duplicare & à duplo qua-

ternarium auferte: qui etenim supetest angulos rectos patefacit, qui sunt in angulis figuræ.

ΥΠΟΘ. Proponatut heptagonum describere in circulo dato, cuius centrum A. diamerer B. G.

a per primũ problema. b per 9. l. 1. c per 11. l. 1. d per 1. l. 4. ΚΑΤΑΣ. Habeatut a angulus heptagoni qui recto & $\frac{3}{7}$ recti æquiualet: dirimatur b bifariam, & semissis adponatur c ad diamerrum G. B. puncto B. qui sit A. B. C. altera semissis sit A. B. I ita vt totus angulus bepragoni sir I. B. C. accommodentur d autem in eireulo lineæ C. D, D. E, E. F, F. H, & H. I. singulæ æquales vni B. C. tandem ducantur A. C, A. D, A. E.

ΣΥΜΠ. Dieo hepragunum describi in cireulo æquiangulum & æquilatetum.

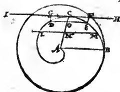
e per 32. l. 1. f per 28. l. 3. g per 27. l. 3 ΑΠΟΔ. quoniam triangulus A. B. C. est isosceles, & est angulus A. B. C. semissis anguli heptagoni: ambo ad basin B. & C. æquiualent toti angulo heptagoni hoc est $1\frac{3}{7}$ recti, proinde angulus B. A. C. valet e $\frac{4}{7}$ recti. At est C. D. æqualis ipsi B. C. ergo areus C. D. est f quoque æqualis areui B. C. & angulus C. A. D. erit g eriam $\frac{4}{7}$ recti. Idem dicendum de reliquis. Atqui rota circumferentia subrendit in centro 4. rectos: quatuor vero recti si. diuidantur in 7. partes, quæque pars erit $\frac{4}{7}$ recti, ergo angulus B. A. C. sustinet septimam partem circumferenriç eirculi, & est B. C. latus heptagoni vt & reliquæ lineæ: heptagonum est ergo æquilaterum. quod sit æqui-*h per 8. l. 1.* angulum ostenditur. Nam triangulorum A. B. C, A. C. D, A. D. E. omnia latera sunt æqualia: ergo sunt h æqualium angulotum, & sunt ambo A. C. B. & A. C. D. æquales ambobus A. D. C. & A. D. E. torusque ptoinde B. C. D. æqualis tori C. D. E. ita dici potest de teliquis. Est ergo figura æquiangula, vt & æquilatera, quod fuerat probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

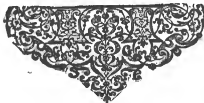
Idem fier de reliquis figutis, quæ si numero laterum pari fuerint, angulus totus punetur ad diametrum: si veru impari, semissis duotaxat, vt hic in heptagono egimus. Etenim in pari laterum numero fit, vt diameter latus vnum dispescat in duas partes æquales, scilicer illud quod medium est inter partes numero æquales, vt in heptagouo quartum, quod est in superiori schemate E. F. At vero in pari laterum vel angulorum numeru fit vt medietas figuræ tota sit exactè ad alterum diametri latus, altera ad alterum. Cæterum mediaute quuque hac inuentione umnium angulorum seu diuisiune eorum qui dantur in quotlibet partes, etiam inuentio mediarum duarum continuè proportionalium inter duas inæquales datas, facilis redditur, tum duplicandi cubi ratio, vti exemplis duceremus, nisi nos præli vrgerent, & quotidianum ac coutinuum erga Regem, (cui deesse vel momento, nefas) pensum, ab hac contemplatione, quæ tempore & libertate eget, auocaret. Memini me primis adolescentiæ meæ annis, cum omnia susque deque in Gallia ferreotur, armis strepetent, ferro ac flamma vastari cæpissent, atque licet admodum iuuenis, ne committerem aduersus legem Solonis, quam trabibus Athenis insculptam memoriæ mandauerat, aduersus eos qui patria in duas partes discissa neutri adhærerent, nollem Principi meo, quicquid in me operæ esset, virium, sanguinis & vitæ denegare, inter strepitus bellicos, cum etiam aliquando veluti furtim Musas reuiserem, incidisse in libellum, qui præ se titulum ferret, De dupli-*Aul. Gell. l. 2. cap. 12. noct. Att.* catione cubi, authore Beroaldo: quem vt auidissimè legissem, inueni ac munui scriptis, [illegible]. Equidem hoc addidissem, si per otium & tempus liceret. Verum habetur præ manibus, & potest quisque experiri mendum præcipuum, quud in hoc hominis docti conatu sit, rotum esse in trisectione anguli, quæ vt artificio helices redditur minus operosa, sic inuentum illud nou parum erigit. Denique quantum attinet ad quadraturam circuli, quam iam antea diximus plurimum euehi ex artificio helices, si modum haberemus quo lineam possemus ducere tangentem helicem: huc de tactu placet hanc proponere coniecturam Geumetris qui liberiori & diuturniori otio fruuntur.

DE TACTV HELICES,
coniectura.

Non dubito quin multi tactum heliees inquisiuerint, quo tot linguis decantatum problema, de quadratura circuli solui potest. Verum adeo variè motus circularis cum recto commisceetur, in deformanda spirali, vt in dignoscendis ipsius proprietatibus



Geometria cœcutiat. Coniectabat dato puncto in spirali puta C. & recta C.A. ducta, capi debere duos arcus hinc inde puncti dati æquales, exempli gratia C. D, C. E. qui iuncti linea D. E. secante A. C. in O. ad angulos impares: quia C. E. arcus minus curuatur præcedenti D. C. ex contractiori motu deformato, viam aperirent deducendæ tangentis: Quippe ducta V. F. à puncto C. parallela ipsi D. E. censenda forrassis esset tangens helicem: quia helix à puncto C. incuruatur ad E. nec videtur sequi lineam C. F. ne fieret recta, quæ perpetuo incuruatur: multo minus ascendere supra C. F. Idem de præcedenti parallelogrãmo C. D. Verum multa obijciuntur: primum non posse demonstrati arcus C. D. & C. E. æquales, licet circino capiantur vt pares. Tum non demonstratur helicem non secari à recta C. F. deinde si capiantur alij arcus circini iudicio æquales C. H, C. I. qui iungantur linea H. I. vix probabitur, imo falsum est, hanc H. I. parallelam esse D. E. & inde sequitur, aut determinandum esse, qui arcus sint capiendi, quod est difficilimũ, aut ducendas esse tangentes varijs ad rectam angulis. Hinc ex multis quæ coniecturam hanc obsident, difficultatibus, censetur hic tactus Geometris haud facilè inueniendus, dignus tamen, vt arduus, quem sagacissimus artifex aggrediatur.





ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ.

ARCHIMEDIS QVADRATVRA PARABOLES.

Nouis demonſtrationibus illuſtrata.

PRÆLVDIVM.



VI naturam mentis noſtræ contemplati ſunt, modumq; quo rerum notitiam ſibi comparat, vel ſcientiam adipiſcitur, in ea omnes fuere ſententia, vt à ſenſibus artium & ſcientiarum primordia ſint; & quidem ea vi & neceſſitate, vt ſine ſenſibus anima noſtra rem nullam aſſequatur: vtq; cùm varias res varijs ſenſibus excipiat, nec omnes ſingulis ratum ſit, ὅτι εἴ τις αἴσθησις ἐκλέλοιπεν, ἀνάγκη καὶ ἐπιστήμην τινὰ ἐκλελοιπέναι, ἣν ἀδύνατον λαβεῖν, *vt inquit Ariſtoteles: qui naturæ genius hunc tantum ſentiendi in intellectione principatum animaduertens, cauſam nunc reijcit in formas intelligibiles, quas in ſenſibilibus eſſe vult,* ἐν τοῖς εἴδεσι τοῖς αἰσθητοῖς τὰ νοητά ἐστι, *inquit: nunc in cogitationem ſiue* διανοίας, *& in æſtimationem ſiue* ὑπόληψιν, *quæ in addiſcendo non parum habent operæ, quæque ipſius iudicio* οὐ γίγνονται ἄνευ αἰσθήσεως: *nunc in concipiendi ſeu imaginandi vim, qua cum in cognoſcendo anima potiſſimum vtatur* (οὐδέποτε νοεῖ *(ait)* ἄνευ φαντάσματος ἡ ψυχή,) *quæque cum diuerſa ſit à ſenſu mentéque* (φαντασία γὰρ ἕτερον καὶ αἰσθήσεως καὶ διανοίας) *tamen (inquit)* αὕτη τε οὐ γίγνεται ἄνευ αἰσθήσεως: *nunc in certitudinem, vt ſcilicet abſque vlla erroris alea ſciendi fieret exordium,* ἡ μὲν γὰρ αἴσθησις τῶν ἰδίων ἀεὶ ἀληθής, διανοεῖσθαι δ' ἐνδέχεται καὶ ψευδῶς. *Et certè cum ſenſus in proprio ſaltem obiecto nuſquam fallatur, poſſimus verò etiam ſummo ratiocinationis initio decipi,*

Cap. 3 l. 1. poſter analyt.

Lib. 3. de animæ c. 8.

Ibid. c. 3.

Ibid. c. 7.

Cap. 3.

labi, errare, à ſenſibus intelligere cum incipimus, veritatem procul dubio reſpicimus. Verum cum tam certi ſint ſenſus, cur non ducibus perpetuo ſenſibus ad ſcientiam dirigimur? eccur ab ipſis vnquam deflectimus? Ratio eſt ab eodem Stagyrita in promptu, petita & à ſcientia, & à rebus quæ ſciuntur, & ab ipſomet ſenſu. A ſcientia quidem, quæ nimirum demonſtrationibus generatur, & vniuerſalibus conſtat principijs, quę ſunt indeſinentis veritatis: hæc autem ſenſus non agnoſcit: ἐπεὶ δ' ἡ μὲν ἀπόδειξις καθόλου, ταῦτα δ' οὐκ ἔστιν αἰσθάνεσθαι· φανερὸν ὅτι οὐδ' ἐπίστασθαι δι' αἰσθήσεως ἔστιν. *Singula vero quę ſub ſcientiam non cadunt: ſenſus concipere aptus natus eſt,* τῶν γὰρ καθ' ἕκαστον ἡ αἴσθησις· οὐ γὰρ ἐνδέχεται λαβεῖν αὐτῶν τὴν ἐπιστήμην· οὔτε γὰρ ἐκ τῶν καθόλου ἄνευ ἐπαγωγῆς, οὔτε διὰ τῆς ἐπαγωγῆς ἄνευ τῆς αἰσθήσεως, *non altius euehuntur ſenſus, terræ irrepunt & elementis, rebuſque materia concretis, & quidem particulari. Ac demum ſenſus quamquam abſq; errore diſcernit* ἴδιον αἰσθητόν, περὶ ὃ μὴ ἐνδέχεται ἀπατηθῆναι, *tamen in communibus ſæpiſsimè, in motu, quiete, numero, figura, magnitudine & huiuſmodi turpiter decipitur:* καὶ οὐκ ἀπατᾶται ὅτι χρῶμα, οὐδ' ὅτι ψόφος, ἀλλὰ τί τὸ κεχρωσμένον ἢ ποῦ, ἢ τί τὸ ψοφοῦν, ἢ ποῦ. *Incipimus itaque ſcire à ſenſibus, etſi nihil ſcientiæ habeant, haud aliter quam à puncto deducimus quantitates, quamquam punctus nullius ſit quantitatis particeps, & omnino indiuiſibilis ſit. A materia conſtantibus initium ſciendi eſt, licet ſcientia quælibet à materia abſtrahat, & nihil ſciatur, quin à materia primum ſeparetur. Et certè anima quæ ſcit, id quod ſcit, quodammodo eſt, & ſic* ἡ ψυχὴ τὰ ὄντα πώς ἐστι πάντα. *Vt autem anima ſcit res, debent ipſæ fieri intellectuales, & ſicuti illa, immortales, incorruptibiles, vno verbo* σώματα πτωματικά: *at cum materia corporeæ ſunt, peritura, corrumpendæ: Ergo ſeiungendæ ſunt à principio illo erroris, craßitiei, mortis, putrefactionis, ſi non re ipſa, ſaltem mentis & cogitationis beneficio. Atque tandem vt ad ſcopum collimemus,* οὕτω τὰ μαθηματικὰ οὐ κεχωρισμένα ὡς κεχωρισμένα νοεῖ, ὅταν νοῇ ἐκεῖνα. *Horum omnium hìc exemplum affabre reſectum ab Archimede intueri par eſt. Flagrabat vehementi deſiderio* τὴν μέτρησιν τοῦ κύκλου: *quam non concedente Deo, cuique non ſufficiente arte, circulares figuras comparauit rectilineis, vt pedetentim ac gradatim in tanta obſcuritate lucis ſcintillam excuteret, qua tandem accenſo ingenio aliquid ſubtilius moliretur. Rem primo intuitu difficilem veritus, & nec à quoquam antea tentatam, ordine ſciendi aggreſſus eſt. Conſultis primum ſenſibus ad opus accinxit ſe, & in materia particulari veritatē propoſitionis expertus eſt (*πρότερον μὲν διὰ μηχανικῶν εὑρεθὲν *inquit) Credidit ea quæ admittenda ſunt* καθόλου, *etiam vera eſſe* καθ' ἕκαστον, *& ex ſingulis ſcientiam fieri vniuerſalem. Atque vti* ἐν τῇ ὕλῃ *rem ſe habere deprehendit, diuidens poſtea & abſtrahens à materia, atque à ſenſu tranſiens ad intellectum, concluſiones primum* μηχανικῶς *determinatas, deinde* ἐπιστημονικῶς *demonſtrauit, & in vniuerſum definiuit,* πρῶτα παραβολὸν ἐπίτριτον ἐστὶ τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον. *Qua quidem demonſtratione verè* παράβολον *ſcilicet ex Polybio* καλὸν ἔργον, *& ex Iſocrate* δεινὸν πρᾶγμα καὶ ἐπικίνδυνον ἐτελεύργησε. *Quandoquidem opus fuit ſummis difficultatibus obrutum, ſpißis tenebris occluſum, & magnis impedimentis inuium. Verū difficultates ingenij acumine eluit, tenebras mente illuxit, impedimenta arte ſuſtulit, & tandem ſic egit vt hoc arcanum aperiretur, pateſieret, & in promptu eſſet Geometris qui ſequuti ſunt: quibus interim mirum porrexit artificium, quo* προβλήματα *ſaltem quæ eſſent* πόελμα *ſoluerent. Etenim primùm ſenſuum opera vti docuit, & in materia facere periculum: tum ſi ſenſus & materia conſentiant, opus ad examen geometricum reuocare, vt ſcientia complcatur. Cæterùm licet vel ligno, vel aliquo alio corpore rem penſitauerit, eamque ſtatera materiali perpenderit, vti coniectura eſt, tamen omnia ra-*

Cap 31 l 1. poſterior. analit.

Cap 13 l 1. poſter. anal.

Libro 2. de anima c. 6.

Cap 8 l 3. de anima.

Ibid c 7.

προοιμίῳ.

Prop. vlt.

tione & interiori iudicio examinata ad nos traduxit, vt videatur addidisse sensibilibus radijs intellectualem aginam, nec quicquam oculis vel manu detexisse, quod ratiocinationis pondere non determinauerit, quinimo hic quod μηχανικὸν vocat, scrupulo etiam geometrico additum traditur. Memini me alio loco de mathematica analysi loquutum esse, & hanc aliam soluendorum problematum methodum antiquis notissimam, vix nobis adumbrata quadam luce obortam monuisse. Equidem Archimedes vtriusque nobis exemplar reliquit: prioris nimirum mechanica hîc luculentissimum, posterioris vero analytica plurima, potissimũ 1. libro de Sphæra & Cylindro. Vtraque autem methodus multa habet communis artificij. Quandoquidem ex prima numeris, ponderibus, & lineis ac superficiebus ad amussim diductis, resectis, & coniunctis res expiscatur, & quod oculis deprehenditur postea in ratione vniuersali disquiritur. Ex secunda itidem numeris qui familiares sunt sensibus propositum perbelle diducitur ab effectis, qui ex causis admissis erui possunt, diiudicatur: tandem consequentijs statuuntur, quæ ex alijs quam ex suppositis principijs non pendebant. Antiqui etenim Philosophi causas rerum indagantes, cum innumeris pene anxietatibus inuolutas vix eas explicarent, effectus adorti sunt, cumque proprietates & affectiones ab antecedentibus principijs non eruerent, à consequentibus effectis eas mutuati sunt. Apud Pappum huiusmodi analyses passim inuenies: interim Archimedem Mechanicum tum Geometram admittamus, audiamus.

AP-





ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ.

ARCHIMEDIS QVADRATVRA PARABOLES.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ. εὐπράττειν.

Ἀκούσας Κώνωνα μὲν τετελευτηκέναι, ὃς ἦν ἐπιλείπων ἡμῖν ἐν φιλίᾳ, τινὰ δὲ κώνωνος γνώριμον γεγενῆσθαι, καὶ γεωμετρίας οἰκεῖον εἶμεν, τοῦ μὲν τετελευτηκότος εἵνεκεν ἐλυπήθημεν, ὡς καὶ φίλου τοῦ ἀνδρὸς γενομένου, καὶ ἐν τοῖς μαθήμασι θαυμαστοῦ τινός· Ἐπροεχειξάμεθα δὲ ἀποστεῖλαι γράψαντες ὡς κώνωνι γράφειν ἐγνωκότες εἶμεν γεωμετρικῶν θεωρημάτων, ὃ πρότερον μὲν οὐκ ἦν τεθεωρημένον, νῦν δὲ ὑφ' ἡμῶν τεθεώρηται, πρότερον μὲν διὰ μηχανικῶν εὑρεθὲν, ἔπειτα δὲ καὶ διὰ τῶν γεωμετρικῶν ἐπιδειχθέν. τῶν μὲν πρότερον περὶ γεωμετρίαν πραγματευθέντων ἐπεχείρησαν τινὲς γράφειν, ὡς δυνατὸν ἐὸν κύκλῳ τῷ δοθέντι, καὶ κύκλου τμήματι τῷ δοθέντι χωρίον εὑρεῖν εὐθύγραμμον ἴσον·

ARCHIMEDES DOSITHEO beneagere.

CVM audijssem defunctũ esse Cononé, qui nobis reliquus erat in amicitia, tibique admodum fuerat familiaris, purà in Geometria maximè versatus, virum quidem mortuum amarè planxi, vt amicissimum, & hominem in Mathematicis planè mirabilem. Atque tunc derepente statui mittere ad te, sicuti antea ad Cononem solebam, geometricum rheorema, quod nemo quidem priùs est contemplatus, nunc verò à nobis ostenditur, mechanicè quidem primo inuenrum, deinde & geomerricè demonstratum. Nonnulli ante nos qui Geomerriam tractare nouerint, conati sunt scribere quomodo possibile esset circulo vel circuli segmento dato inuenire ęquale rectilineum:

& postea tentarunt quadrare spatium sub totius coni sectione & recta linea comprehensum, incertæ fidei lemmata assumentes, quæque à multis non inuenta, damnata sunt. Cæterum qui statuerit quadrare portionem rectanguli coni sectione comprehensam, neminem scimus. Hoc verò à nobis iam tandem inuenitur. Demonstratur

a prop. 17. & 24. huius. [a] enim quod omne segmentum comprehensum sub recta & rectanguli coni sectione sesquitertium sit trianguli basim habentis eandem & æqualem altitudinem cum segmento: assumpto

b Hoc demonstrauimus lemmate 1. libri de lineis spiralibus. [b] scilicet lemmate ad hoc demonstrandum: quod possibile sit inæqualium spatiorum excessum quo maius excedit minus, toties componere, vt ipsum excedat quodcumque propositum spatium. Vtebantur & illi superiores geometræ eodem lemmate. Etenim per hoc axioma demonstrarunt

c prop. 2 l. 12. [c] omnes circulos rationem habere inter se duplicatam suarum dimetientium: Et

d prop 18. l. 12. sphæras [d] habere inter se rationem triplicatam suarum diametrorum: Adhuc & omnem pyramidem

e prop 7. l. 12. [e] tertiã partem esse prismatis eandem basim cum pyramide, & æqualem altitudinem habentis.

f prop. 10 l. 12. Et præterea [f] omnem conum tertiam partem esse cylindri eandem habentis basim cum cono, & parem altitudinem. Ita hoc assumentes lemma, scripserunt. Contigit verò

καὶ μετὰ ταῦτα τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ὅλου τοῦ κώνου τομᾶς καὶ εὐθείας, τετραγωνίζειν ἐπειρῶντο, λαμβάνοντες οὐκ εὐπαραχώρητα λήμματα, ὅπερ αὐτοῖς ὑπὸ τῶν πλείστων οὐκ εὑρισκόμενα ταῦτα κατεγνωσθέν. Τὸ δὲ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τμῆμα περιεχόμενον οὐδένα τῶν πρότερον ἐγχειρήσαντα τετραγωνίζειν ἐπιστάμεθα. Ὃ δὴ νῦν ὑφ' ἡμῶν εὕρηται. Δείκνυται γὰρ ὅτι πᾶν τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν καὶ ὕψος ἴσον τῷ τμήματι· λαμβανομένου τοῦδε τοῦ λήμματος ἐς τὰν ἀπόδειξιν αὐτοῦ· τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, δυνατὸν εἶμεν αὐτὰν συντιθεμέναν παντὸς ὑπερέχειν τοῦ προτεθέντος πεπερασμένου χωρίου. Κέχρηνται δὲ καὶ οἱ πρότερον γεωμέτραι τῷδε τῷ λήμματι. Τούς τε γὰρ κύκλους διπλασίονα λόγον ἔχειν πρὸς ἀλλήλους τῶν διαμέτρων ἀποδεδείκασιν, αὐτῷ τῷ λήμματι χρώμενοι· Καὶ τὰς σφαίρας ὅτι τριπλασίονα λόγον ἔχοντι πρὸς ἀλλήλους τῶν διαμέτρων. Ἔτι δὲ καὶ πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τᾷ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον. Καὶ διότι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον. Ὁμοίως τῷ προειρημένῳ λήμματι λαμβάνοντες ἔγραφον. Συμβαίνει

τῶν πεϱειρημένων θεωρημάτων ἕκαστον μηδένος ἧσσον τοῦ τούτου λήμματος ἀποδεδειγμένων πεπιστευκέναι· ἀρκεῖ δὲ ἐς τὰν ὁμοίαν πίστιν τούτου ἀναγομένων τῶν ὑφ' ἡμῶν ἐκδιδομένων. Αναγράψαντες οὖν αὐτῶν τὰς ἀποδείξεις ἀποστέλλομεν πρῶτον μὲν ὡς διὰ τῶν μηχανικῶν ἐθεωρήθη· μετὰ ταῦτα δὲ καὶ ὡς διὰ τῶν γεωμετρουμένων ἀποδείκνυται. Γρογράφεται δὲ καὶ στοιχεῖα κωνικὰ χρεῖαν ἔχοντα ἐς τὰν ἀπόδειξιν. Ἔρρωσο.

vero vt vnumquodque ex his demonstratis theorematibus, non minus fidei quàm ipsummet lemma, nactum sit. Nuper vero in similem fidem adduximus ea quæ à nobis data sunt. Cum itaque huiusce theorematis demonstrationes scripsissemus, mittimus primum quidē quemadmodum mechanicè cognitæ sint: postea verò qua ratione geometricè fuerint ostensæ. Præscribuntur etiam & elementa conica quæ demonstrando vsui sunt. Vale.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ὡς ἂν ἐν καίπερ ὑμῖν ὦ φιλίᾳ, &c. Hoc de loco ad me aliquando rescribens linguæ Græcæ pater Casaubonus, vix possum (inquiebat) adduci vt ita scripsisse Archimedem credam: quæ enim ista lectio est? Profectò ne Siculi quidem bubulci sic loquerentur, nedum hic vir talis ac tantus. Deinde manifesto corruptum est quod sequitur, ἐπεὶ δὲ Κόνωνος. Vtinam esset tam facile verum inuenire quam falsum arguere. Viderem eiusmodi aliquid scripsisse ὡς ἐν τῷ καίπερ τῶν ἐν Ἀσίᾳ φίλων ὁ δὲ Κόνωνος, &c. Vel, τῶν ἐν σάμῳ φίλων, quia Samius hic Conon fuit. Sed hæ coniecturæ admodum incertæ. At οἱ, omnino restituendum, & inde pendet tota sententia. Sunt & alia menda in hoc proœmio. Nam post ἀποστεῖλαι, deest necessarium verbum ἦν. Et pro ὡς Κόνωνι malim ὦ Κόνων. Aliquanto post ὕστερον αὐτοῖς ὑπὸ τῶν καιρῶν οὐχ ἀνεξετασθέντα ταῦτα κατηγοροῦσιν, hæc quoque mendosissima sunt. Nihilominus communem lectionem retinui, quam lector sagax si viderit ex prudentis & in hellenismo exercitatissimi viri coniecturis restituet. Nos non tam verba scrupulosè quærimus, quam sensum inuestigamus, & demonstrationes profitemur. Adhuc variant manuscripti codices in his verbis vulgaris lectionis, ἕκαστον μηδένος ἧσσον τοῦ τούτου λήμματος ἀποδεδειγμένων, πεπιστευκέναι, & sic legunt, ἕκαστον μηδένος ἧσσον τῶν ἄνευ τούτου λήμματος, &c. cuius sensus est: vnumquodque ex his theorematibus non minus fidei esse consequutum, quàm ea quæ sine hoc lemmate sunt demonstrata: quem quidem hic, quia non quadrat, reiecimus, verbaque trita retinuimus. Cæterum hinc modum, viam ac rationem eruemus qua in propositi vel problematis vel theorematis cognitionem deueniamus. Veritatem enim propositionis, si prima fronte non pateat, crassa primùm Minerua experimur & mechanicè: quam vbi deprehendimus, methodum inuestigamus rationabilem & scientia dignum, nec à Mathematicis abhorrentem, qua eam aliis denuò ostendamus & perspicuam faciamus. Vnde rursus animaduertere est Geometras non causis rei vti, sed causis quibus res cognoscitur. Satis enim illis est, si rem ita esse demonstrarint, non quo pacto res sit, quærunt. Integrum itaque artificium perquirendi theorematis obscuri ac difficillimi, hoc opere persequamur, μηχανικῶς prius, tum ἀποδεικτικῶς, vt diximus latiùs in proœmio. Ad rem veniamus.

PROP. I.

THEOR. I.

Si fuerit rectanguli coni sectio, in qua A.B.G. & linea B.D. parallella diametro vel ipsa diameter, tùm linea A.G. parallela ei quæ tangit sectionem coni in puncto B. æqualis erit A.D. ipsi D.G. & si æqualis fuerit A.D. ipsi D.G. parallelæ erunt tùm A.G. tum ea quæ coni sectionem tangit in B.

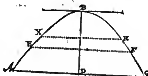
ΠΡΟΤ. Α.

ΘΕΩΡΗΜΑ Α.

Εἴκα ἁ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, ἐφ' ἇς ἁ α. β. γ. ἡ δὲ β. δ. παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος· ἁ δὲ α. γ. παρὰ τὰν κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς· ἴσα ἔσται ἁ α. δ. τᾷ δ. γ. κἂν ἴσα ᾖ ἁ α. δ. τᾷ δ. γ. παράλληλοι ἐσσοῦνται ἅ τε α. γ. καὶ ἁ κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc propositionem non solùm demonstrauit a Apollonius, aut potius eius nomine Archimedes: sed prætetea ostendit lineam B.D. secare
a prop. 46. l. 1. & 5. l. 2. Conic. bifariam quotquot lineas duxeris ordinatim in sectione, seu tangenti parallelas, cuiusmodi sunt K.H. & E.F. Porro hæc verba κἂν ἴσα ᾖ ἁ α. δ. τᾷ δ. γ. παράλληλοι ἐσσοῦνται ἅ τε α. γ. καὶ ἁ κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. desumpsi ex manuscripto, quæ desunt in impresso.



PROP. II.

THEOR. II.

Si fuerit rectanguli coni sectio A.B.G. fuerit verò recta B.D. vel parallela diametro vel ipsamet diametrus: tum linea A.D.G. parallela lineæ tangenti sectionem rectanguli coni in puncto B. demum linea E.G. coni sectionem tetigerit in G. erunt B.D, B.E. æquales.

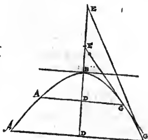
ΠΡΟΤ. Β.

ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

Εἴκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ α. β. γ. ἡ δὲ ἁ μὲν β. δ. παρὰ τὰν μὲν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος· ἁ δὲ α. δ. γ. παρὰ τὰν κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἁ δὲ ε. ζ. τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ γ. ἐσσοῦνται αἱ β. δ, β. ε. ἴσαι.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc rursus non solum demonstratur a in conicis elementis, sed præterea quamcumque lineam quæ tangat parabolem & conueniat cum diametro, aut cum linea diametro parallela, partem æqualem à vertice sectionis, ei quæ à vertice est ad lineam ordinatim ductam intra sectionem, à puncto contactus. a prop. 35. l. 1.



ΠΡΟΤ. Γ. — PROP. III.

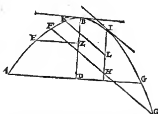
ΘΕΩΡ. Γ. — THEOR. III.

Εἴκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ α. β. γ. ἡ δὲ β. δ. παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ ἁ διάμετρος, καὶ ἀχθῶσι τινὲς αἱ α. δ, ε. ζ. παρὰ τὰν κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσαν τᾶς τῶ κώνου τομᾶς, ἐσσεῖται ὡς ἁ β. δ. μήκει ποτὶ τὰν β. ζ. οὕτως δυνάμει ἁ α. δ. ποτὶ τὰν ε. ζ.

Si fuerit rectanguli coni sectio A. B. G. linea vero B. D. vel parallela diametro vel ipsamet diametrus, & ducantur quædam rectæ A. D, E. Z. parallelæ tangenti sectionem coni in B. erit vt B. D. longitudine ad B. Z. sic potentia linea A. D. ad lineam E. Z.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Subiungit Archimedes ἀποδέδεικται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις, quibus argumentum rursus præbet opinionis quam antea innuimus, nempe ipsum authorem esse conicorum Elementorum. Quoniam enim hæc 3. θεώρημα illo opere demonstrauerat, ab eorum repetita demonstratione supersedit. Aliorum autem inuenta esse vel præcedentium geometrarum nullo modo significat, quod tamen solet vbi antiquiorum demõstratis initiatur. Quicquid sit: cum Archimedes aliquot seculis Apollonium præcesserit, liquido patet Elementa conica ant Apollonio vetustiora, aut eum non esse omnium habendum inuentorem.



Porro habetur b & hoc theorema demonstratum in conicis elementis. Nec nos monere oportet quod illic elementorum hypothesis sit duntaxat de diametro sectionis, non de parallela diametro. Valet enim pro vtraque demonstratio. Nam etiam parallela diametro, diameter est suæ sectionis. Tangat enim expositam sectionem linea in I. & à puncto I. parallela diametro B. D. demittatur I. H. quæ bifariam diuidat F. G. parallelam tangenti in I. cui rursus æquidistans sit K. L. Erit c paraboles F. I. G. diameter I. H. & F. H. atque K. L. ordinatim applicabuntur, eritque b rursus I. H. ad I. L. longitudine vt F. H. ad K. L. potentia. b prop. 20. l. 1. Conic. c per 10 12. 26. defini l. 2. Conic.

ΛΗΜΜΑ.

Si fuerint tres lineæ, quarum prima ſit ad ſecundam potentia, ſicuti eſt ad tertiam longitudine, erunt tres illę lineæ proportionales.

ΥΠΟΘ. Sit quadratum A. ad quadratum B. vt A. linea eſt ad lineam C.



ΣΥΜΠΕ. Dico A. B. C. eſſe proportionales.

ΑΠΟΔ. Quoniam quadratum A. eſt ad quadratum B. vt A. eſt ad C. ſequitur [a] A. eſſe ad C. in duplicata ratione eius quam idem A. habet ad B. Sed ratio A. ad C. componitur [b] ex rationibus A. ad B. & B. ad C. cum B. ſit inter A. & C. proinde composita ratio eſt dupla alterius componentium, & ſequitur ambas componentes eſſe æquales. Et proinde vt A. eſt ad B. ſic B. eſt ad C. quod vult lemma.

a per 20. l. 6
b per lemma 2. ad 4 l. 2. de ſph. & cylind.

PROP. IV.

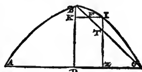
THEOR. IV.

Sit portio contenta ſub recta & rectanguli coni ſectione, A. B. G. agaturque linea B. D. è medio lineæ A. G. parallela diametro, vel ipſa ſit diametrus tum recta B. G. iuncta producatur: ſiquidem demittatur aliqua alia puta Z. T. parallela ipſi B. D. ſecans vtramque rectarum A. G. & B. G. candem habebit rationem Z. T. ad T. I. quam D. A. ad D. Z.

ΠΡΟΤ. Δ.

ΘΕΩΡ. Δ.

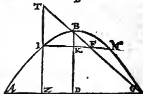
Εστω τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ α. β. γ. ἁ δὲ β. δ. ἀπὸ μέσας τᾶς α. γ. παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθω, ἢ αὐτὰ διάμετρος ἔστω, καὶ ἁ β. γ. εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω· εἰ δὲ καταχθείη τις ἄλλη ἁ ζ. θ. παρὰ τὰν β. δ. τέμνουσα ἑκατέραν τὰν α. γ. καὶ γ. β. εὐθεῖαν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ζ. θ. ποτὶ τὰν θ. η. ὃν ἁ δ. α. ποτὶ τὰν δ. ζ.



ΥΠΟΘ. Caſus lineæ T. Z. poteſt eſſe duplex: ſcilicet vt ſecet B. G. intra portionem, vel extra.

ΣΥΜΠΕ. Quicumque caſus ſit eſt Z. T. ad T. I. vt A. D. ad D. Z.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea I. K. in diametrum B. D. parallela baſi A. D. quæ ſecet B. G. in F.



ΑΠΟΔ. Vt eſt B. D. ad B. K. longitudine hoc eſt [c] G. B. ad B. F. ſic eſt [d] D. G. ſeu A. D. ad I. k. ſeu [e] ad Z. D. potentia. Atqui vt eſt G. D. ad D. Z. potentia ita eſt [c] G. B. ad B. T. potentia. Ergo vt G. B. ad B. F. longitudine, ſic eſt G. B. ad B. T. potentia: propterea G. B, B. T, B. F. ſunt [f] proportionales. Atque hæc ſunt vtrique accidenti communia, quæ ſequuntur paululum diuerſa ſunt. In primo quidem cum tota G. B. ſit ad totam B. T. vt pars B. T. ad par-

c per 2. & 4 l. 6.
d per 20 l. 1. Conic.
e per 34. l. 1
f per præced. lemma.

tem B.F. reliqua G.T. est [a] ad reliquam T.F. vt tota G.B. ad totam B.T. In secundo verò: quoniam G.B. est ad B.T. vt B T. ad B.F. erit inuertendo [b] B.T. ad B.G, vt B.F. ad B.T. Et componendo [c] tota G.T. erit ad B.G, vt tota F.T. ad B.T. & permutando [d] erit T.G. ad T.F, vt B.G, ad B.T. Atqui vtrobique vt B.G. ad B.T. ita [e] G.D. ad D.Z. Ergo G.T. est ad T.F. vt G.D. ad D Z. Sed rursus vt G.T. ad T.F. sic est [e] Z.T. ad T.I. Ergo vt D.G. vel æqualis A.D. ad D.Z. sic est [f] Z.T. ad T.I. vt vult propositio.

a per 19. l. 5
b per coroll. 4 l 5
c per 18 l 5.
d per 16 l 5.
e per 2. & 4. l 6.
f per 11 l 5.

PROP. V. — ΠΡΟΤΑ. Ε.

THEO. V. — ΘΕΩΡ. Ε.

Sit portio contenta sub recta, & rectanguli coni sectione A. B. G. & à puncto A. ducatur [g] parallela diametro, Z. A. à puncto verò G. [h] tangens coni sectionem in puncto G. quæ sit G.Z. Siquidem aliqua recta ducatur in triangulo Z. A. G. parallela ipsi A.Z. In eadem ratione ipsa ducta secabitur à sectione rectanguli coni, ac linea A.G. ab ipsa ducta proportionaliter. Similis verò rationis erit portio lineæ A. G. quæ est ad A. portioni ductæ lineæ quæ est ab A.

Εστω τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ α.β.γ. καὶ ἄχθω ἀπὸ τοῦ α. παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ζ.α. ἀπὸ δὲ τοῦ γ. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ γ. ἁ γ.ζ. Εἰ δή τις ἀχθείη ἐν τῷ ζ. α. γ. τριγώνῳ παρὰ τὰν α. ζ. ἐν τῷ αὐτῷ λόγον ἁ ἀχθεῖσα τμηθήσεται ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἁ α. γ. ὑπὸ τᾶς ἀχθείσας ἀνάλογον. Ομόλογον δὲ ἐσσεῖται τὸ τμᾶμα τᾶς α. γ. ποτὶ τὸ α. τῷ τμάματι τᾶς ἀχθείσας τῷ ποτὶ τῷ α.

g per 31. l. 1.
h per 35 l. 1 conic.

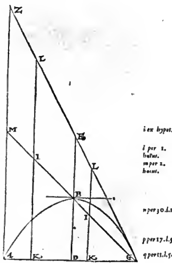
ΥΠΟΘΕ. Linea ergo D.E. è medio lineæ A.G vel K.L. inæqualiter secans lineam A.G. erigatur parallela lineæ A.Z. perducaturque vsque ad tangentem G.Z.

ΣΥΜΠ. Dico esse A.D. ad D.G, vt D.B. ad B.E. vel A.K. esse ad K.G, vt k.H. ad H. L. & inuersim.

ΚΑΤΑ. Producatur recta G. B. M. secans lineam K.L. vspiam in I.

ΑΠΟΔ. Quoniam A.D, D.G sunt [i] æquales, tùm D.B. vel diameter, vel parallela diametro, tangens sectionem in B. ipsi A.G. æquidistat [l], & propterea sunt [m] D.B, B.E. æquales: vt est A.D. ad D.G. sic est D.B. ad B.E: ita vt pateat propositio quando in æqualia sit diuisio basis. Alias verò, quoniam binæ D.E, k.L. vni diametro ductæ sunt æquidistantes, inter se sunt [n] parallelæ, & sunt [o] trianguli L.I.G. & E.B.G. inter se, aliique duo L.k.G, & E.D.G. inter se æquianguli, laterumque proportionalium, & vt B.E, est ad I.L. sic est E.G. ad L.G. hoc est [p] G.D. ad G.K, vel D.E ad k.L. & permutando B.E, est ad D.E, vt I.L. ad K.L. & diuidendo [p] B. E. est ad B.D. vt I.L. ad I.k. Erunt [q] itaque L.I, I.k, vt G.D. ad

i ex hypot.
l per 1. huius.
m per 2. huius.
n per 30. l. 1
o per 17. l. 5
q per 11. l. 5.



a per 18 l. 5 D.A. & componendo a k.L. ad k.I. vt G.A. ad D.A. & vicissim k.L. ad A.G. vt k.I. ad D.A. Iam verò eadem k.I. est b ad I.H. vt A.D, ad D.k, & conuertendo c H.k. est ad I k. vt k.A, ad A.D. & inuersim d k.I. ad k.H, vt A.D. ad A k & permutatim e k.I. ad A.D, vt k.H, ad A.k. Sed quia iam probauimus k.L. ad A.G. esse sicuti k.I. ad D.A, est f sicut k.L. ad A.G. sic k.H. ad A.k, & proinde sic etiam est f reliqua H.L. ad reliquam k.G, & tandem permutando e k.H. ad H.L. esse patet, vt est A.k. ad k.G. quod fuit demonstrandum.

b per praecedentem. c per coroll. 19. l. 5. d per coroll. 4. l. 5. e per 16. l. 5. f per 19. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

g per coroll. 4. l. 5. Addere possumus, & inuertendo g L.H. est ad H.k. vt G.k. ad k.A. & componendo L.k. est ad H.k. vt A.G. ad A.k.

COROLL. I.

Hinc etiam deducere possumus punctum I. quod est extra sectionem, esse verticem portionis contentæ sub recta & rectanguli coni sectione, quæ educeretur à puncto G. communi cum portione G.B.A, & perficeretur quousque basin naneisceretur lineam G.A. productam versus A. vltra punctum k. quantum est G.k. vt sic haberet diametrum seu axem I.k. Quod vt apertius fiat, præmittatur hoc lemma, quod à Commandino h mutuati ferè sumus.

h ad 10. l. 2 de insident. aqua.

LEMMA.

Si duæ portiones similes punctum vnum in extremo angulo commune habuerint, basesque in eadem recta linea, & describantur ita vt altera alteram includat: quæcumque lineæ ducentur à puncto communi secantes minorem portionem, & eductæ vsque ad ambitum maioris, omnes secentur à minori in eadem ratione, & erit sicuti vna ad sui partem portionibus inclusum, sic singulæ reliquarum ad singulas sui partes similiter inclusas.

Υποθ. Repetatur portio A.B.G, cuius axis B.D. quæ includatur maiori sed simili portione B.I.C. habente eum priori punctum G. commune, & basim G.C. eum basi G.A. in eadem recta. Sit autem maioris axis I.k, & à puncto G. educantur lineæ G.B.I. per verticem B. ad verticem I. (hoc enim fiet. Nam portiones sunt similes, & propterea diametri B.D, & I.k. æqualibus angulis cadunt i in bases, & sunt paralleli: Tum est I k axis, ad basim C.G, vel ad ordinatam e. K. vt axis B.D. ad ordinatam D.G, & proinde rectam esse G.B.I, fateri oportet, vt absurdum vitetur l). & G.P.H. quà libuerit, secantes minorem portionem, & latæ ad maiorem vsque.

i per 2. nam ad 18. defin. lib. de conoid. & sphær. l contra 2. & 4 l. 6.

ΣΥΜΠ. Dico lineas G.I,G.H, G.C. & quotquot fuerint similiter eductæ, secari in eadem ratione totius ad partem inclusam, nempè G. I. esse ad I.B, vt G.H, ad H.P, & G.C, ad C.A.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur a à puncto H. in I.K. ordinatim linea H.F, & à puncto F. linea F.G. secans B.D. axem in L. & iungatur L.P. demum sint b recta latera ambarum portionum B.N, & I.M.

a per 11. l. 1. b per 11. l. 1. conic.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Est c vt I.G. ad B G. ita G.K, ad G.D, & I.K. ad B.D. Similiter ex similitudine triangulorum, vt I.G, ad B.G. hoc est, vt I.K, ad B.D, vel G.K. ad G.D. vel vt earum duplæ G.C. ad G.A. sic d G.F. ad G.L, & I.F, ad B.L. Atqui vt I.K. ad B.D. ita d G.k, ad G.D. vel k.C. ad D.A. & permutando e vt I.k, ad k.C. ita B.D ad D.A. Tum quod potest C.k. æquale est b rectangulo sub k. I, I.M, & quod potest D.A. par est ei quod comprehenditur sub D.B,B.N. Proinde I.k,k.C, & I.M. sunt f proportionales: item aliæ tres B.D,D.A. & B.N. etiam inter se [illegible] se habent. f Verùm vt I.k. ad k.C. in primis, sic B.D, ad D.A. in secundis: est igitur quoque in illis k.C. ad I.M. vt D.A. ad B.N. Et ex æquo g vt I.k. ad I.M. sic D.B, ad B.N, ἐξ ἴσου e, vt I.k. ad D.B. hoc est, vt I.F. ad B.L. ex mox demonstratis, sic I.M. ad B.N. & vicissim e vt F.I, ad I.M. sic L.B. ad B.N. Cæterum H.F. potest b comprehensum sub F.I, I.M, & item L.P. potest b contentum sub L.B, B.N. proinde sunt f illic tres I.F, F.H, & I.M. proportionales, hîc quoque tres f B.L, L.P, & B.N. proportionales. Proinde in primis vt I.F, ad I.M. sic quadratum I.F. ad quadratum F.H, & in secundis, vt B.L. ad B.N, sic quadratum B.L. ad quadratum L.B. Atqui mox dicebamus, vt F.I, ad I.M. sic L.B. ad B.N. Ergo vt quadratum I.F. ad quadratum F.H. sic quadratum B.L. ad quadratum L.P, & ex consequenti h vt linea I.F, ad lineam F.H, sic B.L, ad L.P, & permutando, e vt I.F, ad B.L. hoc est vt F.G, ad L.G, hoc est vt C.G, ad G.A, vel vt I.G, ad B.G, sic est F.H. ad L.P. Et proinde linea G.H, transit i necessario per punctum P. & est igitur adhuc G.H, ad P.G, vt G.C, ad G.A, vel vt G.I, ad G B. Et ex consequenti l vt G.I, ad I.B, reliquam, sic H.G. ad reliquam & inclusam H.P, & G.C, ad C.A. quod fuit probandum.

c per 2 l. 6. d per 4 l. 6. & per 15 l. 5. e per 16. l. 5. f per 17. l. 6. g per 22. l. 5 h per 11 l. 5. i contra 2. & 4 l. 6. l per 19 l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hinc patet apertè propositum corollarium. Etenim si quis aduersarius dixerit portionem similem à G. primo eductam, quousque incidat in basim duplam basis G. k. non transire per punctum I. oportet fateatur eandem transire, vel infra I, vt in R. vel supra I. vt in O. & inde sequetur ductis lineis B.O, vel B.R. rectas esse G.B.O. vel G.B.R. contra quam iam demonstrauimus. Imò hinc deducimus hoc problema.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Data sectione, maiorem vel minorem similem super eadem recta basi extensa, & à puncto communi initio scilicet basis, describere, quouis axe dato, vel qualibet base proposita.

ΥΠΟΘ. Detur portio G.B.A.

ΣΥΜΠΕ. Dico posse dati super eadem G.A, basi producta, & à puncto communi G. maiorem & similem portionem, tùm minorem, quouis dato axe, vel quauis basi proposita.

ΚΑΤΑ. Offeratur portio G.B.A, cuius axis B.D, & basi G.A, & proposito quouis axe, nempè k.I, vel quauis base G.C. (etenim vel tantum basis debet proponi, vel duntaxat axis, aut simul quidem, sed in ratione quæ est basis ad diametrum portionis.) Oblato axe producatur G.B, & fiat m vt D.B. axis ad axem propositum, sic G.B, ad G.I. Etenim demissus ille axis à puncto I, [illegible] ipsi B.D, cadet in G.A. alicubi, ne peccetur contra 6.

m per 12. l.

Geometriam. Aut si basis datur verbi gratia G C fiat vt G.A, ad G.C, sic G.B, ad G.I. & à puncto G educantur, quotquor libuerit lineæ, vt punctis apparet in schemate, quatum partes inclusæ intra portionem sint ad totas, vt G.A, ad G.C, vel vt B.D, ad I.K, & tandem iungantur linea curua extremitates eductarum: describetur enim portio similis datæ. Quod si negetur & dicatur eijci portionem v.g. ab H. ad C. per puncta Q. S.T, educantur lineæ G.Q, G.S. & G.T.

a proximo lemmate. ΑΠΟΔΕΙ. Etenim ex demonstratis a prius Q.G, est ad γ G, vt G.C, ad G.A, vel G.Q, ad Q.γ, vt G.C, ad C.A. Atqui vt G.C, ad G.A, sic fecimus G.V, ad G.γ: vel G.V, ad V.γ, vt G.A, ad A.C. Ergo inæquales Q.G, & V.G, eandem habent rationem ad eandem γ.G, vel ad vnam V.γ. contra Geometriæ decreta. Idem concludetur de reliquis G.S, & G.T, ad δ G, κ G, vel ad X.δ, & Y.κ, ac de alijs quibuslibet. Non potest ergo trāsire portio, nisi per ductas extremitates; Cæterum si minor fuerit describenda, vt data portione C.I.G, quæratur A.B.G, super basi A.G: ductis à puncto G. lineis, quæ sunt in figura, & omnibus sectis, vt est G.A, ad A.C, his sectionibus transibit necessario posita portio quæ quærebatur.

COROLLARIVM II.

Hinc quoque deducitur, quamlibet lineam eductam à puncto G. secare, à portionibus propositis, similes portiones: scilicet lineam G.P.H, resecare portionem G.ν.P, in minori, similem portioni G.ω.H, in maiori.

ΚΑΤΑΣ. Etenim ductis harum portionum diametris π.ν, & λ.ω, nempè totis D.B, & k I, parallelis. Tum facto quod b sicuti est quadratum G.ρ, ad quadratum G.π, sit ita B.N, ad H.E, & quemadmodum est quadratum G.θ, ad quadratum G.λ, ita sit I.M, ad ω.ζ, vt sint ω.ζ, & ν.ξ, lineæ, iuxta quam possunt, quæ in portionibus G.ν.P, & G.ω.H, ordinatim ducuntur, sic argumentamur.

b ex corol. 1 lemma 2. ad 4. de conoidib. & sphær.

ΑΠΟΔ. Ex triangulorum G.ω.ρ, & G.λ.θ, similitudine c, vt est quadratum G.ρ, ad G.π, sic est quadratum G.θ, ad quadratum G.λ, scilicet sic est I.M, ad ω.ζ, sicut B.N. ad ν.ξ. Atqui ex mox demonstratis, est G.H, ad G.P, vt G.C, ad G.A. Semissis itaque d G.λ, est ad semissem G.π, vt dimidia C.k, ad dimidiam A.D, & vicissim e G.λ, ad C.k, vt G.π, ad A.D. Atqui ostendimus f C.K, esse ad I.M, vt A.D, ad B.N. Tum fecimus I.M, ad ω.ζ, vt B.N, ad ν.ξ. Ex æquo g ergo in primis est G.λ ad ω.ζ, sicuti in secundis G.π, ad ν.ξ. Verum sunt proportionales h tres ω.λ, λ.G, & ω.ζ. Tum tres proportionales ν.π, π.G, & ν.ξ. h Ergo quia G.λ, est ad ω.ζ, vt G.π, ad ν.ξ, est quoque prima seu diameter ω.λ, ad λ.G, hoc est ad totam basim H.G, vt prima seu axis ν.π, ad secundam π.G, seu ad totam basim P.G & anguli quos diametri cum basibus efficiunt, sunt i æquales. Quare portiones H.I.G, & P.H.G sunt similes. l

c per 4. & 22. l. 6. d per 15. l. 5 e per 16. l. 5 f in lemmate prox. g per 22. l. 5 h per 11. l. 1 conic & 17 l. 6. Elem. i per 29. l. 1 l ex Apoll. ad defin. 17. & 18 de conoid. & sphær.

COROLL. III.

Repetito rursus diagrammate propositionis 5. præcedentis, & descripta m portione simili portioni A.B.G, axe dato I.k, quæ sit C.I.G, extra portionem datam A.B.G, tum alia m super basi G.k, simili quoque datæ, & intra eandem datam A.B.G, hoc concludimus.

m per problema prec.

ΣΥΜΠ. Nempè L.I. esse ad I P. vt G.A, ad A.C. & rursus I.P. esse ad P.k. vel X.B. ad B.Q. vel Y.N, ad N.O. & quotquot ducentur inter portiones maiorem & minorem,

parallelæ axi I.k, ditimi à media portione, in ratione composita ex ea quam habet A.C. ad C.G. & ex ea quæ est basis G.k, ad partem K.A.

ΚΑΤΑ. Sint ergo descriptæ portiones C. I. G. maior, & K.O.G. minor, similes ambæ datæ A. B. G, & manente tangente G. Z. lineisque A.Z, K.L, & D.E. producatur R O.S. in qua est O.R. diameter minoris portionis parallela necessario diametris præcedentibus K.I, & D.B, ob similitudinem a portionum. Demum ductis lineis I.G. trãseunte necessario per B. & O. b Tum G.P H. & perpendiculari, H.M. sic ratiocinamur.

a ad 17. & 18 definit. de conoidib. & sphær.
b vt lemmate præced. ostendimus.
c per 12 l.1.

ΑΠΟΔ. Linea G.Z. tangit ex hypothesi propositionis 5. præcedentis portionem G.B.A. imò etiam reliquas. Nam quoniam lineæ K. L, E.D, & S.R. sunt parallelę, trianguli G B.D, & G.I.K, sunt similes d, itemque duo G.B.E, & G.I.L. assimilantur: b Quare vt D.B, ad k.I. sic est G.B, ad G.I, & vt G.B, ad G.I, sic quoque est B.E. ad I.L. Ex æquo itaque vt D B, ad k.I. sic est e B.E. ad I.L, & vicissim D.B, ad B E, vt k.I, ad I.L, scilicet vt k.I. est f æqualis ipsi I.L. sic D.B. par est alteri B.E. Idem ostendetur de R.O, O.S. Et ex consequenti linea G.Z, *tangit g has tres portiones*. Quoniam itaque ex triangulorum G.P k & G.H.M, vt G.P, ad G.k, sic G.H. ad G.M, & vicissim vt G P. ad G.H, sic G.k. ad G. M, & rursus vt G.P, ad G.H, sic b G.A. ad G.C. est vt tota G. A. ad totum G.C. sic pars G.k ad partem G M. & proinde rursus est reliqua k. A. ad reliquam i M C. vt tota G.A. ad totam G.C, vel vt ablata G.k, ad ablatam G. M. & vicissim k A. ad G. k, vt M. C. ad G.M. vel inuertendo l G.k, ad k.A, vt G M. ad M. C. Verùm ex præcedenti 5. propositione est L.P, ad P.k, vt G.k, ad k.A. Est itaque rursus L.P, ad P k, vt G.M, ad M.C. Atque ex eadem vt L.I, ad I.k, sic G.k, ad k.C. Habemus ergo duas lineas C.G. & L.k, in quibus vt G. k. ad k.C. ita L.I, ad I.k. & rursus vt G.M, ad M.C. ita L.P, ad P.k. & proinde vt antecedens G.C. ad consequentes G. k & M.C. sic m antecedens L k, ad omnes consequentes L.I, & P.k & proinde est g G. C. ad reliquum k.M. vt L k ad reliquum I.P, vel est semissis G.k, ad k.M. hoc est b G.P. ad G H, hoc est i G.A, ad A.C, vt semissis L.I. ad I.P, quod prius fuerat conclusum.

d per 2. & 4. l. 6.
e per 22 l. 5.
f per 35 l. 1. conic.
g per 31. eiusdem l. 1. conic.
h per lemma præced.
i per 19 l. 5.
l per coroll. 4. l. 5.
m per 1. l. 5.

Iam eodem prorsus artificio ostendam E.X. esse ad X.B, vel S Y, ad Y.N, vt G.k. ad k A Ita vt quod probetur de illis, itidem de his consequatur. Quoniam verò est L. I ad I.P, vt G. A, ad A.C. coniungendo est n L.P, ad I.P, vt G.C. ad A.C. & conuertendo l est I.P, ad L.P, vt A.C ad C.G, sed rursus est o L P, ad P.k, vt G k, ad k.A. Est ergo I P, ex æquo e ad P.k, vt C.A, ad A.k. Ratio autem I.P, ad P.k, componitur p ex ratione I.P, ad P.L, & ratione L.P, ad P.k, nempè ratio extremorum ex rationibus intermediorum. Ergo componitur quoque ex æqualibus alijs rationibus, nimirum ex ea quam habet C.A, ad C.G, & ex ea in qua est G.k, ad k A. Quod secundo concludebatur.

n per 18. l. 5.
o per 5 prop. præced.
p ex definit. l 6 ostenditur à Regiomontano l 2. μεγέθη; συνθέσεως, & à nobis lemm. 2. ad 4. l 2. de sphæra & cyl.

Hoc autem etiam demonstratum censetur de X.B, ad B.Q, & Y.N, ad N.O, & quibuslibet alijs similibus, quòd paribus rationibus componantur, vt vult corollarium:

nempè lineas omnes ductas inter maiorem & minorem sectiones, parallelas axi K.I. diuidi à media in patibus rationibus, compositis nimirum ex duabus C.A. ad C.G. & G.K. ad K.A.

Ὑπόμνησις.

Meminisse hinc foret vsui has 2. conclusiones.

I.

Rectam lineam plures simul tangere posse similes sectiones ab eodem puncto eductas, & quarum bases abeunt in rectam lineam.

Tangit enim G.Z. tres propositas sectiones parabolicas similes.

II.

Si duarum linearum sectarum quælibet fuerit tota ad aliquam, vel aliquot sui partes, vt tota alia ad aliquam, vel aliquot sui partes, fore quoque vt alia est ad reliquam sui partem, vt alia est ad reliquum sui.

Etenim hoc conclusimus de lineis C.G, & K.L. similiter sectis in punctis M. & K. tum P. & I.

PROP. VI.

THEO. VI.

Intelligatur verò quod est, hoc vnum iam contemplandum & conspiciendum in statu recto ad horizontem, & in linea A.B. Postea quæ sunt ad partes D. supponantur deorsum, quæ verò in oppositum tendunt, sursum. Triangulum verò B.D.G. sit rectangulum rectum, habens ad B. angulum, & latus B.G. æqualem dimidio ſtateræ. Manifestum, quòd existente A.B. æquali ipsi B.G. si suspendatur triangulum à punctis B.G. suspendatur verò & aliud spatium Z. ab altera parte stateræ iuxta A. & æquipondaret spatium Z. à puncto A. suspensum, cum triangulo P.G.D. sic existente vt nunc iacebat: Dico spatium Z. trianguli B.G.D. tertiam partem esse.

ΠΡΟΤΑ. ϛ.

ΘΕΩΡ. ϛ.

Νοείσθω δὲ ὅτι ἐστὶν, τὸ ἐν τῇ θεωρείᾳ προκείμενον ὁρώμενον ἐπὶ ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ὁρίζοντα, καὶ τᾶς α.β. γραμμᾶς· Ἔπειτα τὰ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ δ. κάτω νοείσθω· τὰ δ' ἐπὶ θάτερα, ἄνω. Τὸ δὲ β.δ.γ. τρίγωνον ἔστω ὀρθογώνιον ὀρθὴν ἔχον τὰν ποτὶ τῷ β. γωνίαν, καὶ τὰν β.γ. πλευρὰν ἴσαν τᾷ ἡμισείᾳ τοῦ ζυγοῦ. Δῆλον ὅτι ἴσης οὔσης τᾶς α.β. τῇ β.γ. κρεμάσθω δὲ τὸ τρίγωνον ἐκ τῶν β. γ. σημείων, κρεμάσθω δὲ καὶ ἄλλο χωρίον τὸ ζ. ἐκ τοῦ ἑτέρου μέρους τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τὸ ζ. χωρίον κατὰ τὸ α. κρεμάμενον τῷ β.γ.δ. τριγώνῳ οὕτως ἔοντι ὡς νῦν κεῖται, φαμὶ δὴ τὸ ζ. χωρίον τοῦ β.δ.γ. τριγώνου μέρος τρίτον εἶναι.

ΥΠΟ

ΥΠΟΘ. Sit iugum ſtateræ A. G. cuius ſemiſſem B.G. occuper latus trianguli B.D.G. ſtet verò B.G. rectum ad Horizontem, & cætera ponantur, vt proponitur.

ΚΑΤΑ. Secetur a B. G. in E. ita vt ſit E. G. dupla B.E, vel B.E. tertia pars radij B.G. vel A.B. & ducatur b E.C. ipſi B.D. parallela, ſeceturque c bifariam in H. quod ſit d centrum grauitatis trianguli B.D.G.

ΑΠΟΔ. Quoniam triangulus B. D.G. toti radio B.G. affixus æquiponderat cum Z. idem appenſus à puncto E. è puncto H. cum eodem Z. æquiponderabit. e Et proinde ſe habet f ad pondus Z. vt A.B. radius ad B.E. radium, hoc eſt, triplus eſt ſpatij Z quod fuit probandum.

a per 9.l.6.
b per 31.l.1.
c per 10 l.1
d per 2 lemma ad 15. l. 1. de æquip.
e per theorema quod ad finem l.1 de æquipõd.
f per 6. vel 7. lib.1. de æquipond.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Concludere etiam poſſumus exiſtente Z. tertia parte trianguli B. D. G. vice verſa æquiponderare, ſi ſteterint vti aſſumptum eſt.

ΚΑΤΑΣ. Etenim ſi non æquiponderant, inclinentur ad Z. & à Z. auferatur exceſſus, quò reſtituatur æquipondium.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Tunc reliquum quod æquiſtat in æquilibratione tertia pars eſt trianguli B.D.G, ſed & totum Z. etiam tertia pars eſt eiuſdem trianguli. Sic ergo pars eſt æqualis toti. Quod ſi inclinatio fiat ad triangulum, addatur aliquid ad Z. vt fiat æquamentum, & ſit totum compoſitum Z. tertia pars trianguli. Sic rurſus continget abſurdum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes in demonſtratione huius propoſitionis hæc verba habet, ἕκαστον γὰρ τῶν κρεμαμένων ἐξ ὅ κα σαμείου καταστάσει μένει ὥστε κατὰ κάθετον εἶμεν τό τε σαμεῖον τοῦ κρεμαστοῦ, καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ κρεμαμένου, ac ſi quod ſuſpẽderetur, nunquam mouere deſiſteret, quoad in eadem perpendiculari conſtituerentur punctum ſuſpenſionis, & centrum grauitatis rei ſuſpenſæ. Perpendicularem autem illam, vel interpretari poſſumus ad iugum ſtateræ, vel ad lineam tangentem ſuperficiem terræ in puncto, per quod ipſa tendens ad centrum terræ, terram primùm attingit. Sit v.g. trutina C.D. à qua appendantur pondera A. & B. quæ tendant ad centrum terræ G. Sit autem ſuperficies telluris H. I. k. L. lineæ verò ſecundum quas grauia deorſum feruntur, ſint C. I. G, & D.k.G. Ipſæ quidem lineæ perpendiculares ſunt g ad eas quæ terram tangunt in I. & k. ſed non ad trutinam C. D. ne trianguli C.G.D. tres anguli maiores ſint h duobus rectis. Ad trutinam ergo C.D. perpendiculares ponantur C. M. & D. N. Non parum verò intereſt de vtriſnam harum perpendicularium loquatur Archimedes. Nam ſi de primis illis C.I. & D.k. illi ſermo ſit, eius axioma conſtare poteſt. In ipſis etenim reperiuntur, & ſuſpenſionum puncta C. & D. & centra grauitatum ponderum A. & B. Verùm ſi de alijs loquitur, nempè rectis ad C.D. quas & ad Horizontem rectas adſeuerat: ὁρίζοντι δὲ (inquit) ποτ' ὀρθὰς ἀγόμεναι τᾶς α.γ. ὡς τὰς ὀρθὰς ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ὁρίζοντα, καθέτοι ἐσσοῦνται ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα: quorum vtriuſque ſunt quæ decoquant fidem. i Etenim neque puncta ſuſpenſionum & grauitatum centra reperi-

ri possunt in lineis C.M D.N, nequæ hæ perpendiculares essē ad Horizōtem. Grauia quippè quocumque modo pendeant liberè, ad centrum terrę tendunt. Horum ergo centra in lineis C.G. & D.G. reperiūtur in appensione, non in rectis C. M. & D.N. Deinde si C.M. perpendicularis esse potest ad horizontem O.P. ducatur M.G. Et quoniam ex hypothesi angulus C. M. P. rectus est, tum qui fit ad tangentem O. P. nempè P.M.G. quoque rectus a, linea C.M.G. recta est, b & ita duæ rectæ C.M.
a per 18. l 3 G. & C.I.G. spatium comprehendunt. c
b per 14 l 1.
c contra 12. Verùm rem sensibilem sensu debere tra-
cōm sent. ctari opinatus est Archimedes. Ipsius itaque axioma, in organo nempè mechanico, non est ingenii statera pensitandum, sed ad aginam & examen visus duntaxat referendum. Visus autem nihil quicquam ponit discriminis inter vtrasque perpendiculares. Quis enim libram tantam machinabitur, vt hanc differentiam sentiat? Ponamus enim angulum G. seu arcum I. R.k. duorum minutorum vnius ex 360. gradibus, in quos tota terrestris molis circumferentia distribuitur. Erit quippè hic angulus G. recti $\frac{1}{2700}$. Proinde quoniam sunt d ambo G.C.D. & G.D.C. æquales, quisque eorum discrepabit tantum à recto per $\frac{1}{5400}$ partem, quæ est omnino insensibilis: Et ni-
d per 5 l.1. hilominus trutina k.L. inuenitur ex triangulorum doctrina esse 2. min. & 6. sec. qualiū radius G.I. est 60.gr. Cumque ex recentiorum experimentis radius terræ sit $1718\frac{2}{7}$ milliariorum nostrorum, quorum singulis ambitus gradibus 30. respondent: superest scapum seu ζυγὸν C. D. esse longitudinis vnius milliaris, & $43\frac{1}{3}$ passuum: posito scilicet milliari 3000. passuum, vt vulgare Gallicum est. At quis tantum scapum fabricabit? Si itaque immanis illa statera discrimina etiam perpendicularium habeat imperceptibilia sensibus: quis communium librilium differentias percipiet? Ne ergo monstroosa fingamus, quæ nobis rerum vsum abstrahant, sartum tectum seruemus ἀξίωμα Archimedis, nimirum res per angulos rectos ad trutinam ponderare, & secundum perpendiculares, in quibus & puncta suspensionum & grauitatum ponderum centra constituantur. Cæterum duobus modis centra grauitatum, & suspensionum in eadem perpendiculari constituta pariunt & æquipondium & ponderum statum ac requiem: Primò nempè cum in statera radii sunt ponderum reciprocè proportionales. Tunc enim perpendiculares, secundum quas pondera in statera appensa grauitant, cum perpendiculari librilis præcipuique puncti suspensionis, sunt parallelæ, vti lineæ C.G, & D.G. sunt parallelæ saltem quantū ad sensum ei quæ à puncto suspensionis E. duceretur ad G. centrum terræ. Hæ autem tres perpendiculares censentur, velut vna. Secundò cum pōdera siue æqualia siue inæqualia, & siue in reciprocis radiis, siue in non reciprocis, ita sursum deorsumque feruntur, vt earum perpendiculares suspensionum, vel quibus grauitant, in vnam conueniunt, quod fit cum stateræ trutina veluti C.D. iam non parallelum, sed perpendiculare fit horizōti, & librili iungitur veluti in lineā, tūque bilancium altera supernè est, altera verò infernè. In hoc verò statu & æqualia & inæqualia pōdera manent, imò in grauiū inæqualitate, radiorumue nō reciproca ratione cū ponderibus, status est quem pōdera imparia quærūt, & in quo persistunt ac immota manent, nempè grauiori deorsum premente, leuiori contra sursum presso: quotiescūque verò fit pressio vel attractio secundum rectā lineā perpendicularem ad centrum mūdi, nullus fit nutus vel inclinatio, vt in nostris mechanicis ostendemus, tum ex forma nutus qui fit circulariter, tùm ex grauitatione (vt sic loquar) quæ fit secūdū rectā perpendicularem, quā videlicet vt pōdera nanciscantur, notāt. Ergo nutus non fit vbi pōdera sunt hāc lineā adepta, alioqui grauia nō ferrētur deorsum, sed proiicerent se vel sursū, vel ad latus, quod est in natura incōueniens. Sint præcedēs librile E.F. & radii stateræ ita dispositi, vt alter E.D. supernè rectò efferatur, alter E.C. infernè deprimatur, & iam pōdera B. & A. grauitēt secundū eandem perpendicularem D.C. Equidem ipsa non mouebūtur, sed in illo omnino statu permanebūt. Etenim si nutarēt, fieret nutus circulariter, & secūdum arcus D.G, & B.I. vel C. H. & A.k. & sic pondus B. tenderet non infra, sed ad latus: imò graue A. ferretur sursum per arcus C.H. vel A.k. quod absonū est in natura. Equidem quod nōn fiat nutus sic bilācibus statutis hoc quoque impedit, quòd radius qui infernè est, fiat alteru multo maior, vt E. A. longior est quā E.B. Etenim toto fune C.A. pondus demissius proripit se à centro E. contra verò tanto fune pondus B. accedit ad E. Ergo duplo longitudinis funis, radius E.A. fit lōgior radio B.E. Pondus ergo A. fit grauius quā B. vnde nō diminuebitur A. à casu, pōdere B. in altera statera, in qua radii affiguntur ponderibus absque funibus, certè non fit ea radiorum inæqualitas: verum centra grauitatū rectius constituuntur in perpendiculari, ita vt quamuis esset ponderum inæqualitas, nutus nusquam fieret.

ΠΡΟΤΑ. Ζ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Ἔστω πάλιν ζυγὸς ἁ α. γ. γραμμά, μέσον δὲ αὐτῆς ἔστω τὸ β. καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ β. τὸ γ. δ. η. τρίγωνον· τὸ δὲ γ. δ. η. ἔστω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον, βάσιν ἔχον τὰν δ. η. ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἐοῦσαν τᾷ ἡμισείᾳ τοῦ ζυγοῦ, καὶ κρεμάσθω τὸ δ. γ. η. τρίγωνον ἐκ τῶν β. Γ. σαμείων· τὸ δὲ ζ. χωρίον κρεμάμενον κατὰ τὸ α. ἰσορροπὲς ἔστω τῷ Γ. δ. η. τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται τὸ ζ. χωρίον τρίτον μέρος τοῦ Γ. δ. η. τριγώνου.

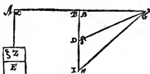
PROP. VII.

THEOR. VII.

[a] Sit rursus trutina A. G. linea, cuius medium sit B. & appendatur secus B. triangulum G. D. I. Sit verò G. D. I. triangulum amblygonium basim habens D. I. altitudinem verò lineam æqualem dimidio trutinæ, & appendatur triangulum D. G. I. à punctis B. & G. Rursus spatium Z. appensum ab A. æquiponderet cum triangulo B. D. I. sic se habente vt nunc iacet. [b] Similiter demonstrabitur spatium Z. tertiam partem esse trianguli G. D. I.

a Ὑπόθεσις

b Συμπέρασμα.



ΚΑΤΑΣ. Appendatur cum spatio Z. à puncto A. spatium E. quod sit tertia pars trianguli B. D. G.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim spatium E. æquiponderabit [c] triangulo B. D. G. sed & Z. æquiponderat [d] triangulo D. I. G. Totum ergo Z. E. spatium, toti B. I. G. triangulo æquiponderat, & est [e] eiusdem trianguli tertia pars. Verùm E. est [f] iam acceptum, vt tertia pars trianguli B. D. G. Proinde reliquum E. tertia pars est [g] reliqui D. I. G. quod fuerat demonstrandum.

c per coroll. præced.
d ex hypot.
e per præc.
f per fabricam.
g per 19. l. 5.

ΠΡΟΤ. Η.

ΘΕΩΡ. Η.

Ἔστω ζυγὸς ὁ α. β.[b] μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ β. τὸ Γ. δ. ε. τρίγωνον ὀρθογώνιον, ὀρθὰν ἔχον τὰν ε. γωνίαν· καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Γ. ε. τὸ δὲ ζ. χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ Γ. δ. ε,

PROP. VIII.

THEOR. VIII.

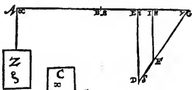
[a] Sit trutina A. B. medium verò ipsius sit B. & appendatur post B. triangulum G. D. E. rectangulum, rectum habens angulum E. & appendatur è trutina secus G. E. Verum spatium Z. appendatur è puncto A. & æquiponderet cum G. D. E.

a Ὑπόθεσις
b putarem debere legi α. γ. [illegible] medium est c.

sic se habente vt nunc iacet. Quam verò rationem habet A. B. ad B. E. eam habeat G. D. E. triangulum ad spatium C. Dico [a] spatium Z. triangulo G D. E. minus esse, spatio verò C. maius.

a αἴτημ.

οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α.β. ποτὶ ταν β. ε. τοῦτον ἐχέτω τὸ γ. δ. ε. τρίγωνον ποτὶ τὸ κ. χωρίον. φαμὶ δὴ τὸ ζ. χωρίον τοῦ μὲν γ. δ. ε. τριγώνου ἔλασσον εἶμεν, τοῦ δὲ κ. μεῖζον.



KATA. Inueniatur [b] centrum grauitatis trianguli D.G.E. quod sit T. per quod agatur perpendicularis I.T.F.

ΑΠΟΔ. Triangulo D.G.E. æquiponderante [c] spatio Z. ex puncto I. [d] est [e] Z. ad triangulum E.G.D. reciprocè vt I.B. ad B.A. Est [f] verò B.I. minor quàm B. A. Vnde constat primo E. D. G, triangulo, minus esse spatium Z. Verùm idem triangulus E. D.G. est [e] ad C. vt A. B. ad B.E. Estque [g] A.B. ad B.E. in maiori ratione quàm sit A.B, ad B.I. Proinde triangulus E.G.D. est ad C. in maiori ratione, quàm ad Z. & inde Z. cognoscitur [g] maius quàm C. quod fuerat probandum.

b per problema traditum ad finem lib. 1. de æquipõd.
c per hypot.
d per theorema ad finem l. 1. de æquipond. adiectum.
e per 6. vel 7. l. 1. de æquipond.
f per hypot. quæ A. B, & B.G. sunt æquales.
g per 8. li. 5.

PROP. IX. ΠΡΟΤΑ. Θ.

THEO. IX. ΘΕΩΡ. Θ.

Sit [h] rursum trutina A. G. medium verò ipsius B. Tum triangulum G. D.C. amblygonion basim habens D. C. altitudinem verò E. G. & suspendatur è trutina ad G. E. Spatium verò Z. appendatur ex A. & æquipondetet cum trigono D.G.C. sic se habenti vt iacet: quam verò rationem habet A. B. ad B. E. eam habeat G.D.C. triangulum ad L. Dico [i] Z. maius quidem esse quàm L. minus verò D. G. C. triangulo.

h ἰσοῦ.
i αἴτημ.

Εστω πάλιν τὸ μὲν α. γ. ζύγιον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ γ. δ. κ. τρίγωνον ἀμβλυγώνιον βάσιν μὲν ἔχον ταν δ. κ. ὕψος δὲ ταν ε. γ. καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ γ. ε. τὸ δὲ ζ. χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ δ. γ. κ. τριγώνῳ, οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α.β. ποτὶ ταν β. ε. τοῦτον ἐχέτω τὸ γ. δ. κ. τρίγωνον ποτὶ τὸ λ. φαμὶ δὴ τὸ ζ. τοῦ μὲν λ. μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ δ. γ. κ. ἔλασσον.

ΚΑΤΑΣ. Inueniatur [aa] centrum grauitatis trianguli G.D.E. quod sit O. à quo demittatur [bb] perpendicularis O.P. paralella [cc] E.D.

ΑΠΟΔ. Quoniam enim triangulus pendet è P. puncto, & ab eo æquiponderat [a] cum Z. vt est A.B. ad B.P. sic est [b] G. C.D. triangulus ad Z. spatium, ideóque maior eodem spatio Z. Quoniam verò triangulus idem est [a] ad spatium L. vt A.B. ad B.E. hoc est [c] in maiori ratione quàm sit A.B. ad B.P. seu quàm sit ipsemet triangulus ad Z. sequitur [c] L. minus esse spatio Q. quod fuit probandum.

aa per problema lib. 1. de æquipond. ad finem traditum.
bb per 12. l. 1.
cc per 18 l. 1.
a per hypot.
b per 6 vel 7 d. 1. de æquipond.
c per 8 l. 5.

ΛΗΜΜΑ.

Habeat trapezium A.B.C.D. duo latera A.C, B.D. parallela, & diuidatur quadam linea E.F. etiam parallelis lateribus æquidistante. Tum producantur latera non parallela A.B, C.D. quousque concurrant in L. & à puncto L. cadat recta L.I.H.G. quæ secet B. D. bifariam. Dico lineam L. G. diuidere A.C. & E.F. etiam æqualiter, & ipsius partem I. G. diuidi ab E.F. in eadem ratione, in qua secatur A.B. esse scilicet G.H. ad H.I. vt A.E. ad E.B.

ΑΠΟΔ. Hoc constat ex lemmate 3. eorum, quæ ad 13. lib. 1. de æquiponderantibus præmisimus.

ΠΡΟΤΑ. Ι.	PROP. X.
ΘΕΩΡ. Ι.	THEOR. X.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν α.β.γ. ζύγιον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ β.δ.η.κ. τραπέζιον, τὰς μὲν ποτὶ τοῖς β.η. σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον· τὰν δὲ κ.δ. πλευρὰν ἐπὶ τὸ γ. νεύουσαν· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ β.

Sit [a] rursum A. B. G. trutina mediumque ipsius B. trapezium verò B. D. I. C. angulos rectos habens in punctis B. I. Latus verò C. D. tendens ad G. & quam habet rationem B.

a τρυτάνης

A. ad B. I. eandem habeat trapezium B.D.C.I. ad L. Suspensum verò fuerit istud trapezium B.D.I.C. in trutina, è punctis B. I. Appensumque itidem fuerit spatium Z. è puncto A. & æquiponderet cum trapezio B. D. I. C. sic habenti vt nunc subiacet. Dico [a] spatium Z. minus esse ipso L.

a Συμπέρασμα.

α. ποτὶ τὰν β.η. τοῦτον ἐχέτω τὸ β.δ.κ.η. τραπέζιον ποτὶ τὸ λ. κεκρεμάσθω δὲ τὸ β.δ.η.κ. τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τῶν β.η. σαμείων· κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ζ. χωρίον κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ β.δ.η.κ. τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φημὶ τὸ ζ. χωρίον ἔλασσον εἶμεν τοῦ λ.

ΚΑΤΑΣ. Vt est dupla B.D. cum I.C. ad duplam ipsius I. C. cum B.D. sic fiat [b] I.E. ad E.B. & ducatur [c] E.N. paralella ipsi B. D. & producto C. D. in G. (nam ex hypothesi illuc tendit) ducatur linea G.M. per k. medium lateris C. I. trapezij B.D. C.I.

ΑΠΟΔ. Linea G.M. partitur [d] E N. bifariam, vt & B.D. in punctis H. & M. & est k.H. ad H. M, vt I.E, ad E.B. Proinde H. est [e] centrum grauitatis trapezij B.D.C.G. & cum æquiponderet [f] cum Z. spatio, suspensum è punctis B. & I. idem trapezium cum Z. æquiponderabit [g] suspensum è puncto E. & se habebit [h] trapezium ad Z. vt reciprocè A.B. ad B.E, hoc est [i] in maiori ratione quàm A.B, ad B.I. hoc est quam trapezium sit ad spatium L. Est [o] itaque L maius quàm Z quod fuit probandum.

b per 10. l. 6
c per 31. l. 1.
d per lemm. præced.
e per vltimā l. 1. de æquipond.
f per hypot.
g per theorema adiectum ad finem l. 1. de æquipond.
h per 6. vel 7 l. 1. de æquipond.
o per 8 l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Potuimus per vltimam lib. 1. de æquiponderantibus inuenire centrum H. & perpendicularem ducere E.H.N. & sic breuissimè demonstrationem absoluere, omisso etiam præcedenti lemmate: sed eo vsi sumus, vt quodammodo Archimedis vestigiis insisteremus, eiusque faueremus artificio.

PROP. XI.
THEOR. XI.

ΠΡΟΤ. ΙΑ.
ΘΕΩΡ. ΙΑ.

[l] Sit rursum bilanx A.G. & medium ipsius B. Sit verò trapezium C.D.T.R. habens latera C. D. & T.R. ad G. tendentia, reliqua verò D.R. & T.C. perpendicularia ad B. G. Tum D. R. cadat in B. Quam verò rationem habet A. B. ad

l Ὑπόθεσις.

Εστω πάλιν τὸ μὲν α.γ. ζύγιον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ β. Τὸ δὲ κ.δ.τ.ρ. τραπέζιον ἔστω, τὰς μὲν κ.δ, τ.ρ. πλευρὰς ἔχον ἐπὶ τὸ γ. νευούσας, τὰς δὲ δ.ρ, τ.κ. καθέτους ἐπὶ τὰν β.γ. καὶ ἡ δ.ρ. ἐπὶ τὸ β. πιπτέτω· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α. β.

ποτὶ τὰν β. η. τοῦτον ἐχέτω τὸ δ. κ. ϊ. ρ. τραπέζειον ποτὶ τὸ λ. τὸ λ. τὸ δὲ δ. κ. ϊ. ρ. τραπέζειον ἐκκρεμάσθω ἐκ τοῦ ζύγου κατὰ τὸ β. η. καὶ τὸ ζ. κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τὸ ζ. τῷ δ. κ. ϊ. ρ. τραπεζείῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται· ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ἔλασσον τὸ ζ. χωρίον τοῦ λ.

ad B.I. candem habeat trapezium D.C.T.R. ad L. Et quidem trapezium D. C.T.R. sufpendatur è libra secus puncta B.I. vt & Z. è puncto A. & æquiponderet Z. cum trapezio D. C. T. R. sic se habente vt nunc iacet: Similiter demonstrabitur [a] vt priùs, minus esse Z. spatium ipso L. [a] Χωρίον.

ΚΑΤΑΣ. Reperiatur [b] H. centrum trapezij per quod perpendicularis E. H. acta in B. G. ostendat [c] E. punctum suspensionis, à quo suspensum trapezium C. D. R. T. æquiponderet cum Z.

ΑΠΟΔ. Vt A.B. ad B. E. sic est [d] trapezium C. D. R. T. ad spatium Z. Atqui vt A. B. ad B.I. sic est [e] idem trapezium ad L. spatium. Ergo quia A. B. maiorem habet [f] rationem ad B. E. quam ad B. I. etiam trapezium maiorem rationem habet ad Z. quàm idem habeat ad L. & proinde Z. est maius spatio L.

[b] per vltim. l.1. de æquipond.
[c] per theorema adiectum ad finem l.1. de æquipond.
[d] per 6. vel 7. l.1. de æquipond.
[e] per hypothesim.
[f] per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. ΙΒ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΒ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν α. γ. ζύγιον μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ δ. ε. η. κ. τραπέζειον ἔστω τὰς μὲν ποτὶ τοῖς ε. η. σημείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ κ. δ. ε. η. γραμμὰς ποτὶ τὸ γ. νευούσας. Καὶ ὃν μὲν λόγον ἔχει ἁ α. β. ποτὶ τὰν β. η. τοῦτον ἐχέτω τὸ δ. κ. η. ε. τραπέζειον ποτὶ τὸ μ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α. β. ποτὶ τὰν β. ε. τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ δ. κ. η. ε. τραπέζειον ποτὶ τὸ λ. Κεκρεμάσθω δὲ τὸ δ. κ. η. ε. τραπέζειον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ ε. η. τὸ δὲ

PROP. XII.

THEOR. XII.

Sit [g] rursus statera A. G. medíumque ipsius B. sit verò trapezium D. E. I. C. in punctis quidem E. & I. angulos rectos habens, lateraque C. D. & E. I. ad punctum G. tendentia. Atque quam rationem habet A. B. ad B. I. eandem habeat trapezium D. C. I. E. ad spatium M. Quam vero rationem habet A. B. ad B. E. candem rationem habeat D. C. I. E. trapezium ad L. Appensum autem fuerit istud trapezium D. C. I. E. ad stateram è punctis E. I. [g] Ζυγόν.

Sed ſpatium Z. appendatur ab A. et æquiponderet trapezio ſic ſe habenti vt nunc iacet. Dico [a] ſpatium Z. ſpatio L. maius eſſe, ſpatio vero M. minus.

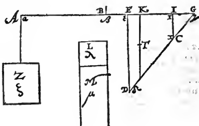
a σύμπ.

ζ. χωρίον ἐκκρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φαμὶ δὴ τὸ ζ. τοῦ λ. μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ μ. ἔλασσον.

ΚΑΤΑΣ. Trapezij enim E. D. C. I. ſumatur [b] centrum grauitatis quod ſit T. & ab eo cadat perpendicularis T. K. in ſtateræ radium B. G.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Trapeziū E. D. C. I. æquiponderans cum Z. è puncto K. [c] eſt [d] ad ipſum Z. vt reciprocè A. B. ad B. K. Atqui idem trapezium eſt [e] ad L. vt A. B. ad B. E. hoc eſt [f] in maiori ratione quàm ſit A. B. ad B. K. vel trapezium ad Z. proinde L. eſt [f] minus ſpatio Z. Rurſus trapezium eſt [e] ad M. vt A. B. ad B. I. ſcilicet [f] in minori ratione quàm A. B. ad B. K. ſeu quam idem trapezium ad Z. Idcirco Z. minus eſt [f] ſpatio M. quod fuit probandum.

b per vltim. l. 1. de æquipond.
c per theor. adiectum ad finem l. 1. de æquipond.
d per 6. vel 7. l. 1. de æquip.
e per hypotheſim.
f per 8. l. 5.



PROP. XIII.

THEOR. XIII.

Sit [g] rurſum trutina A.G. cuius medium circa B. ſit vero trapezium C.D.T.R. ita vt latera ipſius C. D. & T. R. tendant ad G. reliqua verò D. T, C. R. perpendicularia ad B. G. Appenſum autem fuerit in ſtatera è punctis E. I. Tum ſpatium Z. ſuſpendatur ad punctum A. & æquiponderet cum trapezio D. C. T. R. ſic ſe habente vt nunc eſt: Et quam rationem habet A. B. ad B. E. eandem habeat D. C. T. R. trapezium ad L. ſpatium. Quam vero rationem habet A. B. ad B. I. eam habeat idem trapezium ad M. Similiter [h] demõſtrabitur vt priùs, ſpatium Z. ſpatio L. maius, ſpatio vero M. minus.

g ὕπολ.
h σύμπ.

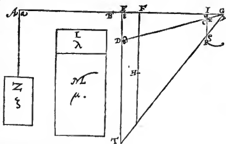
ΠΡΟΤ. ΙΓ.

ΘΕΩΡ. ΙΓ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν α.γ. ζύγιον, καὶ μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ κ.δ.τ.ρ. τραπέζιον, ὥστε τὰς μὲν κ.δ.τ.ρ. πλευρὰς νευούσας εἶμεν ἐπὶ τὸ γ. τὰς δὲ δ.τ.κ.ρ. καθέτους ἐπὶ τὰν β.γ. κεκρεμάσθω δὲ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ ε.η. Τὸ δὲ ζ. χωρίον κεκρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τὸ δ.κ.τ.ρ. τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἁ α.β. ποτὶ τὰν β.ε. τοῦτον ἐχέτω τὸ δ.κ.τ.ρ. τραπέζιον ποτὶ τὸ λ. χωρίον· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α.β. ποτὶ τὰν β.η. τοῦτον ἐχέτω τὸ αὐτὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ μ. ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται, τὸ ζ. τοῦ μὲν λ. μεῖζον, τοῦ δὲ μ. ἔλασσον.

ΚΑΤΑΣ. Inuento [a] trapezij D. T. R. C. centro grauitatis H. & ab eo demissa catheto H. F. in B. G.

ΑΠΟΔ. Sequetur [b] trapezium esse ad Z. vt A.B. ad B. F. hoc est [c] in maiori ratione quam A.B. ad B.E. seu quàm sit trapezium ad L. & in maiori [d] ratione quam sit A. B. ad B. I. vel trapezium ad M. Proinde Z. maius est [d] spatio L. minus vero spatio M. quod fuit probandum.



[a] per probl. additum ad finem l. 1 de æquipond.

[b] per 6 vel 7. l. 1. de æquipond.

[c] per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. ΙΔ.

ΘΕΩΡ. ΙΔ.

Ἔστω τμῆμα τὸ β. θ. γ. περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἔστω δὴ πρῶτον ἁ β. Γ. ποτὶ ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ, καὶ ἄχθω ἀπὸ μὲν τοῦ β. σαμείου ἁ β. δ. παρὰ τὰν διάμετρον· ἀπὸ δὲ τοῦ γ. ἁ Γ. δ. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ γ. ἐσσεῖται δὴ τὸ β. Γ. δ. τρίγωνον ὀρθογώνιον, διῃρήσθω δὴ ἁ β. Γ. ἐς τὰ τμήματα ὁποσαοῦν τὰ β. ε, ε. ζ, ζ. η, η. ι. καὶ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον αἱ ε. σ, ζ. τ, η. υ, ι. ξ. ἀπὸ δὲ τῶν σαμείων καθ᾽ ἃ τέμνουσιν αὗται τὰν τοῦ κώνου τομὰν, ἐπεζεύχθωσαν κατὰ τὸ Γ. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ τὸ τρίγωνον τὸ β. δ. Γ. τῶν μὲν τραπεζίων τῶν κ. ε, λ. ζ, μ. η, ν. ι. καὶ τοῦ ξ. ι. Γ. τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ τραπεζίων τῶν ζ. φ, η. θ, ι. π, καὶ τοῦ ι. ο. Γ. τριγωνίου μεῖζον ἐστὶν ἢ τριπλάσιον.

PROP. XIV.

THEOR. XIV.

Sit [e] portio B. k. G. comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione. Sit etiam primum B. G. ad rectos angulos diametro, & educatur à B. puncto linea B. D. parallela diametro: à puncto vero G. linea G. D. tangens sectionem coni in puncto G. Erit quippe B. G. D. triangulus rectangulus. Diuidatur itaque illa B. G. in portiones quotcumque B. E, E. Z, Z. H, H. I. & à sectionibus huiusmodi æquidistantes diametro ducantur lineæ E. S, Z. T, H. V, I. X. A punctis autem quibus ipsæ secant coni sectionem iungantur lineæ ad G. & vltra producantur. Dico [f] quod triangulum B. D. G. Trapeziorum quidem C. E, L. Z, M. H, N. I. & trianguli X. I. G. minus sit quam triplum: Trapeziorum vero Z. F, H. k, I. P. & trianguli I. O. G. maius sit quàm triplum.

[e] ἔκθ.

[f] διορ.

KAT. Producatur G. B. in A. & fiat B. A æqualis ipsi B. G. tum à puncto A. suspendatur spatium ρ. æquiponderans trapezio D. E. & reliqua spatia χ. ψ. ω. Δ. æquiponderent: reliquis trapezijs S. Z, T. H, V. I. & triangulo X. I. G. denique omnia simul ρ. χ. ψ. ω. Δ. maneant in æquipondio cum toto triangulo B. D. G.

ΑΠΟΔ. Triangulus B. D. G. definitur lineis D. G. tangente rectanguli coni assumptam sectionem D. B. parallela diametro sectionis, & B. G. altero trutinæ radio. Basi autem B. D. acta est parallela E. S. & propterea vt B. E. ad E. G. sic est [a] E. F. ad F. S. & componendo [b] B. G. est ad E. G. vt E. S. ad S. F. & rationis [c] conuersione B. G. est ad B. E. vt E. S. ad E. F. hoc est [d] vt triangulus E. S. G. ad triangulum E. F. G. Verum rursus vt B. G. ad B. E. sic [a] B. D. ad E. S. & sic [a] B. C. ad E. F. Et ergo [e] vt B. D. ad E. S. sic B. C. ad E. F. & permutãdo [f] B. D. est ad B. C. vt E. S. ad E. F. seu [d] triang. B. D. G. est ad trigonũ B. C. G. vt alter E. S. G. ad alterũ E. F. G. Cũ ergo totus triang. B D. G. sit ad totum B. C. G. vt ablatũ E. S. G. ad ablatũ E. F. G. hoc est [d] vt E. S. ad E. F. vel ergo vt [g] B. G. seu B. A. ad B. E. erit [h] & reliquum trapezium D. E. ad reliquum trapezium C. E. vt B. A. ad B. E. Simili ratione probabo trapezium S. Z. esse ad trapezium L. Z. vt A. B. ad B. Z. Nam vt B. G. seu A. B. ad B. Z. sic est [g] Z. T. ad Z. K. seu E. S. ad E. L. Atqui vt Z. T. ad Z. K. & E. S. ad S. L. sic est [d] triangulus Z. G. T. ad triangulum Z. G. K. & triangulus E. G. S. ad triangulum E. G. L. Proinde vt A. B. ad B. Z. sic est [e] totus triangulus E. S. G. ad totum E. G. L. tum sic ablatus Z. T. G ad ablatum Z. K. G. Et sic demum itaque est reliquum trapezium S. Z. ad reliquum trapezium L. Z. Etiam hoc pacto probabo esse T. H. ad M. H. vt A. B. ad B. H. Adhuc V. I. ad N. I. vt A. B. ad B. I. Et denique triangulus I. X. G. est [d] triangulum I. O. G. vt I. X. ad I. O. Atqui vt I. X. ad I. O. sic est [g] B. G seu A. B. ad B. I. est [e] ergo I. X. G. ad I. O. G. vt A. B. ad B. I. Habemus hoc pacto trapezium D. E. cuius latera D. S. B. E. tendunt ad G. & ex hypothesi æquiponderat cum spatio ρ. Estque trapezium D. ad trapezium C. E. vt A. B. ad B. E. Maius est [i] ergo trapezium C. E. ipso spatio ρ. Adhuc trapezij S. F. duo latera E. z, S. T. tendunt ad G & ipsum æquiponderat spatio X. estque idem S. z. ad L. z. vt A. B. ad B. z. Est [l] proinde L. z. maius spatio X. Eadem prorsus de causa ψ. minus est trapezio M H. tum spatium ω minus trapezio N. I & denique triangulus I. X. G. excedit [m] spatium Δ. Itaque omnia simul spatia ρ χ. ψ. ω. Δ. minora sunt trapezijs simul C. E, L. z, M. H, N. I. cum triangulo I. x. G. Verum quoniam (vt ostendimus)

[a] per 4. l. 6.
[b] per 18. l. 5.
[c] per coroll. 19. l. 5.
[d] per 1. l. 6.
[e] per 11. l. 5.
[f] per 16. l. 5.
[g] per coroll. 5. huius.
[h] per 19. l. 5.
[i] per 10. huius.
[l] per 12. huius.
[m] per 8. huius.

trapezium S. Z. est ad trapezium F. Z. vt S. E. ad E. F. hoc est[a] vt B. G. seu B. A. ad B. E. idem vero S. z. est ad L. z. vt A. B. ad B. z. Est[b] quidem spatium χ. minus trapezio L. z. sed maius trapezio F. z. Eodemque argumento spatium ψ. maius est trapezio k. H. cum ω. maius est trapezio P. I. Et Δ.[c] triangulo I. O. G. Et proinde spatia χ. ψ. ω. Δ. & multo magis totum ρ. χ. ψ. ω. Δ. maiora sunt trapezijs simul F. z, k. H, P. I. cum triãgulo I. O. G. Cum autem totum spatium ρ. χ. ψ. ω. Δ. æquipondéret[d] toti triangulo B. D. G. ipsius tertiæ parti æquipollet[e]. Propterea triangulus B. D. G. minor est quam triplus trapeziorum C. E, L. z, M H, N. I. & trianguli I. X. G. cum hæc exeedant illa spatia quæ tertiam trianguli partem constituunt: sed maior quam triplus aliorum F. z, k. H, P. I. & trianguli I. O. G. cum hæc sunt minora iisdem spatijs quæ vni trianguli tertiæ æquantur, quod fuit probandum.

[a] per coroll. 5. huius. [b] per 12 huius. [c] per 8. huius. [d] per fabricam. [e] per 3. huius.

ΠΡΟΤ. ΙΕ.

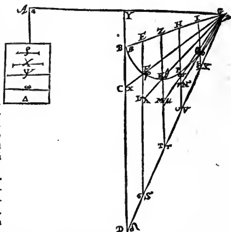
ΘΕΩΡ. ΙΕ.

Εστω πάλιν τὸ β.θ.γ. τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἁ δὲ β.γ. μὴ ἔστω ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ· ἀναγκαῖον δὲ ἤτοι τὰν ἀπὸ τοῦ β. σαμείου παρὰ τὰν διάμετρον ἀγμέναν ἐπὶ τὰ τῷ τμήματι, ἢ τὰν ἀπὸ τοῦ γ. ἀμβλεῖαν ποιεῖν γωνίαν ποτὶ τὰν β.γ. ἔστω ἁ τὰν ἀμβλεῖαν ποιοῦσα ἁ πρὸς τὸ β. καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἀπὸ τοῦ β. ἁ β.δ. καὶ ἀπὸ τοῦ γ. ἁ γ.δ. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ γ. καὶ διῃρήσθω ἁ β.γ. εἰς τμήματα ἴσα ὁποσαοῦν τὰ β.ε, ε.ζ, ζ.η, η.ι, ι.γ, ἀπὸ δὲ τῶν ε.ζ, η.ι, παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθωσαν αἱ ε.ς, ζ.τ, η.υ, ι.ξ. καὶ ἀπὸ τῶν σαμείων καθ' ἃ τέμνοντι αὐταὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπιζευχθῶσαν ἐπὶ τὸ γ. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ καὶ νῦν τὸ β.δ.γ. τρίγωνον τῶν μὲν τραπεζίων τῶν β.φ, λ.ζ, θ.κ, π.ι. καὶ τοῦ γ.ι.ξ. τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ ζ.φ, η.θ, ι.π, καὶ τοῦ γ.ο.ι. τριγώνου μεῖζον ἢ τριπλάσιον.

PROP. XV.

THEOR. XV.

Sit rursum sectio B. k. G. cõprehensa sub recta & rectanguli coni sectione: linea vero B. G. non sit ad rectos diametro: necesse siquidem est vel lineam à puncto B. æquidistanter diametro ductam ad easdem partes sectioni, vel eam quæ trahitur à puncto G. obtusum facere angulum ad B. G. Sit itaq; quæ obtusum angulum facit ea quæ ad G. B. Et ducatur à puncto B. parallela diametro linea B. D. Et à puncto G. agatur G. D. tangens coni sectionem in puncto G. Et diuidatur B. G. in quotlibet partes æquales, quæ sint B. E, E. Z, Z. H, H. I, I. G. Et à punctis E. Z, H. I. parallelæ diametro ducantur E. S, Z. T, H. V, I. X. & à punctis quibus secant ipsam coni sectionem iungantur ad G. & vltra producantur. Dico quippe & nunc triangulum B. D. G. trapeziorum quidem B. F, L. Z, K. H, P. I. & triãguli G. I. X. minus esse quam triplum: aliorum vero Z. F, H. K, I. P. & trianguli G. O. I. maius esse quàm triplum.



ΚΑΤΑΣ. Producatur B. D. & in eam productam cadat è puncto G. perpendicularis G.Y. quæ transeat in A. vsque, fiatque Y. A. æqualis ipsi G. Y. & ab A. instar trutinæ pendeāt spatia ρ. χ. ψ. ω. Δ. quorum ρ. æquipondere cum trapezio D. E. tum X cum trapezio S. Z. Adhuc ψ. cum trapezio T. H. demum ω. cum trapezio V. I. Denique Δ. cum triangulo I. X. G. ita vt omnia simul spatia in æquipondio stēt cū triangulo toto B. D. G.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vt superius probabitur tertiam partem trianguli B. D. G. æquipollere spatijs ρ. χ. ψ. ω. Δ. Tum eadem spatia minora quidem esse trapezijs C. E, L. Z, M. H, N. I. & triangulo I. X. G. maiora vero alijs trapezijs F. Z, K. H, P. I. & triangulo I. O. G. Vnde randem nobis erit concludendum, triangulum B. D. G. minus quidem esse quam triplum priorum, maius vero quam triplum posteriorum: quod fuerat probandum. Cæterum integra demonstratio & re & verbis cum præcedenti conuenit, si pro 10. & 12. propositionibus huius, vtaris 11. & 13. Quid ergo ineassum prolixiori sermone ceras impleremus?

PROP. XVI.

THEOR. XVI.

a ἀνάλ. Sit[a] rursum portio hæc B. K. G. comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione, & agatur per B. linea quidem B. D. parallela diametro : à puncto vero G. alia G. D. tangens coni sectionem in puncto G. Sit adhuc trianguli B. D. G. tertia pars spatium Z. Dico[b] portionem B. K. G. æqualem esse spatio Z.

b συμπ.

ΠΡΟΤ. ΙϚ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙϚ.

Ἔστω πάλιν τμῆμα τὸ β. θ. γ. περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἄχθω διὰ μὲν τοῦ β. ἁ β, δ, παρὰ τὰν διάμετρον ἀπὸ δὲ τοῦ γ, ἁ γ, δ, ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ γ. ἔστω δὲ τοῦ β, δ, γ, τριγώνου τρίτον μέρος τὸ ζ, χωρίον. Φαμὶ δὴ τὸ β, θ, γ, τμῆμα ἴσον εἶμεν τῷ ζ, χωρίῳ.

KAT.

ΚΑΤΑΣ. Si ſpatium Z. non fuerit æquale portioni, ea maius erit vel minus. Sit ergo inæqualitas ambarum magnitudinū ſpatium X. Et ſi fieri poteſt ſupponamus Z. minus portione. Et ſpatio X. quo Z. ſuperat portionem fiat triangulus B. A. G. minor. Tom quia baſis B. A. commẽſurabilis eſt lineæ B. D. vel eidem eſt in. commenſurabilis: ſi commenſurabilis fuerit eiuſque menſura, diuidatur B. D. per B. A. Si vero non eſt commenſurabilis, auferatur ex B. D. dimidium, tum ex dimidio dimidium, vel aliæ partes tori commenſurabiles, quoad quælibet ſit [a] minor ipſa B. A. Vna ſit B. I. & reliqua ſectionum puncta V. T. S. ducanturque lineæ à puncto G. ad huiuſmodi puncta, quæ portionem ſecent in punctis K. M. O. Q. per quæ demum agantur parallelæ ipſi B. D. quæ partiantur [b] lineam B. G. in punctis E. F, Y. H. & quidem in partes æquales. Nam vt D. I. ad I. B. ſic ω. k. ad K. E. Hoc eſt G. E. ad E. B. Deinde vt D. V. ad V. B. ſic ρ. M. ad M. F. hoc eſt G. F. ad F. B. Adhuc vt D. T. ad T. B. ſic θ. O. ad O. Y. hoc eſt G. Y. ad Y. B. Denique vt D. S. ad S. B. ſic R. Q. ad Q. H. hoc eſt G. H. ad H. B. Et proinde vt B. D. æqualiter diuiditur, ſic G. B. in æqualia ſecatur: ita vt hæc figura redeat ἡ ἔκθεσις τῆς ΙΑ. προτάσεως.

a per 1. l. 10

b per 31. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam Z. & X. portioni æquantur, minora ſunt portione ſimul ſpatium Z. & triangulum B. I. G. Proinde ſi à portione abſtulero quid æquale vel minus triangulo B. I. G. reliquum ſpatio Z. maius erit. Iam quia B. I, I. V. ſunt [c] æquales, & reliqua lineæ B. D. ſegmenta, etiam cuiuſlibet aliarum partes ſunt æquales, vt E. K, K. L. & ita de alijs. Et proinde trianguli G. B. I, G. I. V. ſunt pares: vt & E. K. G, G. K. L. & reliqui ſunt æquales, qui ſunt in eadem altitudine. Itaque trapezia in triangulis æqualibus facta ſint æqualia. Verbi gr. B. K. & K. V. Nam ſi ab æquis triangulis B. I. G. & G. I. V. auferas æquales E. K. G, G. K. L. remanebunt [d] I. E. & V. K. trapezia æqualia. Idem cenſendum de E. ξ, ξ. L, F. ω. M. O, H. ω, O. Q. Quidni ergo dicemus trapezia E. I, ξ. L, M. O, O. Q. & triangulum G. Q. R. æquari triangulo B. I. G. Quando ergo trapezia huiuſmodi & triangulum tota continerentur in portione, auferrẽturque ab ea, quid maius ſupereſſet in ea quam ſit Z. cum ergo ea partim duntaxat in portione comprehendantur (tranſit enim ſectio coni per puncta K. M, O. Q. & ſunt latera B. I, I. k, k. L, L. M, M. N, N. O, O. P, P. Q. extra portionem) illorum partibus comprehenſis, in portione ſublatis ab ipſa portione, ſequetur partem portionis quæ ſuperfuerit multo maiorem eſſe ipſo ſpatio Z. nempe trapezia k. F, M. Y, O. H. & triangulum H. Q. G. At Z. eſt tertia pars trianguli B. D. G. Propterea triangulus B. D. G. minor eſt quam triplus trapeziorum k. F, M. Y, O. H. & trianguli H. Q. G. quod aduerſatur ijs quæ prius demõſtrauimus. [e] Abſurdum ergo eſt ſpatium Z. eſſe portione minus. Cæterum ponatur eſſe portione maius, & omnibus vt prius conſtantibus: quoniam B. I. G. triangulus eſt minor exceſſu X. ſequitur portionem cum triangulo B. I. G. adhuc minorem eſſe ſpatio Z. Et cum Z. ſit tertia pars trianguli B. D. G. oportet portionem cum triangulo B. I. G. minorem eſſe tertia trianguli B. D. G. parte. Atqui

c per fabricam.

d per 3. com. ſent.

e in 14 huius.

trapezia I. E, L. F, N. Y, P. H. & triangulum H. R. G. minora sunt portione, cum triangulo B. I. G. Nam trapezia I. E, L. ζ, M. O, O. Q. cum triangulo Q. R. G. æqualia triangulo B. I. G. non sunt tota extra portionem, sed partim in ipsa comprehenduntur. Ergo illa trapezia I. E, L. F, N. Y, P. H. cum triangulo H. R. G. multum deficiūt à tertia trianguli B. D. G. parte, sed & eandem exceedi ab illis antea demonstrauimus. a Nec ergo Z. maius est portione. Superest ergo illi sit æquale, & ex consequenti portionem esse tertiam trianguli B. D. G. partem constanter asserimus.

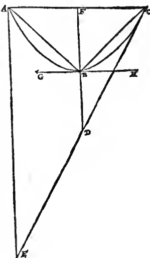
a in 4 huius.

PROP. XVII. ΠΡΟΤ. ΚΖ.

THEOR. XVII. ΘΕΩΡ. ΚΖ.

Hoc demonstrato, manifestum, quod omnis portio comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione, sesquitertia est trianguli habentis basim eandem cum ipsa portione, & altitudinem æqualem.

Τούτου δεδειγμένου, φανερὸν ὅτι πᾶν τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον.



ΥΠΟΘ. Sit portio comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione A. B. C. cuius apex B. diameter B. F. diuidens bifariam A. C. parallelam tangenti G. B. H. In portione sit triãgulus A. B. C. eandem basim A. C. eandemque altitudinem F. B. cum ipsa portione habens.

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem esse trianguli A. B. C. sesquitertiam.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur ipsi F. D. parallela A. E. Tũ C. E. tangat portionem in C. protrahatur deinde F. B. ad C. E. quam secet in D.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. F, F. C. sunt b æquales, trianguli A. B. F, F. B. C. sunt c æqui. At F. B, B. D. sunt d etiam pares, & proinde pares sunt e C. F. B. & B. C. D. & ex consequenti æquales duo A. B. C. & C. F. D. Sunt autem trigoni C. A. E. & C. F. D. similes, quia lineæ A. E, F. D. parallelæ secant e latera C. A. & C. E. proportionaliter, & ad angulos æquales. Et proinde sunt f ipsi trianguli in quadrupla ratione. Et est F. D. C. seu A. B. C. quarta pars trianguli A. E. C. cuius quidem tertia pars est g portio A. B. C. Proinde portio A. B. C. est ad triangulum A. B. C. sibi inscriptum, vt quatuor ad tria, seu in ratione sesquitertia, vt proponebatur.

b ex definit. diametri.
c per 1 l. 6.
d per 5 huius.
e per 2. l. 6. & 29. l. 1.
f per 20. l. 6
g per præced.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc est μέθοδος μηχανική, qua primum Archimedes accommodatè sensui scopum collimauit Ipsa quamquam sit aliquatenus ἀποχειρίδιος, non tamen est ἀσυλλογιστική, neque proponit ἀναποδείκτους. Suas demonstrationes habet certas, quæque tantùm ab amussi geometrica deflectunt

quia sunt ὀργανικά. Cæterum in sequentibus idem probabit διὰ τῶν γεωμετρουμένων & magis intellectui conuenientius. Rationi enim & humano ritui consentaneum est, ea quæ intellectum subitura sunt, priùs ingredi sensum. Itaque si huc vsque Mechanici fuerimus, iam Geometræ efficiamur.

ΟΡΟΙ. Α. — DEFINITIONES.

Α. — I.

Τῶν τμημάτων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τε εὐθείας καὶ καμπύλας γραμμᾶς, βάσιν μὲν καλῶ τὰν εὐθεῖαν.

Sectionum comprehensarum sub recta & curua linea: basim quidem appello rectam.

Β. — II.

Ὕψος δὲ τὰν μεγίσταν καθετὸν ἀπὸ τᾶς καμπύλας γραμμᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν βάσιν τοῦ τμάματος.

Altitudinem vero maximã perpendicularem, à curua linea decidentem in basim portionis.

Γ. — III.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, ἀφ' οὗ ἁ μεγίστα καθετὸς ἄγεται.

Verticem vero punctum à quo maxima perpendicularis agitur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Portionis B. A. D. comprehensæ sub recta B. D. & curua linea B. A. D. basis est [a] B. D. altitudo [b] A. C. si modo fuerit A. elatissimus figuræ punctus, & A. C. perpendicularis in basim B. D. elatissimus autem portionis punctus est extremitas diametri in curua linea desinens, cuiusmodi est A. si fuerit diameter E. A. Denique vertex est [c] A. punctus. Hoc vero patet tàm ex definitionibus elementorum conicorum, quàm ex his quæ traditæ sunt, ad librum de Conoid. & Sphæroid.



a Ex 1. def.
b Ex 2. def.
c Ex 3. def.

ΠΡΟΤ. ΙΗ. — PROP. XVIII.

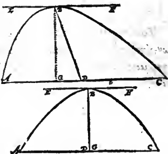
ΘΕΩΡ. ΙΗ. — THEOR. XVIII.

Εἴκα ἐν τμήματι ὃ περιέχεται ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον·

Si in portione quæ comprehenditur sub recta & rectanguli coni sectione, à medio basis ducatur recta parallela diametro, vertex

erit portionis punctum, in quo quę acta est parallela diametro, secat coni sectionem.

κορυφὰ ἐσσεῖται τοῦ τμάματος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἁ παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα τέμνει τὴν τοῦ κώνου τομάν.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit portio A. B. C. contenta sub recta A. C. quæ basis est, [a] & rectanguli coni sectione A. B. C. linea curua Medium basis sit [b] D. vnde [c] erigatur D. B. recta, vel diametro parallela, vel ipsa diametrus.

a per 1. defi. huius
b per 10. l. 1.
c per 31. l.

ΣΥΜΠΕ. Dico B. punctum in quo recta D. B. secat τὰν τομὰν ἢ καμπύλαν γραμμάν, esse verticem portionis.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur [d] à puncto B. linea E. F. sectionem tangens, & demittatur [e] è puncto B. perpendicularis B. G.

d per 33 l. 1. vel 49. l. 2. Con.
e per 12. l. 1.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. D, D. C. sunt æquales, & ducitur D. B. vel parallela diametro vel ipsamet diametrus, linea E. F. tangens sectionem in B. parallela est [f] basi A. C. Et proinde maxima parallela quæ à quocumque sectionis puncto cadere potest in basim, est B. G. & inde est [g] B. vertex portionis, quod proponebatur.

f per 1. huius.
g per 3. defi. huius.

PROP. XIX.

THEOR. XIX.

Si in portione comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione ducantur duæ rectæ diametro parallelæ, altera quidem à media basi, altera verò à medio dimidiæ: quæ quidem à medio ducta fuerit, alterius quæ à dimidia agitur, longitudine sesquitertia erit.

ΠΡΟΤ. ΙΘ.

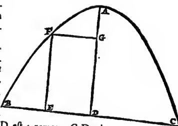
ΘΕΩΡ. ΙΘ.

Εἶκα εἰς τμῆμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἁ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως, ἁ δὲ ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας· ἁ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθεῖσα τᾶς ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας ἀγομένας ἐπίτριτος ἐσσεῖται μάκει.

ΥΠΟΘ. Sit portio B. A. C. contenta sub recta basi B. C. & sectione B. A. C. Tum à media basi excitetur [b] D. A. parallela diametro vel ipsamet diametrus. Et à dimidio dimidiæ B. D. nimirum à puncto E alia parallela agatur E. F.

b per 31. l. 1.

ΣΥΜΠ. Dico D. A. sesquitertiam esse alterius E. F.



ΚΑΤΑΣ. Decidat [a] à puncto F. linea F. G parallela basi B. D. Cum enim A. [b] sit portionis vertex A. D. est maior quam E. F. *a per 31. l. 1. b per praec.*

ΑΠΟΔ. Vt B. D. est ad F. G. potentia, ita est [c] A. D. ad A. G. longitudine. Atqui B. D. quadrupla est [d] potentia ipsius F. G. nam E. D. semissis ipsius B. D. æqualis est [e] ipsi F. G. & proinde B. D. duplex est ipsius F. G. Ergo A. D. quadrupla est longitudine partis A. G. Et qualium A. D. est 4. remanet G. D. trium, cum sit A. G. 1. Verum sunt [e] G. D, F. E. æquales. Idcirco pariter A. D. est ad E. F. vt 4. ad 3. hoc est in sesquitertia ratione quod fuit probandum. *c per 3. huius. d per 20. l. 6. e per 34. l. 1*

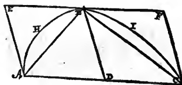
ΠΡΟΤ. Κ. — PROP. XX.

ΘΕΩΡ. Κ. — THEO. XX.

Εἴκα εἰς τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό· μεῖζον ἔσται τὸ ἐγγραφὲν ἢ ἥμισυ τοῦ τμάματος.

Si in portione comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione triangulus inscribatur eandem basim habens cum portione eandemque altitudinem: maior est inscriptus dimidio portionis.

ΥΠΟΘ. In portione A. B. C. cuius vertex B. inscribatur triangulus A. B. C. basim communem habens A. C. paremque cum portione altitudinem.



ΣΥΜΠΕ. Dico triangulum maiorem esse dimidio portionis.

ΚΑΤΑΣ. Per verticem B. ducatur [f] tangens portionem E. F. parallela [g] scilicet basi A. C. Tum ducatur [h] æquidistans diametro D. B. è medio basis: & perficiantur parallelogramma D. E, D. F. *f per 35. l. 1. vel 46. lib. 1 Conic. g per 2. huius.*

ΑΠΟΔ. A. E. & C. F. cadunt extra sectionem, ne conueniant; alicubi cum diametro, cui parallelæ ducantur [i] sicuti D. B. Proinde parallelogrammum A. F. comprehendit portionem, qua idcirco maius est. [m] Atqui parallelogrammi A. F. dimidius est [n] triangulus A. B. C. portioni inscriptus. Idem itaque triangulus maior est semisse portionis: quod vult propositio. *h per 31 l. 1. i per 22. l. 1 Conic. l per 10 l. 1. m per 9. com sent. n per 43. l. 1.*

ΦΑΝΕΡ. Α. — MANIF. I.

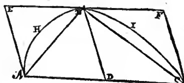
Δῆλον ὅτι ἐς τοῦτο τὸ τμῆμα δυνατόν ἐστι πολύγωνον ἐγγράψαι, ὥστε εἶμεν τὰ περιλειπόμενα τμήματα παντὸς ἐλάσσονα τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Liquet quod sic in hac portione possibile sit polygonum inscribere, ita vt relictæ portiones omni proposito spatio sint minores.

ΤΠΟΘ. Repetatur superius diagramma.

ΑΓΟΑ. Et in relictis portionibus A.H.B. & B.I.C. describantur rursus trianguli paribus altitudinibus quam portiones easdem habentes bases: auferetur a enim ab eis plusquam dimidium. Et rursus in reliquis portionibus describantur alij similes trianguli, & sic fiat continuo: Tandem enim relictæ partes fient b quolibet spatio proposito minores.

a perpetuimam.
b per 1.l.10



PROP. XXI.

THEOR. XXI.

Si in portione comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione triangulus inscribatur eandem basim habens cum portione, & eandem altitudinem: inscribantur verò & alia trigona eandem basim habentia cum portionibus, & altitudinem eandem: vniuscuiusque triangulorum in reliquis portionibus descriptorum, octuplum est triangulum quod in tota portione describitur.

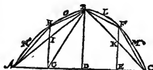
ΠΡΟΤ. ΚΑ.

ΘΕΩΡ. ΚΑ.

Εἴκα εἰς τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῆ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμήματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. ἐγγραφέωντι δὲ καὶ ἄλλα τρίγωνα ἐς τὰ λειπόμενα τμήματα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμημάτεσσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἑκατέρου τῶν τριγώνων τῶν εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐγγραφέντων ὀκταπλάσιον ἔσται τὸ τρίγωνον τὸ εἰς τὸ ὅλον τμῆμα ἐγγραφέν.

ΤΠΟΘ. Exponatur portio A. B. C. cuiusmodi proponitur: Eius basis sit A. C. cuius dimidium D. vnde excitetur parallela diametro D. B. ita vt sit c B. portionis vertex. In portione triangulus habeatur A. B. C. eiusdem putà altitudinis, & in eadẽ base quam portio, qui relinquat ex portione tota alias portiones A. H. B. & B. F. C. quarum bases A. B, B. C. bifariam diuidantur d punctis I. & K. per quæ transeant E. F. & G. H. parallelæ e ipsi D.B. quæ proinde notent f vertices portionum H. & F. dirimantque f A. D. & D. C. etiam bifariam. Tandem ducantur A. H, H. B, B. F. & F. C. quæ triangulos absoluant A. H. B. & B.F.C. Demum si requiratur eodem pacto in relictis portionibus ab istis triangulis alij trianguli describi intelligantur.

c per 18. huius.
d per 10.l.1.
e per 31.l.1.
f per 1. huius. & 4.l.6.



ΣΥΜΠ. Dico triangulum A. B. C. in tota portione descriptum octuplum esse trianguli A. H.B. vel alius B.F.C. Tum si in relictis A.N.H. & H.O.B. alij inscribantur trianguli, totum A.H. B. alterutrius horum esse quoque octuplum. Et ita de alijs.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea G. B.

g per 19. huius.

ΑΠΟΔΕΙ. Linea D. B. sesquitertia est g lineæ G. H. at eadẽ D. B. est dupla lineæ I. G.

vt B.A. lineæ B.I. Ergo qualiũ partiũ D.B. est 4. taliũ G.H. est 3. & I.G. 2. Proinde G.I. dupla est ipsius I.H. & trianguli H.I.B. æqualis [a] triangulo H.I.A. duplus est [a] triang. I. B.G. qui proinde toti A.H.B. æquipolet. Verùm trianguli A.I.G, & B.I.G. sunt [a] æquales, cum bases A.I, & I.B. pares existant. [b] Totus ergo A.B.G. duplus est trianguli A.B.H. Atqui G.B.D. par est [a] consorti A.B.G. Totus igitur A.B.D. quadruplus est trianguli A.H.B. Demum trianguli A.B.D. duplus adhuc est [a] totus A.B.C. Et idcirco totus hic A.B.C. illius A.H.B. octuplus est, vt proponebatur. Idem omnino intelligendum de triangulo B.C.F. cuius octuplus ostenderur A.B.C. paribus omnino argumentis. *a per 1 li 6.* *b per fabricam.*

ΠΡΟΤΑ. ΚΒ.

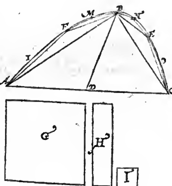
ΘΕΩΡ. ΚΒ.

Εἴκα ἡ τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ χωρία τεθέωντι ἑξῆς ὁποσαοῦν ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ· ἡ δὲ τὸ μέγιστον τῶν χωρίων ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ταὶ αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονα ἔσται τοῦ τμήματος.

PROP. XXII.

THEOR. XXII.

Si portio comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione, & spatia ponantur deinceps quotlibet in quadrupla ratione: fuerit verò maximum spatiorum æquale triangulo portioni inscripto easdem basim, & altitudinem habente cum portione: Omnia simul spatia minora sunt portione.



ΥΠΟΘ. Sit A.B.C. portio quæ proponitur, in eaque descriptus triangulus eadem basi, & pari altitudine A.B.C. tum in relictis portionibus inscripti sint etiam trianguli A.F.B, B.E.C. cum iisdem basibus & altitudinibus: Similiter adhuc in reliquis portiunculis habeantur trianguli A.L.F, F.M.B, B.N.E. & E.O.C. & ita in infinitum si requiratur. Quot verò inscriptiones triangulorum factæ fuerint, tot assumantur spatia ordine in quadrupla ratione G.H.I. quorum primum G. sit [c] æquum triangulo A.B.C. *c per 14.2 a*

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico spatiis omnibus G.H.I. quotquot assumpta fuerint in ratione quadrupla, portionem A.B.C. esse maiorem.

ΑΠΟΔ. Triangulus A.B.C. quadruplus est triangulorum A.B.F, & B.E.C, nam alterutrius octuplus est [d]: & ambo rursus A.F.B, B.E.C. sunt simul quadrupla triangulorum A.L.F, F.M.B, B.N.E, E.O.C. Et ita in infinitum priores sunt posteriorum quadrupli, nam alteruter priorum vt A.F.B, sibi additorum A.L.F, & F.M.B. est [d] quadruplus, & vnius octuplus [d]; Et proinde omnes antecedentes simul A.F.B, & B.E.C. omniũ sunt [e] consequentium A.L.F, F.M.B, B.N.E, E.O.C. totuplices, quotuplex est vnus antecedens A.F.B, vnius consequentis A.L.F, F.M.B. Atqui his triangulis æqualia sunt spatia G.H.I. quia primum G. est æquale triangulo A.B.C, & quam habent inter *d per prae.* *e per 12.l.5*

A. ad B. I. eandem habeat trapezium B.D.C.I. ad L. Suspensum verò fuerit istud trapezium B.D.I.C. in trutina, è punctis B.I. Appensumque itidem fuerit spatium Z. è puncto A. & æquiponderet cum trapezio B. D. I. C. sic habenti vt nunc subiacet. Dico [a] spatium Z. minus esse ipso L.

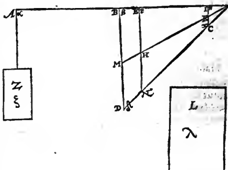
a Χωρίον.

α. ποτὶ ταὶ β.η. τοῦτον ἐχέτω τὸ β.δ.κ.η. τραπέζιον ποτὶ τὸ λ. κεκρεμάσθω δὲ τὸ β.δ.η.κ. τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τῶν β.η. σαμείων· κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ζ. χωρίον κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ β.δ.η.κ. τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φημὶ τὸ ζ. χωρίον ἔλασσον εἶμεν τοῦ λ.

ΚΑΤΑΣ. Vt est dupla B.D. cum I.C. ad duplam ipsius I. C. cum B.D. sic fiat [b] I.E. ad E.B. & ducatur [c] E.N. paralella ipsi B. D. & producto C. D. in G. (nam ex hypothesi illue tendit) ducatur linea G.M. per k. medium lateris C. I. trapezij B.D.C.I.

ΑΠΟΔ. Linea G.M. partitur [d] E N. bifariam, vt & B.D. in punctis H. & M. & est k.H. ad H. M, vt I.E, ad E.B. Proinde H. est [e] centrum grauitatis trapezij B.D.C.G. & cum æquiponderet [f] cum Z. spatio, suspensum è punctis B. & I. idem trapezium cum Z. æquiponderabit [g] suspensum è puncto E. & se habebit [h] trapezium ad Z. vt reciprocè A.B. ad B.E, hoc est [o] in maiori ratione quàm A.B, ad B.I. hoc est quam trapezium sit ad spatium L. Est [i] itaque L maius quàm Z. quod fuit probandum.

b per 10 l. 6
c per 31 l. 1.
d per lemm. praced.
e per vltimã l. 1. de æquipond
f per hypot.
g per theorema adiectum ad finem lib. 1. de æquipond.
h per 6. vel 7 l. 1. de æquipond.
o per 8 l. 5.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Potuimus per vltimam lib. 1. de æquiponderantibus inuenire centrum H. & perpendicularem ducere E.H.N. & sic breuissimè demonstrationem absoluere, omisso etiam præcedenti lemmate: sed eo vsi sumus, vt quodammodo Archimedis vestigiis insisteremus, eiusque faueremus artificio.

PROP. XI.

THEOR. XI.

ΠΡΟΤ. ΙΑ.

ΘΕΩΡ. ΙΑ.

1 Τραπέζιον.

[1] Sit tursum bilanx A.G. & medium ipsius B. Sit verò trapezium C.D.T.R. habens latera C. D. & T.R. ad G. tendentia, reliqua verò D.R. & T.C. perpendicularia ad B. G. Tum D. R. cadat in B. Quam verò rationem habet A. B. ad

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν α.γ. ζύγιον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ β. Τὸ δὲ κ.δ.τ.ρ. τραπέζιον ἔστω, τὰς μὲν κ.δ, τ.ρ. πλευρὰς ἔχον ἐπὶ τὸ γ. νευούσας, τὰς δὲ δ.ρ, τ.κ. καθέτους ἐπὶ τὰν β.γ. καὶ ἡ δ.ρ. ἐπὶ τὸ β. πιπτέτω· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α.β.

ποτὶ τὰν β. η. τοῦτον ἐχέτω τὸ δ. κ. τ. ρ. τραπέζιον ποτὶ τὸ λ. τὸ λ. τὸ δὲ δ. κ. τ. ρ. τραπέζιον ἐκκρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ β. η. καὶ τὸ ζ. κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τὸ ζ. τῷ δ. κ. τ. ρ. τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται· ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ἔλασσον τὸ ζ. χωρίον τοῦ λ.

ad B. I. eandem habeat trapezium D. C. T. R. ad L. Et quidem trapezium D. C. T. R. suspendatur è libra secus puncta B. I. vt & Z. è puncto A. & æquiponderet Z. cum trapezio D. C. T. R. sic se habente vt nunc iacet: Similiter demonstrabitur [a] vt priùs, minus esse Z. spatium ipso L.

a χωρ.

ΚΑΤΑΣ. Reperiatur [b] H. centrum trapezij per quod perpendicularis E. H. acta in B. G. ostendat [c] E. punctum suspensionis, à quo suspensum trapezium C. D. R. T. æquiponderet cum Z.

ΑΠΟΔ. Vt A. B. ad B. E. sic est [d] trapezium C. D. R. T. ad spatium Z. Atqui vt A. B. ad B. I. sic est [e] idem trapezium ad L. spatium. Ergo quia A. B. maiorem habet [f] rationem ad B. E. quam ad B. I. etiam trapezium maiorem rationem habet ad Z. quàm idem habeat ad L. & proinde Z. est [f] maius spatio L.

b per vltim. l. 1. de æquipond.
c per theorema adiectum ad finem l. 1. de æquip. ad.
d per 6. vel 7. l. 1. de æquipond.
e per hypothesim.
f per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. ΙΒ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΒ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν α. γ. ζύγιον μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ δ. ε. η. κ. τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν ποτὶ τοῖς ε. η. σημείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ κ. δ. ε. η. γραμμὰς ποτὶ τὸ γ. νευούσας. Καὶ ὃν μὲν λόγον ἔχει ἁ α. β. ποτὶ τὰν β. η. τοῦτον ἐχέτω τὸ δ. κ. η. ε. τραπέζιον ποτὶ τὸ μ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α. β. ποτὶ τὰν β. ε. τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ δ. κ. η. ε. τραπέζιον ποτὶ τὸ λ. Κεκρεμάσθω δὲ τὸ δ. κ. η. ε. τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ ε. η. τὸ δὲ

PROP. XII.

THEOR. XII.

Sit [g] rursus statera A. G. mediumque ipsius B. sit verò trapezium D. E. I. C. in punctis quidem E. & I. angulos rectos habens, lateraque C. D. & E. I. ad punctum G. tendentia. Atque quam rationem habet A. B. ad B. I. eandem habeat trapezium D. C. I. E. ad spatium M. Quam vero rationem habet A. B. ad B. E. eandem rationem habeat D. C. I. E. trapezium ad L. Appensum autem fuerit istud trapezium D. C. I. E. ad stateram è punctis E. I.

g ζυγ.

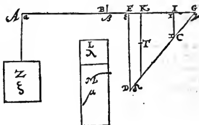
Sed spatium Z. appendatur ab A. Et æquiponderet trapezio sic se habenti vt nunc iacet. Dico [a] spatium Z. spatio L. maius esse, spatio vero M. minus.

ζ. χωρίον ἐκκρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φαμὶ δὴ τὸ ζ. τοῦ λ. μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ μ. ἔλασσον.

a συμπ.

ΚΑΤΑΣ. Trapezij enim E. D. C. I. sumatur [b] centrum grauitatis quod sit T. & ab eo cadat perpendicularis T. K. in stateræ radium B. G.

b per vltim. l. 1. de æquipond.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Trapeziū E. D. C. I. æquiponderans cum Z. è puncto K. [c] est [d] ad ipsum Z. vt reciprocè A. B. ad B. K. Atqui idem trapezium est [e] ad L. vt A. B. ad B. E. hoc est [f] in maiori ratione quàm sit A. B. ad B. K. vel trapezium ad Z. proinde L. est [f] minus spatio Z. Rursus trapezium est [e] ad M. vt A. B. ad B. I. scilicet [f] in minori ratione quàm A. B. ad B. k. seu quam idem trapezium ad Z. Idcirco Z. minus est [f] spatio M. quod fuit probandum.

c per theor. adiectum ad finem l. 1. de æquipond. d per 6. vel 7. l. 1. de æquip. e per hypothesim. f per 8. l. 5.

PROP. XIII. — ΠΡΟΤ. ΙΓ.

THEOR. XIII. — ΘΕΩΡ. ΙΓ.

g ὑπόθ.

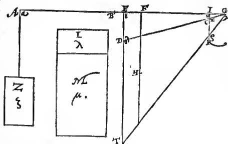
Sit [g] rursum trutina A. G. cuius medium circa B. sit vero trapezium C. D. T. R. ita vt latera ipsius C. D. & T. R. tendant ad G. reliqua verò D. T, C. R. perpendicularia ad B. G. Appensum autem fuerit in statera, è punctis E. I. Tum spatium Z. suspendatur ad punctum A. & æquiponderet cum trapezio D. C. T. R. sic se habente vt nunc est: Et quam rationem habet A. B. ad B. E. eandem habeat D. C. T. R. trapezium ad L. spatium. Quam vero rationem habet A. B. ad B. I. eam habeat idem trapezium ad M. Similiter [h] demonstrabitur vt priùs, spatium Z. spatio L. maius, spatio vero M. minus.

h συμπ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν α. γ. ζύγιον, καὶ μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ κ. δ. τ. ρ. τραπέζιον, ὥστε τὰς μὲν κ. δ. τ. ρ. πλευρὰς νευούσας εἶμεν ἐπὶ τὸ γ. τὰς δὲ δ. τ. κ. ρ. καθέτους ἐπὶ ταῖ β. γ. κεκρεμάσθω δὲ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ ε. η. Τὸ δὲ ζ. χωρίον κεκρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ δ. κ. τ. ρ. τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἁ α. β. ποτὶ τὰν β. ε. τοῦτον ἐχέτω τὸ δ. κ. τ. ρ. τραπέζιον ποτὶ τὸ λ. χωρίον· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α. β. ποτὶ ταὶ β. η. τοῦτον ἐχέτω τὸ αὐτὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ μ. ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται, τὸ ζ. τοῦ μὲν λ. μεῖζον, τοῦ δὲ μ. ἔλασσον.

ΚΑΤΑΣ. Inuento [a] trapezij D. T. R. C. centro grauitatis H. & ab eo demissa catheto H. F. in B. G.

ΑΠΟΔ Sequetur [b] trapezium esse ad Z. vt A.B. ad B. F. hoc est [c] in maiori ratione quam A.B. ad B.E. seu quàm sit trapezium ad L. & in maiori [d] ratione quam sit A. B. ad B. I. vel trapezium ad M. Proinde Z. maius est [d] spatio L. minus vero spatio M. quod fuit probandum.



[a] per probl. additum ad finem l. 1 de æquipond.

[b] per 6 vel 7. l. 1. de æquipond

[c] per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. ΙΔ.

ΘΕΩΡ. ΙΔ.

Ἔστω τμῆμα τὸ β. θ. γ. περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἔστω δὴ πρότερον ἁ β. Γ. ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ, καὶ ἄχθω ἀπὸ μὲν τοῦ β. σαμείου ἁ β. δ. παρὰ τὰν διάμετρον· ἀπὸ δὲ τοῦ γ. ἁ Γ. δ. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ γ. ἐσσεῖται δὴ τὸ β. Γ. δ. τρίγωνον ὀρθογώνιον, διῃρήσθω δὴ ἁ β. Γ. ἐς τὰ τμήματα ὁποσαοῦν τὰ β. ε, ε. ζ, ζ. η, η. ι. καὶ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον αἱ ε. σ, ζ. τ, η. υ, ι. ξ. ἀπὸ δὲ τῶν σαμείων καθ' ἃ τέμνουσιν αὗται τὴν τοῦ κώνου τομὴν, ἐπεζεύχθωσαν κατὰ τὸ Γ. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ τὸ τρίγωνον τὸ β. δ. Γ. τῶν μὲν τραπεζίων τῶν κ. ε, λ. ζ, μ. η, ν. ι. καὶ τοῦ ξ. ι. Γ. τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ τραπεζίων τῶν ζ. φ, η. θ, ι. π, καὶ τοῦ ι. ο. Γ. τριγωνίου μεῖζον ἐστὶν ἢ τριπλάσιον.

PROP. XIV.

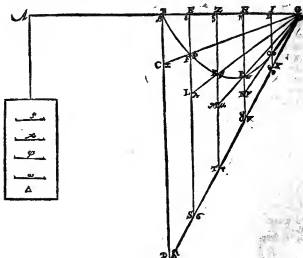
THEOR. XIV.

Sit [d] portio B. K. G. comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione. Sit etiam primum B. G. ad rectos angulos diametro, & educatur à B. puncto linea B. D. parallela diametro: à puncto vero G. linea G. D. rangens sectionem coni in puncto G. Erit quippe B. G. D. triangulus rectangulus. Diuidatur itaque illa B. G. in portiones quotcumque B. E, E. Z, Z. H, H. I. & à sectionibus huiusmodi æquidistantes diametro ducantur lineæ E. S, Z. T, H. V, I. X. A punctis autem quibus ipsæ secant coni sectionem iungantur lineæ ad G. & vltra producantur. Dico [f] quod triangulum B. D. G. Trapeziorum quidem C. E, L. Z, M. H, N. I. & trianguli X. I. G. minus sit quam triplum: Trapeziorum vero Z. F, H. K, I. P. & trianguli I. O. G. maius sit quàm triplum.

[d] ἐὰν τμ.

[f] φαμί.

ΚΑΤ. Producatur G. B. in A. & fiat B. A æqualis ipsi B. G. tum à puncto A. suspendatur spatium ρ. æquiponderans trapezio D. E. & reliqua spatia χ. ψ. ω. Δ. æquiponderent: reliquis trapezijs S. Z, T. H, V. I. & triangulo X. I. G. denique omnia simul ρ. χ. ψ. ω. Δ. maneant in æquipondio cum toto triangulo B. D. G.



ΑΠΟΔ. Triangulus B. D. G. definitur lineis D. G. tangente rectanguli coni assumptam sectionem D. B. parallela diametro sectionis, & B. G. altero trutinæ radio. Basi autem B. D. acta est parallela E. S. & propterea vt B. E. ad E. G. sic est [a] E. F. ad F. S. & componendo [b] B. G. est ad E G. vt E. S. ad S. F. & rationis [c] conuersione B. G. est ad B. E. vt E. S. ad E. F. hoc est [d] vt triangulus E. S. G. ad triangulum E. F. G. Verum rursus vt B. G. ad B. E. sic [a] B. D. ad E. S. & sic [a] B. C. ad E. F. Et ergo [e] vt B. D. ad E. S. sic B. C. ad E. F. & permutãdo [f] B. D. est ad B. C. vt E. S. ad E. F. seu [d] triang. B. D. G. est ad trigonũ B. C. G. vt alter E. S. G. ad alterũ E. F. G. Cũ ergo totus triang. B D. G. sit ad totum B. C. G. vt ablatũ E. S. G. ad ablatũ E. F. G. hoc est [d] vt E. S. ad E. F. vel ergo vt [g] B. G. seu B. A. ad B. E. erit [h] & reliquum trapezium D. E. ad reliquum trapezium C. E. vt B. A. ad B. E. Simili ratione probabo trapezium S. Z. esse ad trapezium L. Z. vt A. B. ad B. Z. Nam vt B. G. seu A. B. ad B. Z. sic est [g] Z. T. ad Z. K. seu E. S. ad E. L. Atqui vt Z. T. ad Z. K. & E. S. ad S. L. sic est [d] triangulus Z. G. T. ad triangulum Z. G. K. & triangulus E. G. S. ad triangulum E. G. L. Proinde vt A. B. ad B. Z. sic est [e] totus triangulus E. S. G. ad totum E. G. L. tum sic ablatus Z. T. G ad ablatum Z. K. G. Et sic demum itaque est reliquum trapezium S. Z. ad reliquum trapezium L Z. Etiam hoc pacto probabo esse T. H. ad M. H. vt A. B. ad B. H. Adhuc V. I. ad N. I. vt A. B. ad B I. Et denique triangulus I. X. G. est [d] triangulum I. O. G. vt I. X. ad I. O. Atqui vt I. X. ad I. O. sic est [g] B. G seu A. B. ad B I. est [e] ergo I. X. G. ad I. O. G. vt A. B. ad B. I. Habemus hoc pacto trapezium D. E. cuius latera D. S. B. E. tendunt ad G. & ex hypothesi æquiponderat cum spatio ρ. Estque trapezium D. ad trapezium C. E. vt A. B. ad B. E. Maius est [i] ergo trapezium C. E. ipso spatio ρ. Adhuc trapezij S. F. duo latera E. z, S. T. tendunt ad G & ipsum æquiponderat spatio X. estque idem S. z. ad L. z. vt A. B. ad B. z. Est [l] proinde L. z. maius spatio X. Eadem prorsus de causa ψ. minus est trapezio M H. tum spatium ω. minus trapezio N. I & denique triangulus I. X. G. excedit [m] spatium Δ. Itaque omnia simul spatia ρ χ. ψ. ω. Δ. minora sunt trapezijs simul C. E, L. z, M. H, N. I. cum triangulo I. x. G. Verum quoniam (vt ostendimus)

a per 4. l. 6.
b per 18. l. 5
c per coroll. 19. l. 5.
d per 1. l. 6.
e per 11. l. 5.
f per 16. l. 5
g per coroll. 5. huius.
h per 19. l. 5
i per 10. huius.
l per 12. huius.
m per 8. huius.

trapezium S. Z. est ad trapezium F. Z. vt S. E. ad E. F. hoc est[a] vt B. G. seu B. A. ad B. E. idem vero S. z. est ad L. z. vt A. B. ad B. z. Est[b] quidem spatium χ. minus trapezio L. z. sed maius trapezio F. z. Eodemque argumento spatium ψ. maius est trapezio k. H. tum ω. maius est trapezio P. I. Et Δ.[c] triangulo I. O. G. Et proinde spatia χ. ψ. ω. Δ. & multo magis totum ρ. χ. ψ. ω. Δ. maiora sunt trapezijs simul F. z, k. H, P. I. cum triãgulo I. O. G. Cum autem totum spatium ρ. χ. ψ. ω. Δ. æquiponderet[d] toti triangulo B. D. G. ipsius tertiæ parti æquipollet[e]. Propterea triangulus B. D. G. minor est quam triplus trapeziorum C. E, L. z, M. H, N. I. & trianguli I. X. G. cum hæc excedant illa spatia quæ tertiam trianguli partem constituunt: sed maior quam triplus aliorum F. z, k. H, P. I. & trianguli I. O. G. cum hæc sunt minora iisdem spatijs quæ vni trianguli tertiæ æquantur, quod fuit probandum.

a per coroll. 5. huius.
b per 12. huius.
c per 8. huius.
d per fabricam
e per 3. huius.

ΠΡΟΤ. ΙΕ.

ΘΕΩΡ. ΙΕ.

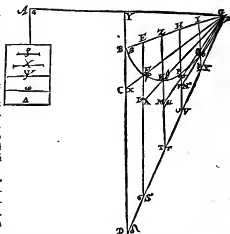
Ἔστω πάλιν τὸ β.θ.γ. τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἁ δὲ β.γ. μὴ ἔστω ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ· ἀναγκαῖον δὲ ἤτοι τὰν ἀπὸ τοῦ β. σαμείου παρὰ τὰν διάμετρον ἀγμέναν ἐπὶ τὰ τῷ τμήματι, ἢ τὰν ἀπὸ τοῦ γ. ἀμβλεῖαν ποιεῖν γωνίαν ποτὶ τὰν β.γ. ἔστω ἁ τὰν ἀμβλεῖαν ποιοῦσα ἁ πρὸς τὸ β. καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἀπὸ τοῦ β. ἁ β.δ. καὶ ἀπὸ τοῦ Γ. ἁ Γ.δ. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. καὶ διῃρήσθω ἁ β.Γ. εἰς τμήματα ἴσα ὁποσαοῦν τὰ β.ε, ε.ζ, ζ.η, η.ι, ι.Γ, ἀπὸ δὲ τῶν ε.ζ, η.ι, παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθωσαν αἱ ε.ς, ζ.τ, η.υ, ι.ξ. καὶ ἀπὸ τῶν σαμείων καθ' ἃ τέμνοντι αὗται τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπιζευχθῶσαν ἐπὶ τὸ Γ. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ καὶ νῦν τὸ β.δ.Γ. τρίγωνον τῶν μὲν τραπεζίων τῶν β.φ, λ.ζ, θ.η, π.ι. καὶ τοῦ Γ.ι.ξ. τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ ζ.φ, η.θ, ι.π, καὶ τοῦ Γ.ο.ι. τριγώνου μεῖζον ἢ τριπλάσιον.

PROP. XV.

THEOR. XV.

Sit rursum sectio B. k. G. cõprehensa sub recta & rectanguli coni sectione: linea vero B. G. non sit ad rectos diametro: necesse siquidem est vel lineam à puncto B. æquidistanter diametro ductam ad easdem partes sectioni, vel eam quæ trahitur à puncto G. obtusum facere angulum ad B. G. Sit itaq; quæ obtusum angulum facit ea quæ ad G. B. Et ducatur à puncto B. parallela diametro linea B. D. Et à puncto G. agatur G. D. tangens coni sectionem in puncto G. Et diuidatur B. G. in quotlibet partes æquales, quæ sint B. E, E. Z, Z. H, H. I, I. G. Et à punctis E. Z, H. I. parallelæ diametro ducantur E. S, Z. T, H. V, I. X. & à punctis quibus secant ipsam coni sectionem iungantur ad G. & vltra producantur. Dico quippe & nunc triangulum B. D. G. trapeziorum quidem B. F, L. Z, K. H, P. I. & triãguli G. I. X. minus esse quam triplum: aliorum vero Z. F, H. K, I. P. & trianguli G. O. I. maius esse quàm triplum.

ΚΑΤΑΣ. Producatur B. D. & in eam productam cadat è puncto G. perpendicularis G.Y. quæ transeat in A. vsque, fiatque Y. A. æqualis ipsi G. Y. & ab A. instar trutinæ pendeãt spatia ρ. χ. ψ. ω. Δ. quorum ρ. æquipondere cum trapezio D. E. tum X cum trapezio S. Z. Adhuc ψ. cum trapezio T. H. demum ω. cum trapezio V. I. Denique Δ. cum triangulo I. X. G. ita vt omnia simul spatia in æquipondio stẽt cũ triangulo toto B. D. G.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vt superius probabitur tertiam partem trianguli B. D. G. æquipollere spatijs ρ. χ. ψ. ω. Δ. Tum eadem spatia minora quidem esse trapezijs C. E, L. Z, M. H, N. I. & triangulo I. X. G. maiora vero alijs trapezijs F. Z, K. H, P. I. & triangulo I. O. G. Vnde tandem nobis erit concludendum, triangulum B. D. G. minus quidem esse quam triplum priorum, maius vero quam triplum posteriorum: quod fuerat probandum. Cæterum integra demonstratio & re & verbis cum præcedenti conuenit, si pro 10. & 12. propositionibus huius, vtaris 11. & 13. Quid ergo incassum prolixiori sermone chartas impleremus?

PROP. XVI.

THEOR. XVI.

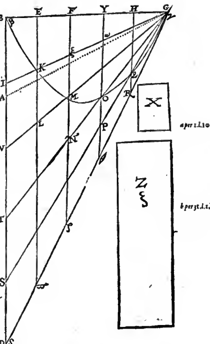
a ἀντί. Sit[a] rursum portio hæc B. K. G. comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione, & agatur per B. linea quidem B. D. parallela diametro: à puncto vero G. alia G. D. tangens coni sectionem in puncto G. Sit adhuc trianguli B. D. G. tertia
b συμπ. pars spatium Z. Dico[b] portionem B. K. G. æqualem esse spatio Z.

ΠΡΟΤ. Ιϛ.

ΘΕΩΡΗΜΑ Ιϛ.

Ἔστω πάλιν τμῆμα τὸ β. θ. γ. περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἄχθω διὰ μὲν τοῦ β. ἁ β, δ, παρὰ τὰν διάμετρον· ἀπὸ δὲ τοῦ γ, ἁ γ, δ, ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ γ. ἔστω δὲ τοῦ β, δ, γ, τριγώνου τρίτον μέρος τὸ ζ, χωρίον. Φαμὶ δὴ τὸ β, θ, γ, τμῆμα ἴσον εἶμεν τῷ ζ, χωρίῳ.

KAT.



ΚΑΤΑΣ. Si spatium Z. non fuerit æquale portioni, ea maius erit vel minus. Sit ergo inæqualitas ambarum magnitudinũ spatium X. Et si fieri potest supponamus Z. minus portione. Et spatio X. quo Z. superat portionem fiat triangulus B. A. G. minor. Tum quia basis B. A. commẽsurabilis est lineæ B. D. vel eidem est incommensurabilis: si commensurabilis fuerit eiusque mensura, diuidatur B. D. per B. A. Si vero non est commensurabilis, auferatur ex B. D. dimidium, tum ex dimidio dimidium, vel aliæ partes toti commensurabiles, quoad quælibet[a] sit minor ipsa B. A. Vna sit B. I. & reliqua sectionum puncta V. T. S. ducanturque lineæ à puncto G. ad huiusmodi puncta, quæ portionem secent in punctis K. M. O. Q. per quæ demum agantur parallelæ ipsi B. D. quæ partiantur, lineam B. G. in punctis E. F, Y. H. & quidem in partes æquales. Nam vt D. I. ad I. B. sic[b] k. ad K. E. Hoc est G. E. ad E. B. Deinde vt D. V. ad V. B. sic ρ. M. ad M. F. hoc est G. F. ad F. B. Adhuc vt D. T. ad T. B. sic ϐ. O. ad O. Y. hoc est G. Y. ad Y. B. Denique vt D. S. ad S. B. sic R. Q. ad Q. H. hoc est G. H. ad H. B. Et proinde vt B. D. æqualiter diuiditur, sic G. B. in æqualia secatur: ita vt hæc figura redeat ἡ ὑποκειμένη ΙΔ. θεωρήματος.

[a] a per 1. l. 10

[b] b per 31. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam Z. & X. portioni æquantur, minora sunt portione simul spatium Z. & triangulum B. I. G. Proinde si à portione abstulero quid æquale vel minus triangulo B. I. G. reliquum spatio Z. maius erit. Iam quia B. I, I. V. sunt[c] æquales, & reliqua lineæ B. D. segmenta, etiam cuiuslibet aliarum partes sunt æquales, vt E. K, K. L. & ita de alijs. Et proinde trianguli G. B. I, G. I. V. sunt pares: vt & E. K. G, G. K. L. & reliqui sunt æquales, qui sunt in eadem altitudine. Itaque trapezia in triangulis æqualibus facta sint æqualia. Verbi gr. B. K. & K. V. Nam si ab æquis triangulis B. I. G. & G. I. V. auferas æquales E. K. G, G. K. L. remanebunt[d] I. E. & V. K. trapezia æqualia Idem censendum de E. ξ, ξ. L, F. ω. M. O, H. ω, O. Q. Quidni ergo dicemus trapezia E. I, ξ. L, M. O, O. Q. & triangulum G. Q. R. æquari triangulo B. I. G. Quando ergo trapezia huiusmodi & triangulum tota continerentur in portione, auferreturque ab ea, quid maius superesset in ea quam sit Z. cum ergo ea partim duntaxat in portione comprehendantur (transit enim sectio coni per puncta K. M, O. Q. & sunt latera B. I, I. k, k. L, L. M, M. N, N. O, O. P, P. Q. extra portionem) illorum partibus comprehensis, in portione sublatis ab ipsa portione, sequetur partem portionis quæ superfuerit multo maiorem esse ipso spatio Z. nempe trapezia k. F, M. Y, O. H. & triangulum H. Q. G. At Z. est tertia pars trianguli B. D. G. Propterea triangulus B. D. G. minor est quam triplus trapeziorum k. F, M. Y, O. H. & trianguli H. Q. G. quod aduersatur ijs quæ prius demõstrauimus.[e] Absurdum ergo est spatium Z. esse portione minus. Cæterum ponatur esse portione maius. & omnibus vt prius constantibus: quoniam B. I. G. triangulus est minor excessu X. sequitur portionem cum triangulo B. I. G. adhuc minorem esse spatio Z. Et cum Z. sit tertia pars trianguli B. D. G. oportet portionem cum triangulo B. I. G. minorem esse tertia trianguli B. D. G. parte. Atqui

[c] c per fabricam.

[d] d per 3. com. sent.

[e] e in 14 huius.

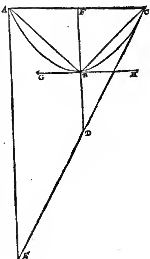
trapezia I. E, L. F, N. Y, P. H. & triangulum H. R. G. minora sunt portione, cum triangulo B. I. G. Nam trapezia I. E, L. ζ, M. O, O. Q. cum triangulo Q. R. G. æqualia triangulo B. I. G. non sunt tota extra portionem, sed partim in ipsa comprehenduntur. Ergo illa trapezia I. E, L. F, N. Y, P. H. cum triangulo H. R. G. multum deficiũt à tertia trianguli B. D G. parte, sed & eandem excedi ab illis antea demonstrauimus.
a int 4 huius. ᵃNee ergo Z. maius est portione. Superest ergo illi sit æquale, & ex consequenti portionem esse tertiam trianguli B. D. G. partem constanter asserimus.

PROP. XVII. — ΠΡΟΤ. ΚΖ.

THEOR. XVII. — ΘΕΩΡ. ΚΖ.

Hoc demonstrato, manifestum, quod omnis portio comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione, sesquitertia est trianguli habentis basim eandem cum ipsa portione, & altitudinem æqualem.

Τούτου δεδειγμένου, φανερὸν ὅτι πᾶν τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον.



ΥΠΟΘ. Sit portio comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione A. B. C. cuius apex B. diameter B. F. diuidens bifariam A. C. parallelam tangenti G. B. H. In portione sit triãgulus A. B. C. eandem basim A. C. eandemque altitudinem F. B. cum ipsa portione habens.

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem esse trianguli A. B. C. sesquitertiam.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur ipsi F. D. parallela A. E. Tũ C. E. tangat portionem in C. protrahatur deinde F. B. ad C. E. quam secet in D.

b ex definit. diametri. ΑΠΟΔ. Quoniam A. F, F. C. sunt ᵇ æquales,
c per 1 l. 6. trianguli A. B. F, F. B. C. sunt ᶜ æqui. At F. B,
d per 5. huius. B. D. sunt ᵈ etiam pares, & proinde pares sunt ᶜ C. F. B. & B. C. D. & ex consequenti æquales duo A. B. C. & C. F. D. Sunt autem trigoni C. A. E. & C. F. D. similes, quia lineæ A. E, F. D.
e per 2. l. 6. & 29. l. 1. parallelæ secant ᵉ latera C. A. & C. E. proportionaliter, & ad angulos æquales. Et proinde sunt ᶠ
f per 20. l. 6 ipsi trianguli in quadrupla ratione. Et est F. D. C. seu A. B. C. quarta pars trianguli A. E. C. cu-
g per praeced. ius quidem tertia pars est ᵍ portio A. B. C. Proinde portio A. B. C. est ad triangulum A. B. C. sibi inscriptum, vt quatuor ad tria, seu in ratione sesquitertia, vt proponebatur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc est μέθοδος μηχανική, qua primum Archimedes accommodatè sensui scopum collimauit Ipsa quamquam sit aliquatenus ἀποχειρόδεικτος, non tamen est ἀσυλλογιστική, neque proponit ἀναπόδεικτος. Suas demonstrationes habet certas, quæque tantùm ab amussi geometrica deflectunt

quia sunt ὀργανικοί. Cæterum in sequentibus idem probabit διὰ τῶν γεωμετρουμένων & magis intellectui conuenientius. Rationi enim & humano ritui consentaneum est, ea quæ intellectum lubitura sunt, priùs ingredi sensum. Itaque si huc vsque Mechanici fuerimus, iam Geometræ efficiamur.

ΟΡΟΙ. Α.

Α.

Τῶν τμημάτων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τε εὐθείας καὶ καμπύλας γραμμᾶς, βάσιν μὲν καλῶ τὰν εὐθείαν.

Β.

Ὕψος δὲ τὰν μεγίσταν καθετὸν ἀπὸ τᾶς καμπύλας γραμμᾶς ἀπολαμβάναν ἐπὶ τὰν βάσιν τοῦ τμάματος.

Γ.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, ἀφ' οὗ ἁ μεγίστα καθετὸς ἄγεται.

DEFINITIONES.

I.

Sectionum comprehensarum sub recta & curua linea: basim quidem appello rectam.

II.

Altitudinem vero maximã perpendicularem, à curua linea decidentem in basim portionis.

III.

Verticem vero punctum à quo maxima perpendicularis agitur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Portionis B. A. D. comprehensæ sub recta B. D. & curua linea B. A. D. basis est a B. D. altitudo b A. C. si modo fuerit A. clatissimus figuræ punctus, & A. C. perpendicularis in basim B. D. clatissimus autem portionis punctus est extremitas diametri in curua linea desinens, cuiusmodi est A. si fuerit diameter E. A. Denique vertex est c A. punctus. Hoc vero patet tàm ex definitionibus elementorum conicorum, quàm ex his quæ traditæ sunt, ad librum de Conoid. & Sphæroid.



a Ex 1. def.
b Ex 2. def.
c Ex 3. def.

ΠΡΟΤ. ΙΗ.

ΘΕΩΡ. ΙΗ.

Εἴκα ἐν τμήματι ὃ περιέχεται ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθῆ εὐθεία παρὰ τὰν διάμετρον·

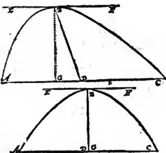
PROP. XVIII.

THEOR. XVIII.

Si in portione quæ comprehenditur sub recta & rectanguli coni sectione, à medio basis ducatur recta parallela diametro, vertex

erit portionis punctum, in quo quę acta est parallela diametro, secat coni sectionem.

κορυφὰ ἐσσεῖται τοῦ τμάματος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἁ παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα τέμνει τὰν τοῦ κώνου τομάν.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit portio A. B. C. contenta sub recta A. C. quæ basis est, [a] & rectanguli coni sectione A. B. C. linea curua Medium basis sit [b] D. vnde [c] erigatur D. B. recta, vel diametro parallela, vel ipsa diametrus.

ΣΥΜΠΕ. Dico B. punctum in quo recta D. B. secat τὰν τομὰν ἢ καμπύλαν γραμμάν, esse verticem portionis.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur [d] à puncto B. linea E. F. sectionem tangens, & demittatur [e] è puncto B. perpendicularis B. G.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. D, D. C. sunt æquales, & ducitur D. B. vel parallela diametro vel ipsamet diametrus, linea E. F. tangens sectionem in B. parallela est [f] basi A. C. Et proinde maxima parallela quæ à quocumque sectionis puncto cadere potest in basim, est B. G. & inde est [g] B. vertex portionis, quod proponebatur.

a per 1. definitionem. b per 10. l. 1. c per. 31. l. 1. d per 33 l. 1. vel 49. l. 2. Con. e per 12. l. 1. f per 1. huius. g per 3. definitionem.

PROP. XIX. — ΠΡΟΤ. ΙΘ.

THEOR. XIX. — ΘΕΩΡ. ΙΘ.

Si in portione comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione ducantur duæ rectæ diametro parallelæ, altera quidem à media basi, altera verò à medio dimidiæ: quæ quidem à medio ducta fuerit, alterius quæ à dimidia agitur, longitudine sesquitertia erit.

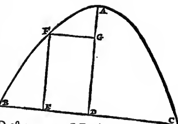
Εἶκα εἰς τμῆμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἁ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως, ἁ δὲ ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας· ἁ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθεῖσα τᾶς ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας ἀγομένας ἐπίτριτος ἐσσεῖται μάκει.

ΥΠΟΘ. Sit portio B. A. C. contenta sub recta basi B. C. & sectione B. A. C. Tum à media basi [b] exeitetur D. A. parallela diametro vel ipsamet diametrus. Et à dimidio dimidiæ B. D. nimirum à puncto E alia parallela agatur E. F.

b per 31. l. 1.

ΣΥΜΠ. Dico D. A. sesquitertiam esse alterius E. F.

ΚΑΤΑΣ. Decidat a à puncto F. linea F. G parallela basi B. D. Cum enim A. [b] sit portionis vertex A. D. est maior quam E. F.



ΑΠΟΔ. Vt B. D. est ad F. G. potentia, ita est c A. D. ad A. G. longitudine. Atqui B. D. quadrupla est d potentia ipsius F. G. nam E. D. semissis ipsius B. D. æqualis est e ipsi F. G. & proinde B. D. duplex est ipsius F. G. Ergo A. D. quadrupla est longitudine partis A. G. Et qualium A. D. est 4. remanet G. D. trium, cum sit A. G. I. Verum sunt e G. D, F. E. æquales. Idcirco pariter A. D. est ad E. F. vt 4. ad 3. hoc est in sesquitertia ratione quod fuit probandum.

a per 31. l. 1.
b per prec.
c per 3. huius.
d per 20. l. 6.
e per 34. l. 1

ΠΡΟΤ. Κ.

ΘΕΩΡ. Κ.

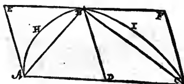
Εἶκα εἰς τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τρίγωνον ἐγγραφῆ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό· μεῖζον ἔσται τὸ ἐγγραφὲν ἢ ἥμισυ τοῦ τμάματος.

PROP. XX.

THEO. XX.

Si in portione comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione triangulus inscribatur eandem basim habens cum portione eandemque altitudinem: maior est inscriptus dimidio portionis.

ΥΠΟΘ. In portione A. B. C. cuius vertex B. inscribatur triangulus A. B. C. basim communem habens A. C. paremque cum portione altitudinem.



ΣΥΜΠΕ. Dico triangulum maiorem esse dimidio portionis.

ΚΑΤΑΣ. Per verticem B. ducatur f rangens portionem E. F. parallelas scilicet basi A. C. Tum ducatur [b] æquidistans diametro D. B. è medio basis: & perficiantur parallelogramma D. E, D. F.

ΑΠΟΔ. A. E. & C. F. cadunt extra sectionem, ne conueniant; alicubi cum diametro, cui parallelæ ducantur; sicuti D. B. Proinde parallelogrammum A. F. comprehendit portionem, qua idcirco maius est. m Atqui parallelogrammi A. F. dimidius est n triangulus A. B. C. portioni inscriptus. Idem itaque triangulus maior est semisse portionis: quod vult propositio.

f per 35. l. 1. vel 46. lib. 2 Conic.
g per 2. huius.
h per 31 l. 1.
i per 22. l. 1 Conic.
l per 30. l. 1.
m per 9. com sent.
n per 43. l. 1.

ΦΑΝΕΡ. Α.

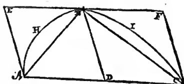
Δῆλον ὅτι ἐς τοῦτο τὸ τμῆμα δυνατόν ἐστι πολύγωνον ἐγγράψαι, ὥστε εἶμεν τὰ περιλειπόμενα τμήματα παντὸς ἐλάσσονα τοῦ ποτεθέντος χωρίου.

MANIF. I.

Liquet quod sic in hac portione possibile sit polygonum inscribere, ita vt relictæ portiones omni proposito spatio sint minores.

ΤΠΟΘ. Repetatur superius diagramma.

ΑΓΟΑ. Et in relictis portionibus A.H.B. & B.I.C. describantur rursus trianguli paribus altitudinibus quam portiones easdem habentes bases: auferetur ᵃ enim ab eis plusquam dimidium. Et rursus in reliquis portionibus describantur alij similes trianguli, & sic fiat continuo: Tandem enim relictæ partes fient ᵇ quolibet spatio proposito minores.



ᵃ per propositionem.
ᵇ per 1.d.10

PROP. XXI.

THEOR. XXI.

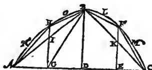
Si in portione comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione triangulus inscribatur eandem basim habens cum portione, & eandem altitudinem: inscribantur verò & alia trigona eandem basim habentia cum portionibus, & altitudinem eandem: vniuscuiusque triangulorum in reliquis portionibus descriptorum, octuplum est triangulum quod in tota portione describitur.

ΠΡΟΤ. ΚΑ.

ΘΕΩΡ. ΚΑ.

Εἴκα εἰς τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῆ, ταὐ αὐταὺ βάσιν ἔχον τῷ τμήματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. ἐγγραφέωντι δὲ καὶ ἄλλα τρίγωνα ἐς τὰ λειπόμενα τμήματα ταὐ αὐταὺ βάσιν ἔχοντα τοῖς τμημάτεσσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἑκατέρου τῶν τριγώνων τῶν εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐγγραφέντων ὀκταπλάσιον ἔσται τὸ τρίγωνον τὸ εἰς τὸ ὅλον τμῆμα ἐγγραφέν.

ΤΠΟΘ. Exponatur portio A. B. C. cuiusmodi proponitur: Eius basis sit A. C. cuius dimidium D. vnde excitetur parallela diametro D. B. ita vt sit ᶜ B. portionis vertex. In portione triangulus habeatur A. B. C. eiusdem putà altitudinis, & in eadē base quam portio, qui relinquat ex portione tota alias portiones A. H. B. & B. F. C. quarum bases A. B, B. C. bifariam diuidantur ᵈ punctis I. & K. per quæ transeant E. F. & G. H. parallelæ ᵉ ipsi D.B. quæ proinde notent ᵉ vertices portionum H. & F. dirimantque ᶠ A. D. & D. C. etiam bifariam. Tandem ducantur A. H, H. B, B. F. & F. C. quæ triangulos absoluant A. H. B. & B.F.C. Demum si requiratur eodem pacto in relictis portionbus ab istis triangulis alij trianguli describi intelligantur.



ᶜ per 18. huius.
ᵈ per 10.l.1.
ᵉ per 31.l.1.
ᶠ per 2. & 4. l. 6.

ΣΤΜΠ. Dico triangulum A. B. C. in tota portione descriptum octuplum esse trianguli A. H.B. vel alius B.F.C. Tum si in relictis A.N.H. & H.O.B. alij inscribantur trianguli, totum A.H.B alterutrius horum esse quoque octuplum. Et ita de alijs.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea G. B.

ΑΠΟΔΕΙ. Linea D. B. sesquitertia est ᵍ lineæ G. H. At eadē D. B. est ʰ dupla lineæ I.G.

ᵍ per 19 huius.

vt B.A. lineæ B.I. Ergo qualiũ partiũ D.B. est 4. taliũ G.H. est 3. & I.G. 2. Proinde G.I. dupla est ipsius I.H. & trianguli H.I.B. æqualis [a] triangulo H.I.A. duplus est [a] triang. I. B.G. qui proinde toti A.H.B. æquipolet. Verùm trianguli A.I.G, & B.I.G. sunt [a] æquales, cum bases A.I, & I.B. pares existant. [b] Totus ergo A.B.G. duplus est trianguli A.B.H. Atqui G.B.D. par est [a] consorti A.B.G. Totus igitur A.B.D. quadruplus est trianguli A.H.B. Demum trianguli A.B.D. duplus adhuc est [a] totus A.B.C. Et idcirco totus hic A.B.C. illius A.H.B. octuplus est, vt proponebatur. Idem omnino intelligendum de triangulo B.C.F. cuius octuplus ostendetur A.B.C. paribus omnino argumentis.

a per 1 li 6.
b per fabricam.

ΠΡΟΤΑ. ΚΒ.

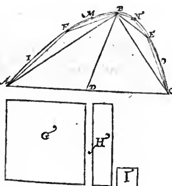
ΘΕΩΡ. ΚΒ.

Εἴκα ἡ τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ χωρία τεθέωντι ἑξῆς ὁποσαοῦν ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ· ἦ δὲ τὸ μέγιστον τῶν χωρίων ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ταὶ αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονα ἔσται τοῦ τμήματος.

PROP. XXII.

THEOR. XXII.

Si portio comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione, & spatia ponantur deinceps quotlibet in quadrupla ratione: fuerit verò maximum spatiorum æquale triangulo portioni inscripto easdem basim, & altitudinem habente cum portione: Omnia simul spatia minora sunt portione.



ΥΠΟΘ. Sit A.B.C. portio quæ proponitur, in eaque descriptus triangulus eadem basi, & pari altitudine A.B.C. cum in relictis portionibus inscripti sint etiam trianguli A.F.B, B.E.C. cum ijsdem basibus & altitudinibus: Similiter adhuc in reliquis portiunculis habeantur trianguli A.L.F, F.M.B, B.N.E. & E.O.C. & ita in infinitum si requiratur. Quot verò inscriptiones triangulorum factæ fuerint, tot assumantur spatia ordine in quadrupla ratione G.H.I. quorum primum G. sit [c] æquum triangulo A.B.C.

c per 14.l.1

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico spatijs omnibus G.H.I. quotquot assumpta fuerint in ratione quadrupla, portionem A.B.C. esse maiorem.

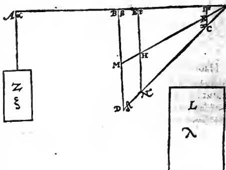
ΑΠΟΔ. Triangulus A.B.C. quadruplus est triangulorum A.B.F, & B.E.C, nam alterutrius octuplus est [d]: & ambo rursus A.F.B, B.E.C. sunt simul quadrupla triangulorum A.L.F, F.M.B, B.N.E, E.O.C. Et ita in infinitum priores sunt posteriorum quadrupli, nam alteruter priorum vt A.F.B, sibi additorum A.L.F, & F.M.B. est [d] quadruplus, & vnius octuplus [d]; Et proinde omnes antecedentes simul A.F.B, & B.E.C. omniũ sunt [e] consequentium A.L.F, F.M.B, B.N.E, E.O.C. totuplices, quotuplex est vnus antecedens A.F.B, vnius consequentis A.L.F, F.M.B. Atqui his triangulis æqualia sunt spatia G.H.I. quia primum G. est æquale triangulo A.B.C, & quam habent inter

d per prae.
e per 12.l.5

A. ad B. I. eandem habeat trapezium B.D.C.I. ad L. Suspensum verò fuerit istud trapezium B.D.I.C. in trutina, è punctis B. I. Appensumque itidem fuerit spatium Z. è puncto A. & æquiponderet cum trapezio B. D. I. C. sic habenti vt nunc subiacet. Dico [a] spatium Z. minus esse ipso L.

a Σωμπέρασμα.

α. ποτὶ τὰν β.η. τοῦτον ἐχέτω τὸ β.δ.κ.η. τραπέζιον ποτὶ τὸ λ. κεκρεμάσθω δὲ τὸ β.δ.η.κ. τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τῶν β.η. σαμείων· κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ζ. χωρίον κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ β.δ.η.κ. τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φημὶ τὸ ζ. χωρίον ἔλασσον εἶμεν τοῦ λ.



ΚΑΤΑΣ. Vt est dupla B.D. cum I.C. ad duplam ipsius I. C. cum B.D. sic
b per 10. l. 6. fiat [b] I.E. ad E.B. & duca-
c per 31. l. 1. tur [c] E.N. paralella ipsi B. D. & producto C. D. in G. (nam ex hypothesi illuc tendit) ducatur linea G.M. per k. medium lateris C. I. trapezij B. D. C.I.

ΑΠΟΔ. Linea G.M.
d per lemm. præced. partitur [d] E.N. bifariam, vt & B.D. in punctis H. & M. & est k.H. ad H.M, vt I.E, ad E.B. Proinde H.
e per vltimã l. 1. de æquipond. est [e] centrum grauitatis trapezij B.D.C.G. & cum
f per hypot. æquiponderet [f] cum Z. spatio, suspensum è punctis B. & I. idem trapezium cum Z. æqui-
g per theorema adiectum ad finem lib. 1. de æquipond. ponderabit [g] suspensum è puncto E. & se habebit [h] trapezium ad Z. vt reciprocè A.B. ad B.E, hoc est [i] in maiori ratione quàm A.B, ad B.I. hoc est quam trapezium sit ad spatium L. Est [i] itaque L maius quàm Z. quod fuit probandum.

h per 6. vel 7. l. 1. de æquipond.
i per 8. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Potuimus per vltimam lib. 1. de æquiponderantibus inuenire centrum H. & perpendicularem ducere E.H.N. & sic breuissimè demonstrationem absoluere, omisso etiam præcedenti lemmate: sed eo vsi sumus, vt quodammodo Archimedis vestigiis insisteremus, eiusque faueremus artificio.

PROP. XI.

THEOR. XI.

l Τυπώθησις.

[l] Sit rursum bilanx A. G. & medium ipsius B. Sit verò trapezium C.D.T.R. habens latera C. D. & T.R. ad G. tendentia, reliqua verò D.R. & T.C. perpendicularia ad B. G. Tum D. R. cadat in B. Quam verò rationem habet A. B. ad

ΠΡΌΤ. ΙΑ.

ΘΕΩΡ. ΙΑ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν α.γ. ζύγιον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ β. Τὸ δὲ κ.δ.τ.ρ. τραπέζιον ἔστω, τὰς μὲν κ.δ, τ.ρ. πλευρὰς ἔχον ἐπὶ τὸ γ. νευούσας, τὰς δὲ δ.ρ, τ.κ. καθέτους ἐπὶ τὰν β.γ. καὶ ἡ δ.ρ. ἐπὶ τὸ β. πιπτέτω· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α. β.

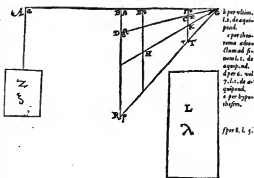
ποτὶ τὰν β. η. τοῦτον ἐχέτω τὸ δ. κ. ι. ρ. τραπέζιον ποτὶ τὸ λ. τὸ λ. τὸ δὲ δ. κ. ι. ρ. τραπέζιον ἐκκρεμάσθω ἐκ τοῦ ζύγου κατὰ τὸ β. η. καὶ τὸ ζ. κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τὸ ζ. τῷ δ. κ. ι. ρ. τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται· ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ἔλασσον τὸ ζ. χωρίον τοῦ λ.

ad B.I. eandem habeat trapezium D.C.T.R. ad L. Et quidem trapezium D.C.T.R. suspendatur è libra secus puncta B.I. vt & Z. è puncto A. & æquiponderet Z. cum trapezio D.C. T.R. sic se habente vt nune iacet: Similiter demonstrabitur [a] vt priùs, minus esse Z. spatium ipso L.

[a] Σχμετ.

ΚΑΤΑΣ. Reperiatur [b] H. centrum trapezij per quod perpendicularis E. H. acta in B. G. ostendat [c] E. punctum suspensionis, à quo suspensum trapezium C. D. R. T. æquiponderet cum Z.

ΑΠΟΔ. Vt A. B. ad B. E. sic est [d] trapezium C. D. R. T. ad spatium Z. Atqui vt A. B. ad B.I. sic est [e] idem trapezium ad L. spatium. Ergo quia A. B. maiorem habet [f] rationem ad B. E. quam ad B. I. etiam trapezium maiorem rationem habet ad Z. quàm idem habeat ad L. & proinde Z. est [f] maius spatio L.



[b] per vltim. l.1. de æquipond.
[c] per theorema adiectum ad finem l.1. de æquipond.
[d] per 6. vel 7. l.1. de æquipond.
[e] per hypothesim.
[f] per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. ΙΒ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΒ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν α. γ. ζύγιον μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ δ. ε. η. κ. τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν ποτὶ τοῖς ε. η. σημείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ κ. δ. ε. η. γραμμὰς ποτὶ τὸ γ. νευούσας. Καὶ ὃν μὲν λόγον ἔχει ἁ α. β. ποτὶ τὰν β. η. τοῦτον ἐχέτω τὸ δ. κ. η. ε. τραπέζιον ποτὶ τὸ μ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α. β. ποτὶ τὰν β. ε. τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ δ. κ. η. ε. τραπέζιον ποτὶ τὸ λ. Κεκρεμάσθω δὲ τὸ δ. κ. η. ε. τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ ε. η. τὸ δὲ

PROP. XII.

THEOR. XII.

Sit [g] rursus statera A. G. medium que ipsius B. sit verò trapezium D. E. I. C. in punctis quidem E. & I. angulos rectos habens, lateraque C. D. & E. I. ad punctum G. tendentia. Atque quam rationem habet A. B. ad B. I. eandem habeat trapezium D. C. I. E. ad spatium M. Quam vero rationem habet A. B. ad B. E. eandem rationem habeat D. C. I. E. trapezium ad L. Appensum autem fuerit istud trapezium D. C. I. E. ad stateram è punctis E. I.

[g] Σχμ.

Sed spatium Z. appendatur ab A. et æquiponderet trapezio sic se habenti vt nunc iacet. Dico[a] spatium Z. spatio L. maius esse, spatio vero M. minus.

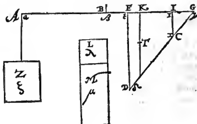
a conv.

ζ. χωρίον ἐκκρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φαμὶ δὴ τὸ ζ. τοῦ λ. μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ μ. ἔλασσον.

ΚΑΤΑΣ. Trapezij enim E. D. C. I. sumatur[b] centrum grauitatis quod sit T. & ab eo cadat perpendicularis T. K. in staterae radium B. G.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Trapeziũ E. D. C. I. æquiponderans cum Z. è puncto K.[c] est[d] ad ipsum Z. vt reciprocè A. B. ad B. K. Atqui idem trapezium est[e] ad L. vt A. B. ad B. E. hoc est[f] in maiori ratione quàm sit A. B. ad B. K. vel trapezium ad Z. proinde L. est[f] minus spatio Z. Rursus trapezium est[e] ad M. vt A. B. ad B. I. scilicet[f] in minori ratione quàm A. B. ad B. k. seu quam idem trapezium ad Z. Ideirco Z. minus est[f] spatio M. quod fuit probandum.

b per vltim. l. 1. de æquipond.
c per theor. adiectum ad finem l. 1. de æquipond.
d per 6. vel 7. l. 1. de æquip.
e per hypothesim.
f per 8. l. 5.



PROP. XIII.

THEOR. XIII.

g conv.

Sit[g] rursum trutina A.G. cuius medium circa B. sit vero trapezium C.D.T.R. ita vt latera ipsius C. D. & T. R. tendant ad G. reliqua verò D. T, C. R. perpendicularia ad B. G. Appensum autem fuerit in statera è punctis E. I. Tum spatium Z. suspendatur ad punctum A. & æquiponderet cum trapezio D. C. T. R. sic se habente vt nunc est: et quam rationem habet A. B. ad B. E. eandem habeat D. C. T. R. trapezium ad L. spatium. Quam vero rationem habet A. B. ad B. I. eam habeat idem trapezium ad M. Similiter[h] demõstrabitur vt priùs, spatium Z. spatio L. maius, spatio vero M. minus.

h conv.

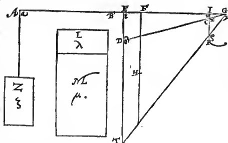
ΠΡΟΤ. ΙΓ.

ΘΕΩΡ. ΙΓ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν α. γ. ζύγιον, ἧ μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ κ. δ. τ. ρ. τραπέζιον, ὥστε τὰς μὲν κ. δ. τ. ρ. πλευρὰς νευούσας εἶμεν ἐπὶ τὸ γ. τὰς δὲ δ. τ. κ. ρ. καθέτους ἐπὶ τὰν β. γ. κεκρεμάσθω δὲ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ ε. η. Τὸ δὲ ζ. χωρίον κεκρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ δ. κ. τ. ρ. τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται· καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἁ α. β. ποτὶ τὰν β. ε. τοῦτον ἐχέτω τὸ δ. κ. τ. ρ. τραπέζιον ποτὶ τὸ λ. χωρίον· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α. β. ποτὶ τὰν β. η. τοῦτον ἐχέτω τὸ αὐτὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ μ. ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται, τὸ ζ. τοῦ μὲν λ. μεῖζον, τοῦ δὲ μ. ἔλασσον.

ΚΑΤΑΣ. Inuento [a] trapezij D. T. R. C. centro grauitatis H. & ab eo demiſſa catheto H. F. in B. G.

ΑΠΟΔ. Sequetur [b] trapezium eſſe ad Z. vt A.B. ad B. F. hoc eſt [c] in maiori ratione quam A.B. ad B.E. ſeu quàm ſit trapezium ad L. & in maiori [d] ratione quam ſit A. B. ad B. I. vel trapezium ad M. Proinde Z. maius eſt [d] ſpatio L. minus vero ſpatio M. quod fuit probandum.



a per probl. additum ad finem l. 1. de æquipond.

b per 6 vel 7. l. 1. de æquipond.
c per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. ΙΔ.

ΘΕΩΡ. ΙΔ.

Ἔστω τμῆμα τὸ β. θ. γ. περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἔστω δὴ πρότερον ἁ β. Γ. ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ, καὶ ἄχθω ἀπὸ μὲν τοῦ β. σαμείου ἁ β. δ. παρὰ τὰν διάμετρον· ἀπὸ δὲ τοῦ γ. ἁ Γ. δ. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ γ. ἐσσεῖται δὴ τὸ β. Γ. δ. τρίγωνον ὀρθογώνιον, διῃρήσθω δὴ ἁ β. Γ. ἐς τὰ τμήματα ὁποσαοῦν τὰ β. ε, ε. ζ, ζ. η, η. ι. καὶ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον αἱ ε. σ, ζ. τ, η. υ, ι. ξ. ἀπὸ δὲ τῶν σαμείων καθ' ἃ τέμνουσιν αὐταὶ τὰν τοῦ κώνου τομὰν, ἐπεζεύχθωσαν κατὰ τὸ Γ. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ τὸ τρίγωνον τὸ β. δ. Γ. τῶν μὲν τραπεζίων τῶν κ. ε, λ. ζ, μ. η, ν. ι. καὶ τοῦ ξ. ι. Γ. τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ τραπεζίων τῶν ζ. φ, η. θ, ι. π, καὶ τοῦ ι. ο. Γ. τριγωνίου μεῖζον ἐστὶν ἢ τριπλάσιον.

PROP. XIV.

THEOR. XIV.

Sit [d] portio B. K. G. comprehenſa ſub recta & rectanguli coni ſectione. Sit etiam primum B. G. ad rectos angulos diametro, & educatur à B. puncto linea B. D. parallela diametro: à puncto vero G. linea G. D. tangens ſectionem coni in puncto G. Erit quippe B. G. D. triangulus rectangulus. Diuidatur itaque illa B. G. in portiones quotcumque B. E, E. Z, Z. H, H. I. & à ſectionibus huiuſmodi æquidiſtantes diametro ducantur lineæ E. S, Z. T, H. V, I. X. A punctis autem quibus ipſæ ſecant coni ſectionem iungantur lineæ ad G. & vltra producantur. Dico [f] quod triangulum B. D. G. Trapeziorum quidem C. E, L. Z, M. H, N. I. & trianguli X. I. G. minus ſit quam triplum: Trapeziorum vero Z. F, H. K, I. P. & trianguli I. O. G. maius ſit quàm triplum.

d ἀντί.
e συμπ.

ΚΑΤ. Producatur G. B. in A. & fiat B. A æqualis ipsi B. G. tum à puncto A. suspendatur spatium ρ. æquiponderans trapezio D. E. & reliqua spatia χ. ψ. ω. Δ. æquiponderent: reliquis trapezijs S. Z, T. H, V. I. & triangulo X. I. G. denique omnia simul ρ. χ. ψ. ω. Δ. maneant in æquipondio cum toto triangulo B. D. G.

ΑΠΟΔ. Triangulus B. D. G. definitur lineis D. G. tangente rectanguli coni assum-
a per 4. l. 6. ptam sectionem D. B. parallela diametro sectionis, & B. G. altero trutinæ radio. Basi
autem B. D. acta est parallela E. S. & propterea vt B. E. ad E. G. sic est [a] E. F. ad F. S. &
b per 18. l. 5 componendo [b] B. G. est ad E G. vt E. S. ad S. F. & rationis [c] conuersione B. G. est ad
c per coroll. 19. l. 5. B. E. vt E. S. ad E. F. hoc est [d] vt triangulus E. S. G. ad triangulum E. F. G. Verum
d per 1. l. 6. rursus vt B. G. ad B. E. sic [a] B. D. ad E. S. & sic [a] B. C. ad E. F. Et ergo [e] vt B. D. ad E.
e per 11. l. 5. S. sic B. C. ad E. F. & permutãdo [f] B. D. est ad B. C. vt E. S. ad E. F. seu [d] triang. B. D.
f per 16. l. 5 G. est ad trigonũ B. C. G. vt alter E. S. G. ad alterũ E. F. G. Cũ ergo totus triang. B D.
G. sit ad totum B. C. G. vt ablatũ E. S. G. ad ablatũ E. F. G. hoc est [d] vt E. S. ad E. F. vel
g per coroll. 5. huius. ergo vt [g] B. G. seu B. A. ad B. E. erit [h] & reliquum trapezium D. E. ad reliquum trape-
h per 19. l. 5 zium C. E. vt B. A. ad B. E. Simili ratione probabo trapezium S. Z. esse ad trapezium
L. Z. vt A. B. ad B. Z. Nam vt B. G. seu A. B. ad B. Z. sic est [g] Z. T. ad Z. K. seu E. S. ad
E. L. Atqui vt Z. T. ad Z. K. & E. S. ad S. L. sic est [d] triangulus Z. G. T. ad triangulum Z. G. K. & triangulus E. G S. ad triangulum E. G. L. Proinde vt A. B. ad B. Z. sic
est [e] totus triangulus E. S. G. ad totum E. G. L. tum sic ablatus Z. T. G ad ablatum Z.
K. G. Et sic demum itaque est reliquum trapezium S. Z. ad reliquum trapezium L Z.
Etiam hoc pacto probabo esse T. H. ad M. H. vt A. B. ad B. H. Adhuc V. I. ad N. I. vt
A. B. ad B I. Et denique triangulus I. X. G. est [d] triangulum I. O. G. vt I. X. ad I. O.
Atqui vt I. X. ad I. O. sic est [g] B. G seu A. B. ad B I. est [e] ergo I. X. G. ad I. O. G. vt A.
B. ad B. I. Habemus hoc pacto trapezium D. E. cuius latera D. S. B. E. tendunt ad G. &
ex hypothesi æquiponderat cum spatio ρ. Estque trapezium D. ad trapezium C. E. vt
i per 10 huius. A. B. ad B. E. Maius est [i] ergo trapezium C. E. ipso spatio ρ. Adhuc trapezij S. F. duo
latera E. z, S. T. tendunt ad G & ipsum æquiponderat spatio X. estque idem S. z. ad
l per 12 huius. L. z. vt A. B. ad B. z. Est [l] proinde L. z. maius spatio X. Eadem prorsus de causa ψ. minus est trapezio M H. tum spatium ω. minus trapezio N. I & denique triangulus I. X.
m per 8 huius. G. excedit [m] spatium Δ. Itaque omnia simul spatia ρ χ. ψ. ω. Δ. minora sunt trapezijs simul C. E, L. z, M. H, N. I. cum triangulo I. x. G. Verum quoniam (vt ostendimus)

trapezium S. Z. est ad trapezium F. Z. vt S. E. ad E. F. hoc est[a] vt B. G. seu B. A. ad B. E. idem vero S. z. est ad L. z. vt A. B. ad B. z. Est[b] quidem spatium χ. minus trapezio L. z. sed maius trapezio F. z. Eodemque argumento spatium ψ. maius est trapezio k. H. rum ω. maius est trapezio P. I. Et Δ.[c] triangulo I. O. G. Et proinde spatia χ. ψ. ω. Δ. & multo magis torum ρ. χ. ψ. ω. Δ. maiora sunt trapezijs simul F. z, k. H, P. I. cum triangulo I. O. G. Cum autem totum spatium ρ. χ. ψ. ω. Δ. æquiponderet[d] toti triangulo B. D. G. ipsius tertiæ parti æquipollet[e]. Propterea triangulus B. D. G. minor est quam triplus trapeziorum C. E, L. z, M. H, N. I. & trianguli I. X. G. cum hæc excedant illa spatia quæ terriam trianguli partem constituunt: sed maior quam triplus aliorum F. z, k. H, P. I. & trianguli I. O. G. cum hæc sunt minora iisdem spatijs quæ vni trianguli tertiæ æquantur, quod fuit probandum.

a per coroll. 5. huius.
b per 12. huius.
c per 8. huius.
d per fabricam
e per 3. huius.

ΠΡΟΤ. ΙΕ.

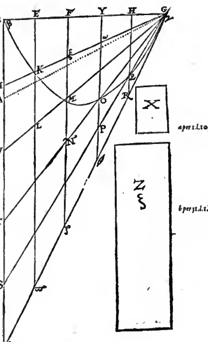
ΘΕΩΡ. ΙΕ.

Ἔστω πάλιν τὸ β.θ.γ. τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἁ δὲ β.γ. μὴ ἔστω ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ· ἀναγκαῖον δὲ ἤτοι τὰν ἀπὸ τοῦ β. σαμείου παρὰ τὰν διάμετρον ἀγμέναν ἐπὶ τὰ τῷ τμήματι, ἢ τὰν ἀπὸ τοῦ γ. ἀμβλεῖαν ποιεῖν γωνίαν ποτὶ τὰν β.γ. ἔστω ἁ τὰν ἀμβλεῖαν ποιοῦσα ἁ πρὸς τὸ β. καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἀπὸ τοῦ β. ἁ β.δ. καὶ ἀπὸ τοῦ Γ. ἁ Γ.δ. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. καὶ διῃρήσθω ἁ β.Γ. εἰς τμήματα ἴσα ὁποσαοῦν τὰ β.ε, ε.ζ, ζ.η, η.ι, ι.Γ, ἀπὸ δὲ τῶν ε.ζ, η.ι, παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθωσαν αἱ ε.ς, ζ.τ, η.υ, ι.ξ. καὶ ἀπὸ τῶν σαμείων καθ' ἃ τέμνοντι αὐταὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπιζευχθῶσαν ἐπὶ τὸ Γ. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ καὶ νῦν τὸ β.δ.Γ. τρίγωνον τῶν μὲν τραπεζίων τῶν β.φ, λ.ζ, θ.η, π.ι. καὶ τοῦ Γ.ι.ξ. τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ ζ.φ, η.θ, ι.π, καὶ τοῦ Γ.ο.ι. τριγώνου μεῖζον ἢ τριπλάσιον.

PROP. XV.

THEOR. XV.

Sit rursum sectio B. k. G. comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione: linea vero B. G. non sit ad rectos diametro: necesse siquidem est vel lineam à puncto B. æquidistanter diametro ductam ad easdem partes sectioni, vel eam quæ trahitur à puncto G. obtusum facere angulum ad B. G. Sit itaq; quæ obtusum angulum facit ea quæ ad G. B. Et ducatur à puncto B. parallela diametro linea B. D. Et à puncto G. agatur G. D. tangens coni sectionem in puncto G. Et diuidatur B. G. in quotlibet partes æquales, quæ sint B. E, E. Z, Z. H, H. I, I. G. Et à punctis E. Z, H. I. parallelæ diametro ducantur E. S, Z. T, H. V, I. X. & à punctis quibus secant ipsam coni sectionem iungantur ad G. & vltra producantur. Dico quippe & nunc triangulum B. D. G. trapeziorum quidem B. F, L. Z, K. H, P. I. & trianguli G. I. X. minus esse quam triplum: aliorum vero Z. F, H. K, I. P. & trianguli G. O. I. maius esse quàm triplum.



ΚΑΤΑΣ. Si ſpatium Z. non fuerit æquale porrioni, ea maius erit vel minus. Sit ergo inæqualitas ambarum magnitudinũ ſparium X. Et ſi fieri poteſt ſupponamus Z. minus portione. Er ſpatio X. quo Z. ſuperar porrionem fiat triangulus B. A. G. minor. Tum quia baſis B. A. commẽſurabilis eſt lineæ B. D. vel eidem eſt incommenſurabilis: ſi commenſurabilis fuerit eiuſque menſura, diuidatur B. D. per B. A. Si vero non eſt commenſurabilis, auferatur ex B. D. dimidium, tum ex dimidio dimidium, vel aliæ partes toti commenſurabiles, quoad quælibet [a] ſit minor ipſa B. A. Vna ſit B. I. & reliqua ſectionum puncta V. T. S. ducanturque lineæ à puncto G. ad huiuſmodi puncta, quæ portionem ſecent in punctis K. M. O. Q. per quæ demum agantur parallelæ ipſi B. D. quæ partiantur [b] lineam B. G. in punctis E. F, Y. H. & quidem in partes æquales. Nam vt D. I. ad I. B. ſic ω. k. ad K. E. Hoc eſt G. E. ad E. B. Deinde vt D. V. ad V. B. ſic ρ. M. ad M. F. hoc eſt G. F. ad F. B. Adhuc vt D. T. ad T. B. ſic θ. O. ad O. Y. hoc eſt G. Y. ad Y. B. Denique vt D. S. ad S. B. ſic R. Q. ad Q. H. hoc eſt G. H. ad H. B. Er proinde vt B. D. æqualiter diuiditur, ſic G. B. in æqualia ſecatur: ita vt hæc figura redeat [illegible]

a per 1.l.10

b per 31.l.1.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam Z. & X. portioni æquantur, minora ſunt portione ſimul ſpatium Z. & triangulum B. I. G. Proinde ſi à portione abſtulero quid æquale vel minus rriangulo B. I. G. reliquum ſpatio Z. maius erit. Iam quia B. I, I. V. ſunr [d] æquales, & reliqua lineæ B. D. ſegmenta, etiam cuiuſlibet aliarum partes ſunt æquales, vt E. K, K. L. & ita de alijs. Er proinde trianguli G. B. I, G. I. V. ſunt pares: vt & E. K. G, G. K. L. & reliqui ſunt æquales, qui ſunt in eadem altitudine. Itaque trapezia in triangulis æqualibus facta ſint æqualia. Verbi gr. B. K. & K. V. Nam ſi ab æquis triangulis B. I. G. & G. I. V. auferas æquales E. K. G, G. K. L. remanebunt [d] I. E. & V. K. trapezia æqualia Idem cenſendum de E. ξ, ξ. L, F. ω. M. O, H. ω, O. Q. Quidni ergo dicemus trapezia E. I, ξ. L, M. O, O. Q. & triangulum G. Q. R. æquari triangulo B. I. G. Quando ergo trapezia huiuſmodi & triangulum rota continerentur in porrione, auferrẽturque ab ea, quid maius ſupereſſet in ea quam ſit Z. eum ergo ea partim duntaxat in portione comprehendanrur (tranſit enim ſectio coni per puncta K. M, O. Q. & ſunt larera B. I, I. k, k. L, L. M, M. N, N. O, O. P, P. Q. extra portionem) illorum partibus comprehenſis, in portione ſublatis ab ipſa portione, ſequetur partem portionis quæ ſuperfuerit multo maiorem eſſe ipſo ſpatio Z. nempe trapezia k. F, M. Y, O. H. & triangulum H. Q. G. At Z. eſt tertia pars trianguli B. D. G. Propterea triangulus B. D. G. minor eſt quam triplus trapeziorum k. F, M. Y, O. H. & trianguli H. Q. G. quod aduerſatur ijs quæ prius demõſtrauimus. [e] Abſurdum ergo eſt ſparium Z. eſſe portione minus. Cæterum ponarur eſſe portione maius, & omnibus vt prius conſtanribus: quoniam B. I. G. triangulus eſt minor exceſſu X. ſequitur portionem enm triangulo B. I. G. adhuc minorem eſſe ſpatio Z. Et cum Z. ſit tertia pars trianguli B. D. G. oporter portionem eum triangulo B. I. G. minorem eſſe tertia trianguli B. D. G. parte. Atqui

c per fabricam.

d per 3. com. sent.

e in 14 huius.

trapezia I. E, L. F, N. Y, P. H. & triangulum H. R. G. minora sunt portione, cum triangulo B. I. G. Nam trapezia I. E, L. ζ, M. O, O. Q. cum triangulo Q. R. G. æqualia triangulo B. I. G. non sunt tota extra portionem, sed partim in ipsa comprehenduntur. Ergo illa trapezia I. E, L. F, N. Y, P. H. cum triangulo H. R. G. multum deficiût à tertia trianguli B. D G. parte, sed & eandem excedi ab illis antea demonstrauimus.

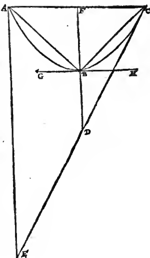
a iui 4 hu-ius. ᵃ Nec ergo Z. maius est portione. Superest ergo illi sit æquale, & ex consequenti portionem esse tertiam trianguli B. D. G. partem constanter asserimus.

PROP. XVII. / ΠΡΟΤ. ΚΖ.

THEOR. XVII. / ΘΕΩΡ. ΚΖ.

Hoc demonstrato, manifestum, quod omnis portio comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione, sesquitertia est trianguli habentis basim eandem cum ipsa portione, & altitudinem æqualem.

Τούτου δεδειγμένου, φανερὸν ὅτι πᾶν τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον.



ΥΠΟΘ. Sit portio comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione A. B. C. cuius apex B. diameter B. F. diuidens bifariam A. C. parallelam tangenti G. B. H. In portione sit triãgulus A. B. C. eandem basim A. C. eandemque altitudinem F. B. cum ipsa portione habens.

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem esse trianguli A. B. C. sesquitertiam.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur ipsi F. D. parallela A. E. Tũ C. E. tangat portionem in C. protrahatur deinde F. B. ad C. E. quam secet in D.

b ex definit. diametri. ΑΠΟΔ. Quoniam A. F, F. C. sunt ᵇ æquales,

c per 1 l. 6. trianguli A. B. F, F. B. C. sunt ᶜ æqui. At F. B,

d per 5. huius. B. D. sunt ᵈ etiam pares, & proinde pares sunt ᵉ C. F. B. & B. C. D. & ex consequenti æquales duo A. B. C. & C. F. D. Sunt autem trigoni C. A. E. & C. F. D. similes, quia lineæ A. E, F. D.

e per 2. l. 6. parallelæ secant ᵉ latera C. A. & C. E. proportio-

& 19. l. 1. naliter, & ad angulos æquales. Et proinde sunt ᶠ

f per 20. l. 6 ipsi trianguli in quadrupla ratione. Et est F. D. C. seu A. B. C. quarta pars trianguli A. E. C. cu-

g per praeced. ius quidem tertia pars est ᵍ portio A. B. C. Proinde portio A. B. C. est ad triangulum A. B. C. sibi inscriptum, vt quatuor ad tria, seu in ratione sesquitertia, vt proponebatur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc est μέθοδος μηχανική, qua primum Archimedes accommodatè sensui scopum collimauit Ipsa quamquam sit aliquatenus χειρουργικός, non tamen est ἀσυλλόγιστος, neque proponit ἀναποδείκτως. Suas demonstrationes habet certas, quæque tantùm ab amussi geometrica deflectunt

quia sunt ὀργανικῶς. Cæterum in sequentibus idem probabit διὰ τῶν γεωμετρουμένων & magis intellectui conuenientius. Rationi enim & humano visui consentaneum est, ea quæ intellectum subitura sunt, priùs ingredi sensum. Itaque si huc vsque Mechanici fuerimus, iam Geometræ efficiamur.

ΟΡΟΙ. Α. — DEFINITIONES.

Α. — I.

Τῶν τμημάτων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τε εὐθείας καὶ καμπύλας γραμμᾶς, βάσιν μὲν καλῶ τὰν εὐθείαν.

Sectionum comprehensarum sub recta & curua linea: basim quidem appello rectam.

Β. — II.

Ὕψος δὲ τὰν μεγίσταν καθέτον ἀπὸ τᾶς καμπύλας γραμμᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν βάσιν τοῦ τμάματος.

Altitudinem vero maximã perpendicularem, à curua linea decidentem in basim portionis.

Γ. — III.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, ἀφ' οὗ ἁ μεγίστα καθέτος ἄγεται.

Verticem vero punctum à quo maxima perpendicularis agitur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Portionis B. A. D. comprehensæ sub recta B. D. & curua linea B. A. D. basis est [a] B. D. altitudo [b] A. C. si modo fuerit A. elatissimus figuræ punctus, & A. C. perpendicularis in basim B. D. elatissimus autem portionis punctus est extremitas diametri in curua linea desinens, cuiusmodi est A. si fuerit diameter E. A. Denique vertex est [c] A. punctus. Hoc vero patet tàm ex definitionibus elementorum conicorum, quàm ex his quæ traditæ sunt, ad librum de Conoid. & Sphæroid.



a Ex 1. def.
b Ex 2. def.
c Ex 3. def.

ΠΡΟΤ. ΙΗ. — PROP. XVIII.

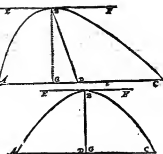
ΘΕΩΡ. ΙΗ. — THEOR. XVIII.

Εἴκα ἐν τμήματι ὃ περιέχεται ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον·

Si in portione quæ comprehenditur sub recta & rectanguli coni sectione, à medio basis ducatur recta parallela diametro, vertex

erit portionis punctum, in quo quę acta est parallela diametro, secat coni sectionem.

κορυφὰ ἐσσεῖται τοῦ τμάματος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἁ παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα τέμνει τὰν τοῦ κώνου τομάν.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit portio A. B. C. contenta sub recta A. C. quæ basis est, [a] & rectanguli coni sectione A. B. C. linea curua Medium basis sit [b] D. vnde [c] erigatur D. B. recta, vel diametro parallela, vel ipsa diametrus.

a per 1 defi. huius
b per 10. l. 1.
c per. 31. l.

ΣΥΜΠΕ. Dico B. punctum in quo recta D. B. secat τὰν τομὰν ἢ καμπύλαν γραμμάν, esse verticem portionis.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur [d] à puncto B. linea E. F. sectionem tangens, & demittatur [e] è puncto B. perpendicularis B. G.

d per 35 l. 2. vel 49. l. 2. Con.
e per 12. l. 1.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. D, D. C. sunt æquales, & ducitur D. B. vel parallela diametro vel ipsamet diametrus, linea E. F. tangens sectionem in B. parallela est [f] basi A. C. Et proinde maxima parallela quæ à quocumque sectionis puncto cadere potest in basim, est B. G. & inde est [g] B. vertex portionis, quod proponebatur.

f per 2. huius.
g per 3. defi. huius.

PROP. XIX.

ΠΡΟΤ. ΙΘ.

THEOR. XIX.

ΘΕΩΡ. ΙΘ.

Si in portione comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione ducantur duæ rectæ diametro parallelæ, altera quidem à media basi, altera verò à medio dimidiæ: quæ quidem à medio ducta fuerit, alterius quæ à dimidia agitur, longitudine sesquitertia erit.

Εἴκα εἰς τμῆμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἁ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως, ἁ δὲ ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας· ἁ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθεῖσα τᾶς ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας ἀγομένας ἐπίτριτος ἐσσεῖται μάκει.

ΥΠΟΘ. Sit portio B. A. C. contenta sub recta basi B. C. & sectione B. A. C. Tum à media basi exicitetur [b] D. A. parallela diametro vel ipsamet diametrus. Et à dimidio dimidiæ B. D. nimirum à puncto E alia parallela agatur E. F.

b per 31. l. 1.

ΣΥΜΠ. Dico D. A. sesquitertiam esse alterius E. F.

ΚΑΤΑΣ. Deeidat [a] à puncto F. linea F. G parallela basi B. D. Cum enim A. [b] sit portionis vertex A. D. est maior quam E. F. a per 31. l. 1. b per præc.

ΑΠΟΔ. Vt B. D. est ad F. G. potentia, ita est [c] A. D. ad A. G. longitudine. Atqui B. D. quadrupla est [d] potentia ipsius F. G. nam E. D. semissis ipsius B. D. æqualis est [e] ipsi F. G. & proinde B. D. duplex est ipsius F. G. Ergo A. D. quadrupla est longitudine partis A. G. Et qualium A. D. est 4. remanet G. D. trium, cum sit A. G. I. Verum sunt [e] G. D, F. E. æquales. Ideirco pariter A. D. est ad E. F. vt 4. ad 3. hoc est in sesquitertia ratione quod fuit probandum. c per 3. huius. d per 20. l. 6. e per 34. l. 1.

ΠΡΟΤ. Κ. — PROP. XX.

ΘΕΩΡ. Κ. — THEO. XX.

Εἴκα εἰς τμῆμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό· μεῖζον ἔσται τὸ ἐγγραφὲν ἢ ἥμισυ τοῦ τμάματος.

Si in portione comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione triangulus inscribatur eandem basim habens cum portione eandemque altitudinem: maior est inscriptus dimidio portionis.

ΥΠΟΘ. In portione A. B. C. euius vertex B. inscribatur triangulus A. B. C. basim communem habens A. C. paremque cum portione altitudinem.

ΣΥΜΠΕ. Dico triangulum maiorem esse dimidio portionis.

ΚΑΤΑΣ. Per verticem B. ducatur [f] tangens portionem E. F. parallelas scilicet basi A. C. Tum ducatur [h] æquidistans diametro D. B. è medio basis: & perficiantur parallelogramma D. E, D. F. f per 35. l. 2. vel 46. lib. 2. Conic.

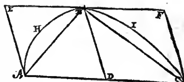
ΑΠΟΔ. A. E & C. F. cadunt extra sectionem, ne conueniant; alicubi eum diametro, cui parallelæ dueantur [i] sicuti D. B. Proinde parallelogrammum A. F. comprehendit portionem, qua idcirco maius est. [m] Atqui parallelogrammi A. F. dimidius est [n] triangulus A. B. C. portioni inscriptus. Idem itaque triangulus maior est semisse portionis: quod vult propositio. g per 2. huius. h per 31 l. 1. i per 22. l. 2 Conic. l per 30. l. 1. m per 9. com sent. n per 43. l. 1.

ΦΑΝΕΡ. Α. — MANIF. I.

Δῆλον ὅτι ἐς τοῦτο τὸ τμῆμα δυνατόν ἐστι πολύγωνον ἐγγράψαι, ὥστε εἶμεν τὰ περιλειπόμενα τμήματα παντὸς ἐλάσσονα τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Liquet quod sic in hac portione possibile sit polygonum inscribere, ita vt relictæ portiones omni proposito spatio sint minores.

ΥΠΟΘ. Repetatur superius diagramma.



ΑΠΟΔ. Et in relictis portionibus A.H.B. & B.I.C. describantur rursus trianguli paribus altitudinibus quam portiones easdem habentes bases: auferetur a enim ab eis plusquam dimidium. Et rursus in reliquis portionibus describantur alij similes trianguli, & sic fiat continuo: Tandem enim relictæ partes fient b quolibet spatio proposito minores.

a perpromissam.

b per 1.d.10

PROP. XXI.

THEOR. XXI.

Si in portione comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione triangulus inscribatur eandem basim habens cum portione, & eandem altitudinem: inscribantur verò & alia trigona eandem basim habentia cum portionibus, & altitudinem eandem: vniuscuiusque triangulorum in reliquis portionibus descriptorum, octuplum est triangulum quod in tota portione describitur.

ΠΡΟΤ. ΚΑ.

ΘΕΩΡ. ΚΑ.

Εἴκα εἰς τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῆ, ταὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμήματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. ἐγγραφέωντι δὲ καὶ ἄλλα τρίγωνα ἐς τὰ λειπόμενα τμήματα ταὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμημάτεσσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἑκατέρου τῶν τριγώνων τῶν εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐγγραφέντων ὀκτοπλάσιον ἔσται τὸ τρίγωνον τὸ εἰς τὸ ὅλον τμῆμα ἐγγραφέν.

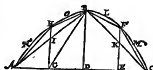
ΥΠΟΘ. Exponatur portio A. B. C. cuiusmodi proponitur: Eius basis sit A. C. cuius dimidium D. vnde excitetur parallela diametro D. B. ita vt sit c B. portionis vertex. In portione triangulus habeatur A. B. C. eiusdem putà altitudinis, & in eadē base quam portio, qui relinquat ex portione tota alias portiones A. H. B. & B. F. C. quarum bases A. B, B. C. bifariam diuidantur d punctis I. & K. per quæ transeant E. F. & G. H. parallelæ e ipsi D.B. quæ proinde notent c vertices portionum H. & F. dirimantque f A. D. & D. C. etiam bifariam. Tandem ducantur A. H, H. B, B. F. & F. C. quæ triangulos absoluant A. H. B. & B.F.C. Demum si requiratur eodem pacto in relictis portionbus ab istis triangulis alij trianguli describi intelligantur.

c per 18. huius.

d per 10. l. 1.

e per 31. l. 1.

f per 2. & 4. l. 6.



ΣΥΜΠ. Dico triangulum A. B. C. in tota portione descriptum octuplum esse trianguli A. H.B. vel alius B.F.C. Tum si in relictis A.N.H. & H.O.B. alij inscribantur trianguli, totum A. H. B alterutrius horum esse quoque octuplum. Et ita de alijs.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea G. B.

ΑΠΟΔΕΙ. Linea D. B. sesquitertia est g lineæ G. H. At eadē D. B. est f dupla lineæ I. G.

g per 19. huius.

vt B.A. lineæ B.I. Ergo qualiũ partiũ D.B. est 4. taliũ G.H. est 3. & I.G. 2. Proinde G.I. dupla est ipsius I.H. & trianguli H.I.B. æqualis [a] triangolo H.I.A. duplus est [a] triang. I.B.G. qui proinde toti A.H.B. æquipolet. Verùm trianguli A.I.G, & B.I.G. sunt [a] æquales, cum bases A.I, & I.B. pares existant. [b] Totus ergo A.B.G. duplus est trianguli A.B.H. Atqui G.B.D. par est [a] consorti A.B.G. Totus igitur A.B.D. quadruplus est trianguli A.H.B. Demum trianguli A.B.D. duplus adhuc est [a] totus A.B.C. Et idcirco totus hic A.B.C. illius A.H.B. octuplus est, vt proponebatur. Idem omnino intelligendum de triangulo B.C.F. cuius octuplus ostendetur A.B.C. paribus omnino argumentis.

a per 1 li 6.
b per fabricam.

ΠΡΟΤΑ. ΚΒ.

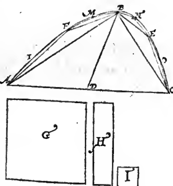
ΘΕΩΡ. ΚΒ.

Εἴκα ἢ τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ χωρεία τεθέωντι ἑξῆς ὁποσαοῦν ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ· ᾖ δὲ τὸ μέγιστον τῶν χωρείων ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ταὐ αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· σύμπαντα τὰ χωρεία ἐλάσσονα ἔσται τοῦ τμήματος.

PROP. XXII.

THEOR. XXII.

Si portio comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione, & spatia ponantur deinceps quotlibet in quadrupla ratione: fuerit verò maximum spatiorum æquale triangulo portioni inscripto easdem basim, & altitudinem habente cum portione: Omnia simul spatia minora sunt portione.



ΥΠΟΘ. Sit A.B.C. portio quæ proponitur, in eaque descriptus triangulus eadem basi, & pari altitudine A.B.C. cum in relictis portionibus inscripti sint etiam trianguli A.F.B, B.E.C. cum ijsdem basibus & altitudinibus: Similiter adhuc in reliquis portiunculis habeantur trianguli A.L.F, F.M.B, B.N.E. & E.O.C. & ita in infinitum si requiratur. Quot verò inscriptiones triangulorum factæ fuerint, tot assumantur spatia ordine in quadrupla ratione G.H.I. quorum primum G. sit [c] æquum triangulo A.B.C.

c per 4.l 2

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico spatijs omnibus G.H.I. quotquot assumpta fuerint in ratione quadrupla, portionem A.B.C. esse maiorem.

ΑΠΟΔ. Triangulus A.B.C. quadruplus est triangulorum A.B.F, & B.E.C, nam alterutrius octuplus est [d]: & ambo rursus A.F.B, B.E.C. sunt simul quadrupla triangulorum A.L.F, F.M.B, B.N.E, E.O.C. Et ita in infinitum priores sunt posteriorum quadrupli, nam alteruter priorum vt A.F.B, sibi additorum A.L.F, & F.M.B. est [d] quadruplus, & vnius octuplus [d]; Et proinde omnes antecedentes simul A.F.B, & B.E.C. omniũ sunt [e] consequentium A.L.F, F.M.B, B.N.E, E.O.C. totuplices, quotuplex est vnus antecedens A.F.B, vnius consequentis A.L.F, F.M.B. Atqui his triangulis æqualia sunt spatia G.H.I. quia primum G. est æquale triangulo A.B.C, & quam habent inter

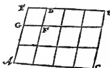
d per præc.
e per 12 l.5

se trianguli rationem eam inter se spatia retinent: Ergo quam rationem habent triaguli ad porrionem, nempè rationem inæqualiraris, & vt portione minores sunt, ita a per 7. l.5. portione eadem minora sunt [a] assumpta sparia, quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ.

Tertia pars quartæ partis totius, iuncta eidem quartæ, tertiam totius partem efficit.

ΥΠΟΘ. Sit A. B. parallelogrammum, cuius latus A. C. exponatur diuisum in quatuor æquales partes, & à punctis sectionum erectæ sint parallelæ lateri C.B. b per 1. l.6 ita vt totius sit [b] parallelogrammi quarta pars A.D. Rursus aliud latus A.E. offeratur sectum trifariam, punctis quibus parallelæ lateri A C. ductæ sint; ita vt adhuc sit [b] G.B. tertia pars totius A.B. Quoniam verò A. E. in tria secatur. Erit G.D. tertia pars ipsius A.D. quæ est quarta pars parallelogrammi totius A.B.



ΣΥΜΠ. Dico G.D. tertiam partem parallelogrammi A.D. quartæ scilicet partis totius, additam quartæ eiusdem totius, efficere totius tertiam.

c per fabricam. ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam parallelogrammum A.B. lineis secatur parallelis in parallelogramma distribuitur [c]: quorum rursus cum altitudines & bases sint æquales, omnia sunt [b] inter se æqualia. Et proinde A.D. constans tribus ex illis, æquatur ipsi F.B. ex totidem constatum. Est ergo F.B. vna quarta totius A B. Atqui G.D. est tertia pars quartæ A.D. quæ tertia pars addita ipsi F.B. quartæ parti totius, efficit B.G. tertiam totius partem. Ergo tertia quartæ addita quartæ efficit tertiam totius, vt fert lemma.

THEOR. XXIII.

PROP. XXIII.

Si magnitudines ponantur deinceps in quadrupla ratione: omnes eiusmodi magnitudines, & adhuc minimæ tertia pars in vnum compositæ, sesquitertiæ erunt maximæ.

ΠΡΟΤ. ΚΓ.

ΘΕΩΡ. ΚΓ.

Εἴκα μεγέθεα συντεθέωντι ἑξῆς ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ· τὰ πάντα μεγέθεα, καὶ ἔτι τοῦ ἐλαχίστου τὸ τρίτον μέρος εἰς τὸ αὐτὸ συντεθὲν, τὰ ἐπίτριτα ἐσσοῦνται τοῦ μεγίστου.

ΥΠΟΘΕ. Sint magnitudines A.B.C.D. in quadrupla ratione.

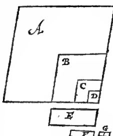
ΣΥΜΠ. Dico omnes cum quarta parte minimæ D. simul esse ad maximam A. in sesquitertia ratione.

ΚΑΤΑΣ. Sint magnitudinum B.C.D. tertiæ partes E.F.G.

ΑΠΟΔ. B. est quarta pars primæ A. Et proinde B. cum E. est[a] tertia pars ipsius A. Tum C. est[a] quarta secundæ B. & ideirco C. cum F. est[a] tertia eiusdem B. Denique D. cum G. efficit[a] tertiam tertiæ C. Et tandem omnes B.C.D.E.F.G. simul sunt[b] tertiæ partes omniũ A.B.C. Hinc itaque habemus B.C.D. E.F.G. illinc A.B.C. & duarum B.C. sunt tertiæ partes E.F. Tollamus ergo hinc E. F. illinc B.C. remanebunt enim B. C.D. & G. pro vna tertia maximæ A. Et proinde hæ B. C.D. & G. si addantur ipsi A. quatuor fient partes, quarum erant B.C.D. & G. vna, ipsa verò A. tres. Igitur A. B.C.D. omnes propositæ magnitudines cum G. scilicet tertia parte minimæ expositarum, sunt ad A. in ratione sesquitertia, quod fuit probandum.

a per lemm. praced.

b per 12 l.5.



ΠΡΟΤΑ. ΚΔ.

ΘΕΩΡ. ΚΔ.

Πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον.

PROP. XXIV.

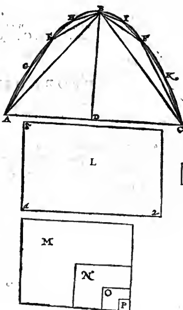
THEOR. XXIV.

Omnis portio comprehensa sub recta, & rectanguli coni sectione sesquitertia est trianguli eandem basim habentis cum ipsa, & æqualem altitudinem.

ΕΚΘ. Exponatur portio qualis proponitur A.B.C. cui triangulus A.B.C. inscribatur, eandem habens cum portione basim, eandemque altitudinem.

ΔΙΟΡ. Dico huius trianguli portionem esse sesquitertiam.

ΚΑΤΑ. Hoc nisi fuerit, ponatur L. spatium trianguli A.B.C. esse sesquitertium. Et huic quidem spatio L. si fuerit portio æqualis, habebimus propositum. Si verò fuerit inæqualis: ponatur inæqualitatem esse quantitatis Q. Et à portione tollamus toties plusquam dimidium, triangulorum prædicta[c] inscriptione, vt relictæ portiones minores sint quantitate Q. Tum sumamus parallelogrammum M. æquale triãgulo A.B.C. Et ipsius M. quarta pars sit N. deinde ipsius N. quarta sit O. Et demum ipsius O. quarta sit P. vt sint M.N.O.P. in ratione quadrupla, sed toties sumatur[d] quarta præcedentis, quoties requiritur, vt vltima P. minor sit ipsa Q.



c demonstratione 21. huius.

d per 1 l 10

ΑΠΟΔ. Quoniam inæquales sunt portio & L. ponatur primò portio maior quantitate L. Et quia portio minùs distat à figura sibi inscripta triangulorum inscriptione, quàm distet ab L. erit adhuc illa figura maior quantitate L. Atqui illa figura componitur ex triangulis qui sunt [a] in ratione quadrupla, & omnium maximus est A.B.C. Proinde omnes non sunt [b] maximi A.B.C. sesquitertij, nisi cum tertia parte minimæ. Est verò L. sola sesquitertia ipsius trianguli A.B.C. Proinde L. maior est figura portioni inscripta. Simul ergo esset maior & minor eadem magnitudine, quod est absurdum. Itaque portio non est maior magnitudine L. Verùm nec minor est. Nam M. N. O. P. cum tertia parte minimæ P. sunt [b] sesquitertiæ maximæ M. hoc est trianguli A.B.C. Et proinde sunt æquales spatio L. Sed L. superat [c] portionem maiori quantitate, nempè Q. quàm sit P. Et eadem L. superat M.N.O.P. tantum tertia parte minimæ P. & minori quàm sit P. Vnde sequitur M.N.O.P. maiores esse portione: Quod est absurdum ex ante [d] demonstratis. Neque ergo portio minor est magnitudine L. Superest ergo illi sit æqualis, & ex consequenti trianguli A. B. C. sesquitertia, qui fuit probandus totius operis scopus.

[a] demonstratione 22 huius.

[b] per 23 & praecedentem huius.

[c] per fabricam.

[d] per 22. huius.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Spatium parabolicum in quadratum referre.

ΥΠΟΘ. Repetatur diagramma præcedens.

ΚΑΤΑ. Qualium D.B. tres partes continet, talium fiat α.γ. quatuor, & sit α.δ. ipsi A. D. æqualis, tum perficiatur parallelogrammum L. cui deinde τὸ ἴσον τετράγωνον συνεστάσθω. [e]

ΣΥΜΠΕ. Dico haberi propositum.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim L. est [f] sesquitertia trianguli A.B.C. & proinde æqualis [g] portionis. Ergo & eidem portioni æquale est [h] quadratum, in cuius formam redacta est L. quod fuit præstandum.

[e] per 14. l. 2.

[f] per 1. l. 6.

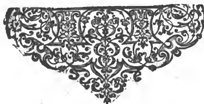
[g] per proxmam.

[h] per 1. com. sent.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Equidem qui non agnouerit Archimedem ex hoc potissimum, vt & ex præcedentibus resolutis, & demonstratis problematibus subtilissimum Geometram, vix mihi in mentem adduce-

rim hominem hunc, vel quicquam sensui, aut rationi tradere, vtrique succlamanti præstantiam Archimedei artificij, ipsamque miraculo tribuenti: vel certè quæ præcesserunt intellexisse. Qui enim non intelligit, ille nec laudat, nec suspicit: quinimò vt defectum proprium diluat, nec pusillum ingenium prodat, authorem vel inscitiæ, vel futilis, & contemnendæ artis insimulat: quarum vtramque tam longo interuallo Archimedes à se propulit, vt superiora secula, nec profundioris scientiæ, nec subtilioris in his saltem disciplinis prudentiæ, agnoscant. Verùm quid tantopere laboro in homine extollendo, quem omnes, puto, mirificè colunt, & cuius laus nulli vnquam, nec genti, nec ætati desitura est? Sequitur, vt si eum in Geometricis cum stupore ex magnitudine rerum audierimus, deinceps in Arithmeticis quanta quoque miracula excitarit, intelligamus.





ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΨΑΜΜΙΤΗΣ.

ARCHIMEDIS
ARENARIVS,

NOVIS COMMENTARIIS ILLVSTRATVS.



RRISI sæpißimè insulsam multorum inscitiam, qui in authorum vel maioris nominis opera incidentes, ea statim vtilitatis examine pensitant, nihilque priùs quærunt, quàm cui negotio vtilia sint? cuique prosint? quasi nihil sit homine dignum, nisi quod vulgaribus & tritis negotijs, vel tractandis, vel dirigendis, vel exequendis conferat, omniaque hominum studia ad ea debeant referri, quæ exterioribus humanæ vitæ mercimonijs conducunt; cætera verò desidiæ & segniori otio esse tribuenda, quantopere sagacis intellectus vigentisque in nobis rationis argumentum præbeant. O cæcas mentes: Ecquibus quæso hominum vita constat? num necessitate, num ornamento? nonne sunt quæ vrgent? nonne quæ abundant? nonne coacta quædam? nonne alia libera? Quæ verò vt necessaria premunt, annon rursus aliqua absolute cogunt, aliqua remissè adigunt, quædam mitius agunt? Quæ verò sunt ad libitum, nonne hominem excolunt? nonne comunt? nonne ornatiorem promunt? Et nunquid hæc secundum gradus, quibus ab vltima vi recedunt, & ad liberiorem delectum eriguntur, quantò demum attolluntur, tantò nobilitantur? Equidem dignitas additur ex libertate. In Moribus quò magis Spontanea virtus, eò insignior & laudabilior est: in alijs quæ exquiruntur ingenio, vti voluntaria, sic decora. In ciuilibus agrestia, sine quibus non viuimus, inferioris sortis hominibus demendantur: arma quibus vacare possumus, imò quibus vacandum, vt melius & benignius simus, à felicioris fortunæ viris tractantur.

Inter artes mechanicæ sunt, & viles eæ quæ coarctiori labore exercentur: aliæ censentur magis honestæ, quæ liberioris operæ sunt. Et nihilominus magis utiles sunt coquinaria vel textoria, quàm architectoria, seu pictura. His occurritur obijcienti: cui vsui prosit Arenarius? quid sibi velit in his quæ ad vitam pertinent, & cui loco sit habendus ipse liber ψαμμίτης? quasi desidus sit, si non inertis curæ, inquisiuisse quantus fuerit arenæ numerus, quâ totus mundus, vel qui decuplo maior esset, impleretur. Sed non inutilem esse spondeo, siue vtilitatem ex necessitate mensuremus, siue eam ex libertate & honestate metiemur. Equidem non vrget isthæc cognitio, nec vita nostra huic contemplationi addicta est: Absit Archimedes seruilibus operibus operam suam contulerit. Verùm vbi necessitatis primos aut secundos gradus submiserimus, quibus propter vilitatem hiç Arenarius se subtraxit iam & alijs, vtilitatem suam repetet, quibus manum porrigere non dedignatur, licet splendidiori humanæ contemplationis cœlo sese maxime permiserit. Si non sationibus, putationibus, aut alijs colendæ terræ partibus Arenarius deseruierit, quibus cœli notitia omnimode requiritur, saltem nauticam artem, qua necessitas vitæ adornatur miris modis iuuat, cum terræ dimetiendæ, aquæ, calorum, exquisitam artem proferat. Non potuit Archimedes numerum arenæ, quo totus mundus constaret, definire, nisi priùs mundi quantitatem statuisset: hanc autem non præbuit, quin partes eius præfiniuisset. Solem mensus est exquisita industria, eiusque rationem ad maximum cœli circulum detexit, cuius subinde magnitudinem prodidit, & ex eo totius mundanæ molis: Tum perfectissimè statuit de tota cœlesti & elementari machina: vt non sit nobis securior methodus adeundi vias Cœli, aut marium terrarumue faciendi itinera, ea, quam porrexit Arenarius. Cæterum eo protulit dinumerandi peritiam, vt maximam tantæ facultatis, hominique omnino necessariæ, nedum vtilis vim, nobis patefecerit. Dubitabant quidam arenæ quæ circum Siciliam esset, numerum exprimi posse, adeò immensum existimarunt: quorum vt inscitiam retunderet, non quæ circa Siciliam esset duntaxat, verùm quæ toto mundo decuplo licet maiore contineretur, quanta esset, acutissimè ostendit, & in hac multitudine detecta, definita & distincta dinumerandi artem præbuit, mirum quidem non tantum si aceruum hunc Hercules! stupendum spectes, verum si numerorum ordinem, & eorum exprimendorum rationem, tùm vocabula animaduertas. Non enim solum hic mirum est, oculis penè lynceis cœlorum penetralia reserasse, spatia tam longè à conspectu dissita perfecta arte mensurasse, tantam demum arenam certissimis numerorum periodis statuisse, sed classium in quas distribuit, periodorum quibus distinguit, terminorum quibus exprimit numeros, artificium dedisse. His siquidem eò sustulit ἀριθμητικὴν, vt hinc perfectionem suam nacta videatur, & ante Archimedem fuisse manca & imperfecta. Quanto verò vsui sit numerorum ars, omnibus scientijs, non solum ijs quæ ad praxim reuocantur, sed alijs etiam quæ res inquirunt duntaxat vt sciantur, nemo ignorat, qui primis eas labijs degustarit; aut qui Platonem vt diuinum de numeris diuinè disserentem audierit, ὡς εἴπερ (inquit) ἀριθμὸν ἐκ τῆς ἀνθρωπίνης φύσεως ἐξέλοιμεν, οὐκ ἄν ποτέ τι φρόνιμοι γενοίμεθα. Ratio autem eius est (huc conueniens vt Arenarij vtilitas percipiatur) quod Anima humana nullas virtutes sit percepturа, à qua rationem abstuleris. Animal verò nullum sit, quod duo & tria par & impar, denique numerum nesciens, ratione potiri, aut rationem de rebus reddere, quantumuis eas sensu, & memoria percipiat, possit: nec proinde sapiens esse queat. In Epinomide.

Pp

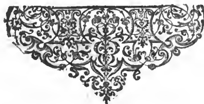
Vnde tandem concludit, ὅτῳ ᾗ σοφία μὴ προσείη πάσης ἀρετῆς τὸ μέγιστον μέρος, οὐκ ἄν ἔπ τελέως ἀγαθὸς γενόμενος, εὐδαίμων ποτὲ γίγνοιτο· οὕτως ἀριθμοῦ μὲν ἀνάγκη πᾶσα ὑποτίθεσθαι. *Quod si numerus adeò requiritur in sapientia nobis perfectè acquirenda, equidem qui nos ad percipiendos numeros promouet, plurimo beneficio deuincit, scilicet, vt ad sapientiam euehit, sic ad summam fælicitatem extollit. Quid itaque Archimedi debeamus ex hoc nobis suppeditato Arenario, constat: cùm scilicet eo nos ad dignotionem numeri adducat diuino prorsus modo. Quandoquidem authore eodem Platone, vt Deus nobis inderet numerum, quem cæteris animantibus negauerat, & vsum communem edoceret, postquam vim insenisse animabus nostris, qua in eo quod ostenditur numerum intelligeremus, eam voluit aßiduè nos exerceremus, cælumque obtulit, in quo diei lucem, & noctu tenebras perciperemus, vt cùm diurno lumine res intuiti essemus, opacitate deinde nocturna in tam varia sydera oculos conuertentes disceremus incessanter distinguere vnum à duobus. Hinc ait diuinus ille*

Ibidem. *Philosophus*, ἀεργὸς οὐδέποτε παύεται διδάσκων ἀνθρώπους ἕν τι καὶ δύο. *Nunquid Archimedes diuina illa methodo nos* ἀριθμοῦ *edocet, cum nobis primum in cælum conuertat oculos, solem intueri iubeat, tum distinguere eius magnitudinem & angulum quo videatur partiri à recto, vt quæ pars sit ipsius dignoscamus, scilicet an vna, vel duæ, vel tres: Tandem conferre partem hanc, vel partes cum toto cæli ambitu, tum cum toto circulo, adhuc cum tota cælesti machina, imò cum mundana, & denique ea impleta minimis corporibus, quæ in tota natura reperiantur, vt numerus non detur maior corporum, quæ situm verum habeant, eorum numerum ad vnguem explicare: vt cum inde miram & diuinam numerandi peritiam eruerimus, nobis via ad summam sapientiam teratur. Sic Archimedes nos fælices facturus est, si eum in consilium studiorum nostrorum adhibuerimus. Verùm (dixerit quis) non est facilè obtutu, qua ratione numerandi peritia nos ad sapientiam deduxerit: hoc verò patefacere, quod omnium Artificum est, mihi non suscipio; satis est si dicam hoc percepturum quemquam vel rudiorem ingenio, qui omnium scientiarum pondus totum in enumeratione esse, vt est, animaduerterit, & scire nihil esse aliud, quàm distinguere, partiri, diuidere, seiungere aliud ab alio, & denique intelligere numquid vnum sit an duo: hoc autem quid aliud quam numerare est? Hinc dixere & peritißimè nonnulli, numerum datum esse humanis mentibus tanquam lumen oculis, quo mediante omnia cognoscant, & sine quo nihil intelligant: vt nec sine lumine oculi quicquam intuentur. In moribus quis est prudens qui nesciat distinguere bonum à malo, & separare mala à bonis; virtutes à vitijs; licita ab illicitis: quod nullus effecerit qui numerum virtutum, itemque multitudinem vitiorum ritè non cognouerit. Vbi verò numero certo ea sciuerit, nunquam vitijs se dederit, cum vitiose tantum agamus, quia malum numero boni adscribimus. Deinde vt sapiens sit quilibet numero, quantum ad se attinet, etiam prudens numero constituitur erga alios. Quis enim vel in coercitionibus & in pœnis, vel in muneribus dandis, aut in mercede retribuenda æquus fuerit, qui par & impar ignorauerit? Paritas vel imparitas actionum, vel prauarum, vel studiosarum, pares vel impares pœnas, paria vel imparia præmia merentur: si tamen etiam in illa paritate vel imparitate, æqualitatis etiam, vel inæqualitatis dignitatum locorum, personarum ratio habeatur. Longum esset recensere quot gradibus nos numerandi artificium ad sapientiam euehat. Hoc tantum addam, (O! Rex Sapientiæ avidissime) eò se proripere numerum,*

vt ipſo diſtinguatur fælicitas Regis optimi maximi, à miſeria perditi tyranni: Etenim illum hunc dulcedine, hunc verò illum amaritudine vitæ ſuperare definiêre ſapientes, numero 729. Et quamquam arcanum hoc longiori ſermone explicare huius non ſit loci, tamen hinc coniíciet MAIESTAS TVA, *quo dignitatis loco ſit ille habendus qui rerum numerum edoceat. Quippè in regia arte ſicuti in cæteris veriſsimum eſt, quod aiebat antiquus Socrates, ijs omnibus ſi quis ſegregauerit numerandi, dimetiendique aut ponderandi peritiam, vile quiddam eſſe quod vniuſcuiuſque ſupereſſet. Hoc autem omne docet Archimedes, vt ſatis ſuperque vtilitas operum ipſius eluceſcat. Verùm audiamus Arenarium.*

Plato lib. 9. de Republ.

In Philebo.



ARCHIMEDIS ARENARIVS.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΨΑΜΜΙΤΗΣ.

a Sic restitui ex manuscripto, cum legeretur vulgo βασιλεῦ γελῶν.
b supple ἀριθμόν, quæ hic intercidit, alioquin nec congruum fuerit hellenismum.
c vulgo, sed malè, habetur, ἐν τοῖς δὲ αὐτὸν ἄπειρον ἐοῦσαν. Tum manuscriptus legit, τοῖς δὲ αὐτὸν ἄπειρον ἐντὶ μὲν οὐχ ὑπολαμβάνοντι, itidem corruptè.
d hic rursus intellige ἀριθμόν.

PVtant quidam, O! rex Gelon, infinitam esse arenam multitudine. Dico verò non solum eam quæ circa Syracusas est, reliquamue Siciliam, sed eam quæ omnem regionem, cùm habitabilem, tùm inhabitabilem circumstat. Nōnulli verò sunt qui ipsam innumeram quidem non esse assumunt, sed negant vllam esse nomenclaturam, quæ ipsius exuperet multitudinem. Qui verò sic sentiunt, manifestum, quod si intelligant ex arena tantum compositum esse aceruum, vt eo impleantur, & salsura, & terræ concauitates, vorsuræque vsque ad æqualitatem supremorum montium, repentè pronuncient deesse multo magis numerum qui hanc excedat multitudinem. Ego verò hoc tentabo demonstra-

ΟἼονταί τινες, [a] βασιλεῦ Γέλων, τοῦ ψάμμου τὸν [b] ἄπειρον εἶμεν τῷ πλήθει· λέγω δὲ οὐ μόνον τοῦ περὶ Συρακούσας τε καὶ τὰν ἄλλαν Σικελίαν ὑπάρχοντος, ἀλλὰ καὶ τοῦ κατὰ πᾶσαν χώραν τάν τε οἰκημέναν, καὶ τὰν ἀοίκητον· [c] ἐντὶ τινὲς δὲ οἳ αὐτὸν ἄπειρον μὲν οὐκ εἶμεν ὑπολαμβάνοντι, μηδένα μέντοι ταλικοῦτον κατωνομασμένον ὑπάρχειν, ὅστις ὑπερβάλλει τὸ πλῆθος αὐτοῦ· Οἱ δὲ οὕτω δοξάζοντες, δῆλον ὡς εἰ νοήσαιεν ἐκ τοῦ ψάμμου ταλικοῦτον [d] ὄγκον συγκείμενον, τὰ μὲν ἄλλα ὁ πᾶς γὰρ ὄγκος ἀναπεπληρωμένων ἐν αὐτῷ τῶν πελάγεων, πάντων τε τῶν κοιλωμάτων τᾶς γᾶς ἴσον ὕψος τοῖς ὑψηλοτάτοις τῶν ὀρέων πολλαπλασίως μὴ γνοῖεν τε μὴ δὴ ἐν ἀκαρεῖ ἔμμεναι ὑπερβάλλοντα τὸ πλῆθος αὐτοῦ. Ἐγὼ δὲ πειράσομαι τοῦτο δεικνύειν δι

ἀποδείξεων γεωμετρικῶν, αἷς παρακολουθήσεις, ὅτι τῶν ὑφ' ἁμῶν κατωνομασμένων ἀριθμῶν, καὶ ἐνδεδομένων ἐν τοῖς [a] ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένοις, ὑπερβάλλοντί τινὲς οὐ μόνον τὸν ς. τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος, ἔχοντος ἴσον τᾷ γᾷ πεπληρωμένᾳ, καθάπερ εἴπαμες, ἀλλὰ καὶ τὸν τοῦ μέγεθος ἴσον ἔχοντος τῷ κόσμῳ· κατέχεις δὲ διότι καλεῖται κόσμος [b] ὑπὸ μὲν τῶν πλειόνων ἀστρολόγων ἁ σφαῖρα, ἇς ἐστὶ κέντρον μὲν τὸ τᾶς γᾶς κέντρον· ἡ δὲ τοῦ κέντρου, [c] τᾷ εὐθείᾳ τᾷ μεταξὺ τοῦ κέντρου τοῦ ἁλίου, καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς· ταῦτα γὰρ ἐν ταῖς γραφομέναις παρὰ τῶν ἀστρολόγων διακούσας Ἀρίσταρχος ὁ Σάμιος ὑποθεσίων τινῶν ἐξέδωκεν γράψας, ἐν αἷς ἐκ τῶν ὑποκειμένων συμβαίνει τὸν κόσμον πολλαπλάσιον εἶμεν τοῦ νῦν εἰρημένου. [d] ὑποτίθεται γὰρ τὰ μὲν ἀπλανῆ τῶν ἄστρων, καὶ τὸν ἅλιον, μένειν ἀκίνητον· τὰν δὲ γᾶν περιφέρεσθαι περὶ τὸν ἅλιον κατὰ κύκλου περιφέρειαν, ὅς ἐστιν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος· τὰν δὲ τῶν ἀπλανῶν ἄστρων σφαῖραν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ἁλίῳ κειμέναν τῷ μεγέθει ταλίκαν [e] εἶμεν· ὥστε τὸν κύκλον καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, τοιαύταν ἔχειν ἀναλογίαν ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανῶν ἀποστασίαν, οἵαν ἔχει τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν· τοῦτο γ' εὔδηλον, ὡς ἀ-* δυνατόν ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ τὸ τῆς σφαίρας κέντρον οὐδὲν ἔχει [f] μέγεθος, οὐδὲ λόγον ἔχειν [g] οὐδένα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τᾶς σφαίρας ὑπολαπτέον αὐτό.

strare, & quidem geometricis demonstrationibus, quibus consequeris, numerorum à nobis recensitorum, & datorum in libris ad Zeuxippum scriptis, aliquos esse qui non solum & arenæ multitudinem æqualem terræ repletæ, vti diximus, sed eam quæ haberetur par toti mundo, exuperent. Nō autem ignoras quod vocetur mundus à multis quidem Astrologis, sphæra cuius centrum est centrum terræ, radius verò æqualis rectæ, quæ à centro solis media est ad centrum terræ. Ea verò quæ habentur ab Astronomis scripta discutiens Aristarchus Samius, hypotheses quasdam scriptis prodidit, ex quibus suppositis consequitur mundum multiplicem esse eius qui mox præscriptus est. Supponit enim inerrantia sidera, & solem non moueri: Terram verò ferri in gyrum, circa solem qui in medio stadio iacet. Stellarum autem non errantium sphæram, circa ipsum solis centrum motam, ea esse magnitudine, vt circulus in quo terra ferri supponitur, eam habeat rationem ad stellarum fixarum interuallum, quam habet centrum sphæræ ad superficiem. Hoc verò manifestò impossibile est. Cùm enim centrum sphæræ nullam habeat quantitatem, neque rationem vllam habere ipsum ad superficiem sphæræ supponendum est.

* ὃν ἂν ᾖ τὸ κύκλον καθ' αὐτὸ γᾶν ὑποτίθεται. Ex vtroque sensum restitui.

a Quem librum de numero scripserit ad Zeuxippũ, hoc seculo ignoratur.

b Tāgit hic antiquam mundi circumscriptionem, à veteribus Astronomis suppositā. Hūc enim nō vltra solarem orbem extēdebant, centrisque solis & terræ radios mundanæ sphæræ definiebant.

c ἐκ hic titubăt corrupti codices tā vulgares quām manuscriptus: sed eo sensu restitui, & pro εὐθείᾳ quæ in typico erat, cū lacuna defectiue argumento, lego τᾷ εὐθείᾳ, vt esset sensus quidam: nō verò αἱ εὐθεῖαι vt habet manuscriptus codex, quæ sensum non perficiunt.

d Aristarchi opinio de mobilitate terræ, circa solem in cētro mundi suppositum immobilem. Videtur autem innuere Archimedes eūdem Aristarchū primum huius opinionis fuisse authorem.

e Liber vulgaris legit τῷ μεγέθει ταλίκαν εἶμεν, ὥς τι &c. At manuscriptus habet μεγέθει ταλίκαν εἶ-

f per 16. defin. l. 11 & 16. l. 1. g per 5. defin. l. 5.

Admittendum verò, & istud quidem intellexisse Aristarchum. Ex quo enim putamus terram circa mundi centrum constitutam, statuendum, adstruxit demonstrationibus ex apparentijs petitis, quam terra rationem habet ad mundum à nobis dictum, eandem habere analogiam sphæram, cuius est circulus, secundum quem terra girari supponitur ad sphæram stellarum fixarum. Et maximè videtur orbem, in quo ponit terram moueri,* supponi æqualem magnitudine ei quo mundum præscribi diximus. Dicimus itaque quod si ex arena fiat sphæra mole tanta, quantam Aristarchus esse inerrantium siderum orbem supponit, etiam aliquas demonstrari in principijs numerorum nomenclaturas, multitudinem exprimentes, vincentem multitudinem arenæ, quæ congerie dictam stellarum sphæram adæquet: suppositis scilicet aliquibus. Quorum primum est, ambitum terræ esse ter mille millium stadiorum & amplius,* idque ratum esse, & ab experimentatis * demonstrari, sicut & tu assentiris eam ipsam esse trecentorum millium stadiorum. At ego singulatim terræ magnitudinem adaugens, decuplo maiorem pono ipsius ambitum eo, quem primi illi obseruarunt, nempè ter millies millium stadiorum,* & ampliùs. Deinde diametrum terræ maiorem esse diametro Lunæ. Tum diametrum So-

* ἴσ. ὑποτίθεται.

a ὲ ι τᾶς habet vulgaris codex, sed malè. Ex manuscripto itaque mutaui.

* 2.

* ἴσ. καὶ τι.

* 3.

ἐνδεκτέον δὲ τὸν Ἀρίσταρχον διανοεῖσθαι τόδε. ἐπεὶ δὲ τὰν γᾶν ὑπολαμβάνομεν, ὡς περὶ μὲν τὸ κέντρον τοῦ κόσμου, ὃν ἔχει λόγον ἁ γᾶ ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὰν σφαῖραν, ἐν ᾗ ἐστὶν ὁ κύκλος, καθ' οὗ τὰν γᾶν ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανῶν ἄστρων σφαῖραν, τὰς ἀποδείξιας τῶν φαινομένων οὕτως ὑποκειμένων ἐναρμόζει· καὶ μάλιστα φαίνεται τὸ μέγεθος τᾶς σφαίρας, ἐν ᾇ ποιεῖται τὰν γᾶν κινουμέναν, ἴσαν ὑποτίθεται * τῷ ὑφ' ἁμῶν εἰρημένῳ κόσμῳ. Φαμὲν δὴ καὶ εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλίκα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, ᵃ καὶ οὕτω τινὰς δειχθείσας τῶν ἐν ἀρχαῖς τῶν κατονομασιῶν ἐχόντων, ὑπερβάλλοντας τῷ πλήθει τὸν καὶ τὸν τοῦ ψάμμου, τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ εἰρημένῃ σφαίρᾳ· ὑποκειμένων τῶνδε. Πρῶτον μὲν τὰν περίμετρον τᾶς γᾶς εἶμεν, * ὡς τῶν μυριάδων σταδίων καὶ μείζων, καὶ περὶ τῶν πεπειραμένων ἀποδεικνύειν, καθὼς * καίτοι παρακολουθεῖς ἐοῦσαν αὐτάν, ὡς λ. μυριάδων σταδίων· ἐγὼ δ' ὑπερβαλλόμενος καθεὶς τὸ μέγεθος τᾶς γᾶς ὡς δεκαπλασίων τοῦ ὑπὸ τῶν προτέρων δεδοξασμένων, τὰν περίμετρον αὐτᾶς ὑποτίθεμαι εἶμεν, * ὡς τῶν λλ. σταδίων, καὶ μείζων. Μετὰ δὲ τοῦτο τὰν διάμετρον τᾶς γᾶς μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας· καὶ τὰν διάμετρον τοῦ ἁ-

λίου μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, ὁμοίως τὰ αὐτὰ λαμβάνων τοῖς πλείστοις τῶν πρότερον ἀστρολόγων. μετὰ δὲ ταῦτα τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελάνας, ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ μὴ μείζονα· καὶ περὶ τῶν πρότερον ἀστρολόγων Εὐδόξου μὲν, ὡς ἐννεαπλάσιον ἀποφαινομένου· Φειδία δὲ τοῦ Ἀκούπατρος, ὡς δὴ δωδεκαπλασίαν· Ἀριστάρχου δὲ πεπειραμένου δεικνύειν, a ὅτι ἐστὶν ἁ διάμετρος ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελάνας, μείζων μὲν ἢ ὀκτὼ καὶ δεκαπλασίων, ἐλάσσων δὲ ἢ εἰκοσαπλασίων· ἐγὼ δὲ ὑπερβαλλόμενος καὶ τοῦτον, ὅπως τὸ ὑποκείμενον ἀναμφίλογον b ᾖ δεδειγμένον, ὑποτίθεμαι τὰν διάμετρον τᾶς σελάνας ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ μὴ μείζονα· ποτὶ δὲ τούτοις τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μείζονα εἶμεν τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς, τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. τοῦτο δὲ ὑποτίθεμαι· Ἀριστάρχου μὲν εἰρηκότος τοῦ κύκλου τῶν ζωδίων d τὸν ἅλιον φαινόμενον ὡς τὸ εἰκοστὸν καὶ ἑπτακοσιοστόν. αὐτὸς δὲ ἐπισκεψάμενος τόνδε τὸν τρόπον ἐπειράθην ὀργανικῶς λαβεῖν τὰν γωνίαν, ὡς δὴ ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. τὸ μὲν ὅμοιον ἀκριβεῖ λαβεῖν οὐκ εὐχερές ἐστι, διὰ τὸ μήτε τὰν ὄψιν, μήτε τὰς χεῖρας, μήτε τὰ ὄργανα, δι' ὧν λαβεῖν ἀξιοπίστως εἶμεν τὸ ἀκριβὲς ἀποφαίνεσθαι· περὶ δὲ τούτων ἐπὶ τοῦ παρόντος οὐ καιρὸν μακύνειν, ἀλ-

lis maiorem esse diametro terræ. Similiter ista sumo & conuenienter multis superiorum Astrologorum. Præterea diametrum Solis diametri Lunæ esse vt trigecuplum & non maiorem: cum inter antiquos Astronomos Eudoxo quidem visus sit tantum noncuplus: Phidiæ verò Acupatris filio vt dodecuplus. Sed Aristarchus nixus sit ostendere diametrum Solis maiorem esse quam duodevigintuplum diametri Lunæ, minorem vero quam vigecuplum. Ego vero istud excedens, vt hypothesis remaneat sine dubio & clarè demonstrata, suppono c diametrum Lunæ vt trigecuplum esse, nec maiorem. Præterea diametrum Solis maiorem esse latere figuræ mille angulorum inscriptæ circulo maximo qui sit in mundo. Hoc verò supponimus, cum Aristarchus dicat solem apparere ac si esset vigesima & septingentesima circuli zodiaci pars. Ipse enim considerauit quomodo instrumentis posset excipere angulum, quo sol accommodatur, habentem verticem in oculo. Simile autem quid verè assumere non ita in promptu est: quoniam neque visus, neque manus, neque instrumenta quibus fit obseruatio, digna satis sunt fide ad accuratè demonstrandum. Verum de his disputare nunc intempestiuum est, cum & aliàs

a nempe pr. 9 libelli de magnit. Solis & Lunæ.

b Vulgaris lectio habet ἀμφίλογον, pro ἀναμφίλογον vt restitui, contrario prorsus sensu.

c αὔξησιν τῆς ὑποθέσεως ad tollendam omnem ambiguitatem.

d Libello Aristarchi de magnit. & distantijs Solis & Lunæ huiusmodi φαινόμενα minimè leguntur.

frequentius ista determinata fuerint. Cæterum satis mihi est vt propositum demonstrem, angulum sumere, qui maior sit angulo cui sol accommodatur, habeatque verticem in visu. Et rursum alium angulum sumere, qui non minor sit angulo cui sol accommodatur, & apicem in visu habear. Constituta ergo ad normam longa regula super plano recto in loco iacente, vnde sol oriens conspici queat: Tum paruo cylindro tornatili super regula posito confestim ab aurora & ortu solis, postquam inceperit eiaculari radios in Horizontem, potueritque ex opposito videri, conuertatur regula ad solem. Deinde visus statuatur in extremo ipsius regulæ. Cylindrus vero in medio admoueatur inter visum & solem, ita vt adumbretur soli, tum separetur paulatim cylindrus ab oculo: & vbi inceperit quid minimum solis intueri ab vtraque parte

* 4.

a vulgo legitur ἐπιπέδον una dictione, quam in duas distinxi, sensus gratia. b vulgo legitur πθὶν ἐπὶ, & male.

c Typi habent ἀποχωρεζόμενος.

λως τὲ καὶ πλεονάκις τοιούτων ἐμπεφανισμένων· ἀπόχρη δέ μοι ἐς τὰν ἀπόδειξιν τοῦ προκειμένου γωνίαν λαβεῖν ἅ τις ἐστὶ μείζων τᾶς γωνίας ἐς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ ὄψει, καὶ πάλιν ἄλλαν γωνίαν λαβεῖν, ἅ τις ἐστὶν οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας ἐς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τῇ ὄψει. * τεθέντος οὖν μακροῦ κανόνος ἐπὶ πέδον [a] ὀρθὸν ἐν τόπῳ κείμενον, ὅθεν ἤμελλεν ἀνατέλλειν ὁ ἅλιος ὁρᾶσθαι, καὶ κυλίνδρου μικροῦ τορνευθέντος, καὶ τεθέντος [b] ἐπὶ τὸν κανόνα ὀρθεσυ εὐθέως μετὰ τὰν ἀνατολὰν τοῦ ἁλίου· ἔπειτ' ἰόντος αὐτοῦ ποτὶ τῷ ὁρίζοντι, καὶ δυναμένου τοῦ ἀντιβλέπεσθαι, ἐπεστράφη ὁ κανὼν εἰς τὸν ἅλιον καὶ ἁ ὄψις κατεστάθη ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος· ὁ δὲ κύλινδρος ἐν μέσῳ κείμενος τοῦ τε ἁλίου καὶ τᾶς ὄψιος, ἐπεσκότει τῷ ἁλίῳ· ἀποχωρειζομένου [c] τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τᾶς ὄψιος, ἐν ᾧ ἄρξατο παραφαίνεσθαι τοῦ ἁλίου μικροῦ ἐφ' ἑκάτερα τοῦ

κυλίνδρου, κατεστάθη ὁ κύλινδρος· εἰ μὲν ὁμοίως συνέβαινεν τὰν ὄψιν ἀφ' ἑνὸς σαμείου βλέπειν εὐθεῖαν [a] ἀχθεῖσαν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἐπιψαύουσαν [b] τοῦ κυλίνδρου, ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν, ἐλάσσονι [c] τᾶς γωνίας ἐς ἂν ὁ ἥλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν, ἐχούσας ποτὶ τᾷ ὄψει, διὰ τὸ περιβλέπεσθαί τι τοῦ ἁλίου ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρου. ἐπεὶ δ' αἱ ὄψιες οὐκ ἀφανῆ σημεῖον βλέποντι, ἀλλὰ ἀπό τινος μεγέθεος, ἐλάφθη τι μέγεθος στρογγύλον οὐκ ἔλαττον ἢ ὄψις, καὶ τεθέντος τοῦ μεγέθεος ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἄχθη [d] ἁ εὐθεῖα ἐπιψαύουσα τοῦ τε μεγέθεος καὶ τοῦ κυλίνδρου· ἁ οὖν περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάττων ἧς τᾶς γωνίας ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἐχούσας ποτὶ τᾷ ὄψει [e]. τὸ δὲ μέγεθος τὸ οὐκ ἔλαττον τᾶς ὄψιος τόνδε τὸν τρόπον

cylindri, sistatur cylindrus. Sic enim accidit vt oculus ab vno puncto intueatur sub rectis ductis ab extremo regulæ in loco vbi constitit visus, tangentibus cylindrum, & quidem angnlo comprehenso sub istis ductis, minori eo angulo cui sol accommodatur, habenti verticem in oculo: propterea quod apparet aliquid solis vndiquaque cylindri. Porro quoniam visus non respicit ab vno puncto, sed ab aliqua quantitate, sumatur aliqua magnitudo teres, non minor visu, & hoc rotundo corpore collocato in extremitate regulæ vbi oculus sistitur, recta agatur tangens & hoc teres corpus & item cylindrum: etenim qui comprehenditur angulus sub lineis ductis, minor est angulo in quo sol accommodatur, habente apicem in visu. Magnitudo autem non minor visu

a Crederem locum hunc corruptum, & esse legendum ὑπὸ τᾶν ἐνθεισᾶν ἀχθεισᾶν, quo sensu interpretor. b Similiter legerem ἐπιψαυουσᾶν. c Corruptè habet codex vulgatus ἐλάσσονα τᾶς γωνίας αἷς ἂν ὁ ἥλιος. d Liber Germanus habet ἀχθεῖσα ἰσθεῖα manifesto errore. Demum hic singulis pene lineis codex ille depravatur. Illum hinc examina purga. e 5.

εὑρίσκε(ται)· δύο κυλίνδρια λαμβάνε(ται) λεπτὰ, ἰσοπαχέα ἀλλάλοις, τὸ μὲν λευκὸν, τὸ δὲ οὐκ· καὶ προτίθενται τᾶς ὄψιας τὸ μὲν λευκὸν ἀφεστακὸς ἀπ' αὐ-

hoc pacto reperietur. Capiantur duo cylindruli leues, æquè crassi inter se, alter quidem albus, alter vero non: præponantur deinde visui, longiùs

quidem à visu albus, qui vero non albus est, prope oculos, ita vt faciem attingat. Si quidem ergo assumpti cylindruli fuerint visu multo tenuiores, intercipitur à visu propior cylindrulus, ita vt appareat albus totus esse, figura multo exiliori. Si vero non multùm quædam duntaxat albi partes conspiciuntur, vndiquaque eius qui prope oculum est. Sumptis itaque cylindrulis eiusmodi vt alter sua crassitie alterum adumbret, & non ampliori loco talis quidem magnitudo qualis est crassities cylindrulorum hoc efficientium maxime est non minor visu. Verum angulus non minor angulo cui sol accommodatur, verticem habens in oculo, sic sumitur. Remoto secus regulam cylindro, ab oculo ita vt applaudat seu cõculcet cylindrus totum solem, & recta linea à regulæ extremo in quo est visus, educta stet tangens cylindrum: comprehensus angulus à ductis lineis non minor fit angulo in quo sol accommodatur, verticem habens in oculo. Porro his angulis sic assumptis, dimensoque angulo recto, fiebat qui in signo erat, seu maior angulus, minor quam vnius partis earum 164. in quas rectus fuerat diuisus: minor vero, maior inueniebatur quam vna 200. partium, in quas rectus fuerat dissectus. Manifestum itaque est quod angulus cui sol accommodatur, verticem habens in oculo

a Hic locus non videtur bene sanus, sed sanior est manuscriptus, qui habet, λεῖον εἰ καὶ παραπολύ, Tum vbique legitur εἰ δέκα μὴ παραπολύ, sed libentius reciperem εἰ δὲ μὴ παραπολύ.

b Vulgo legitur ἐπισκοπεῖν quod occultare est, sed manuscripti habent ἐπικροτεῖν quod est applaudere & veluti libero. Ita enim radios visus cylindro primo tangentes basim, in solem ferri conuenit, vt ipsum tãgant solum, nõ exuperent, sed veluti lambant leniterque attrectent.

τᾶς· τὸ δὲ οὐ λευκὸν ὅς ἐστιν ἐγγυτάτω τᾶς ὄψιος, ὥστε καὶ ἐπιψαύειν τοῦ προσώπου. εἰ μὲν οὖν τὰ λαφθέντα κυλίνδρια λεπτότατα ἔωντι τᾶς ὄψιος, περιλαμβάνεται ὑπὸ τᾶς ὄψιος τὸ ἐγγὺς κυλίνδριον, καὶ ὁρῆται ὑπ' αὐτῆς τὸ λευκὸν εἰκόνα a παραπολὺ λεπτοτέραν ἔοντι παν. εἰ δέκα μὴ παραπολυμέρεα τινὰ τοῦ λευκοῦ ὁρῶνται ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐγγὺς τᾶς ὄψιος· λαφθέντων δὲ τῶν δὲ τῶν κυλίνδρων, ἔπειτα δὲ ὧν πως τῷ πάχει ἐπισκοτεῖ τὸ ἕτερον αὐτῶν τῷ ἑτέρῳ, καὶ οὐ πλείονι τόπῳ· τὸ δὴ τηλικοῦτον μέγεθος ἁλίκον ἐστὶ τὸ πάχος τῶν κυλίνδρων τῶν τοῦτο ποιούντων, μάλιστά πως ἐστὶν οὐκ ἔλαττον τᾶς ὄψιος· ἁ δὲ γωνία οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, οὕτως ἐλάφθη. ἀποσταθέντος ἀπὸ τοῦ κανονίου τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τᾶς ὄψιος, οὕτως ὡς ἐπικροτεῖν b τὸν κύλινδρον ὅλῳ τῷ ἁλίῳ, καὶ ἀχθείσαν εὐθεῖαν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἐπιψαύουσα τοῦ κυλίνδρου, ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν οὐκ ἐλάττων γίνεται τᾶς γωνίας ἐς ἂν ὁ ἥλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· ταῖς δὲ γωνίαις ταῖς οὕτω λαφθείσαις, καταμετρηθείσας ὀρθᾶς γωνίας, ἐγένετο ἁ ἐν σιγῳ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ. ἐλάττων ἢ ἓν μέρος τούτων· ἁ δὲ ἐλάττων διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ. μείζων ἢ ἓν μέρος τούτων· Δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ γωνία ἐς ἂν ὁ ἥλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν

ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, ἐλάττων μέν ἐστιν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ. τούτων ἓν μέρος· μείζων δὲ ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ς. τούτων ἓν μέρος. πεπιστευμένων δὲ τούτων, δι' ὧν καὶ ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τᾶς ἐν τῷ κόσμῳ· νοείσθω γὰρ ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον διά τε τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς καὶ διὰ τᾶς ὄψιος, μικρὸν ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ἔοντος τοῦ ἁλίου· τεμνέτω δὲ τὸ ἐκβεβληθὲν ἐπίπεδον τὸν μὲν κόσμον κατὰ τὸν α. β. γ. κύκλον· τὰν δὲ γᾶν κατὰ τὸν δ. ε. ζ. τὸν δὲ ἅλιον κατὰ τὸν ς. η. κύκλον· κέντρον δὲ ἔστω τᾶς μὲν γᾶς τὸ θ. τοῦ δὲ ἁλίου τὸ κ. ὄψις δὲ ἔστω τὸ δ. καὶ ἄχθωσαν εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι τοῦ ς. η. κύκλου, ἀπὸ μὲν τοῦ δ. αἱ δ. λ, δ. ξ. ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ ν. καὶ τὸ τ. ἀπὸ δὲ τοῦ θ. αἱ θ. μ. θ. ο. ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ χ. καὶ τὸ ρ. τὸν δὲ α. β. γ. κύκλον τεμνόντων κατὰ τὸ α. καὶ τὸ β. ἔστι δὴ μείζων ἁ θ. κ. τᾶς δ. κ. ἐπεὶ ὑπόκειται ὁ ἅλιος ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα εἶμεν· ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν δ. λ, δ. ξ. μείζων ἐστὶ τᾶς γωνίας περιεχομένας ὑπὸ τῶν θ. μ, θ. ο. * ἁ δὲ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τῶν δ. λ, δ. ξ. μείζων μέν ἐστιν ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς· ἐλάττων δὲ ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρ. ξ. δ. τούτων ἓν μέρος· αὐτὴ [b] γὰρ ἡ γωνία ἐστὶν ἴσον τᾷ γωνίᾳ ἐς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· ὥστε ἁ γω-

minor est quàm vna pars earum 164. in quas rectus distribueretur: maior vero quã vna pars ex 200. in quas rectus diuideretur. His vero persuasis, per quæ etiam diameter Solis existit maior latere figuræ mille angulorum, descriptæ in maximo circulo qui sit in mundo: intelligatur planum eductum per centrum terræ, & per visum, statim ac sol fuerit supra Horizontem. Et quidem traductum[a] planum secet mundum secundum circulum A. B. G. Terram verò secundum D. E. Z. Solem autem iuxta S. H. circulum. Centrum quidem terræ sit th. solis vero C. oculus sit D. Et ducantur rectæ tangentes circulum S. H. à puncto quidem D. hæ D. L. & D. X. contingentes in N. & T. Sed à puncto th. hæ th. M. & th. O. contingentes in K. & R. & secantes circulum A. B. G. in punctis A. & B. Est quippe maior th. C. quàm D. C. cum supponatur sol esse supra horizontem. Ita vt angulus cõprehensus sub D. L, D. X. maior sit angulo comprehenso sub th. M, th. O. Qui vero comprehenditur sub D. L, D. X. maior quidem est quàm ducentesima pars recti, sed minor parte eiusdem recti centesima sexagesima quarta. Iste enim angulus est æqualis angulo cui sol accommodatur, verticem habenti in oculo.

* 7.

* 8.

[a] Hic crediderim legendum ἢ διὰ τῶ ἀλίω cum enim mox agatur de eis quæ expositum planum secat, de sole fit quidem mentio, de visu verò non.

[b] Vulgo legitur ἢ, μέρος ἴσον, γωνίᾳ ἐστι

τᾷ γωνίᾳ ἆς ἂν ὁ ἅλιος, &c. vbi asteriscus errorem notat, quem vt vidi, restitui.

Angulus proinde comprehensus sub th. M, th. O. minor
9. est vna parte recti diuisi in centum sexaginta quatuor. Recta vero linea A. B. minor est subtendente portionem circumferentiæ circuli A. B. G. diuisæ in 656. partes periferiæ

νία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν θ.μ, θ.ο. ἐλάττων ἐστὶν ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρξδ. τούτων ἑνὶ μέρει. ἁ δὲ α.β. εὐθεῖα ἐλάττων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα διαιρεθείσας τᾶς τοῦ α.β.γ. κύκλου περιφερείας ἐς χνϛ.

ἁ δὲ

ἁ δὲ τοῦ εἰρημένου πολυγώνου περίμετρος ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α. β. γ. κύκλου, ἐλάττονα λόγον ἔχει ἢ τὰ μδ. ποτὶ τὰ ζ. διὰ τὸ παντὸς πολυγώνου ἐγγεγραμμένου ἐν κύκλῳ τὰν περίμετρον ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάττονα λόγον ἔχειν ἢ τὰ μδ. ποτὶ τὰ ζ. ἐπίστασαι γὰρ δεδειγμένον [a] ὑφ' ἁμῶν, ὅτι παντὸς κύκλου ἁ περιφέρεια μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασίων τᾶς διαμέτρου ἐλάσσονι ἢ ἑβδόμῳ μέρει, [b] μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις. ἐλάττονα * οὖν λόγον ἔχει ἁ β. α. ποτὶ τὰν θ. κ. ἢ τὰ ια. ποτὶ τὰ α ρ μ η. * ὥστε ἐλάττων ἐστὶν ἁ β. α. τᾶς θ. κ. ἢ ἑκατοστὸν μέρος· τᾷ δὲ β. α. ἴσα ἐστὶν ἁ διάμετρος τοῦ σ η. κύκλου· * διότι καὶ ἁ ἡμίσεια αὐτᾶς ἁ φ. α. ἴσα ἐστὶ τᾷ κ. ρ. ἴσαι γὰρ ἐοῦσαι τᾶν θ. κ. τᾷ θ. α. ἀπὸ τῶν περάτων α. κ. κάθετοι ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰν αὐτὰν γωνίαν· δῆλον οὖν ὅτι ἁ διάμετρος τοῦ σ η. κύκλου ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς θ. κ. καὶ ἁ ε. θ. υ. διάμετρος ἐλάττων ἐστὶ τᾶς διαμέτρου τοῦ σ η. κύκλου ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ δ. ε. ζ. κύκλος τοῦ σ. η. κύκλου. ἐλάττονες ἄρα ἐντὶ ἀμφότεραι αἱ θ. υ, κ. σ. ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς θ. κ. * ὥστε ἁ θ. κ. ποτὶ τὰν υ. σ. ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ ρ ποτὶ τὰ ϟθ. καὶ ἐπεὶ ἁ μὲν θ. ρ. ἐλάττων ἐστὶ [d] τᾶς θ. κ. * ἁ δὲ σ. υ. ἐλάττων τᾶς δ. τ. * ἐλάττω ἄρα, καὶ λόγον ἔχει ἁ θ. ρ. ποτὶ τὰν δ. ϑ. ἢ τὰ ρ ποτὶ τὰ ϟϑ. ἐπὶ τῶν ϑ. κ. ρ. δ. κ. θ. τριγώνων ὀρθογωνίων ἐόντων, αἱ μὲν κ. ρ, κ. ϑ. πλευραὶ ἴσαι ἐντί. * αἱ δὲ ϑ. ρ, δ. τ. ἄνισοι. * καὶ μείζων ἁ ϑ. δ. κ. γωνία, περιεχομένα ὑπὸ τῶν δ. θ,

vero huius polygoni ad radium * 10.
circuli A. B. G. minoré rationé
habet quam 44. ad 7. quia cu-
iuscumque polygoni inscripti
circulo diamerer ad radium, mi- * 11.
norem rationem habet quã 44.
ad 7. Nosti enim à nobis fuisse
demonstratum, omnem circuli
circumferentiã maioré esse quã
triplam diametri, parte minori
quidem septima, maiore vero
decé septuagesimis primis. Mi-
norem ergo rationé habet linea
A.B. ad th. C. quam 11. ad 1148.
Ita vt minor sit A.B. quam lineæ
rh. C. centesima pars. Lineæ au-
tem B.A. æqualis est diametrus
circuli S.H. Quoniam dimidia * 12.
ipsius, F.A. æqualis est radio C. * 13.
R. Æqua enim existente th. C. * 14.
lineæ th. A. à punctis A. & C.
iunctæ perpendiculares ad eun-
dé angulum (sunt æquales) Ma-
nifestum ergo est quod diame-
ter circuli S. H. minor est cente-
sima parte lineæ rh. C. Est auté
diameter E. th. I. minor diame-
tro circuli S.H. Quia minor est
circulus D.E.Z. circulo S.H. Mi-
nores ergo sunt ambæ th. I. & S.
C. centesima parte lineæ th. C.
ita vt th. C. minoré habeat ratio-
nem ad I.S. quam 100. ad 99. At- * 15.
que cum rh. R. minor sit d quam
th. C. Tum I.S. minor quã D.T. * 16.
minorem proinde rationé ha-
bet th. R. ad D. T. quã 100. ad
99. Cum vero trianguli rh. C. R. * 17.
& D.C.T. sint rectang. lateraq; * 18.
c. R, C. T. æqualia, alia vero th.
R, D.T. inæqualia. Et maior an-
gulus T.D.C. cóprehésus sub D.T, * 19.

a prop. 3 lib. περὶ τῆς μετρήσεως τοῦ κύκλου.

b Locus hic in vulgatis deficit, quẽ restituimus ex 3 l. περὶ μετρήσεως τοῦ κύκλου τῦ ex coniectura sensus.

e Vulgata lectio habet ἁ ε. θ. υ γωνία sed grauissimo errore. Etenim pro γωνία legẽdum διάμετρος.

d per 19 l. 1.

D.C. ad angulũ cõprehẽsum sub th. R. & th. C. maiorẽ habet rationẽ quã th. C. ad D.C. minorẽ
* 20. vero quã th. R. ad D.T. Si enim
a Suspicor legendũ esse εἴκα γὰρ, vel hic esse τριῶν.
duorum triang. rectang. altera quidẽ latera quæ circa angulum rectum sunt æqualia fuerint, altera inæqualia: maior quidẽ angulus eorũ qui inæqualibus lateribus adhærẽt, ad minorẽ: maiorẽ quidẽ habent rationẽ, quã maior linea quæ subtenditur recto angulo, ad minorẽ: sed minorẽ quã maior linea quæ circa rectum angulũ est, ad minorẽ: ita vt angulus cõprehensus sub
* 21. D.L, D.X. ad angulum cõtentũ sub th.O, th.M. minorẽ rationẽ habet quam th.R. ad D.T. quæ scilicet minor ratio est quã 100. ad 99. Inde fit vt angulus cõprehensus sub D.L, D.X. angulum cõprehensum sub illis th.M, th. O. minorẽ rationẽ habeat quã 100. ad 99. Et quoniã est angulus cõtentus sub D.L, D.X. maior ducentesima recti parte, erit & angulus cõprehensus sub th.M,
* 22. th.O. maior quã partes 99. earũ viginti milliũ in quas rectus secaretur. Ita vt maior fuerit quã vna portio recti dissecti in 203.
* 23. partes. Igitur B.A. maior est subtendẽte portionẽ circumferentiæ circuli A.B.G. distributæ in 812. Est vero lineæ A.B. æqualis solis diameter. Manifestum ergo est solis diametrũ maiorẽ
* 24. esse latere figuræ mille angulorum. His suppositis, hæc quoq; demõstratur: Diametrum nempe mundi minorem esse decies millecuplum diametri terræ.

δ.κ. ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τῶν θ.ρ, θ.κ. μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ θ.κ. ποτὶ τὰν δ.κ. ἐλάττω δὲ ἢ ἁ θ.ρ. ποτὶ τὰν δ.τ. * εἰ γὰρ καὶ δυῶν τριγώνων ὀρθογωνίων αἱ μὲν ἅτεραι πλευραὶ αἱ περὶ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ἴσαι ἔωντι, αἱ δὲ ἅτεραι ἄνισοι, ἁ μείζων γωνία τᾶν ποτὶ ταῖς ἀνίσοις πλευραῖς ποτὶ τὰν ἐλάττονα, μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ μείζων γραμμὰ ἁ τὰν ὑπὸ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ὑποτείνουσα ποτὶ τὰν ἐλάττονα, ἐλάττονα δὲ ἢ ἁ μείζων γραμμὰ τᾶν περὶ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ποτὶ τὰν ἐλάσσονα. * ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν δ.λ, δ.ξ. ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τῶν θ.ο, θ.μ. ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ ἁ θ.ρ. ποτὶ τὰν δ.τ. ἅπερ ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ̄ ποτὶ τὰ ϛθ. ὥστε καὶ ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν δ.λ, δ.ξ. ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τῶν θ.μ, θ.ο. ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ̄ ποτὶ τὰ ϛθ. καὶ ἐπεί ἐστιν ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν δ.λ, δ.ξ. μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς *. εἴκα ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν θ.μ, θ.ο. μείζων ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας ἐς δὶς μύρια, τούτων ϛθ. μέρος· * ὥστε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ. καὶ γ. τούτων ἓν μέρος· ἄρα ἁ βα. μείζων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα διῃρημένας τᾶς τοῦ α.β.γ. κύκλου περιφερείας ἐς ωιβ. * τᾷ δὲ α.β. ἴσα ἐστὶν ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος· δῆλον οὖν ὅτι μείζων ἐστὶ ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς· τούτων δὲ ὑποκειμένων δείκνυται τάδε· οἷον, ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου τῆς διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριαπλασίων

καὶ ἔτι ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ. ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μὴ μείζονα εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα τῆς διαμέτρου τᾶς σελήνας· τὰν δὲ διάμετρον τᾶς γᾶς μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας· δῆλον ὡς ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. πάλιν δὲ ἐπεὶ ἐδείχθη ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγεγραμμένου τὸν ἐν τῷ κόσμῳ, φανερὸν ὅτι ἁ τοῦ χιλιαγώνου περίμετρος τοῦ εἰρημένου ἐλάττων ἐστὶν ἢ χιλιοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ ἁλίου· ἁ δὲ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς· ὥστε ἁ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. ἐπεὶ οὖν ἁ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου τᾶς μὲν διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων, τᾶς δὲ διαμέτρου τοῦ κόσμου μείζων ἢ τριπλασίων· δέδεικται γὰρ τοι διότι παντὸς κύκλου ἁ διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρίτον μέρος παντὸς πολυγωνίου περιμέτρου ὃ καὶ εἰς ὁ εθ. πλευρὰς ἐὸν καὶ πολυγώνου· ὅτι τοῦ ἑξαγώνου ἐγγεγραμμένου μὲν τοῦ κύκλου εἴη· καὶ ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων, ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς· ἁ μὲν οὖν διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς [b] ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ. ἐκ τούτου δῆλον· ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν περίμετρον τᾶς γᾶς μὴ μείζονα εἶμεν ἢ τριακοσίας μυριάδας σταδίων εἶμεν· ἁ δὲ περίμετρος τᾶς γᾶς μείζων ἐστὶν ἢ τριπλα-

Et adhuc diametrũ mũdi minorẽ esse quã stadiorũ decies millies millenorũ milliũ. Cũ enim ponatur diametrũ solis nõ esse maiorẽ quã trigecuplũ diametri lunę, diametrum verò terræ maiorẽ esse diametro lunæ: manifestum est diametrũ solis minorẽ esse quã trigecuplum diametri terræ. Rursus vero cũ sit ostẽsus diameter solis maior esse latere figuræ mille angulorũ inscriptæ circulo qui sit in mũdo maximo: patet ambitum dictæ figuræ mille laterũ, minorẽ esse quã millecuplum diametri solis. Diameter vero solis minor est quã trigecuplus diametri terræ. Proinde ambitus dictę figuræ mille angulorum minor est quam ter decies millecuplus diametri terræ. Cum itaq; ambitus figuræ mille laterũ sit minor quam trigesies millecuplus diametri terræ, diametri vero mũdi maior quã triplus: Siquidẽ demonstratum est, [a] quod omnis circuli diameter minor est tertia parte cuiuscumq; polygoni in eo inscripti, quod pluribus quã sex lateribus cõtineatur. Quia id tãtũ est Hexagoni in circulo inscripti. Sequitur inde diametrũ mundi minorẽ esse quã decies millecuplum diametri terræ.. Cum igitur diameter mũdi minor sit quã decies millecuplus diametri terræ, nempè quã decies millies millenorum milliũ stadiorũ. Id ex hoc patet. Quoniã itaq; supponitur ambitũ terræ nõ maiorẽ esse quã trecẽties decies milliũ stadiorum: ambit⁹ vero terrę maior est tri-

* 25.

* 26.

* 27.

a Hoc demonstrauimus in commentariis.

b Hic aperto mendo in vulgaribus legitur τοῦ κόσμου pro quo mutandum τᾶς γᾶς.

plo diametri, quia cuiuslibet circuli circumferētia maior est quam tripla diametri, patet diametrum terræ minorem esse quam stadiorum centies decies millium. Itaque cū mundi diameter minor sit quam decies millecuplus diametri terræ: manifestum quod ipsa mundi diameter minor est quam stadiorum decies millies millenorum millium. Porro de magnitudinibus & distantijs ista suppono. De arena vero hæc. Si aliqua magnitudo conflatur ex arena non maior papauere, numerū ipsius non maiorem esse quàm decem millium: Et diametrum papaueris non minorem esse, quàm quadragesimam partem digiti. Hoc autem statuo quod hoc modo sum contemplatus. Super plana regula papaueres dispositi sunt in rectam lineā sese tangentes, occuparuntq; viginti quinque papaueres locū ampliorem longitudine digiti. Verū minorē ponens diametrū papaueris, cā suppono quadragesimā tātū esse digiti partē, nec minorē: volēs ita absq; vlla ambiguitate demōstrare propositū. Quæ igitur suppsui sūt hęc. Nunc vtile esse puto numerorū denominationē recēsere, ne errēt qui nō inciderūt in alios numeros qui habentur libro [c] ad zeuxippū scripto, cū de ipsis in hoc etiā volumine nihil dictum fuisset. Accidit autē numerorū nomina vsque ad myriadas esse data nobis, & supra myriadas quidē sufficiēter nouim⁹, numerū myriadū exprimentes ipsum

a per 3. l. de dimens. circuli.

b Nam 1000 000 stadia quibus minor est diameter terræ ducta in 1000. quoties scilicet diameter mundi fere cōtinet diametrum terræ, producentur 10 000 000 000. stadia quibus minor erit mundana diameter.

c Periją iste liber cum aliis melius Authoris.

σια τᾶς διαμέτρου, διὰ τὸ παντὸς κύκλου τὰν περιφέρειαν μείζονα εἶμεν [a] ἢ τριπλασίονα τᾶς διαμέτρου, δῆλον ὡς ἁ διάμετρος τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων ρ. μυριάδων. Ἐπεὶ οὖν ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, δῆλον [b] ὡς ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ. περὶ μεγεθέων καὶ τῶν ἀποστημάτων ταῦτα ὑποτίθεμαι· περὶ δὲ τοῦ ψάμμου τάδε· εἴκα ἦ τι συγκείμενον μέγεθος ἐκ τοῦ ψάμμου μὴ μεῖζον μάκωνος, τὸν ἀριθμὸν αὐτοῦ μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων, καὶ τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάττονα εἶμεν ἢ τετρακοστομόριον δακτύλου· ὑποτίθεμαι δὲ τοῦτο ἐπισκεψάμενος τὸν δὲ τὸν τρόπον· Ἐτέθεντο ἐπὶ κανόνα λεῖον μάκωνες ἐπ' εὐθείας ἐπὶ μίαν κείμεναι, ἁπτόμεναι ἀλλάλων· καὶ ἀνέλαβον αἱ κε. μάκωνες πλέονα τόπον δακτυλιαίου μάκεος· ἐλάττονα τιθεὶς τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος, ὑποτίθεμαι ὡς τετρακοστομόριον εἶμεν δακτύλου, καὶ μὴ ἐλάττονα· βουλόμενος, καὶ διὰ τούτων ἀναμφιλογώτατον δείκνυσθαι τὸ προκείμενον· ἃ μὲν οὖν ὑποτίθεμαι, ταῦτα. χρήσιμον δὲ εἶμεν ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥηθῆμεν, ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ περιβιατ * ἐς τὸ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ, μὴ πλανῶνται· διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ προειρημένον. Συμβαίνει δὴ τὰ ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν ἐς τὰ μὲν τῶν μυρίων ὑπάρχειν ἁμῖν παραδεδομένα· καὶ ὑπὲρ τῶν μυρίων μὲν ἀποχρεόντως ἐγιγνώσκομεν μυριάδων ἀριθμὸν λέγοντες ἐς

τοὺς ποτὶ τὰς μυριάδας· ἔστω οὖν ἁμῖν οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ ἐς τὰν μυρίαν μυριάδων πρῶτοι καλούμενοι· τῶν δὲ πρώτων ἀριθμῶν αἱ μυρίαι μυριάδες μονὰς καλείσθω δευτέρων καὶ ἀριθμῶν τῶν δευτέρων μονάδες· καὶ αἱ ἀπὸ τῶν μονάδων δεκάδες, καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἔσται μυρίων μυριάδων. πάλιν δὲ καὶ αἱ μυρίαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν μονὰς καλείσθω τῶν τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἀριθμείσθω τῶν τρίτων ἀριθμῶν μονάδες· καὶ αἱ ἀπὸ τῶν μονάδων δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἔσται μυρίαι μυριάδων· τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ τῶν τρίτων ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες μονὰς καλείσθω τετάρτων ἀριθμῶν, καὶ αἱ τῶν τετάρτων ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες μονὰς καλείσθω πέμπτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ οὕτω προάγοντες οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἔχοντες * ἔσται μυριάκις μυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες· ἀποχρέοντι μὲν οὖν καὶ ἀπὸ τοσούτων οἱ ἀριθμοὶ γιγνωσκόμενοι· ἔξεστι δὲ καὶ ἐπιπλέον προάγειν· ἔστων γὰρ οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ πρώτης περιόδου καλούμενοι· ὁ δὲ ἔσχατος ἀριθμὸς τᾶς πρώτας περιόδου μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν· d πάλιν δὲ καὶ αἱ μυρίαι μυριάδες τᾶς δευτέρας περιόδου δευτέρων ἀριθμῶν· ὁμοίως δὲ καὶ τούτων ὁ ἔσχατος μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ οὕτως οἱ ἀριθμοὶ προάγοντες τὰ ὀνόματα ἔχοντες τᾶς δευτέρας περιόδου ἔσται μυριάκις μυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες· πάλιν δὲ καὶ ὁ ἔσχατος καὶ τᾶς δευτέρας περιόδου

semper ad myriadas referentes, a verùm numeri qui ad myriadem myriadum b vsque protédunrur, dicátur nobis primi. Et horũ quidẽ primorũ numerorũ myrias myriadũ vocetur vnitas c secundorũ, & secũdorum numerorũ vnitates, & ab vnitatibus decẽ & cẽteni & milleni & decies milleni sint centũ millenorũ milliũ. Rursus myrias myriadũ secundorũ numerorũ vocetur vnitas tertiorũ numerorũ Et numerẽtur tertiorũ numerorũ vnitates, & ab vnitatibus denarij & cẽtenarij & millenarij & decupli millenarij sint cẽtũ millena millia. Atq; hoc modo tertiorũ numerorũ myrias myriadũ vnitas appelletur quartorũ numerorũ. Et quartorũ numerorũ myrias myriadũ vnitas nũcupetur quintorũ numerorũ. Et sẽper sic procedentes erunt numeri nomina habẽtes cẽtũ millena millia per centum millena * 28. millia multiplicata. Ex his igi- * 29. tur cogniti numeri sat quidem sunt: quamuis liceat vlteriùs etiam progredi. Hi siquidẽ nunc recensiti numeri vocantur primæ periodi. Extremus vero numerus primæ periodi, vnitas vocetur secũdæ periodi primorum numerorum. Rursus & cẽtum millena millia secundę periodi secũdorũ numerorũ: similiter & horum extremus vnitas vocetur secũdę periodi tertiorũ numerorũ. Et sẽper sic numeri progrediẽtes nomina habentes secũdæ periodi sunt decies millies decẽ milliũ numerorum in centũ millena millia ductorũ. Rursũ & vltimus secũdę periodi

a Hoc est, repetentes nomen myriadum inconcinna quadam repetitione vt vulgaris græcorum ritus fit.

b 100 000 000.

c Extremus primorum est 1000 000, 000. nempe μυρίαι μυριάδες. & hic extremus est vnitas secundorum numerorum seu vt postea dicturus est secunda periodi.

d Notandũ hic primos numeros vocari primam singularum periodorum decadem.

vnitas vocetur tertiæ periodi primorum numerorum. Et semper sic procedenrium sunt decies millies decem millia periodi, aucta per decies millies decem millia numerorum adhuc ductorum per decies millies decem millia. His vero sic denominatis, si fuerint numeri ab vnitate proportionaliter deinceps positi: qui autem post vnitatem denarius, & ipsi fuerint octo illis cum vnitate eorum erunt qui primi numeri vocantur. Alij vero post ipsos octo, secundi vocanrur. Et item reliqui hoc modo ipsis synonymi erunt, distantia octadis numerorum à prima octade numerorum. Octauus igitur numerus primæ octadis numerorum est millies decem millia. Primus vero secundæ octadis, quoniam decuplus est præcedentis, erit centum millena millia: hic vero est vnitas secundorum numerotum. Octauus vero secundæ octadis erit millies decem millia secundorum numerorum. Rursus & terriæ octadis primus, quoniam decuplus est præcedentis, erit centies millena millia secundorum numetorum. Idemque est vnitas tertiorum numerotum. Manifestum est igitur plurimas esse posse octades, vti dictũ est. Cæterum vtile est & hoc nouisse. Quod si numeri ab vnitare proporrionales fuerint, & aliqui sese mutuò multiplicauerinr eorum qui huius proportionalitatis sunr: quisq; à suo multiplicante secũdum proporrionalitatem tanto

a Notandũ hic primos numeros vocari primã singularum periodorum decadem.

b Nempe numerus hic 1000000000 000000000 000 vltimus tertiæ periodi, & vnitas quarta.

c Nempe 10 000 000 sed intellige hic octauum vocari primam vnitatem octaua decadis: ita vt hic deinceps per numeros sint gradus progressionis intelligẽdi, non vltimus numeri qui sunt eorum primorum octaua decadis decupli, vt fiãt sequentis octadis vnitates.

d Scilicet 10 0 0 00000. idem intellige de sequẽtibus octadibus.

* 30.

μονὰς καλείσθω τρίτας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν· a καὶ ἀεὶ οὕτως προαγόντων ἔσται μυριάκις μυριοστᾶς περιόδου μυριάκις μυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες. b τούτων δὲ οὕτω καλωνομασμένων, εἴκα ἐῶντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἑξῆς κείμενοι, ὁ δὲ παρὰ τὰν μονάδα δεκάς, οἱ ὀκτὼ εἶεν αὐτῶν (η) πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων ἀριθμῶν καλουμένων ἐσσοῦνται· (η) δὲ μετ' αὐτοὺς ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων καλούμενοι, καὶ (η) ἄλλοι (η) αὖ (η) τρόπον τούτοις τῶν συνωνύμων καλουμένων ἐσσοῦνται, ἀπόστασιν τᾶς ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν· τᾶς μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ὁ ὄγδοός ἐστιν ἀριθμὸς χίλιαι μυριάδες· c τᾶς δὲ δευτέρας ὀκτάδος ὁ πρῶτος ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ μυρίαι μυριάδες d ἐσσεῖται· οὗτος δὲ ἐστι μονὰς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· ὁ δὲ ὄγδοος τᾶς δευτέρας ὀκτάδος ἐστὶ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· πάλιν δὲ καὶ τᾶς τρίτας ὀκτάδος ὁ πρῶτος ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μυρίαι μυριάδες ἐσσεῖται τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· οὗτος δέ ἐστι μονὰς τῶν τρίτων ἀριθμῶν· Φανερὸν δέ ἐστιν ὅτι καὶ πολλαὶ ὀκτάδες ἐξοῦντι, ὡς εἴρηται· * χρήσιμον δέ ἐστι καὶ τόδε γιγνωσκόμενον, εἴκα ἀριθμῶν ἀπὸ τῆς μονάδος ἀνάλογον ἐόντων πολλαπλασιάζοντες τινὲς ἀλλάλους τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, ὅταν ὁμοίως ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπέχων ἀπὸ μὲν οὖν τῶν πολλοπλασιαξάντων ἀλλάλους, ὁ-

στους ὁ ἐλάττων τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἀπέχει. ἀπὸ δὲ τᾶς μονάδος ἀφέξει ἑνὶ ἐλάττονας, ἢ ὅσος ἐστὶν ἀριθμὸς συναμφοτέρων, ὡς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλάλους. ἔστωσαν γὰρ ἀριθμοί τινες ἀνάλογον ἀπὸ μονάδος, οἱ α. β. γ. δ. ε. ζ. η. θ. ι. κ. λ. μονὰς δὲ ἔστω ὁ α. καὶ πεπολλαπλασιάσθω ὁ δ. τῷ θ. ὁ δὲ γενόμενος ἔστω ὁ χ. λ. Εἰλήφθω δὴ ὁ θ. λ. τᾶς ἀναλογίας ὁ λ. ἀπέχων ἀπὸ τοῦ θ. τοσούτοις, ὅσοις ὁ δ. ἀπὸ μονάδος ἀπέχει, δεικτέον ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ χ. τῷ λ. Ἐπεὶ οὖν ἀναλόγων ἐόντων ἴσον ἴσοις ἀπέχει ὅ τε δ. ἀπὸ τοῦ α. καὶ ὁ λ. ἀπὸ τοῦ θ. τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὁ δ, ποτὶ τὸν α, ὃν ὁ λ, ποτὶ τὸν θ. πολλαπλασίων δέ ἐστιν ὁ δ. τοῦ α. τῷ δ. πολλαπλασίων ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ λ, * τοῦ θ. τῷ δ. ὥστε ἴσος ἐστὶν ὁ λ. τῷ χ. * Δῆλον οὖν ὅτι ὁ γενόμενος ἐκ τᾶς ἀναλογίας τέ ἐστιν καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους ἴσον ἀπέχων, ὅσοις ὁ ἐλάττων ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει. Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει ἑνὶ ἐλάττονας ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οἷς ἀπέχοντι ἀπὸ τᾶς μονάδος. οἱ δὲ μὲν γὰρ οἱ α. β. γ. δ. ε. ζ. η. θ. τοσοῦτοι ἐντί, ὅσοις ὁ θ, ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. οἱ δὲ ι. κ. λ. ἑνὶ ἐλάττονες, ἢ ὅσοις ὁ δ, ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. σὺν γὰρ τῷ θ. τοσοῦτοι ἐντί. Τούτων δὲ τῶν μὲν ὑποκειμένων, τῶν δὲ ἀποδεδειγμένων, τὸ προκείμενον δειχθήσεται. ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν διάμετρον τᾶς μάκονος μὴ ἐλάσσονα εἶμεν, ἢ τετρακοστομόριον δακτύλου· δῆλον, ὡς ἁ σφαι-

abest, quanto minor multiplicantium ab vnitate distat. Ab vnitate verò aberit vno minus, quàm quantus est numerus ex vtrisque constans, quibus sese inuicem multiplicantes ab vnitate absunt. Sint etenim aliqui numeri ab vnitate proportionales A.B.G.D.E. Z.H. T. I. C. L. sit verò vnitas A.& D. multiplicet T. factusque sit Q. Assumantur autem proportionalitatis T. L. distetque L. à T. tanto quanto D. ab vnitate: Ostendendum Q. esse æqualem ipsi L. Quoniam enim proportionales sunt, & æquedistat D. ab A. ac L. à T. eandem rationem habet * D. ad A. quàm L. ad T. Verùm D. multiplex est ipsius A. per D. multiplex igitur est L. ipsius T. per D. Ita vt æquales sit L. ipsi Q. Manifestum igitur est quod aliquis factus ex proportionalitate à maiori multiplicantium sese inuicem, æquè dissitus est, ac minor ab vnitate dissidet. Patet item quod ab vnitate distat vno minus, quàm quantus est numerus ex vtrisque conflatus, quibus multiplicantes ab vnitate absunt. Quot enim sunt hi A. B. G. D. E. Z. I. T. tot distat T. ab A. vnitate. Isti verò I. C. L. vno minus sunt, quàm quibus D. ab vnitate differt. Etenim cum T. tot sunt. His autem suppositis, illis quoque demonstratis propositum ostendetur. Cùm enim supponatur diametrum papaueris, non minorem esse quadragesima digiti parte: Manifestum, quòd sphæra quæ

a per 14 l. 7

* 31.

* 32.

digitalem habuerit diametrum, non maior est quàm vt contineat plures quam sexaginta quatuor papauerum millia. Sphæræ quippè habentis diametrum quadragesimam partem digiti, multiplex est secundum numerum ductum. De-
* 33. monstratur etenim quòd sphæ-
a prop. 18. l.12. ræ triplam rationem habent eius, quæ est diametrorum inter se. Postquam ergo suppositum est arenam coaceruatam in molem papaueris, non maiorem
10000. esse numero quàm decem millium: manifestum, quòd si arena implearur sphæra digitalem habens diametrum, non maior erit arenæ numerus quàm sex-
* 34. centorum quadraginta mille-
640 000 000. norum millium. Est verò huiusmodi numerus, vnitates (vi-
* 35. delicet 6.) & numerus secundorum numerorum; tum pri-
b Ex sensu legendum est μυριάδες. morum quadraginta millena millia. Minor ergo est quàm decem vnitates secundorum numerorum. Quæ verò centum digitorum diamerrum ha-
* 36. bet sphæra, mulriplex est eius quæ habet digitalem diame-
1./1000000. trum semel mille millies: quia rationem habet rriplicatam diametrorum inter se sphæræ. Si igitur fiat ex arena sphæra tanta magnitudine, quanta est
* 37 sphæra habens diamerrum di- gitorum centum, patet mino-
* 38. rem fore arenæ numerum,
c nempè 1000 000 0000000 000. quàm sit c numerus productus ex multiplicatis decem vnitatibus secundorum numerorum, per semel millena millia. Cùm itaque secundorum numerorum decem vnitates decimum constituant numerum ab vni-

ρα δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, οὐ μείζων ἐστὶν ἢ ὥστε χωρεῖν μάκωνας ἑξάκις μυρίας, καὶ τετράκις χιλίας· τᾶς γὰρ σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον τετρακοστομόριον δακτύλου πολλαπλασία ἐστὶν τῷ εἰρημένῳ ἀριθμῷ. δέδεικται γάρ τοι ὅτι αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι* ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων. Ἐπεὶ δὲ ὑπόκειται καὶ τὸν ψάμμου τὸν ἀριθμὸν, εἰς τὸ τᾶς μάκωνος μέγεθος, μὴ μεῖζον εἶμεν μυρίων· δῆλον ὡς εἰ πληρωθείη ψάμμου ἁ σφαῖρα ἁ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, οὐ μεῖζον κα εἴη ὁ ἀριθμὸς τοῦ ψάμμου, ἢ* μυριάκις τὰ ἑξάκις μύρια, καὶ τετρακισχίλια· ἔστι δέ ἐστιν * ὁ ἀριθμὸς μονάδες τε, ἀριθμὸς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· καὶ τῶν πρώτων μυριάδες τετρακισχίλιαι. ἐλάσσων οὖν ἐστὶν ἢ ι. μυριάδες[b] τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. ἁ δὲ τῶν ρ. δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς δακτυλιαίαν ἐχούσας τὰν διάμετρον* ἐφ᾽ ἢ ταῖς ρ. μυριάδεσσι διὰ τὸ τριπλάσιον λόγον ἔχειν ποτ' ἀλλάλας* τὰν διάμετρον τᾶς σφαίρας. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον δακτύλων ρ.* δῆλον ὡς ἐλάττων ἐσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γινομένου* ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθείσαν τὰν δέκα μονάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, ταῖς ρ. μυριάδεσσι. ἐπεὶ δὲ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν δέκα μονάδες· δέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, ἐν τε

τῶν δεκαπλασίων ὅρων ἀνάλογον· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἑκτὸς ἐσεῖται τῶν ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, ἑκκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος. Δέδεικται γὰρ ὅτι ἑνὶ ἐλάσσονας ἀπὸ τᾶς μονάδος ἁ ὅσος ἐστὶν ἐλάττων συνάμφοτέροις οἷς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλάλους τῶν δὲ ἑκκαίδεκα, τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τῇ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τούτους, ὀκτώ, τῶν δευτέρων, καὶ ὁ ἔσχατός ἐστιν αὐτῶν χίλιαι μυριάδες δευτέρων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τε τὰν διάμετρον ρ. δακτύλων ἐχούσῃ, ἐλάττων ἐστὶν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ καὶ ἁ σφαῖρα ἁ τῶν μυρίων δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον ρ̄. δακτύλων ταῖς ρ. μυριάδεσσι· Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος ἁλίκα ἐστὶν ἁ ἔχουσα σφαῖρα τὰν διάμετρον μυρίων· δακτύλων, δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γινομένου πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλίων μυριάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν ταῖς ἑκατὸν μυριάδεσσιν. Επεὶ δ' αἱ μὲν τῶν δευτέρων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες ἑκκαιδέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος· ἀναλογίας δὲ ρ. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾷ αὐτᾷ ἀναλογίᾳ, δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσεῖται δυοκαιεικοστὸς τῶν ἐκ

tate, in proportionalitate decuplorum laterum; semel verò millena millia septimus sint ab vnitate in eadem progressione; manifestum quod factus, sextus erit huius progressionis, & sextus decimus ab vnitate. Demonstratur enim quod vno minus distat ab vnitate, quàm sit numerus ex vtrisque conflatus, quibus distant ab vnitate multiplicantes sese inuicem. Horum porrò sexdecim, octo priores cum vnitate eorum sunt qui primi appellati sunt: Qui verò post ipsos, octo, secundorum, & vltimus est decies millena millia, secundorum nempè numerorum. Ergo constat multitudinem arenæ, magnitudinis mole æqualis sphærę diametrū habenti qui sit centum digitorum, minorem esse quàm * decies millena millia secundorum numerorum. Rursus verò, & sphæra quæ decem millium digitorum habuerit diametrum, multiplex eius est quæ fuerit dimetientis centum digitorum millies, millies, semel. Si igitur fiat ex arena sphæra tanta mole, quanta est ea, quę habuerit dimetientem decem millium digitorum, patet eam fore minorem, quàm sit arenæ numerus factus ex multiplicatione decies millenorum millium secūdorum numerorum per semel millena millia. Cùm ergo secūdorum numerorum decies millena millia decimus sextus sit numerus ab vnitate; tū proportionalia semel millena millia septimus ab vnitate in eadem progressione: patet factum numerum esse vigesimum secundum

Secundi 10 000 000 | Primi 00 000000

* 10 000 000 secun.

* 39.

1. / 1 000 000.

[illegible]

eorum, qui in hac proportionalitate sunt ab vnitate. Horum verò viginti duorum, octo quidem primi cum vnitate eorum sunt qui dicuntur primi: Tum sequentes octo sunt eorum qui secundi appellantur: reliqui sunt tertiorum. Atque vltimus eorum est centum millia tertiorum numerorum. Patet igitur multitudinem arenæ in molem congestæ parem sphæræ, quæ diametrum habeat decies millium digitorum, esse minorem centum millibus tertiorum numerorum. Quoniam autem minor est sphæra habens diametrum vnius stadij, sphæra quæ habuerit diametrum decem millium digitorum: patet multitudinem arenæ cumulatæ in aceruum æqualem sphæræ dimetientis vnius stadij, minorem esse quàm centies mille tertiorum numerorum. Adhuc sphæra quæ habet diametrum centum stadiorum, multiplex est sphæræ diametri vnius stadij semel millies, millies. Si igitur fiat ex arena sphæra tanta magnitudine, quanta est habens diametrum centum stadiorum, manifestum quod minor erit arenæ numerus eo qui produceretur ex multiplicatis centum millibus tertiorum numerorũ per semel millena millia. Et quia centum hæc millia tertiorum numerorum sunt vigesimus secũdus numerus proportionalitatis ab vnitate: hęc verò semel millena millia septimus ab vnitate eiusdem proportionalitatis, erit sanè factus vigesimus octauus ab vnitate,

τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος, τῶν δὲ δύο καὶ εἴκοσι τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· ὀκτὼ δὲ οἱ μετὰ τοὺς δευτέρων καλουμένων· οἱ δὲ λοιποὶ ἐκ τῶν τρίτων καλουμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ δέκα μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ μυρίων δακτύλων ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ι. μυριάδες τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἁ σταδιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων· δῆλον ὅτι καὶ τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδιαίαν, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ι. μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν· πάλιν δὲ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον ρ σταδίων, πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδιαίαν ταῖς ἑκατὸν μυριάδεσσι. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἔχουσα τὴν διάμετρον ρ. σταδίων, δῆλον ὅτι ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεῖσαν τὰν δέκα μυριάδων τρίτων ἀριθμῶν ταῖς ρ. μυριάδεσσι. καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες δυοκαιεικοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται,

ὀκτωκαιεικοστὸς ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος· τῶν δὲ ὀκτωκαιείκοσι, τούτων ὀκτὼ μὲν εἰσὶ πρᾶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· εἰσὶ δὲ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων· καὶ εἰσὶ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν τρίτων· εἰσὶ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν τετάρτων καλουμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν· φανερὸν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων ρ̄. ἐλάσσων ἐστὶν ἢ χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν· πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον μυρίων σταδίων πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ρ̄. ταῖς ρ̄. μυριάδεσσι. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυρίων, δῆλον ὅτι ἐλάσσων ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλίων μονάδων τῶν τετάρτων ἀριθμῶν ταῖς ρ̄. μυριάδεσσιν· ἐπεὶ δὲ μὲν τῶν τετάρτων ἀριθμῶν χίλιαι μονάδες ὀκτωκαιεικοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τέταρτος καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος· τῶν δὲ τεσσάρων καὶ τριάκοντα τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρᾶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· εἰσὶ δὲ μετὰ τούτους, ὀκτὼ τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους οἱ ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων· καὶ εἰσὶ

istius progressionis. Porrò horum viginti octo, primi quidem octo cum vnitate sunt eorum qui primi dicuntur. Qui verò post ipsos alij octo, secundorum: alij rursus sequentes octo, sunt tertiorum: reliqui demum quatuor eorum sunt qui dicuntur quarti. Et extremus illorum est mille vnitates quartorũ numerorum. Manifestum itaque atenæ multitudinem in sphæram deformatæ diametri centum stadiorum, minorem esse mille vnitatibus quartorum numerorum. Præterea sphæra diametri stadiorum decem millium, multiplex est sphæræ diametri stadiorum centum, semel millies, millies. Sphæra ergo si ex arena fiat tanta mole, vt eam adæquet sphæram quę habeat diametrum decem millium stadiorum: equidem minor erit atenę multitudo eo qui nasceretur numero ex mille vnitatibus quartorum numerorum ductis in semel millena millia. Quoniam verò quartorum numerorum mille vnitates faciũt vigesimum octauum progressionis numerum ab vnitate: semel verò millena millia septimum eiusdem progressionis ab vnitate: patet quod factus numerus erit ipsius progressionis ab vnitate quartus & trigesimus. Horum verò quatuor & triginta primi octo cum vnitate primorum numerorum sunt. Qui verò post ipsos sunt octo secundorum: Tum qui sequuntur octo alij, tertiorum, & qui

quarti	tertij	secundo	pri-
1. 000	000 000	00 0 000 000 0	00 mo. 000 000.

ſunt deinceps quartorum. Reliqui duo ſunt eorum qui vocantur quinti, & vltimus quidem eorum eſt decem vnitates quintorum numerorum. Clarum itaque eſt multitudinem atenularum ea mole collectarum quæ ſphæræ æqualis ſit habenti diametrum decem millium ſtadiorum, minorem eſſe quàm decem vnitates quintorum numerotum. Adhæc ſphęra habens diametrum ſtadiorum ſemel millenorum millium, ſphæræ diametrum habentis longum decies mille ſtadijs, eſt millies millecuplus. Si ergo fiat ex arena ſphæta tanta magnitudine, quanta eſt ſphęta habens diametrum ſta-
1000 000. diotum ſemel millenorum millium, conſtat arenę numerum minorem fore eo qui fieret ex ductu decem vnitatum quintorum numerorum, per ſemel millena millia. Atque, quoniam quintorum numerorum decem vnitates conſtituunt trigeſimum quattum proportionalitatis numerum ab vnitate: ſemel verò millena millia, ſeptimum ab vnitate ipſiuſmet progreſſionis: patet quod factus erit eiuſdem proportionalitatis quadrageſimus ab vnitate. Atque horum quadraginta octo quidem primi cum vnitate ſunt primorum numerorum. Secundi octo ſunt ſecundotum: tertij octo ſunt tertiorum: Quarti octo ſunt quartorum, & denique octo poſtremi ſunt quintorum: & vltimus eorum eſt decies millies millia quintotum numerorum.

μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν τετάρτων· οἱ δὲ λοιποὶ δύο τῶν πέμπτων καλουμένων ἐσσοῦνται· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ δέκα μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. δῆλον οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυρίων, ἐλάσσων ἐσσεῖται ἢ ι. μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων ρ. μυριάδες πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τὰν διάμετρον ἐχούσας σταδίων μυρίων ταῖς ρ. μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα, ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων ρ. μυριάδων, δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα μονάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς ἑκατὸν μυριάσι. καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν δέκα μονάδες τέταρτός ἐστι καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος, ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὅτι ὁ γενόμενος ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἐσσεῖται τεσσαρακοστὸς ἀπὸ μονάδος· τῶν δὲ τεσσαράκοντα τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ ταῦτα ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων· οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους, ὀκτὼ τῶν τετάρτων· οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν πέμπτων καλουμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ χίλιαι μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Φανερὸν

φανερὸν

φανερὸν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων ρ. μυριάδες, ἐλασσόν ἐστιν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν· ἁ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυρίας μυριάδας, πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ἑκατὸν μυριάδων ταῖς ἑκατὸν μυριάδεσσιν. Εἰ δὲ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυρίας μυριάδων, φανερὸν ὅτι ἐλάσσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν ταῖν χιλιαῖν μυριάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς ρ. μυριάσι. Ἐπεὶ δὲ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες τεσσαρακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἑκτοσκαιτεσσαρακοστὸς ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ τεσσαράκοντα καὶ ἓξ τούτων οἱ μὲν ὀκτὼ, οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· ὀκτὼ δὲ οἱ μετὰ τὼς τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτοις ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων· οἱ δὲ μετὰ τὼς τρίτοις ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τετάρτων· καὶ οἱ μετὰ τὼς τετάρτοις ὀκτὼ τῶν πέμπτων· οἱ δὲ λοιποὶ τῶν ἕκτων καλουμένων ἐντί· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι ι. μυριάδων τῶν ἕκτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυριάκις μυριάδων μυρίων, ἐλασσόν ἐστιν ἢ ι. μυριάδες τῶν ἕκτων ἀριθμῶν.

Apparet ergo arenę multitudinem magnitudinem habentem æqualem sphæræ diamerrũ habenti semel millenorum milliũ stadiorum, nõ attingere decem millena millia quintorũ numerorum. Iam verò sphæra habens diametrum stadiorum centies millies mille, multiplex est sphęræ, cuius diameter sit semel millenorum millium stadiorũ, semel, millies, millies. Si verò fiat sphæra ex arena tanta magnitudine, quanta est sphęra quæ diamerrum habeat stadiorum centies millies mille, patet quod minor erit arenæ numerus producto numero ex decies millenis millibus quintorum numerorum multiplicatis per semel millena millia. Quoniam autem quintorum numerorum decies millena millia quadragesimus est ab vnitate proportionalis: at semel millena millia septimus ab vnitate eiusdem ordinis: cõstat genitum esse quadragesimum sextũ ab vnitate. Horum præterea quadraginta sex, octo quidem primi cum vnitate, eorum sunt qui primi dicuntur: Octo alij proximi sunt secũdorũ: sequẽtes octo sunt tertiorũ: tum post tertios alij octo sunt quartorũ: & qui post quartos, sunt quintorum: reliqui tandẽ sunt sextorum: & extremus eorũ est centũ millia sextorum numerorum. Clarum est itaque, quod multitudo arenæ ea quãtitate conglobatæ, vt æquetur sphęrę diamerrũ habẽti, stadiorum semel millies millies mille- 1 000 000 000 000 norum millium, minor est quã 100. millia sextorum numerorũ. 100 000

10000000000 Sphæra itidem habens diamerrum stadiotum decies millies millenorum millium, sphæræ habentis diametrum stadiorum centies millenorum millium, est semel millies millecupla. Si igirur fiat ex arena globus rantus crassitie, quanta est sphæra habens diamerrum stadiorum decies millies millenorum millium: manifestum quod arenæ multirudo minor erit numero procteato ex centum millibus sextorum numerorum ductis in semel millena millia. Cùm autem sexrotum numerorum centum millia, sextus & quadragesimus sit ab vnitate proporrionis: semel verò millena millia septimus ab vnitate in eadem progressione: patet quod genitus numerus fuerit quinquagesimus secundus ab vnirare eiusmodi progtessionis: Horum verò quinquaginta duorum primi quadraginta octo cum vnitare sunt eorum qui primi dicuntur, secundi, rertij, quarti, quinti, & sexti. Reliqui verò quaruor sunt eorum quos seprimos dicimus. Et postremus eorum est mille vnitarum septimorum numerorum. Apparet igitur arenæ multitudinem quæ tantæ molis sit, vt exæquet sphęram quę diametro sit stadiorū decies millies millenorū milliū, minorem esse mille vnitatibus septimorum numerorū. Quoniam itaque demonstratus est mundi diameter minor esse stadiorū decies millies millenorū milliū: manifestū est arenę multitudinē conformatę in molem mūdo æqualem, minorem esse quā sint mille vnitates seprimorū numerorū.

ἁ δὲ ταν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ. πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας ταν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυρίων ταῖς ρ. μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα, τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα ταν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ. φανερὸν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος ἔλασσον ἐσσεῖται τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν ταν ι. μυριάδων τῶν ἕκτων ἀριθμῶν ταν ρ. μυριάδες. ἐπεὶ δὲ αἱ μὲν τῶν ἀριθμῶν τῶν ἕκτων δέκα μυριάδες ἕκτος καὶ τεσσαρακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαιπεντηκοστὸς ἀπὸ μονάδος, ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· τῶν δὲ δυοκαιπεντήκοντα τούτων, οἱ μὲν ὀκτὼ καὶ τεσσαράκοντα σὺν τᾷ μονάδι οἵ τε πρῶτοι καλούμενοι ἐντί, καὶ οἱ δεύτεροι, καὶ τρίτοι, καὶ τέταρτοι, καὶ πέμπτοι, καὶ ἕκτοι· οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν ἑβδόμων καλουμένων ἐντί· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ χίλιαι μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ ταν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ. ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α. μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάσσων ἐοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ· δῆλον ὅτι καὶ τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α. μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν.

Ὅτι μὲν ὁμοίως τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν πλείστων ἀστρολόγων καλουμένῳ κόσμῳ, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ α. μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν δέδεικται· ὅτι δὲ καὶ τὸ πλῆθος τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ ταλικαύτᾳ, ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ α μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν δειχθήσεται. ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν γᾶν τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, ὃν ἔχει λόγον ὁ εἰρημένος κόσμος ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν, ἃν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται· καὶ αἱ διάμετροι τᾶν σφαιρᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλας· ἁ δὲ τοῦ κόσμου διάμετρος τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δέδεικται ἐλάσσων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασία· δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ διάμετρος τᾶς τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ κόσμου. ἐπειδὴ αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων, φανερὸν ὅτι ἁ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖρα, ἃν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριάκις μυριάδεσσι [a] πολλαπλασίων τοῦ κόσμου. Δέδεικται δὲ τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἔλασσον ἐστὶν ἢ α. μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Δῆλον οὖν ὅτι εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν ὁ Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν,

Similiter & multitudo arenæ mole pari ei, quod à multis aſtrologis appellatum eſt mundus, oſtenditur minor quàm ſint mille vnitates ſeptimorum numerorum: Quod etiam multitudo arenæ ſphæricæ molis tantæ, quantam Ariſtarchus ſupponit inerrantium ſiderum ſphæram, minor ſit decem millenis millibus octauorum numerorum demõſtrabitur. Cùm etenim ſupponatur terram eam habere rationem ad hunc dictum à nobis mundum, quam habet rationem dictus mundus ad ſtellarum fixarum ſphæram ab Ariſtarcho poſitam; Et diametri ſphærarum eam ipſam rationem habeant inter ſe, diameter verò mundi oſtenſus ſit minor quàm decies millecuplus diametri terræ: Sequitur diametrum ſphæræ ſtellarum fixarum minorem eſſe quàm diametri mundi decies millecuplum. Cùm itaque ſit vt ſphæræ habeant inter ſe triplicatam rationem diametrorum, planum eſt, quod inerrantium aſtrorum ſphęra quàm Ariſtarchus ſupponit, minor ſit, quàm ſemel millies, millies, millies, millecuplus mundi. Oſtenditur enim, multitudinem arenæ mundum mole referentis, minorem eſſe, quàm mille vnitatum ſeptimorum numerorum. Patet ergo, quod ſi ſphæra ex arena fiat, tanta magnitudine, quantam Ariſtarchus ſupponit inerrantium eſſe ſiderum ſphæram,

a hic deeſſe puto, vt ſuperius, μυριάδων, et ſit numerus integer 1 000 000 000 000 quis ſit ex tripla multiplicatione rationis $\frac{1}{10000}$ quæ nimirum eſt diametri mundi ad diametrum ſphæræ ſtellarum. Atque defectus ex ſequentibus apertè indicatur.

minor erit huius arenæ numerus, quàm qui fit ex multiplicatione mille vnitatum per semel millies, mille, millenaria, millia. Et quoniam istæ mille vnitates septimorum numerorum, sunt progressionis quinquagesimus secundus ab vnitate: semel verò millies, mille millenaria millia decimus tertius ab vnitate eiusdem proportionalitatis: consentaneum est factum fore eiusdem progressionis quartum ab vnitate, & sexagesimum. Iste verò est octauorum octauus, & decem millena millia octauorum numerorum. Consequens ergo est quòd arenæ multitudo quę excreuerit in molem æqualem sphæræ non errantium siderum, quam Aristarchus supponit, minor sit quàm decem millena millia octauorum numerorum. Hęc autem, O Rex Gelon; multis qui non facti sunt Mathematicarum artium participes, incredibilia apparere intelligo: ijs verò qui eas degustarint, quique meditati sunt distantias, & magnitudines terræ, solis, lunę, totiusque mundi, credibilia ex demonstratione forent. Propterea existimaui quibusdam non incongruum videri, ista contemplari.

ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμός, τοῦ γινομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν ταῖς μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσι. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν ᾱ μονάδες δυοκαιπεντακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος· ἀνάλογον δὲ μυριάκις μυρίαι μυριάδες τρισκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὅτι ὁ γινόμενος ἐσσεῖται τέταρτος καὶ ἑξηκοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. οὗτος δέ ἐστι τῶν ὀγδόων ὄγδοος, καὶ πεντάκις χίλιαι μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. Φανερὸν τοίνυν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρᾳ, ἃν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. ταῦτα δέ, Βασιλεῦ Γέλων, τοῖς μὲν πολλοῖς καὶ μὴ κεκοινωνηκότεσσι τῶν μαθημάτων, οὐκ εὔπιστα φανήσειν ὑπολαμβάνω· τοῖς δὲ μεταλελαβηκότεσσι, καὶ περὶ τῶν ἀποστημάτων, καὶ τῶν μεγεθέων τᾶς τε γᾶς, καὶ τοῦ ἁλίου, καὶ τᾶς σελήνας, καὶ τοῦ ὅλου κόσμου πεφροντικότεσσι, πιστὰ διὰ τὰν ἀπόδειξιν ἐσσεῖται. Διόπερ ᾠήθην καί τινας οὐκ ἀνάρμοστον εἴη ἔτι ἐπιθεωρῆσαι ταῦτα.

ἡ δὲ εὐλογία, καὶ ἡ εὐχαριστία, καὶ ἡ δόξα τῷ θεῷ αἰῶνα εἰς ἀπέραντον. ἀμήν.

Stellulæ cum syphris in margine adiectis, & in contextu Græco adpositis lectorem ad commentarios remittunt.

IN ARENARIVM COMMENTARII.

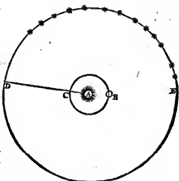
1 Τῶν γ' ἀδυνάτων ἀδύνατον. Centrum quod punctus est, nullam habere potest rationem ad superficiem: Nam infinito auctum additumque sibi ipsi supetficiem numquam adæquare, nedum superare potest. [a] Verùm comparatione huius impossibilis. Aristarchus dat intelligete, circuli quo tetta defertur ad firmamentum, nullam esse rationem, ipsiusque respectu, puncti subire natutam. Quam hypothesim etiam assumit Copetnicus, [b] Atistarchi opinionem de terræ motu è sepulchro felicissimè exsuscitans.

a per 1. def. 5. l. 1.

b cap. 15 l. 3. reuolut.

Sit centrum mundi A. in quo constituatut Sol, iuxta illud Poetæ,

In medio residet complectens omnia Phœbus.



Orbis deferens tetram sit C. B. Terra B. Sphæra inerrantium stellarum, seu τῶν ἀπλανῶν ἄστρων D. E. Ponitur itaque citculus C. B. (quem Copernicus annuam reuolutionem appellat) ab Aristarcho cæterisque terræ motoribus, impetceptibilis quantitatis, comparatione immensæ molis circuli D.E. Et radius C.A. nullius longitudinis habita tatione altus A. D. Hoc autem ὡς κέντρον τῆς γῆς coguntur supponere, vt satisfaciant ijs quæ manifesto pugnant multis φαινομένοις: Cuiusmodi sunt. Semper nobis mediam cœli partem apparere, Horizontem cœlum perpetuo bifariam secare, Stellas nobis semper eiusdem apparere magnitudinis, & alia quæ declarari in sphæticis solent. Porrò si terram in A. defixeris immobilem, solem verò in B. statueris, Mundum illum habebis orbe C.B. definitum, cuius priotes Astronomi tadium è terra in solem tantum protendebant: & quem ex apparentijs Atistarchus statuendum adstruxit, habere eam rationem ad orbem D.E. firmamenti, quam terra B. circa centrum mota, habet ad orbem C.B.

2 Ὡς τῶν μυριάδων σταδίων ἢ μείζων. Hic deesse literam T. suspicarer, nisi vellemus numerum colligi, & qui hic ponitur indeterminatus, definiti ex sequentibus. Vbi enim ambitum terræ receptum ὡς λ. μυριάδων σταδίων, seu trecentorum millium stadiorum (nam μυρία Græcis est 10000. quæ per λ hoc est 30. multiplicata reddunt 300000.) se decuplo augere dixit, sufficienter statuit eundem terræ circuitum 3000000. stadiorum.

3 Ὡς τῶν μ. σταδίων ἢ μείζων. In manuscriptis reperio, ὡς τῶν μ. σταδίων ἢ μὴ μείζων, quod non connenit, quadratque magis vulgatis lectio. Nam sumuntur μ. pro 300. cum simplex λ. 30. denotet. Tum negatio μὴ, nullatenus admitti debet: Quia quantitatem terræ Archimedes non eam statuit ad amussim quam proponit, sed ex hypothesi fingit, maiotem si lubet accepturus. Imò non illic primò assumpsit eum terræ ambitum, qui à superiotibus Eudoxo, Eratosthene, & alijs ponebatur, nempè 252000. stadiorum duntaxat: sed maiorem 48000. stadijs, quibus 252000. deficiunt à 300000. Modos autem & artificia, quibus ambitus ille terrenus deprehenditur, Geographi docent.

4 Τετάρτου μακροῦ κανόνος ἐπὶ πέδου ὀρθοῦ. Artificij quo Archimedes vtitur ad excipiendam quantitatem anguli, cui sol accommodetur habenti verticem in visu, eiusmodi potest esse ὑποτύπωσις. Horizonti A.B. parallela stet mensa F. D. perpendiculari innixa fulcro C.S. & ad solem in puncto H. Orientem, conuertatur, noteturque in ipsius extremo F. Tum habeatur cylindrulus P.T. qui super mensa collocetur, & oculo adfixo in F. dirigatur ad solem, ita vt radius deductus ab F. rectò ad H. tangat lõgitudinem lateris T.P.

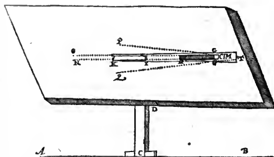
Notetur verò in tabula punctulis, semita radij quæ sit F.N.H. secus quam moueatur T.P. cylindrulus accedendo ad oculum, vel recedendo ab oculo, quoad corpus Solis assurgentis supra finitorem (qui nobis refertur linea F.N.H.) oculo totum occultetur. Fiat deinde vt vndiquaque cylindri quantulicumque radij oculo emicent: Hoc est sistatur cylindrulus T.P. paulo ante totum solis exortum: ita vt cum totus assurrexerit, locus pateat ab omni parte cylindri, quo aliqui radij ad oculum perueniāt. Ita enim radij ab oculo emissi F.H,& V.L. angulum continebunt paulo minorem eo cui sol accommodatur. Nam quia vndique cylindri aliquid lucis percipitur, fit vt cylindrus longiùs à visu remoueatur, cadatque humilior radius V.L. Quod si fuerit excipiendus alter angulus non minor eo cui sol accommodari possit, cylindrus erit ad oculum propiùs admouendus, vt in N. quo totus sol primo visui adumbretur. Ita vt iam radius non cadat in L. punctum corporis solaris, sed in K. & efferatur altiùs quàm prior, fiatque V.M.K. tangens sphæram solis, leniterque lambens, ἐπιψαῦον τι κώνειδέως ὅλῳ τῷ ἀλίῳ, vt habet codex manuscriptus. Cæterum horum angulorum nondum constant apices, quia αἱ ὄψιες ἐκ ἀφανῶ σαμείου βλέποντι ἀλλὰ ἀπό τινος μεγέθεος βλέπει. Corpus enim est oculus. Ponatur ergo diameter visus (quem postea docebit venari) F.V. producāturque lineæ H.F,V.L,& V.K. quoad concurrant, vt in R. Tamen primi anguli, & minoris apex paulo longiùs cadet à puncto F. quàm vertex maioris. Erit tamen insensibilis distinctio vtriusque casus. Inuentis hoc pacto exactissimè acuminum punctis, describatur propinquiori seu acumine maioris anguli, vt centro circulus, quolibet interuallo, diuidaturque quarta pars circumferentiæ istius circuli in 164. partes, deinde eadem secetur in 200. Siquidem arcus subtensus prædicto maiori angulo inuenietur minor quàm vna centesima sexagesima quarta pars quadrantis, sed maior quam vna ducentesima eiusdem. Et quoniam iste anguli apex est instar centri circuli, per quem sol mouetur: Circulus verò descriptus eundem illum circulum solaris motus refert, sequitur corpus solis, vt obseruatione repertum est, accommodari non maiori angulo, quàm sit maior inuentorum, & ipsum corpus Solis minùs occupare quam $\frac{1}{164}$ quadrantis sui circuli, magis verò quam eiusdem $\frac{1}{200}$.

Cæterum hic solis angulus exacta temporis obseruatione, quo solis corpus totum supra horizontem euehitur capi potest: Ctesibius sua Clepsydra in hoc negotio olim vsus est. Eius exemplo habeas arenarium horologium, cuius effluxu exactissimè hora compleatur: tum in sereno diluculo attende diligenter primum momentum, quo sol oriri cæperit, eoque verte vasculum, & fluat quamdiu solis corpus ascenderit, quod vbi totum primò intueberis, statim inuerte. In solem verò poteris affigere oculos, si ipsis bombicinum velamen raris filis contextum obduxeris. Inuerso ergo vasculo collige diligenter ambas pulueris partes: qualis enim erit quod effluxerit, particula

Vide Macrobium l.1. in somnium Scipio. c.20.

totius, talis erit quindecim graduum circuli zodiaci, arcus quem solis dimetiens subtendet. Sit verbi gratia qui effluxerit puluis $\frac{1}{85}$ totius quo hora mensuratur. Cum etenim integris 85. respondeant 15. gradus, quota trium pars erit 31. min. 46. sec. fere, isque est angulus quo Sol videtur. Nec tamen dissimulandum, horis 14. diei, præter 360. gradus quos Sol percurrit, inambulare præterea arcum respondentem ei quem in die proprio motu descripserit. Is arcus sit 60. min. Ex his itaque singulis horis contingent 150. sec. quibus iunctis cum 15. gr. seu 54000. sec. redduntur pro hora 54150. sec. quæ tandem diuisæ secundum rationem $\frac{1}{85}$ cedent paululo puluer is quo angulus intuitionis Solis designatur, 31. min. 51. sec. Hinc perspicuum est, in his obseruationibus tantillum temporis etiam sensu percipi, nec subterfugere calculum. Quinetiam interest qua anni tempestate obserues. Hieme arculus ille maior est quam sit æstate. Quo enim sol nobis proximior est, qualis in bruma, maiores in zodiaco describit arcus, maioresque dies naturales constituit: quò contra longius à terris abest, vt in æstiuo solstitio, minores prostaphæreses habet, breuioresque naturales dies reddit. De hoc Archimedis loco agenti mihi quondam cum illustrissimo, omniumque scientiarum miraculo tenus ac linguarum peritissimo Cardinale Perronio, meminit statim ipse Clepsydræ Ctesibij. Et qui tunc etiam aderat, singulari pietate, maximaque sacrarũ literarum peritia ornatissimus D. de Marnef, rationum regiarum præfectus Basilium retulit eundem solis angulum metiri itinere quod pari velocitate quis tempore solaris assurrectionis supra finitorem ierit. Idem tandem vmbratili gnomone varijsque alijs modis exequi possumus.

5. Τὸ δὲ μέγεθος τὸ οὐκ ἐλάσσον τᾶς ὄψιος. Iam inuestigemus diametrum visus. Excipiantur duo æquales cylindruli H, G, K. I. qui visui exponantur super plano seu trapezio, vt in figura patet, dispositi in rectam lineam, & alter sit è regione al- 5.



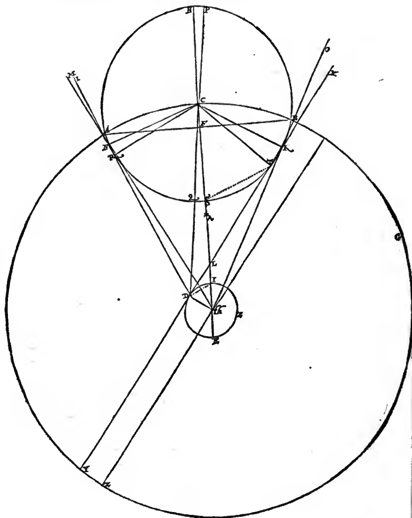
terius secundum vtriusque longitudinem. Et quidem remotior ab oculo, vt K. I. exhibeatur albus, alter vero G. H. proximior oculo, fuluior capiatur: sic enim verius ab oculo distinguentur. Diameter visus primo supponatur esse C. qui minor sit diametro basium cylindrulorum. Tunc enim sola propior basis cylindrorum ab oculo cernetur. Radij enim cuiusmodi sunt C. G. Q. & C. G. P. proijciuntur ad latus, nec ad quodcumque cylindricæ superficiei punctũ perueniunt: propterea ipsa non videtur. Cõtra si pupillæ diameter fuerit T. maior diametro G. G. statim ambo cylindruli intercipiẽtur à visu, vt proiectis in eos radijs, quales sunt T O, T. N. apparet. Denique si visus fuerit æqualis crassitiei cylindrulorum, radij emissi latera cylindrorum lambent, vt M. N, M. O. qui æquidistanter progressi quasdam tantum notulas albicantis superficiei ad oculum referent. His igitur experimentis visus diametrum inuestigabimus, & eo inuento, habebimus lineam F. V. superioris obseruationis, qua deinde mediante apex anguli quo sol videtur, ignorari non poterit. a per 4. ἀξίωμα optices.

6 Οἱ ... . Hoc est, tum demum diametrum visus inuenisse putamus, cùm non ampliori spatio disgregantur radij visus, sed exactè cylindrulos comprehendunt, eosq; ὡς ... insequuntur. Quando enim in nullum punctum cylindricæ superficiei feruntur, sed in immẽsum locũ abeunt, vt C. P, C. Q. tunc maior est diameter basis cylindri diametro visus. Deinde cum in apicem desinunt, comprehenduntque totos cylindros, vt T. V, T. k. maior est diameter visus crassitie expositi cylindri. Duntaxat ergo æquales sunt ambo diametri, cum radij ducuntur vtrinque paralleli, nec ampliori 6

ſpatio quàm cylindrorum latera à ſe inuicem diſtant.

7 [illegible] quoniam ponitur, vt inquit Archimedes, [illegible] linea tangens ſolem D. T. X. ſi producatur ab alia parte circuli in Y. ipſa circulũ Horizontis referet: qui cùm itidem tangat terram in D. ducta th. D. fit a angulus rectus th. D. T. & obtuſus alius th. D. C. quem ſubrendens th. C. maior eſt quàm b D. C. Proinde viſus ſol à puncto D. cernitur maiori angulo L. D. X. quàm ſit M. th. O. quo à remotiori puncto th. ſpectarur, per ea quę demonſtrantur c in opticis.

a per 13 l. 3.
b per 18 l 1
c 5. & 24. prop opticęs Euclidis.



8 Ἁ δὲ ἀπεσχισμένα γωνία ὑπὸ τᾶς δ. λ. δ. ξ. Scilicet per obseruationes præcedētes. Angulus enim L. D. X. is est quo sol è superficie terræ cernitur.

9 Ἁ δὲ α. β. διὰ τὰ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας. Nam A.B. linea arcum circuli A.B.G. subtendit, quem etiam capit angulus M. th. O. seu A. th. B. minor angulo L. D. X. At angulus L. D. X. quo sol videtur, est minor centesima sexagesima quarta parte anguli recti, ex obseruatione: Angulus itaque M. th. O. multo minor est quam $\frac{1}{164}$ recti. Vt autem se habet hæc recti anguli pars ad 4. rectos, ita se habet [a] arcus dicto exceptus angulo, ad totam circuli circumferentiam. Atqui $\frac{1}{164}$ recti est $\frac{1}{656}$ pars quatuor rectorum. Ergo arcus dicto exceptus angulo est periferiæ totius circuli $\frac{1}{656}$. Vt igitur angulus M. th. O. est minor quam $\frac{1}{164}$ recti, eundem minorem fateri possumus quàm sit $\frac{1}{656}$ quatuor rectorum. Ex consequenti arcus A. C. B. deficit ab vna sexcentesima quinquagesima sexta parte circuli A. C. G. seu firmamenti. Hunc vero arcum subtendit A.B. Concludamus ergo cum Archimede, τὰν α. β. δῆλον ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα διαιρεθείσας τᾶς τῶ α. β. γ. κύκλου περιφερείας ἐς χ. ν. ς. *a per coroll. 33. l. 6.*

10 Ἁ δὲ τῶ εἰρημένου πολυγώνου περίμετρος, &c. Hoc est Polygoni, sexcentorū quinquaginta sex laterum, inscripti circulo qui sit in mundo maximus.

11 Ἢ π. μ. δ. ποτὶ τὰ ζ. Si comparasset Archimedes ambitum illius polygoni ad totā diametrum, dixisset rationem esse minorem ἢ τὰ κ. β ποτὶ τὰ ζ. At eum ambitum illum conferret tantum cum radio, antecedentem numerum duplicauit. Cum enim tota circūferentia circuli sit [b] in minori ratione ad totam diametrum, quam 22. ad 7. eadem est ad radium seu ad semissem diametri in minori ratione quam 44. ad 7. qualium enim 7. erit radius, talium erit diameter 14. At qualium est diameter 14. talium est περίμετρος 44. ferè. Porro multangularis figuræ costarum 656. inscriptæ circulo qui sit in mundo maximo, ambitus minor est [c] circuli circumferentia. Multo ergo minorem rationem habet ambitus illius figuræ, ad mundi radium quàm 44. ad 7. vel ad mundi diametrum quam 22. ad 7. *b per 3. lib. de dimens. circuli.* *c per 3. hypothesin li. 1. de sphær. & cylind.*

12 Ἐλάσσονα ὧν λόγον ἔχει ἁ α. β. ποτὶ τὰν θ. κ. ἢ τὰ ια. ποτὶ τὰ α. ρ. μ. η. Latus enim polygoni 656. costarū, maius est latere A. B. vt mox probauimus. Proinde A. B. ad th. C. multo rursus minorem habet [d] rationem, quàm illius polygoni latus ad eandem th. C. At vero vt 44. ad 7. ita sunt [e] 656. ad 104 $\frac{4}{11}$ seu ad $\frac{1148}{11}$. Ambitus ergo polygoni mille angulorum habet ad th. C. minorem rationem quam 656. ad $\frac{1148}{11}$. Sed vt vnum latus illius chiliagoni ad totum ambitum, ita est [f] 1. ad 656. Ergo latus chiliagoni habet ad th. C. minorem rationem quam 1. ad $\frac{1148}{11}$ hoc est quam 11. ad 1148. Vt enim est integrum ad numerum ruptum, sic est consequens seu denominator rupti ad antecedentem seu numeratorē v. g. 1. ad $\frac{3}{4}$ est vt 4. ad 3. Sit enim rectangulum A. B. cuius latus A. E. diuidatur [g] quadrifariam in punctis G. F. D. à quibus excitentur [h] parallelæ dirimentes quoque A. B. in 4. æquales partes. *d per 8. l. 5.* *e per 19. l. 7.* *f per 15. l. 5.* *g per 10. l. 6.* *h per 31. l. 1.*

ΑΠΟΔΕΙ. Est A. C. ex diuisione $\frac{3}{4}$ totius A.B. At A.B. integrum est [i] ad A. C. vt A. E. ad A. D. Et A. E. ad A. D. vt 4. ad 3. Ergo 1. est ad $\frac{3}{4}$ vt 4. ad 3. Deinde quia qualium A. C. est 3. talium est A.B. 4. si posuerimus A. C. integrū, erit A. C. ad A. B. vt 1. ad $\frac{4}{3}$. Sed A. C. est [l] ad A. B. vt A. D. ad A. E. hoc est, vt 3. ad 4. Ergo 1. est ad $\frac{4}{3}$ sicuti 3. ad 4. Verum κατὰ τὸν Ἀρχιμήδη σαφηνίζοντες, sit rectangulum A. B. cuius basis A. C. secetur in 11. partes æquales, quarum vna sit A. D. quæ præterea repetatur in C. F. millies, centies & trigesies septies: ita vt sit tota A. F. 1148. vndecimarum partium lineæ A. C. & demum absoluatur parallelogrammum A. E. *i per 1. l. 6.* *l per ea quæ iam ostendimus.*

ΑΠΟΔ. A. C. est ad A. F. vt 1. ad $\frac{1148}{11}$ hoc est vt 11. ad 1148. Atqui A. B. est ad A. E. vt A. C. ad A. F. Vnum ergo A. B. est ad A. E. vt 1. ad $\frac{1148}{11}$ hoc est vt 11. ad 1148. quod fuit probandum. Porro si latus chiliagoni minorem habeat rationem ad th. C. quam 11. ad 1148. multo minorem rationem habet [m] A. B. ad eandem th. C. quam 11. ad 1148. cū sit A. B. illo latere minus. *m per 8. l. 5.*

13. Ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἁ β. α. τᾶς θ. κ. ἢ ἑκατοστὸν μέρος. Atqui 11. minorem partem efficiunt quam cẽtesimam numeri 1148. Multo igitur minus erit A. B. quàm pars centesima radij th. C. Nam centesima pars numeri 1148. est 11 $\frac{12}{25}$ quæ rursus est ad 1148. in maiori ratione quã 11. ad eadem 1148. Cæterum melioris notæ Astronomi ab hoc calculo non multum abhorrent. *[c 15. l. 5. Almag.]* Ptolemæus enim inuenit th. C. esse 1210. fere partium, qualium vna est th. D. Tum A. B. esse earumdem 1. $\frac{2}{7}$. Proinde A. B. Ptolomæo fuit ad th. C. vt 1. ad 108 $\frac{2}{11}$ hoc est minor quam vna centesima ipsius th. C. *[c. 19. l. 4.]* Copernicus verò qui negotium hoc paulo seueriùs inquisiuit: vbi apparentem Solis diametrum vt A. B. supposuit 31. min. & 48. sec. vnius partis, qualium totus circulus A. C. G. est 360. Hoc est vnam esse sexcentesimam & octuagesimam ferè partem totius circuli (nec enim sensibile discrimen est inter rectam A. B. & arcum A. C. B.) conclusit th. C. esse 1179. p^m. qualium vna est th. D. Aut qualium A. B. est 10. p^m. 34. min. Ita vt statuerit A. B. seu diametrum Solis esse lineæ th. C. seu distantiæ Solis maximæ à centro terræ vnam centesimam & vndecimam partem cum semisse. Manet ergo consentaneè Archimedi A. B. semper minorem esse quam centesimam partem distantiæ th. C. Porro plurimum dissentit veteris Aristarchi calculus in libello qui extat de magnitudinibus & distantijs Solis & Lunæ. Illic enim distantia qua Sol abest à terris, ad Lunæ distantiam qua nobis apparet, fere est *a* vt 19. ad 1. *[a per prop. 7]* Atqui Lunæ diameter minor est *b* quam duæ quadragesimæ quintæ partes distantiæ ipsius à nobis, maior verò quàm vna trigesima eiusdem. *[b per 11. eiusdem.]* Ponatur ergo ipsa $\frac{1}{27}$. *[c per 15.]* Etenim sic erit Solis diameter eiusdem distantiæ Lunæ à terris $\frac{19}{27}$ cum qualiũ Lunæ diameter est 1, talium sit dimetiens Solis 19. Verùm Solis diameter est *c* ad terræ diametrum fere vt 19. ad 3. *[d per 17.]* hoc est continet terræ diametros fere $6\frac{1}{3}$. Vnde sequitur illam Lunæ distantiam à terris esse diametrorum terræ 9. proximè. Vel cum diameter Lunæ sit ad diametrum terræ in minori ratione quam 43. ad 108. ponatur esse proximè vt 41. ad 108. Etenim cum Lunæ diameter sit $\frac{1}{27}$ distantiæ ipsius à terris, erit rursus eadem distantia diametrorum terræ $9\frac{12}{108}$ vt prius: Quæ cum sit *d* paulo maior quam vna vigesima pars distantiæ Solis à terris, sequitur Solem disiungi à nobis per 180. duntaxat diametros terræ, seu per 360. semidiametros terrenos, pœnitendo quidem errore qui ex falsis hypothesibus Aristarcho natus est. Nec enim vmbræ latitudo in loco transitus est duarum Lunarum, vt supponit *e*, sed potius est ad Lunæ diametrum vt $80\frac{1}{3}$ ad 150. vti *[e Quarta hypoth.]* nos in theoricis planetarum ostendimus. Tum falsum est Lunam subtendere quintam decimam partem signi, vt Aristarchus accipit *f*, hoc est 2. gr. *[f Quinta hypoth.]* quin potius in infima etiã abside, qua maxima videtur, subtendit solum 35. min. 1. sec. in summa verò abside 29. min. 30. sec. Tandem secundum Aristarchum esset A. B. $\frac{1}{18}$ tantum lineæ th. C. non plusquam $\frac{1}{100}$ vt concludit Archimedes.

14. Διότι καὶ αἱ ὀρθογωνίαι αὐτᾶς ἁ φ. α. ἴσα ἐστὶ τᾶ χ. ρ. Triangulorum A. th. F. & C. th. R. anguli ad F. & R. sunt *g* recti κατὰ τὰν κατασκευάν, angulus vero ad th. vtrique communis. *[g per 3. & 18. l. 3.]* Ergo reliquis existentibus æquis, vt th. C. est æqualis ipsi th. A. sic basis A. F. manet æqualis basi R. C. seu semidiametro C. S. Et tota A. B. toti diametro S. H. Qui proinde diameter S. H. minor est quam vna centesima totius th. C.

15. Ὅτι ἁ θ. κ. ποτὶ τὰν ι. ς. ἐλάσσονα, &c. Cum enim C. S. & th. I. non sint $\frac{1}{100}$ totius th. C. ipsi C. S. iungamus S. λ vt sint C. λ. & th. I. vna centesima ipsius th. C. reliqua vero λ. I. $\frac{99}{100}$ Igitur tota th. C. ad λ. I. erit vt 100. ad 99. Eadem proinde th. C. ad maiorem I. S. *[h per 8. l. 5.]* minorem habebit *h* rationem quam 100. ad 99.

16. Ἁ δὲ ο. υ. ἐλάσσων τᾶς δ. τ. Iungantur τεταγμέναι Archimedis lineæ D. I. & S. T. vt fiant *i* anguli D. L. Z & T. S. Z. obtusi, cum sint *l* D. I. th. & F. S T. acuti. *[i per 13. l. 1. l per 31 li. 3. m per 19. l. 1.]* Sic enim Z. T. & Z. D. hoc est tota D. T. maiores erunt *m* duabus Z. S. & Z. I. seu tota S. I.

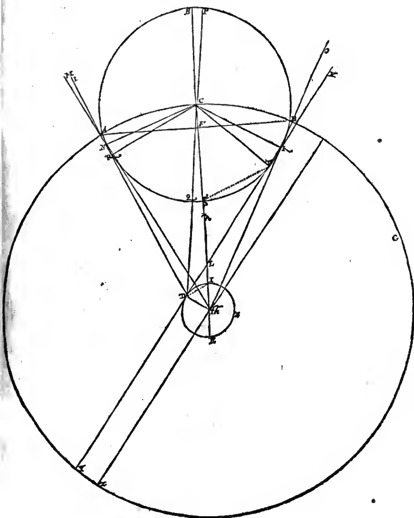
17. Ἐλάσσω ἄρα λόγον ἔχει ἁ θ. ρ. ποτὶ τὰν δ. τ. &c. Linea th. C. ad S. I. minorem habet rationem quam 100. ad 99. Ad eandem ergo S. I. minor th. R. quã sit th. C. Quia th. R. pars est totius th. A. æqualis ipsi th. C. minorem multo rationem habebit *n* quam 100. ad 99. *[n per 8. l. 5.]* Eademque th. R. ad D. T. maiorem ipsa S. I. adhuc in minori ratione est *n* quam 100. ad 99.

18. Αἱ δὲ th. R. D. T. ἄνισοι. Et quidem th. R. maior est quam D. T. Nam th. R. th. K. sunt *o* æquales. *[o per penult. l. 3.]* Atqui tota D. K. minor esset quam th. K. *p* quia angulus th. D. K. in contactu rectus est. *q* *[p per 19 & 47 l. 1. q per 18 l. 3.]* Multo ergo minor est D. T. quàm th. K. seu quam th. R. Verum quia D. T. producta versus X. non ad vnguem transit per K. illud patebit rursus hoc modo. Producatur D. C. in P. & quia D. C. minor est ostensa radio th. C. rectangu-

lum sub D. P, D. Q. minus est rectangulo sub th. H. & th. S. Ergo quoque quadratum D. T. minus est a quadrato th. R. & D. T. minor quam th. R. Cæterum concludit quidem Archimedes th. R. minorem habere rationem ad D. T. quam 100. ad 99. At vero hinc non satis liquet th. R. esse maiorem quam D. T. Etenim si ponatur th. R. 100. necesse est D. T. esse plus quam 99. vt ad D. T. habeat th. R. rationem minorem quam 100. ad 99. Sed si non duntaxat ponamus D. T. esse 99. at ampliùs vt v. gr. 120. rursus th. R. habebit b ad D. T. vel ad 120. minorem rationem quam 100. ad 99. oportuit ergo

a per penult. l. 3.

b per 8 l. 5.

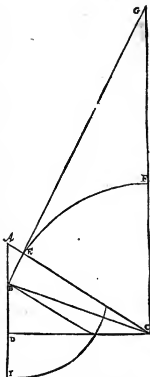


elaris ostendisse th. R. esse minorem quam D. T. & quidem particella quæ sit inter $\frac{99}{100}$ & 100. Etenim posita th. R. 500. erit D. T. plusquam 99. minus tamen quam 100.

19 Καὶ μείζων ἁ τ. δ. κ. γωνία ἀπεναρμένα ὑπὸ τᾶν, &c. Angulus enim totus L. D. X. seu R. D. T. ostensus est antea maior toto M. th. O. Ergo primi semissis T. D. C. maior est[a] semisse secundi R. th. C.

a per 25 l. 5.

20 Εἰ γὰρ κ. α. δύο τριγώνων ὀρθογωνίων, &c.



ΥΠΟΘ. Sint trianguli A. D.C, B. D. C. rectanguli, angulumque D. rectum habentes, & circa ipsum D. C. adiunctam communem & in vtroque æqualem, τὰς vero A. D, B. D. inæquales, A.D. maiorem, B.D. minorem, demum hyporenusarum A. C. maiorem[b], B. C. minorem.

b per 19 l. 1.

ΣΥΜΠΕ. Dicit Archimedes angulum D. B. C. maiorem[c] imparibus lateribus contentum, esse in maiori ratione ad angulum A. minorem inæqualibus quoque comprehensum lineis, quàm sit A. C. ad B. C. in minori vero quàm sit A. D. ad B. D.

c per 16 l. 1.

ΚΑΤΑΣ. Lateri A. D. fiat[d] parallela C. G. Et quoniam C. A. maior est[e] quam B. C. fiat C. E. ipsi C. B. par, centroque C. & interuallo C.B. circuli periferia agatur B. E. F. Tum à puncto B. per E. recta ducatur B. E. G. incidens in C. G. lineam puncto G. extra circumferentiam B. E. F. quia cum secet eam in puncto E. à parte interna, in externam percurrit. Rursus à puncto B. lineæ A. C. parallela ponatur[d] B. H. centroque B. & interuallo B. H. describatur arcus I. H. K. Qui quoniam latus B. H. subtensum recto manus est[b] latere B.D. incidet extra triangulum B D. H. sed resecabit triangulum B.H. C. quia B. C. excedit[b] B.H. vt subtendens obtusum angulum B. H. C.

d per 31 l. 1.
e per 15 l. 1.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Trianguli A. E. B, E. C. G. quia anguli ad E. sunt[e] æquales, tum angulus A.[f] par alterno A. C. G. reliquus reliquo æquatur,[g] & latera habent[h] proportionalia B. E. ad E. A. vt G. E. ad E. C. & vicissim[i] B E. ad E. G. vt A. E. ad E. C. & componendo[l] B. G. ad E. G. vt A. C. ad E. C. Atqui vt B. G. ad E. G. sic est triangulus B. G. C. ad triangulum E. C. G. Vt igitur triangulus ad triangulum, sic est A. C. latus ad E. C. seu[m] ad latus æquale B. C. Verum sector B. C. E. continet triangulum B. E. C. Nam B. E. ingreditur circulum. Igitur sector B. C. E. maiorem habet[o] rationem ad triangulum E. G. C. quam triangulus B. E. C. ad eundem E. G. C. triangulum. At vero idem sector B. C. E. ad alium sectorem E. F. C. maiorem adhuc rationem habet,[o] quàm ad triangulum E. G. C. Ergo multo maiorem habet sector B. E. C. ad sectorem E. C. F. rationem, quàm triangulus B. E. C. ad triangulum E. C. G. Et componendo[l] totus sector B. C. F. ad sectorem E. C. F. hoc est[p] angulus B. C F. ad angulum E. C. F. maiorem rationem haber, quàm totus triangulus B. G. C. ad triangulum E. C. G. hoc est quam A. C. ad B. C. vt ostendimus. Atqui angulus B. C F. est[f] angulus D. B. C. tum altera E. C. F. est angulus A. Itaque angulus D. B. C. ad angulum D. A. C μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἁ μείζων γράμμα τᾶν περὶ τὰν ὀρθὰν γωνίαν, ποτὶ τὰν ἐλάσσονα.

f per 29 l. 1.
g per 32 l. 1
h per 4 l. 6.
i per 16 l. 5.
l per 18 l. 5.
m per 7 l. 5.
n per 2 l. 5.
o per 8 l. 5.
p per 33 l. 6.
q per 11 l. 5

Altera pars conclusionis sic parebit. Trigonus B. H. C. ad trigonum B. D. H. in maiori ratione est, quàm sector B. H K. ad eundem B. D. H. trigonum. Atqui sector ad sectorem B. I. H. minorem adhuc rationem habet[q] quàm ad trigonum B. D. H. Igitur

trigonus

trigonus B. H. C. ad trigonum B. D. H. maiorem habet rationem, quam sector B. H. K. ad sectorem B. I. H. Et coniunctim totus B. D. C. ad partem B. D. H. hoc est [a] D. C. ad D. H. vel (ob triangulorum A. D. C. & B. D. H. similitudinem quam causatur [b] parallela B. H. basi A. C. A. D. ad B. D. maiorem rationem habet quàm sector I. B. k. ad sectorem I. B. H. hoc est quàm angulus D. B. K. ad angulum D. B. H. vel ad A. æqualem [c] vt proposuimus. a per 1. l. 6. b per 2. & 4. l. 6. c per 29. l. 1.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc deducimus angulum maiorem D. B. C. habere ad excessum quo superat angulum A. minorem rationem quam A. C. ad excessum quo superat B. C. maiorem vero quam A. D. ad excessum quo superat, B. D. Angulus enim totus D. B. C. in maiori ratione est [d] ad angulum A. sui partem, vt minorem, quam A. C. ad E. C. sui partem vel ad B. C. Ergo idem D. B. C. minorem habet [e] rationem ad B. C. A. vel C. B. H. angulum sui reliquum [f] seu quo superat angulum A. quam A. C. ad sui reliquum A. E. quo nempe superat B. C. Verum quia rursus idem angulus D. B. C. minorem habet rationem ad A. quàm A. D. ad B. D. sequitur [d] eum habere rationem maiorem ad excessum B. C. A. quam A. D. ad excessum A. B. vt vult ἐπιφορά. d per praecedentem demonstr. e per 1 lemma ad 32. lib. de conoidib & sphaeroid. f per 29. l. 1.

21 ὥστ' ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν θ. κ, θ. ξ, &c. Conclusit prius triangulorum rectangulorum th. C. R & D. C. T. angulum T. D. C. ad angulum R. th. C. maiorem habere rationem quàm th. C. ad D. C. quæ ambo subtendunt rectos: minorem vero quàm th. R. ad D. T. quę ambo tangunt rectos, illudque ostendimus [g]. At vero anguli T. D. C. duplus est angulus L. D. X. tum alterius R. th C. duplus quoque est M. th. O. Proinde duplus ad duplum nempe L. D X ad M. th. O. maiorem habet [h] rationem quam th. C. ad D. C. minorem vero quam th. R. ad D. T. seu quam 100. ad 99. Ita vt angulus M. th. O. æquivaleat anguli L. D. X. diuisi in centum partes, pluribus earum quàm 99. g Superiori proposit. h per 15. l. 5.

22 εἶναι ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν θ. μ, θ. ο. μείζων, &c. Quoniam vt 1. est ad 200. ita sunt [i] 100 ad 20000. si recti diuisi in 200 partes, angulus L. D. X. maior quam vna earum fuerit, vt ostensum est, sequitur recto itidem diuiso in 20000. eundem angulum L. D. X. æquivalere pluribus earum quam 100. At angulus M. th. O pluribus æquivalet partibus quam 99. anguli L. D. X. in 100. dissecti. Ergo recti itidem dissecti in 20000. partes multo pluribus quam 99. earum angulus M. th. O. æquivalebit. i per 19. l. 7.

23 ὥστε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς, &c. Quo quidem posito rectè sequitur angulum M. th. O. multo maiorem esse quam vna partium 203 in quas rectus secaretur. Nam vt sunt 99. ad 20000. ita est [i] 1. ad $202\frac{2}{99}$. Cum ergo M. th. O. angulus sit maior partibus 99. earum 20000. in quas rectus diuideretur: sequitur quod recti diuisi in $202\frac{2}{99}$ sit idem angulus M. th. O. maior earum vna. Et ergo citiùs maior erit quam vna 203. partium recti. Et ex consequenti quam vna octingentarum duodecim in quas 4. recti secarentur. Ideo demum subtendit maiorem partem circumferentiæ circuli A. B. G. quam octingentesimam duodecimam. Quem vero arcum subtendit angulus M. th O. eundem subtendit linea A. B. Igitur linea A. B. subtendit arcum maiorem quam sit $\frac{1}{812}$ circumferentiæ A. B. G.

24 Τᾶς δὲ α. β. ἴσα ἐστὶν ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος. Non quidem est A. B. diameter Solis, quia nec transit per centrum corporis solaris, nec manet intra limites globi solaris. Extra enim solem egreditur, vt ad externas lineas th. M. & th. O. perueniat. At verò diametro Solis S. H. iam lineā A. B. æqualē demōstrauit. Cæterum si A. B. vel diameter solis maiorē partē subtendat quā octingentesimā duodecimā firmamenti, vt mox conclusimus: multo maiorē subtendet quā eiusdē millesimā, quæ octingentesima duodecima minor est, & proinde maior erit latere figuræ mille angulorū in circulo mundi maximo inscriptæ. Nec vero turberis si Solis diametrum cōcluserit Archimedes subtēdere maiorem partem quam millesimam, nunc circuli A. B. G. quo sol defertur, nunc firmamenti à

quo sol longissimè abest. Nam de primo absolutè verum est: de secundo autem intelligitur: verùm habita ratione loci in quo Sol est: & nobis apparet. Ostendit quidem A. B. maiorem circumferentiæ A. B. G. partem quam millesimam occupare. Et quia omnium circulorum homocentricorum lineæ à centro eductæ proportionales partes resecant (iam mittimus eccentricitatem solis quæ in his hypothesεon adauctionibus vix sentitur) sequitur videntibus nobis etiam zodiaci circuli, Solem plusquam millesimam partem abscondere: quamquam fatear diametrum solis re vera accommodatorum circumferentiæ maximi circuli zodiaci seu firmamenti, forsan multo breuiorem arcum intendere.

25 Ἡ μὲν δεκάκις μυριάδων μυριάδες ρ̄. Hæc verba sonant decies millies decem millia centies sumpta: quia ergo 10000 in 10000 ducta reddunt 10 0.00 0.000, hæc per 100 multiplicata, faciunt 10 000 000 000, summam ab Archimede significatam.

26 Ὅτι ἁ διάμετρος τῶ χιλιαγώνου ἐλάσσων, &c. Hoc est diameter terræ est plusquam $\frac{1}{1000}$ ambitus figuræ mille angulorum mundo inscriptæ.

27 Τᾶς δὲ διαμέτρου τῶ κόσμου μείζων ἢ τριπλασίων, &c. Sit circulus A. C. D. E. in eoque inscriptũ hexagonum A. B. C. D. E. F. Quoniam enim latus hexagoni radio circuli æqualis est [a] diameter A. D. duobus lateribus A. F, F. E. quæ tertiam perimetri hexagoni complent, par est. Resecentur bifariam arcus [b] quos latera subtendunt punctis G. H. I. K. L. M. iunganturque lineæ quæ δωδεκάγωνον constituant. Siquidem quæque duo latera dodecagoni maiora erunt [c] quolibet latere hexagoni. Et proinde totus ambitus dodecagoni maior est ambitu hexagoni & ergo maior quam triplus diametri circuli. Quod si rursus secentur arcus subtensi à lateribus dodecagoni: inscribaturque circulo figura plurium quam 12. angulorum, adhuc crescet eius ambitus. Hinc liquido patet quanto maior sit ambitus figuræ mille angulorum maximo mundi circulo inscriptæ, quàm mundani diametri triplus. Ergo ponatur iste ambitus partium esse 30.000. Harum diameter terræ maior est vna, diameter verò mundi minor decies millibus. Hinc patet diametrum terræ multo maiorem esse vna decem millium partium, in quas mundi dimetiens secaretur. Proinde diameter mundi non est diametri terræ decies millecuplus.

a per coroll. 15. l. 4.
b per 30 l. 3
c per 20 l. 1.

28 Καὶ αἰεὶ οὕτω μεγαλύνοντες οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἔχοντι, &c. Hic oportet totam Archimedei artificij imaginem adpingere. Notandum itaque est antiquos Græcos vocabulum non habuisse, quo maiorem numerum exprimerent quàm μυρία, eoque quidem significasse 10000. Ipsum tamen repetijsse vel in obliquis casibus, vel aduerbialiter, si quem abundantiorem denotandum haberent. Sunt nempe loquutiones Græcæ istiusmodi: μυρίαι μυριάδων nempè 100 000 000. δέκα μυριάδων, scilicet 100000, ἑκατὸν μύριαι videlicet 1000000. μυριάδων μυριάκις μύριαι hoc est 100. 000. 000. 000. & huiusmodi. Ita vt quinque præcipuas veluti scansiones numerorum haberēt, μονάδα δεκάδα ἑκατοντάδα χιλιάδα & μυριάδα quæ quatuor gradus denotarent in decupla proportione. Quæ vero summæ gradum μυριάδων exsuperassent, sed intra cancellos μυρίων μυριάδων continerentur, eas repetitione præcedentium graduum expressissent, vt 10145. Græci dixissent πέντε & τεσσαράκοντα χιλιάδες καὶ μύρια. Tum 400 000. illis essent τεσσαρακοντάκις μύρια seu τεσσαράκοντα μύριαι. Et 1000000 μυριάκις χιλίας seu χιλιάκις μυρίας, & huiusmodi. Audiamus Herodotum dies annorum 70. communium præfinientem: ἐς ἑβδομήκοντα, inquit, περιέχοντι ἡμέρας διηκοσίας & πεντακισχιλίας & δισμυρίας ἐμβολίμων μηνὸς μὴ γινομένου. Eos esse diceremus 25200. Quoniam ergo post μυριάδα dictio non erat quo ceteri gradus decuplæ progressionis exprimerentur, vtendumque erat importuna quadam μυριάδων repetitione, nec ingrata tantùm sed etiam obscurissima, Archimedes hũc scopulum deuitans, octo constituit ὀκτάδας, quarum singulas octo gradibus composuit in decupla proportione: quorum rursus primum μονάδα quintum μυριάδα vocat secundum & sextum δεκάδα, tertium & septimum ἑκατοντάδα quartum denique & octauum χιλιάδα. In primo μονὰς seu vnitas est simplex: at in quinto χιλιὰς est vnitas, seu quintus gradus ex Chiliadibus tanquã vnitatibus cõponitur. Μυριὰς enim ex decẽ millib. cõstat, tũ quoq; δεκὰς quæ est in secũdo gradu, simpliciũ est vnitarũ: at δεκὰς gradus sexti est myriadũ

& denique vltimæ ἑκατοντὰς ϗ χιλιὰς constant ex δεκάδος ϗ ἑκατοντάδος μυριάδα. Ea autem est omniũ periodorum coniunctio, vt vltimus numerus & plenissimus præcedentis periodi vicem subeat vnitatis in sequenti periodo: non aliter ac fit in ἑκατοντάδι vel χιλιάδι simplicibus. Vt enim δεκὰς est veluti vnitas ἑκατοντάδος: sunt enim in Hecatontade seu centenario numero decem decades, sicut in decade sunt decem vnitates, & in Chiliade sunt decies centum, ita vt centenarius sit in millenario loco vnitatis. Sic completa secunda χιλιὰς primæ periodi, quæ μυριὰς μυριάδων appellatur, excrescitque vsque ad 100.000 000. censetur esse vnitas secundæ periodi. Rursus secundæ periodi vltimus & completissimus numerus, qui ascendit ad 10 000 000 000 000 000 pro vnitate tertiæ periodi habetur, & ita deinceps. Character ergo primæ periodi pro reliquis suffecerit.

Σχῆμα τῆς πρώτης περιόδου.

Μονὰς	i	α.	Vnum	I.
Δεκὰς	10	ι.	Decem	X.
Ἑκατοντὰς	100	ρ.	Centum	C.
Χιλιὰς	1000	A_{ι}.	Mille	M.
Μυριὰς	10000	I_{ι}.	Decies mille	XM. vel ccıↄↄ.
Δεκὰς μυριάδων	100000	P_{ι}.	Centies mille	cMↄ vel cccıↄↄↄ.
Ἑκατοντὰς μυριάδων	1000000	$A_{\iota\iota}$	Millies mille	cQↄ vel ccccıↄↄↄↄ
Χιλιὰς μυριάδων	10000000	$I_{\iota\iota}$.	Decies millies mille	ıcQↄı vel cccccıↄↄↄↄↄ.

In vltima ergo primæ periodi decade (omnes enim enumerare plane esset inane) hi numeri sunt, 10000000, 20000000, 30000000, 40000000, 50000000, 60000000, 70000000, 80000000, 90000000, 100000000. At hic vltimus est μυριὰς μυριάδων, scilicet vnitas sequentis periodi, primamque periodum simul claudit, & secundæ præbet initium. Ita vt licet in singulis periodis sint duntaxat octo decades, seu 8. interualla, tamen vltimus terminus octauæ decadis nouem characteres habet, quorum nonus principium constituit secundæ periodi. Ita additi 7. alij characteres procurrunt ad initium vltimæ decadis secundæ periodi, quam decimus septimus terminat, & simul tertiam periodum incipit. Tum vigesimus quintus character finem tertiæ periodi & principium quartæ facit, trigesimus tertius quartam complet & quintam initiatur, quadragesimus primus quintam absoluit & sextam principiat: adhæc quadragesimus nonus finis est sextæ & principium septimæ, demum in quinquagesimo septimo explicit septima & oritur octaua, quæ denique in sexagesimo quinto integra est. Hinc liquido patet omnes octo periodos, (quæ etiam pluribus adaugeri possunt) continuam numerorum progressionem in decupla proportione constituere, singulasque decades suis componi numeris. Manifestum etiam est in exprimendo numero Archimedeo ritu, distinguendos esse characteres in proprias periodos, nempe octo primos dandos esse primæ periodo, sequentes octo secundæ, & ita deinceps, quod exemplo illustrasse operæ pretium est. Numeris aliquando lusurus soliditatem mundi in gallicis miliaribus inueni ex antea demonstratis [a] esse

2|12. 48804 6|82.789.598|61333332. Huius numeri diuidendi sunt characteres per octonos, initio ducto à dextra læuam versus. Nam primi octoni sunt primæ periodi: secundi secundæ: tertij tertiæ, & ita consequenter. Sic igitur Archimedes numerum hunc exprimeret: Duo quartæ periodi, duodecim millena millia, quadringenta octoginta octo millia, quadraginta sex tertię periodi: Octoginta duo millena millia, septingenta octoginta nouem millia, quingenta nonaginta octo secundæ periodi: sexaginta vnum millena millia, trecenta triginta tria millia, trecenta triginta duo primæ periodi. Verum vt totam exprimendi numeri methodum intelligamus, etiam characteres cuiuslibet octadis diuidendi sunt, in quaterniones, si Græcè sit loquendum, in ternions si Latinè effari oportet. Diameter terrę in nostris milliaribus reperitur 34363636 3. ferè, qui numerus Græcè & Archimedicè sic diuisus:

[a] Libro de dimensione circuli.

3. 43631|6363. exprimitur τρία τῆς δευτέρας περιόδου, τρία δὲ ἑξάκις καὶ τεσσαράκοντα καὶ ἑξάκις χιλια, καὶ τρεῖς καὶ ἑξάκις καὶ τεσσαράκοντα καὶ τεσσαρακοντάκις μυριάς τῆς πρώτης περιόδου. Latinè vero pronunciandus sic secaretur.

3. 43.636.363. Et esset, tria secundæ periodi: quadraginta tria millena millia, sexcenta triginta sex millia, trecenta sexaginta tria primæ periodi. Illa autem priora tria quæ dicuntur secundæ periodi, Græcè sunt τρεῖς μυριάδες μυριάδων. Est enim character in tertio quaternione, qui si in quarto esset diceretur τρεῖς μυριάδες μυριάδων μυριάκις. Quoti enim quaternionis est character exprimendus, toties vulgares Græci nomen μυριάδες reperunt, vno minus: haud aliter atque Latini, qui toties nomen millenarij congerunt vno minus, quoti ternionis est character exprimendus. Vt v. gr. illum vltimum characterem ternatij, qui centenarij loco reperitur tertij ternionis, effamur trecenta millena millia. Cæterum Archimedes tàm concinnè octo περιόδους assumpsit, vt quæsitus numerus mundanæ arenæ vltimam decadem octauæ periodi, secundum supposita perfectè adæquet: propterea plures numerorum ordines non instituit.

29 Ἔστι μυριάκις μυριοστῶν ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες. Ex his quæ mox diximus colligimus facillimè hũc numerũ esse 1|0.000|000.0|00.00|0.000. Tum quia est μυριὰς μυριάδων secundæ periodi, & μονὰς proximæ sequentis periodi, & proinde ex se decies decupla proportione ab vnitate producit numerum 17. characterum, & 16. syphrarum. Tum quia quater repetit myriadem Archimedes: pro qualibet vero quatuor syphræ sunt sumendæ. Ratio enim eadem est expressionis vel descriptionis numerorum quæ prolationis. Vt ergo antea præcepimus in proferendis Græcè numeris, diuidendos esse characteres per quaterniones ratione myriadis: sic iam idem quaternio seruandus est in depingendo numero. Cum ergo quater repetatur μυριάς, sunt 16. adpingendæ syphræ, hoc est quater quatuor: post quas sequitur 1. decimo-septimo loco, quæ quintum veluti gradum singulis restituit. Nam in omni myriade sunt quinque termini interuallo distincti decuplæ progressionis: sed in medijs finis vnius est principium alterius, vt hoc schemate vides.

1 0 0 0 0   0 0 0 0   0 0 0 0   0 0 0 0

πρῶ   πρῶ   πρῶ· | | | 1 πρῶτος μονάδων.
δευ   δευ   δευ· | | 2. δεύτερος δεκάδων.
τρι   τρι   τρι· | 3 τρίτος ἑκατοντάδων.
τετ   τετ   τετ· | 4 τέταρτος χιλιάδων.
πεμ.   πεμ.   πεμ· 5 πέμπτος μυριάδων.

Cæterùm hic numerus exsurgit ex 100 000 000. seu centum millenis millibus in centum millena millia ductis: vel ex duabus myriadibus multiplicatis per duas myriades. Propterea verti decies millies decem millia per centum millena millia, ducta.

30 Χρήσιμον δ᾽ ἐστὶ καὶ τόδε γιγνωσκόμενον. ὄντων ἀριθμῶν ἀπὸ τῆς μονάδος, &c. Hic Archimedes rationem tradit, qua numerorum productorum ex binis cuiusvis progressionis numeris se mutuo multiplicantibus, locum & denominationem cognouerimus: quo etiam compendio numerum inuenerimus quolibet progressionis loco constituendum. Sint etenim numeri decupla proportione ordinati ab vnitate, & numeris exprimentibus designati.

11.
10000000000.

10. L
1000000000.
C

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
A	B	G	D	E	Z	H	T	I
1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	100000000

Ex illis multiplicent se G. & Z. ait Archimedes produci T. nempe gigni numerum qui tanto interuallo distet à maiori multiplicantium, quanto abest minor multiplicantium ab vnitate. Tum qui vno minus distet ab vnitate quàm sit numerus compositus ex vtrisque quibus ambo multiplicantes ab eadem vnitate absunt. Verbi gr. numerus exponens G. est 3 hoc est G. tertio loco est ab vnitate inclusiuè. Ita quoque T. tertio loco est inclusiuè ab Z. Deinde exponentes amborum multiplicantium sunt 3 & 6. qui simul conflant 9. numerum scilicet qui vno excedit numerum exponentem producti T. Hoc autem sic probatur. Quoniam enim numeri ordinantur decupla proportione, vt est A. ad B. ita Z. est ad H. & vt B. ad G. sic H. ad T. & ideo æqua ratione vt A. ad G. sic [a] Z. ad T. Proinde quod fit ex A. in T. æquale est [b] ei quod fit ex G. in Z. sed quod fit ex A. in T. est T. ergo quod fit ex G. in Z. est T. Cum igitur nascatur T. octauo scilicet ab vnitate loco, sequitur ipsius geniti exponentem numerum vno minorem esse quam simul ambo exponentes sint binorum G. & Z. Hinc corollarij vice deducitur: Quod si sit numerus progressionis v. gr. duodecimus inueniendus, duos numeros esse sumendos quorum exponentes simul 13. constituant, hoc est superent vnitate exponentem numeri qui quæritur, quales sunt E. & T. quos exponunt 5. & 8. Ductus enim E. in T. numerum procreabit duodecimo loco constituendum.

[a] per 14. l. 7
[b] per 19 l. 7

31 Ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ λ. τῷ χ. Demonstrauit enim L. multiplicem esse ipsius T. per D. hoc est, D. multiplicantem T. producere L. Atqui idem D. multiplicans T. produxit ex hypothesi Q. Ergo Q. & L. optimè concluduntur æquales.

32 Δῆλον οὖν ὅτι ὁ γινόμενος ἐκ τῆς ἀναλογίας, &c. Est D. quartus ab A. inclusiuè, vti L. factus quartus est inclusiuè à T. maiori multiplicantium sese. Tum quia D. quarto gradu est ab A. & T. octauo, numerus ex vtroque gradu conflatus est 12. At verò L. est tantum vndecimo gradu ab A. Ergo vno minus distat ab A. quàm sit numerus conflatus ex vtrisque gradibus, quibus multiplicantes sese ab vnitate distant. Hoc verò inclusiuè numerandum. Nam si vnitatem excluseris, numerus graduum quibus factus numerus seiunctus fuerit ab vnitate, æqualis fuerit numero composito ex numeris exponentibus amborum multiplicatorum, v. gr. abest D. ab A. 3. gradibus seclusa vnitate, & T. 7. qui simul reddunt 10. Tot vero gradibus L. dissidetur ab A. exclusa A. Et certè inclusiuè id intelligi, vltimis sui exempli verbis Archimedes ostendit.

33 Ὅτι αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων. Hoc demonstratur 18. libro 12. Elementorum. Cæterum ratio $\frac{1}{40}$ triplicata producit rationem $\frac{1}{64000}$ quæ nimirum est vnius grani papaueris forma sphærica, ad sphæram cuius diameter esset digitalis.

34 Ἡ μυριάκις τᾶς ἑξάκις μύρια ἐ πεντακισχίλια. Si igitur sphæra grani papaueris ponitur non excedere 1 0 0 0 0. arenulas: sphæram verò diametri digitalis non superare 6 4 0 0 0. papaueres, sequitur eandem digitalem sphæram non esse maiorem 6 4 0 000 000 arenulis. Nam vt 1. ad 6 4 0 0 0. sic 1 0 0 0 0. ad 6 4 0 000 000.

35 Οὗτος δέ ἐστιν ὁ ἀριθμὸς μονάδες ϛ', ἀριθμὸς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν &c. Hic ὑπόδειγμα habes Archimedeæ numerationis. Exprimens enim hunc numerum 6 4 0 000 000. ait esse sex vnitates secundorum numerorum, & myriadum quatuor millia primorum numerorum, seu quadraginta millena millia.

36 Ταῖς ρ' μυριάδων. &c. ratio $\frac{1}{100}$ qualis est dimetientis vnius digiti ad dimetiẽtem 100. digitorum, triplicata, fit $\frac{1}{1\,000\,000}$.

37 Δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐσεῖται, &c. Scilicet minor erit quàm qui produceretur ex numero hoc 1000 000 000 ducto per 1000 000. nempè quàm 1. 000. 000. 000. 000. 000.

38 Τοῦ προειρημένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθέντος ταῖς δέκα μυριάδων, &c. Etenim 1 0. vnitates secundorum numerorum faciunt δεκάδα secundæ periodi. Proinde constituunt decimum numerum ab vnitate: Tum 1. 0 0 0 000. faciunt τὰς ἑκατοντάδας τῶν μυριάδων. Ergo septimum proportionalitatis. Qui itaque gignitur numerus decimus sextus est ex superiori regula, nempe ille 1 0. 0 0 0. 0 0 0. 0 0 0. 0 0 0. 0 0 0.

39 Πάλιν δὲ ἐπεὶ ἁ σφαῖρα ἁ τῶν μυρίων, &c. Ea quæ deinceps infert Archimedes, ex præcedẽtib.

manifestissima sunt. Et ita progreditur, vt semper sphæræ sequentis ad præcedentem sit ratio centupla. Cæterum qui numeros characteribus expressos quæsierit, videat quis locus vnicuique in proportionalitate assignetur. Etenim syphtæ vna pauciores quàm sit loci numerus exponens præpositæ vnitati, numerum ostendent. Vt si quis quærat vigesimum secundum, præfigat vnitati 21. sphæras & statim, numerum quæsitum producet.

40 Καὶ αἱ διάμετροι τοῦ σφαιρῶν τὸν αὐτὸν ἕχοντι λόγον. Hoc est diameter terræ eam quoque rationem habet ad diametrum mundi quam hic mundi diameter habet ad dimetientem sphæræ stellarum fixarum. Si enim sphæræ fuerint proportionales, & dimetientes proportionales erunt, in progressione scilicet subtripla progressionis sphærarum.

NOTÆ AD ΨΑΜΜΙΤΗΝ.

PAG. 450. lin. 25. μαίζων lege μαίζον, nisi velis quis in Archimede μαίζων pro μαιζόνων multis locis referri non ad substantiuum, sed ad genitiuum præcedentem, vt hic ἑκατὸν vel μυριάδων. Tum vulgaris codex habet μαίζων.

Pag. 451. line. 28. ὑπερέχη, lege ὑπερέχῃ: nisi velis, quia Codices antiqui habent ὑπερέχην, tertiæ personæ subjungi ν. propter vocalem sequentem in ἐγγυτέρω.

Pag. 452. lin. 9. ἔχοντες, lege ἔχοντας lin. 18. ἱ, lege ἱ. Tum in manuscripto αὐτὸ τὸ ἐπιγράφει legitur ἐπιγράφει. Cæterum pro ἐπιγράφει quod est in vulgari codice, forrasse legendum esset ὑπογραφέτω, nisi hoc vocabulum ἐπιγράφει, vt & infinita alia quæ sequuntur, & passim reperiuntur in textu Archimedis, vt hic sequenti linea καταλαβοῦ pro καταλαβοῦ, & adhoc sequenti ἐλάφθη seu potius λάφθη pro λάφθητι, & ἄχθη pro ἄχθητι, & similia sumenda essent imperatiuè vt fuerit in vsu antiquis Siculis.

Eadem lin. 18. ἀψις lege ἁ ὄψις.

Pag. 453. lin. 11. αἱ ὄψιες ἐκ ἀφανῆ σημεῖον, legendum tum ex sensu tum ex sequentibus ἀπ' ἀφανέος σημείου, sicuti ὑπὸ ἴσας μεγέθους quod sequitur. lin. 19. ἐκ videtur delendum.

Pag. 454 lin. 1. ἐς ἐν, lege ἐ ἐστι, lin. 8. ἐστι lege ἐν ἡ

Pag. 455. lin. 1. & vltima ἔχοντες, lege ἔχοντα.

Pag. 461. lin. 25. ἐστι lege ἐντι.

Pag. 462. lin. 3. ἐστι, lege ἐοντι, lin. 32. ἐόντων lege ἐόντων.

Pag. 463. lin. 3. & 25. ὡς ἐκάτερος ὁ ἑνὸς, legendum putarem, ὡς ἕκαστος ὁ ἑνὸς: nihilominus quia hoc sæpius repetitur, reliqui, suspicatus phrasim fuisse Siculis.

Pag. 464. lin. 31. πολλαπλασιάσιως τοῦ lege πολλαπλασιασμοῦ τοῦ.

Pag. 465. lin. 8. συνάμφω δὲ ὅτι, lege συνάψιω δὲ scilicet sit hic locus adeo luxatus vt difficillimum sit sensum ex verbis authoris eruere. Linea præcedenti in libro typico legebatur μονάδας ἀοις corruptè, sed restitui ἀ ἴσος ἐντι.

Pag. 466. lin. 11. ἐλάσσων, lege ἔλασσον, quia substantiuum est πλῆθος: lin. 19. idem error corrigendus: lin. 30. lege πολλαπλασιασμοῦ τοῦ.

Pag. 467. lin. 13. ἐλάσσων ἐστι, lege ἔλασσόν ἐστι: lin. 24 χιλίας lege χιλιᾶν: demum lin. penultima μετὰ τοῦτο, lege μετὰ τούτῳ. Cæterum hac pagina multas lectiones impressi Codicis corruptas emendauimus ex manuscripto, præcipuè lin. 9. mutauimus χίλιαι μυριάδες in χίλιαι μονάδες.

Pag. 468. lin. 7. ἐλάσσων, lege ἔλασσον.

Pag. 469. idem est error in lineis 4. & penult. Sed lin. 14. ἐλάσσων, lege ἔλασσον: lin. 55. lege ἡ ἐξ, τούτων.

Pag. 470. lin. 10 ἐλάσσων, lege ἔλασσον: lin. 29. ἐλάσσων ἐστι, lege ἔλασσόν ἐστι.

Pag. 471. idem error contingit lineis 4. 10. 22. 28. 31. lin. 30. τὸ τῶ ψάμμου, lege ἐν τὸ τῶ ψάμμου.

Pag. 472. lin. 7. ἀνάλογον, lege ἀνάλογον.

Alibi si erretur, boni consule. Tandem si contulerit quis hoc exemplar cum antiquo Basileæ excuso, multa experietur emendata ex manuscripto & ex sensu.



ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΟΧΟΥΜΕΝΩΝ.

ARCHIMEDIS DE INSIDENTIBVS HVMIDO.

LIBRI DVO.

NOVIS DEMONSTRATIONIBVS ILLVSTRATI, nouo textu Græco restituti, & lacunas repleti.

PROOEMIVM.



VONIAM mutili erant qui ſequuntur libri, deficiebatque temporum omnia exedentium iniuria, Græcus authoris contextus: (habebatur enim duntaxat latina quædam verſio, etiam multa ex parte arroſa & detrita præ vetuſtate,) nomine fragmentorum videbantur emittendi in publicum, niſi ex ijs quæ eorum ſuperſunt, nunc in artus rediſſe viderentur, facieque laudabili, vultuque ſano ſeſe legenti offerrent. Græcæ propoſitiones, vt ſuperioribus libris leguntur, Dorica lingua Archimedi familiari à nobis reſtitutæ & affabrè, quantum potuimus, effictæ ad mentem & ſermonem authoris, tum lacunæ antea a Commandino acutiſſimo Geometra, & à nobis recens ſunt repletæ, vt nihil iam ſit diſcriminis, cuius ratione à cæteris operibus diſtinguantur, vel Archimedis operum honore defraudentur. Quin verò Archimedis ſint, nemo dubitauerit, qui vetuſtiſſimos authores legerit, tàm Græcos quàm Latinos: quorum plurimi paſſim hos libros Archimedi tribuunt. Strabo Poſidonium ſtupiditatis inſimulat, quod cùm non eſſet Mathematicus, Archimedis opinioni de humido in libris de inſidentibus, non ſubſcriberet, nempè quòd humidi

consistentis, atque manentis superficies sphærica sit, & quidem eius sphæræ, cuius cen- a Strabo geogr. lib. 1.
trum idem sit ac centrum terræ. Verba Strabonis sunt[a], οὐδ' ἐκεῖνο ἀληθές ἐστιν, ὥστε καὶ μὴ μαθηματικὸς ὤν, οὐδὲ τὴν Ἀρχιμήδους βεβαιοῖ δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκεῖνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὀχουμένων, παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος, καὶ μένοντος τὴν ἐπιφάνειαν σφαιρικὴν εἶναι, σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ γῇ. *Ex quibus certo cognoscitur, & hos libros esse Archimedis, quippè nomen Authoris adponitur, & libros quos Archimedes inscripsit* περὶ τῶν ὀχουμένων, *hos ipsos esse, quos habemus præ manibus: citatur enim propositio .2. l. 1. Nec enim alioquin ex hoc titulo satis innueretur qui libri essent isti, cum vocabulum sibi velit potius quæ curru vel equo, quam quæ humido feruntur: At ex subiunctione* τῆς προτάσεως, *omnis tollitur* ἀπορία καὶ ἐποχή: *vt minus Vitruuius hos libros arguisset, si titulo eos designasset; quàm significauerit cum eandem propositionem sic exscripsit:*
b cap. 6. l. 8. Architect. Fortasse[b] qui Archimedis libros legit, dicet non posse fieri veram ex aqua librationem, quod ei placet aquam non esse libratam, sed sphæroides habere schema, & ibi habere centrum, quo loci habet orbis terrarum. *Titulum notat Pappus, nec tamen adeò clarè ac precedentes hos libros designat, cum innuens Ar-*
c 8. l. collect. Mathemat. *chimedem inter Mechanicos recensendum vsu loquendi antiquorum, inquit*[c] καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοὶ, καὶ τοὺς θαυματουργοὺς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσιν ὡς Ἥρων πνευματικοῖς, οἱ δὲ διὰ νευρίων, καὶ σπάρτων ἐμψύχων κινήσεις δοκοῦσι μιμεῖσθαι ὡς Ἥρων αὐτομάτοις καὶ ζυγίοις· ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ' ὕδατος ὀχουμένων, ὡς Ἀρχιμήδης ὀχουμένοις. *Etenim quamquam operis huius* ἐπιγραφὴν *integram det, cum addit* ἐφ' ὕδατος: *tamen propositionem vllam operis non subiungit, vt coniicere integrum relinquat, alios fuisse ab ijs quos habemus, libros* περὶ τῶν ὀχουμένων. *Tum miror quod inter Mechanicos recensendum velit Archimedem, quia de insidentibus, aut de vectis aqua scripserit, cum ab his multo minus sit Archimedes dicendus mechanicus, quam ab alijs quæ* πνευματικὰ, *&* αὐτόματα, *&* ζύγια *scripsit. Porrò si non suffecerit tantorum virorum authoritas, vt quis credat hos libros esse Archimedis, eos saltem facie authoris agnoscat. Quippè Animæ cuiusque vultus est, quo distinctissimè cognoscatur. Sermo est species mentis, quibus ab alijs dirimatur. Hic ista hæc omnia Archimedis esse agnosco. Facies est eadem animi, idem proponendi ordo, haud alia demonstrandi subtilitas hic, quæ fuere in superioribus libris. vt cùm sit forma penitus similis, prorsus æqua laus sit, & par omnino gloria: nihilque desit præter verborum Græcorum contextum, cuius etiam species ita mansit affabre depicta in verbis Latinis, vt si non ex verbo, saltem ex voce, & sono intelligatur, & vel oculis casso lumineque orbato dignoscatur. Equidem superiores libri suos habent flores & fructus, vt insigni sua præstantia ingenia nostra in stuporem rapiant: hi verò qui sequuntur, haud minori sunt ornamento humanis animis, nec pauciores conferunt vitæ nostræ prouentus, forsitan plures & maiores, si diligenter inspexerimus, quot & quantæ vtilitates ex humido proueniant, tum quas mens nostra, ex ijs quæ ad humidi naturam & qualitatem spectant ritè cognitis, voluptates percipiat. Quandoquidem cum subiectum de quo hoc opere agitur, naturalis sit potius contemplationis, quam disquisitionis Mathematicæ, & latio in humido, grauitas humidi, denique ratio corporum penes grauitatem, ad naturalem Philosophum pertineant, qui rerum primis, aut ex primis eductis proprietatibus perspiciendis, dijudicandis, docendis incumbit: tamen figura humidi, & quæ à figura sunt accidentia, tum rationum momenta, quæ pendent à grauitate maiori vel minori corporum inter se collatorum penes pondus, adhuc motus qui accidunt ex æquali vel inæquali libratione, & ex naturali rerum grauium propensione ad centrum terræ, denique ex diuersis sitibus centrorum grauitatis, imò ex varijs quæ*

figuras sequuntur titubationibus appensorum corporum, ad Geometram pertinent: nec minima aut contemnendæ est artis, horum amborum artificum operas, tam belle concinnasse, vt hinc sonus & rationi consentaneus, & intellectui gratus edatur. Hoc præstitit hîc Archimedes, dum & se Physicum, & simul Geometram vno eodemque difficillimo penso, demonstrauit. Et nihil tamen minus hoc opere, quam Mechanicus fuit. Ea enim religione Mathematicam professus est, vt quamuis machinamenta plurima ediderit, id Regis & Principis sui iussu fecerit potius, quàm ex animo. Quod disertis verbis exprimit Plutarchus, qui cùm Marcelli conatus eludi dixisset Archimedis machinis, subiungit [a] ὧν ὡς μὲν ἔργον ἄξιον σπουδῆς, οὐδὲν ὁ ἀνὴρ προὔθετο, γεωμετρίας δὲ παιζούσης ἐγεγόνει πάρεργα τὰ πλεῖστα. *Etenim Rex quidem Hiero contendit, & induxit Archimedem vt speciem artis suæ aliquam ederet, cui vt obtemperaret multa veluti ludens in Geometria protulit, quæ tamen qua ratione componerentur, & qua arte constarent, scriptis edidisse non legimus. Hîc verò quidquid est, omnino demonstratiuum est, nec vlla pars à vera scientia abhorret. Omnia sua principia habent, suas item ratiocinationes veras & legitimas, vt nihil sit cur reclamet Plato, sicuti quondam aduersus Eudoxum & Architam inuectus est* [b] ὡς ἀπολλύντας, καὶ διαφθείροντας τὸ γεωμετρίας ἀγαθόν, ἀπὸ τῶν ἀσωμάτων καὶ νοητῶν ἀποδιδρασκούσης ἐπὶ τὰ αἰσθητὰ καὶ προσχρωμένης αὖθις αὖ σώμασι πολλῆς καὶ φορτικῆς βαναύσου ἐργίας δεομένοις. *Siquidem ne tantillum hic apparet illegitimi, vel à liberali scientia alieni operis, vt opus mechanicum dici queat: Licet multa hinc instrumenta mechanica, quæque arti militari plurimum conducant, (sicuti ars machinalis* περιορωμένη πολὺν χρόνον ὑπὸ φιλοσοφίας μία τῶν στρατιωτίδων τεχνῶν ἐγεγόνει*) elici poßint. Verùm quid inde mechanici nominis illis attribui potest, cùm ex singulis verè Geometricis, & omnino Mathematicis* ἐπιχειρήμασι *infinita machinamenta, quæ vsui vitæ humanæ sint, depromi poßint? Scopus etenim Archimedis fuit intellectui deseruire, & illi indulgere, potißimamque animæ humanæ partem suis diuinis inuentionibus demereri, nec tamen obices vllas ponere, quin sui labores, suaque studia in vsus communes reducerentur, si res ferret. Etenim vbi suprema ratio contemplata est quæcunque obtulerint sese, & generali scientia comprehendit, proprio quoque munere ad infima descendit, ijs ordinem ponit, regulas adijcit, & media modosque præbet, quibus omnia perficiantur. Pro varietate conditionum, & qualitatum humanarum nunc publica negotia regit, & edicta præscribit vulgo: nunc iußis moram gerit. Aliquando Ducibus consilio est, prudentia & imperio: aliquando Militibus robur, fortitudinem & obedientiã suggerit: Tandem Geometris causas, & deinde Mechanicis instrumenta, profert, vt sic nemo non agat ex ratione. Ita qui suas Philosophicas, & maxime Mathematicas lucubrationes emittunt, non solum opem ferunt ijs qui præ dulcedine contemplationis à gerendis negotijs abstrahunt sese, in fortunatas insulas amandandi: verùm omni omnino homini quantumuis in actione demersi, viam præscribunt, qua cum honore, dignitate ac vtilitate officio fungatur, vt beatæ sint respublicæ, in quibus omnes tam fœlici otio operam nauant. Hinc Platonis scholæ* διάγραμμα *limini adscriptum maiusculis literis, quas nullus non aduerteret,* οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω: *vt cum in animo haberet homines docere, quomodo respublicæ beatæ forent,* περὶ πολιτειῶν *scripturus, ab ijs disciplinis inciperet, quibus informati animi ratione duce vti instituerentur. Cæterum vbi de Authore ac authoris scopo diximus, superest de titulo, ac interim de operis subiecto pauca adnotemus, quę intellexisse plurimum interest. Antiqui ergo qui horum librorum meminerunt, habent* περὶ τῶν ὀχουμένων*; solusque Pappus addit* ἐφ' ὕδατος*, vt amphibologiam tolleret: cùm non de vectis, aut de insidentibus in*

[a] Plutarch. in Marcello.

[b] Ibidem.

vniuersum scribat Archimedes, at de insidentibus, aut de vectis humido. Et certè à Strabonis relato titulo περὶ τῶν ὀχουμένων *addidissem libenter* ὑφ' ὕδατος, *vt subiunxit Pappus, nisi in Archimedem peccassem, qui non scribit speciatim* περὶ τῶν ὀχουμένων ὑφ' ὕδατος, *aut rectius* ὑφ' ὕδασιν, *at vniuersim* περὶ τῶν ὀχουμένων ὑφ' ὑγροῦ. *Multa enim humida sunt quæ non aquæ dicuntur, quorum alia natura quam aqua, alia consistentia, alia grauitas, alia demum ferendi vis est, quorum quoque ratione longe alia est propositionum, quas profert Archimedes, fortitudo, aliudque robur. Nam quæcunque humida exponuntur, aqua, vinum, oleum, & cætera quæque, de ijs verißimum est, quod proponit Archimedes, (ne quis id de aqua sola interpretetur:) quamquam non par sit in omnibus effectus.* Vt enim non amplitudine ponderis, sed genere singula-
a Cap 8 li. 7. Archit. rum rerum *(inquit a Vitruuius)* grauitatem esse non est negandum, hoc est, *(addit Poliander)* non magnitudine & mole rei, sed vt quæque densior est & compactior, *ita in varijs humidis magis aut minus veritas harum propositionum elucescit: quæ eiusmodi est, vt certißima elementa cognitionis effectuum insidentiæ humido, omnium corporum, aut eo leuiorum, vel eodem grauiorum hoc opus offerat, vt hinc cuiuslibet vectura per aquas, cæteraque humida certißimè conijciantur. Verùm aggrediamur opus.*



ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΟΧΟΥΜΕΝΩΝ.

ARCHIMEDIS DE IIS QVÆ VEHVNTVR IN AQVA.

LIBER I.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ Α.

Υποτιθέσθω τοῦ ὑγροῦ τοιούταν φύσιν εἶμεν, ὥστε τῶν αὐτῶν μερέων ἐξ ἴσου κειμένων, καὶ συνεχομένων ἐπ' ἀλλήλων, ἔλαττον πεπιεσμένον ὑπὸ τοῦ μᾶλλον πεπιεσμένου, ἐκβάλλεσθαι. Ἕκαστον δὲ αὐτῶν μέρος, θλίβεται ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ τοῦ ὄντος ὑπὲρ αὐτῶν κατὰ κάθετον, ἐὰν αὐτὸ τὸ ὑγρὸν ᾖ καταβαῖνον ἔν τινι ἢ ὑπὸ τινὸς πεπιεσμένον.

POSITIO I.

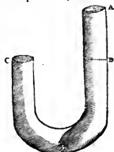
Ponatur humidi eam esse naturam, vt partibus ipsius çqualiter iacentibus, & continuatis inter sese, minùs pressa à magis pressa expellatur. Vna-quæque autem pars eius premitur humido supra ipsam existente ad perpendiculum, si humidum sit descẽdens in aliquo, aut ab alio aliquo pressum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ratio positionis seu assumpti huius à natura, qualitatibusque humidi dependet. Ea enim ipsius natura est, vt facilè mobile sit: tum vt facilè cedat, quia non partibus constat arctè compactis, quin potius leuiter diuisibilibus, similis fere aëri, cuius flexibilitatis ergo, dixit Aristoteles[a], ὂν ἢ εὐδιαίρετον σῶμα συνεχές. Propterea si prematur quocumque modo etiam leuissimè, facile cedit, & plicatur, abit & disiungitur: ita vt, oisi pari pondere in statu contineatur, figuram non seruet. Gutta quidem aquæ, imò cuiusque humidi, rotunda permanet: (siue quia siccum refugiens, ipsum quærit voico puncto tangere, qui sphæræ tactus est, siue quia vna est: vnitas verò in Homogeneis excellentiùs seruatur in globo, cum nihil illic dissideat, nihil absistat: siue quia totum elementum globosæ figuræ est, quo fit vt quoties præ pondere, & quantitate sibi licet, accipiat illam formam, in qua extrema æque distant à medio) tamen maior aquæ quantitas latè diffunditur, nisi terminis quibusdam contineatur, quos si premitur, diffugit & exilit, aut effertur seruata cedendi ratione pro pondere, ictu & premente vi. Et nihilominus extima superficies videtur globosam figuram vbique retinere. Non quidem vt globum perficiat, sed vt frustum globi referat. Saltem nec gibbos nec concauitates admittet, quinimò

[a] Problem. sect. 23 q. 2. & li. de sensu & sensibilis cap. 5.

quantumuis inæquale sit in fundo vas, & prærumpatur, aut varias vortices habeat, illa superficies altior cum aqua quieuerit, æqualis permãserit: Tum si motu vel quãtitate superueniente, extima illa superficies facta fuerit fragosa & inæqualis, natiuo põdere restituetur, donec ad æquilibrium ierit. Imò id acciderit seiunctis partibus superficiei extimæ, si totius corporis non disiuncta fuerit series. Impleatur vas A.B.C. aqua per A. in elatiori loco: possitque per C. effluere aqua si abundauerit, totumque vas censeatur plenum: certissimum est vase existente pleno, aquam fore elatiorem in A. quàm in C. & propterea, vt nouimus ex quotidiana experientia, effluxuram aquam per C. quousque superficies aquæ quæ in A. redierit ad D. quod est in eodem plano cum C. vt sic aqua tota sua elatiori superficie stet ad libramentum. Et hoc quidem contigerit, licet sit maior, licet minor sit, moles aquæ in parte vasis A.B. quàm in B.C. Vnde aqua non censetur habere vim premendi alias corporis sui partes, nisi ea quantitate, qua ad perpendiculum libramento supereminet. Eo etenim constituto, totum corpus quiescit & subsidet. Quod & de omni humido intelligendum est.



POSIT. II.

Ponatur eorum quæ in humido sursum vel deorsum feruntur, vnumquodque sursum vel deorsum ferri secundum perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipsorum ducitur.

ΥΠΟΘΕ. Β.

Ὑποκείσθω τῶν ἐν τῷ ὑγρῷ φερομένων ἄνω ἢ κάτω, ἕκαστον ἄνω ἢ κάτω φέρεσθαι κατὰ κάθετον ὃς διὰ τοῦ κέντρου τοῦ βάρεος τῶν αὐτῶν ἄγεται.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc positionem Archimedes subiungit post 7. propositionem huius. Ego verò malui hic adponere, tùm quod positionum vt datarum, hic locus sit: tum quia etiam primis propositionibus deseruit. Cæterum Archimedes posuerat tantum de ijs quæ sursum feruntur: ego verò addidi, & de iis quæ deorsum tendunt. Etenim vtrorum par est ratio. Nam humidi centrum est centrum mundi: grauia autem & leuia hoc centrum perpetuo respiciunt, & vel ad ipsum afferuntur, vel ab ipso efferuntur secus lineam transeuntem per dictum centrum mundi, & centra suarum grauitatum. Hæc autem linea est ea quam Archimedes perpendicularem vocat, quia perpendicularis est ad superficiem terræ, vt alibi diximus. [a]

[a] schol. 6. prop. de quad. parabol.

POSITIO III.

Humidum omne pondus habere.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Præter Archimedis positiones, & hanc addendam putauimus, ne quis iis quæ dicentur deinceps inficias ierit. Quod autem pondus habeat humidum omne, & graue sit, ipsimet sensus docent, vt non sit aliò recurrendum in hac veritate determinanda. Nam ipsemet aer grauis est: quod vtribus inflatis deprehenditur, qui si aliquando Æolios Ithacis inclusimos vtribus Euros, vt habet [b] Poëta, grauius pendent quam si vacui aere sint, etiam teste Aristotele[c]. Cæterum hoc humidi pondus, non tam metimur quantitate molis, quam genere naturæ: nam, vt ait [d] Vitruuius, non amplitudine ponderis, sed genere singularum rerum grauitatem esse, non est negandum. Et hoc deinceps erit animaduertendum cum dicemus aliquod graue se habere ad humidum in grauitate in aliqua ratione. Sensus enim erit, de densitate & rei expositæ naturali compactione, secundum quam æstimatur ipsius humidi grauitas, & cuius causa res ipsa & humidum paris molis, vel differunt vel æquantur in ponderositate.

[b] Ouid. 3. Amo el. 31.
[c] cap. 4. l. 4. de Cælo
[d] lib. 7. c. 8. Architect.

Hoc

Hoc fortasse interpretaremur clarius si diceremus nos hîc grauitatem sumere neque penes locum, neque penes quantitatem, sed penes qualitatem formalem, non exteosiuè, sed intensiuè. Quomodo oculis experimur lignum centum librarum leuius esse in aqua, quam frustum plumbi vnius libræ: quandoquidem lignum aquis enatat, plumbum verò fundum petit. Hoc fit ex genere naturæ. Et nihilominus, si quis humeris vtrumque sigillatim appeodeat, lignum multo grauius æstimauerit quã plumbum: sed hæc æstimatio ab externa quantitate est, non ab interna partium colligatione, secundum quam nos hîc grauitatem cum Archimede sumimus.

ΠΡΟΤΑ. Α.

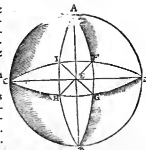
ΘΕΩΡ. Α.

Εἴ τις ἐπιφάνεια τῷ ἐπιπέδῳ τμηθῇ πάντοτε διὰ τοῦ αὐτοῦ σαμείου, καὶ ἡ τμῆσις ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἔχουσα τὸ κέντρον σημεῖον τοῦτο, δι' οὗ ἐπιπέδῳ τέμνεται, τᾶς σφαίρας ἐπιφάνεια ἔσται.

PROP. I.

THEOR. I.

Si superficies aliqua plano secetur per idem semper punctum: sitque sectio circuli circumferentia centrum habens punctum illud, per quod plano secatur: sphæræ superficies erit.



ΥΠΟΘ. Sit globosa supetficies A. C. B. D. & intra eam punctum E. per quod agantur plana illam superficiem secantia, ita vt sectiones quælibet sint circumferentiæ circuli, verbi gratia sectiones C.H, G. D, F. I. & A. I, H. B, G. F. & quotlibet.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico propositam superficiem esse superficiem sphęræ.

ΚΑΤΑΣ. Etenim si non fuerit sphærę superficies duci poterunt lineæ è puncto E. ad superficiem inquales: sint ipsæ E. A. & E.C. per quas agatur planum circumferentiam secans quæ sit A. C, B. D.

ΑΠΟΔ. Etenim ex hypothesi sectio A. C, B.D. est circulus cuius centrum est E. Proinde lineæ E. A. & E. C. sunt [a] æquales: sed ex consequentia negationis sunt eædem impares. Ergo eædem lineæ sunt pares simul & impares, quod est absurdum. Proposita itaque superficies est superficies sphæræ.

[a] per 15. de. fini. l. 1

ΠΡΟΤ. Β.

ΘΕΩΡ Β.

Παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος καὶ μένοντος ἁ ἐπιφάνεια σφαιρικά ἐστι, σφαίρας ταυτὸ κέντρον ἐχούσας τᾷ γᾷ.

PROP. II.

THEOR. II.

Omnis humidi consistentis atque manẽtis superficies sphærica est, cuius sphæræ centrum est idem quod centrum terræ.

ΥΠΟΘ. Sit aliquod humidum B. D. C. immotum & consistens naturaliter: (res enim vi affectas propriam figuram mutare nemo negauerit.)

ΣΥΜΠΕ. Dico extimam ipsius superficiem esse sphæricam: ciusque centrum idem esse ac terræ.

ΚΑΤΑΣ. Secetur humidum propositũ plano acto per centrum terræ quod sit A. & ducantur ab A. lineæ ad extimam superficiem humidi propositi A. B, A. D, A. C. vel si fieri potest A. F, A. D, A. E. inæquales scilicet ad superficiem quæ nõ sit sphærica: tum intra humidum à centro A. ducatur arcus G. H. I. in plano secante, includens humidi partem quandam interiorem.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam corpus negatur sphæricum esse & est pars humidi H. D, E. I. gibbosior & latior quam sit pars D. H. G. F. pars interior humidi H. I. A. magis premitur quam alia pars H. G. A. & proinde non consistet, [a] neque manebit immota, sed magis pressa pelletur. At hoc est contra hypothesim, ergo vt stet & quiescat, oportet vndiquaque similiter prematur: sic autem pressa circulum B. D. C. efficiet: quod & de omni alia sectione concludetur ac proinde superficies extima sphærica est [b] cuius centrum est A. centrum terræ, quod fuit demonstrandum.

a per positionem præcedentem.
b per præc.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ex pondere [c] humidi, eiusque mobilitate [d] hoc theorema iudicatur. Repetita enim præcedenti diagrammate, si non fuerit humidi propositi consistentis extima superficies sphærica, erit illic elatior vt in E. I. hic depressior vt in F. Quoniam ergo quod grauè est descendit naturaliter, humidũ ex E. descẽdet versus D. & C. quousque æqualiter distet à centro vndiquaque: hoc autem est esse sphæricum, vt proponitur. Cæterum propositio intelligitur tam de humido vniuerso & maritimo; quam de quocumque minimo humido. In illo vniuerso patet sensibus, ex naui quæ in altum mare decurrit, cuius partes inferiores sensim effugiunt oculos respicientium in portu, tùm tandem superiores: cuius causa est aquæ gibbositas & tumor sphæricus. In hoc vero, humidum Cyatho redũdans videtur in medio elatior quam ad oram Cyathi & paulatim à limbo intumescere. Cæterum Strabo Possidonium fatuum vocat ἰδιώτην, quia cum non esset mathematicus, non tamen Archimedi crederet de figura & cẽtro aquæ, nempè quod humidum omne esset sphæricum & centrum haberet centrum mundi, vt hîc proponitur. Etenim illic Strabo propositionem hanc integram affert eamque omnibus mathematicis in confesso esse ait, his verbis, ταύτην δὲ τὴν δόξαν ἀποδέχονται πάντες οἱ μαθηματικοὶ τῆς ἀληθείας. Possidonius vero mare interius & si vnum sit, vt asserebat, sub vna superficie contineri non existimabat, sed nec etiam propinquis in locis: cuius inscitiæ (ait Strabo) testes faciebat nonnullos architectos. Denique Vitruuius huius propositionis meminit c. 6. lib. 8.

c ex hypot. 2.
d ex χ... petit.
Geograp. l. 1.

PROP. III.	ΠΡΟΤΑ. Γ.
THEOR. III.	ΘΕΩΡ. Γ.
Solidarum magnitudinum quæ æqualem molem habentes æque graues sunt atque humidum: in humidum (consistens) demissæ mergentur, ita vt ex humidi superficie nihil extet; non tamen adhuc deorsum ferentur.	Στερεῶν μεγεθέων τῶν ἴσον ὄγκον ἐχόντων ἃ ἴσως βαρῆ ἐστὶν τῷ ὑγρῷ, εἰς τὸ ὑγρὸν καθιέμενα οὕτως κατακλυσθήσεται, ὥστε ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ οὐδὲν εἶμεν, ἀλλ' οὔπω κάτω φορεῖται.

ΕΚΘ. Sit aliquod humidum A. B. C. in quod demittatur solida magnitudo L. I. æqualis cum ipso grauitatis.

ΔΙΟΡ. Dico magnitudinem istiusmodi totam humido demergi, eo tamen modo vt maneat in summa superficie humidi, nec deorsum feratur.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur humidum proposito plano acto per centrum B. & dirimatur angulus A. B. D. bifariam linea B. F. O. ducaturque centro B. arcus D. F. E. intra humidum per quẽ superficies sphærica parallela superficiei humidi, intelligatur dirimere humidum. Et si fieri potest magnitudinis L. I. pars L. K. maneat supra aquam, & sola reliqua S. I. immergatur. Imaginemur verò magnitudinem solidam humidam G.H. æqualem mole magnitudini L. I. & parti demersæ S. I. partem G. Q.

4 per 3. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Magnitudo solida censetur æqualis ponderis cum humido. Ergo quoniam magnitudo A. B. O. siue conus fuerit siue pyramis, æqualis est magnitudini O. B. C. parsque D. B. F. parti F. B. E, sequitur pondus molis D. O. maius esse pondere molis E. O. quantitate scilicet, excedentis partis L. K. & deficere à parte F. C. tantum humidi pondus, quantum est Q. G. Proinde premitur aqua D. B. F. magis quam prematur F. B. E. Non consistet ergo humidum vt ponitur sed turbabitur donec ad ἰσότητα perueuerit hinc inde. Quod non fiet quin immergatur totum L. I. Non tamen centrum petet, quia æquata humidi superficie nullibi fit maior compressio. Stabit proinde humidum & supra enatabit solida magnitudo L. I. proposita: quod fuit demonstrandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sunt hæc verba in contextu propositionis: *ita, vt ex humidi superficie nihil extet*, quæ sunt duriusculi sensus: potissimum cum verbum *extet* non videatur conuenire cum illis solidis magnitudinibus quæ demerguntur; cum de vno tantum sit, proponantur autem plures: ad humidum vero non videatur posse referri, cum humidum illud sit quod sui superficiem gerat & gignat, sitque aliquid ex sui superficie ac limite. Ideo συμπέρασμα clarè non infertur iuxta propositionem. Hypothesis quidem Archimedis est *vt magnitudo, si fieri potest, in humidum demissa, extet ex superficie ipsius*, & sic propositio intellectu esset facilis: sed hoc contrarium est omnino textui propositionis, quæ vult potius solidam magnitudinem nihil extare ex humidi superficie. Et certè censerem legendum esse *extent*, & verbum istud supponere pro solidis magnitudinibus demersis, quæ quidem nihil sunt de superficie humidi propter mobilitatem humidi quod qualibet alia magnitudine ad rotunditatem facilius defertur, & propterea immersæ magnitudini quamuis ad superficiem manenti quadammodo superenatat. Et ideò demergi propriè dicantur cum totæ humido inuoluantur, ad supremam tamen partem maneant. Et quod hîc sensus sit huiusce loci, confirmat propositio sequens.

PROP. IV.

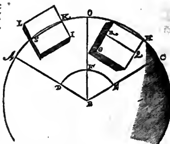
THEOR. IV.

Solidarum magnitudinum, quęcumq; leuior humido fuerit, demissa in humidum (manens) non demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

ΠΡΟΤΑ. Δ.

ΘΕΩΡ. Δ.

Στερέων μεγεθέων, ὅτι κουφότερον ἀν ᾖ τοῦ ὑγροῦ, καθημένον ἐς τὸ ὑγρὸν· οὐκ ὅλον κατακλυσθήσεται, ἀλλά τι τοῦ αὐτοῦ μέρος ἐκ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας ἐξέσται.



ΥΠΟΘ. I. Manente eadem figura quæ superius, sit magnitudo L. I. minoris quã humidum grauitatis & demittatur in humidum A. D, F. O.

ΣΥΜΠ. Dico totam non demergi.

ΚΑΤΑΣ. Demergatur tota si fieri potest, & imaginemur partem L. K. etiam humido abscondi.

ΑΠΟΔ. Tuncquoniam leuior est L. I. magnitudo quam humidum G. H. par quidem volumine sed grauior pondere, sequitur minus premi D. F. B. quam F. E. D. ac proinde non constare [a] sed moueri & turbari quousque hinc inde sit humidi æquilibrium. Non ergo L. I. absorbetur tota, sed enatat vt vult propositio.

[a] per I. petitio. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Lucis maioris ergo imaginati sumus pyramides aut conos aut quæcumque contingant, alias figuras A. B. O. & O. B. C. æquales: non quod propositiones non sint veræ etsi hæc humida non essent æqualia: Quandoquidem in quocumque vasto oceano, magnitudines propositæ infundantur, semper concludetur eadem veritas & necessaria foret διόρισμος. Nam quam latum sit humidum, magnitudo in ipsum demissa figuræ solidæ formam dederit, cuius basis erit in superficie humidi respondentis ipsi magnitudini, vertex vero in centro terræ, & hæc figura solida ea est quę censetur aut magis aut minus premi, & hinc velcedere locum vel quærere latiores dimensiones.

PROP. V.

THEOR. V.

Solidarum magnitudinum quæcumque leuior humido fuerit demissa in humidum (manens) vsque eo demergetur vt tanta moles humidi, quanta est partis demersæ, eandem quã tota magnitudo grauitatem habeat.

ΠΡΟΤ. Ε.

ΘΕΩΡ. Ε.

Στερέων μεγεθέων τὸ κουφότερον ὂν τοῦ ὑγροῦ, καθημένον ἐς τὸ ὑγρὸν, μέχρι τοσούτου κατακλυσθήσεται, ὥστε τάλικοῦτον ὄγκον τοῦ ὑγροῦ, ἁλίκος ἂν τοῦ καθημένου μέρεος ᾖ, ταὐτὸ τὸ βάρος, ὃ τὸ ὅλον μέγεθος, ἔχειν.

ΥΠΟΘ. Repetito rurſus præcedenti diagrammate, ſit magnitudo L.I. leuior quam fuerit humidum eiuſdem molis, cuiuſmodi aſſumptum eſt G.H.

ΣΥΜΠ. Dico humido demergi L.I. ea tantum parte, cuius moles par ſit moli corporis humidi, pondere æqualis toti magnitudini: verbi gratia, poſito corpore humido R.H. æquali pondere toti magnitudini L.I. mole verò parti S.I. concluditur partem S.I. duntaxat demergi.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim ſi maior pars quam S.I. magnitudinis humido immergeretur, minùs humidi contineretur in A.B.O. quàm ibidem contineatur, dum tantum S.I. demergitur, & ideò minus eſſet pondus, quia magnitudo non æqueponderat ac humidum; Ergo fieret minor hic compreſſio quam illic, & inde conturbatio, & motio: [a] at ponitur humidum conſiſtens. Ergo aſſurget magnitudo, quouſque hinc inde fiat idem pondus. Humidum verò non aſſurgit, ſed magnitudo, quia hæc illa leuior eſt. Tum ſuperficies humidi, quæ eſſe debet [b] ſphærica, non ſeruaretur, quod eſt inconueniens.

[a] per 1. pet. hum.

[b] per 2. hum.

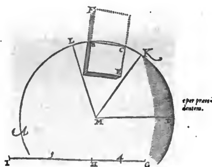
ΠΡΟΤ. ϛ. — PROP. VI.

ΘΕΩΡ. ϛ. — THEOR. VI.

Στερεῶν μεγεθέων τῶν κουφοτέρων τοῦ ὑγροῦ, τὰ εἰς τὸ ὑγρὸν καταβαλλόμενα, ἄνω φέρεται τοσοῦτα ἰσχύϊ, ὅσῳ τὸ ὑγρὸν τὸν ὄγκον ἔχον τῷ μεγέθει ἴσον, βαρύτερόν ἐστι τοῦ αὐτοῦ μεγέθους.

Solidæ magnitudines humido leuiores in humidum impulſæ, ſurſum feruntur tanta vi, quanto humidum molem habens magnitudini æqualem, grauius eſt ipſa magnitudine.

ΥΠΟΘ. Sit humidum A. B. C. D. & aliqua magnitudo F.E. eadem mole leuior quàm humidum: & ipſius quidem F.E. pars B.E. ponderet vt H.I. Humidum verò molis quidem ipſius B.E. pŏderet vt G.I. Tandem tota F.E. grauitet eodem pondere G.I.



ΣΥΜΠ. Dico magnitudinem F.E. ſi vi in humidum impellatur (aliter enim non demergetur [c] cum ſit leuior humido) exſurgere è medijs aquis preſſam pondere, vt G.H. quo humidum molis F.E. ſuperat in grauitate magnitudinem F.E.

[c] per præcedentem.

ΚΑΤΑ. Ponatur ſuperficies humidi L.K.D. ſphærica, & ſumantur humidi ſolidæ figuræ L.M k, k.M.D.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quoniam F.E. leuior eſt quàm humidum, & quidem grauitate G.H. ſequitur ipſam F.E. vi depulſam in humidum L. M. k. efficere, vt in eo ſit minus pondus, quàm in k.M.D. quantitate G.H. proinde tanta grauitate premetur à proximo humido v.g. k.M.D. quanta eſt G.H. Et quoniam cuilibet ponderi in premendo reſiſtentia eſt: quanta erit G.H. grauitas obnitetur, prementi vi, & demergenti in humidum magnitudinem F.E. ita vt ſi vis illa ceſſauerit, reſiliat ex humido F.E. magnitudo eadem preſſa grauitate G.H. quæ quo maior fuerit eo celerior erit repulſio, donec C.F. pars, qua magnitudo leuior eſt, ex humido ſeſe extulerit, quod erat probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Pluribus ostensum est, libris de æquipõderantibus, pondera, natiua grauitate impellere, trudere, attrahere, & denique mouere pro inclinatione, in quam natura ipsa ferri cõparata sunt. Humidum itaque, quod [aa] pondus habet, si vi expellatur, aut in altum efferatur, aut loco natiuo dimoueatur, cessante vi, quod se leuius nanciscitur, illud protrudit & extollit, donec consistat æqualiter pressum & premens, & æquamentum sibi coogeneum inuenerit. Hinc vis est qua ligna in aquam protrusa resiliunt, & denique corpora leuiora ex mediis resultant aquis. Omnino vbi pondus est, ibi est trutina, ibi scapus, ibi libramentum, quo singula ponderosa quiescunt, aut proprias inclinationes, inclinationumque celera, vel tarda momenta exercent. Etenim omnes motus qui in corporibus simpliciter naturalibus animaduertuntur, à pondere aut leuitate sunt, & hioc quidem ordo mundanus.

aa per 2. petit. huius.

PROP. VII. | ΠΡΟΤΑ. Ζ.

THEOR. XII. | ΘΕΩΡ. Ζ.

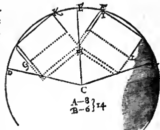
Solidæ magnitudines humido grauiores demissę in humidum ferentur deorsum, donec descendant: & erunt in humido tanto leuiores, quanta est grauitas humidi molem habentis solidæ magnitudini æqualem.

Στερέων μεγεθέων τῶν βαρυτέρων τοῦ ὑγροῦ, τὰ καθιεμένα ἐς τὸ ὑγρὸν, κάτω οἰσθήσεται, ἄχρις ἂν καταβαίνωνται, καὶ ἐν τῷ ὑγρῷ ἔσται τοσούτῳ κουφότερα, ἡλίκον τὸ βάρος ἐστὶ τοῦ ὑγροῦ, ὄγκον ἔχοντος τὸ ἴσον τῷ μεγέθει.

ΥΠΟΘ. Sint magnitudo quidem G.H. humido grauior, & humidum H.L. æqualis molis cum G.H. magnitudine.

ΣΥΜΠ. Dico magnitudinem G.H. demissam in humidum ferri deorsum & descendere: Et quidem in humido fieri tanto leuiorem, quanto ponderat H.L. humidum æqualis secum molis.

ΚΑΤΑ. Ponatur magnitudinem G.H. ponderare vt A.B. humidum verò H.L. vt B. Sumatur verò alia magnitudo G.K. leuior humido, & grauitas ipsius sit vt B. & quia humidum grauius est hac secundò assumpta magnitudine, ponatur I.L. humidum paris molis ac G.K. & graue vt A.B.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim hinc & illinc sic habebitur æquale pondus, nempè A. & bis B. & item moles eadem. Proinde tota magnitudo K.G.H. in humidum demissa, stabit ac quiescet, [a] nec sursum nec deorsum feretur: Etenim licet G.H. sit ponderosius, quàm H.L. pondere A. & deprimatur [b] vt magis premens, tamen leuius est G. K. quàm I.L. eadem grauitate A. ita vt pulsum ascendat, [c] scilicet tanta vi, quanta est pondus A. Ergo eadem est ratio grauitatis in descensu, quæ leuitatis in ascensu, & vt magnitudo G.k. demersa in humido sursum fertur, & leuior fit pondere A. quo scilicet I L. grauius est quàm G.k. sic G.H descendet in humido, & leuius fiet grauitate B. quanta nempè est grauitas humidi H.L. eandem qua ipsa molem habentis, vt vult propositio.

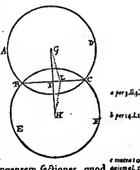
a per 3. huius.
b per 1. position
c per præcedentem.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Magnitudo G.H. in humido premit vt 14. sed H.L. humidum eundem occupans locum, cùm sit eiusdem molis, resistit vt 6. Ergo G.H. euincit solùm in depressione vt 8. Minuitur proinde pondere resistentis corporis, nempè 6. & ponderat tantùm grauitate excessus, quo ipsa superat humidum paris molis. Omne ergo graue in aere tanto minus grauitat in aqua, quanto aquæ corpus æqualis molis graue est. Appende hoc aquæum pondus, scies quanto graue in aëre appensum, in aqua leuius sit futurum.

LEMMA.

Si circuli se secuerint, iunganturque eorum sectiones lineâ: ipsa dirimetur bifariam, & ad angulos rectos ab alia linea quæ eorum centra coniunget.



ΥΠΟΘ. Secent se circuli A.B.C.D. & E.B.C.F. eorumque iungantur sectiones B. & C. linea B.C. tum eorum centra alia linea.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico lineã B.C. ditimi bifariam, & rectò à linea iungente centra.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur punctum I. quod sit ex hypothesi medium ipsius B.C. à quo censeantur educi lineæ I.H. & I.G. ad centra circulorum. Tum ducatur G L.H.

ΑΠΟΔ. Linea H.I. bifariam ditimit B.C. ergo [a] ad angulos rectos: Tum I.G. eadem de causa perpendicularis est ad B.C. Ergo H.I.C. & G.I.C. cum sint recti, G.I.H. est [b] recta linea iungens eorum centra. Quod autem iungens centra trãseat per I. necesse est, nam si posset transire v.g. per L. & esse G.L.H. recta linea, duæ rectæ G.I.H. & G.L.H. comprehenderent [c] spatium. Ergo linea iungens centra bifariam, & perpendiculariter, diuidit B.C. lineam scilicet iungentem sectiones, quod fuit probandum.

a per 3. lib. 3.
b per 14. l. 1
c contra 10 axioma l. 1

ΠΡΟΤΑ. Η.

ΘΕΩΡ. Η.

Εἴ τι μέγεθος στερεὸν κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, ὃ τοῦ τμάματος τᾶς σφαίρας σχῆμα ἂν ἔχῃ, ἐς τὸ ὑγρὸν καθῆται, ὥστε τὰν βάσιν τοῦ τμάματος μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, τὸ σχῆμα ἐφιδρυθήσεται ὀρθῶς, ὥστε τὸν ἄξονα τοῦ τμάματος κατὰ κάθετον ἦμεν. Καὶ ἐὰν ὑπό τινος ἐγκλίνηται τὸ σχῆμα, ὥστε τὰν βάσιν τοῦ σχήματος ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, οὐ μενεῖ ἐγκλινόμενον εἰ ἀφίηται, ἀλλὰ ὀρθῶς ἀποκαταστήσεται.

PROP. VIII.

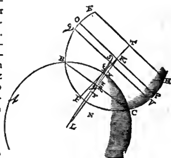
THEOR. VIII.

Si aliqua magnitudo solida leuior humido, quæ figuram portionis sphæræ habeat, in humidum demittatur, ita vt basis portionis non tangat humidum: figura insidebit recta, ita vt axis portionis sit secundum perpendicularem. Et si ab aliquo inclinetur figura, vt basis portionis humidum contingat: non manebit inclinata si demittatur, sed recta restituetur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quoniam huius propositionis antiqua demonstratio quæ fuerat Archimedis, ne quidem veteribus translationibus ad nos peruenerit, & quondam à Federico Commandino suppleta fuerit vt aliæ quæ similiter perierant, visum est eius vestigijs inhærere primum, deinde aliam subiungere eruiam ex antea demonstratis ab Archimede, vt magis ac magis à seipso lumen accipiat.

ΥΠΟΘ. Sit portio sphæræ, vel hemisphærio maior, vt E.F.H. vel æqualis vt O.F.P. vel demum minor vt Q.F.V. humido leuior, quæ in humidum A.B.C.D. demittatur per verticem F. & scilicet basi E.H. vel O.P. vel Q.V. sursum elata extra humidum. Intelligatur verò planum secare hæc sphærica nempè humidum, & propositam portionem per centra, in quo plano agantur lineæ, primum L.k. à centro portionis ad centrum humidi L. Tum diameter portionis F.k.T.



ΣΥΜΠ. Dico portionem, nisi rectò demittatur in humidum, ita vt linea T.k.F. conueniat cum perpendiculari k L. non manere, sed moueri, donec rectà ster humido portio & hæ lineæ in vnam coincidant.

ΚΑΤΑΣ. Posita portione inclinata sit pars insuccata B.X, C.F. & iungatur linea B.C. secans perpendicularem K.L. in R. & per B.C. agatur planum rectum ad K.L. diuidens partem insuccatam in duas sphæræ portiones B.X.C. & B.F.C. diametri autem sectionum circuli sunt N.R. & R.X. ambæ in linea k L. quia iungit centra vtriusque circuli A.X.D. & E.N.H. & ideò [a] perpendicularis est ad B C. basim, & omnes lineæ ductæ in sectionibus parallelæ ad B.C. bifariam [b], & rectò [c] diuidentur. Sunt ergo eædem N.R. & R.X. axes portionum sphæricarum partem constituentes insuccatam, & tota N.X. efficit axem ipsius partis, in quo necessariò est eiusdem partis centrum grauitatis. Nam portionis B.C.N. centrum est [d] in N.R. portionis item B.X.C. centrum est [d] in R X. punctis, quibus Geometræ docent [e], v. g. in Y. & Z. & propterea centrum totius partis insuccatæ est in recta Y.Z. & ideò in perpendiculari K.L. hoc sit γ. Est autem centrum grauitatis totius propositæ portionis in T.F. [d] linea, scilicet axe ipsius: sit ergo ipsum in ζ. Nam educta linea à centro Y. ad centrum reliquæ partis portionis, quæ manet in aere, quod sit S. transibit [f] necessariò per centrum ζ. totius portionis. Iungatur tandem S.L.

a per lemma praeced.
b per 29 l. 1
c per 3 l. 3.
d per 15 lib. de centr. grauit. Commandini.
e Interalios Lucas Valerius prop. 34 l. 2. de centro grauit.
f per 8. l. 1. de æquipōd.

ΑΠΟΔ. Cùm ergo ponderet pars in humido secundum lineam Y.L. pars verò quæ in aere secundum lineam S.L. & demum tota portio secundum perpendicularem quæ à ζ ad L. educeretur, non manebit portio [g] quousque hæc tria centra, & punctum L. quod est centrum terræ, recta linea iungantur, quod non fiet quin ambæ lineæ L.K. & F k. in vnam incidant, vt erat conclusum: scilicet deorsum ruentibus partibus quæ sunt ad E.O.Q. & ascendentibus sursum ijs quæ sunt ad H.P.V. secundum diuersas lineas, quarum situs paulatim mouetur, quousque radij ζ.S, & ζ Y. fiant æquales, & æquilibrium accidat. Vis autem mouens in hac titubatione est tam grauitas ponderis quæ æquamentum quætit, cum premat in diuersis centris, quàm humidi ponderositas maior [h], quàm sit portionis.

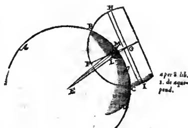
g per Archimedem prop. 6 lib. de quadr. parab.
h per 6. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Tota demonstrationis vis eò præcipuè tendit, vt ostendatur diuersa esse grauitatum centra, eorumque diuersos situs, secundum perpendiculares ad centrum mundi eductas. Hinc enim dependet

ftatus feu commotio titubantis molis, vt alias ᵃ oftendimus. Cæterum Archimedes in demonftrationibus fuis diftinguit partem portionis demerfam ab ea quæ in aëre remanet: quamquam fint continuæ, vnamque folam conftituant magnitudinem; cuius quidem pars quæ in aqua ponderis fit leuioris, quàm fit ea quæ in aëre eft. Nihiluminus pondus in vtraque eft, quo premit ab ea parte qua diiungitur axis à perpendiculari: ita vt femper valeat præcedens noftra demonftratio. Verum etiam lubet alijs Archimedis veftigijs infiftentes rationem habere vtriufque partis feparatim,

ΕΤΕΡΑ ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ.



ΥΠΟΘ. Sit itaque hic hemifphærij H. F. I. pars humido immerfa B. F, C. O. Et quoniam hæmifphærij centrum eft in axe F. G. fit punctum K. Centra vero eùm partis demerfæ, tùm non demerfæ, fi linea recta iunganrur, tranfibit illa per eentrum totius hæmifphærij, ᵃ cum radiorum reeiproea ratione. Sint ergo illa eentra L. parris immerfæ & M. reliquæ, ira vt quemadmodum fuerit pars immerfa ad non dermerfam, ira fit reeiprocè M. K. ad K. L. Eft autem L. M. linea obliqua ad F. G. ex fuppofita inelinatione portionis quę in humido.

a per 8 lib. 1. de æquepond.

ΑΠΟΔ. Quoniam L. eft centrum partis demerfæ, ponderat feeundum perpendicularem E. L. ᵇ vti non demerfa feeundum perpendicularem E. M. rotum vero hæmifphærium feeundũ lineam E. K. & puncto K. videtur fieti fufpenfio & effe libride M. L. punctum vero fufpenfionis G. eentrum nempè magnitudinis: Ergo M. quæ furfum eft in fufpendio mittetur deorfum, punctum vero L. afeendet furfum, ita vt tandem tria puncta E. K. G abeant in rectam lineam & fit axis F. G. in perpendiculari E. K. vt vult propofitio. Poffemus fieut Archimedes dieere M. ferri deorfum & L. ferri furfum & tandem axem G. F. vniri perpendiculari E. K. Verum vnde fiat elatio puncti L. furfum non videtur conftare. Nam lieet magnitudo humido leuior affurgat tanta vi quanto humidum molem habens magnitudini æqualem grauius eft ᶜ ipfa magnitudine: tamen elatio fit potius ex grauitate magnitudinis immerfæ quæ eentrum quærit, quàm ex impulfione humidi. Et propterea quantumuis fenfim hoc hæmifphærium demittatur in humidum, fiet quod proponitur, non per refiftentiam humidi, fed per rationem ponderationis & grauitaris partium non demerfarum, cum demerfis, quæ numquam quiefcent quin appenfio fiat cum ratione reciproea radiorum & partium appenfarum. Hæc autem non accidit in quibuflibet fphæræ portionibus, quin axis fit in perpendiculari coniungente tria puncta eentrorum humidi feu terræ, grauitatis magnitudinis & librationis feu appenfionis ᵈ. Nam eadem ratio valet tam in portione maioti hæmifphætio, quam in minori.

b per 2. propofitio. huius.

c per 6. huius.

d Secundũ χάτωπρο-pofit. 6. l. de quadrat. parab.

ΠΡΟΤ. Θ. — PROP. IX.

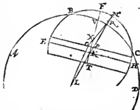
ΘΕΩΡ. Θ. — THEOR. IX.

Εἰ δὲ τὸ σχῆμα κουφότερον τοῦ ὑγροῦ ἐς τὸ ὑγρὸν καθῆται, ὥστε τὰν βάσιν ὅλαν ἐν τῷ ὑγρῷ ἦμεν, ἐφιδρυθήσεται ὀρθῶς ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ κατὰ κάθετον καθίστασθαι.

Quod fi figura humido leuiot in humidum demittatur, ita vt bafis tota fit in humido: infidebit recta, ita vt axis ipfius fecundum perpendicularem conftituatur.

ΥΠΟΘ. Sit humidum A. B. C. D. in quod demittatur portio fphæræ leuiot ipfo E. F. H. quæ primò fit Hemifphætica & punctum K. eentrum fit fphæræ, vt & circuli

qui basis est portionis & cuius diameter est E. H. Axis portionis sit F. K. nempè à cẽtro K. ducta linea perpendiculariter ad basim, erit enim in isto axe centrum grauitatis portionis. Imagineinur autem à centro humidi L. duci perpendicularem L. K. N. per K. centrum sphæræ.



ΣΥΜΠ. Dico quòd si dicta magnitudo sphærica demergatur in humidum, ita vt basis cadat in humidum, vertex vero F. sursum non demersus remaneat, non quieturã fore donec axis K. F. conueniat cum perpendiculari L. N.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam propositum hemisphærium partim est [a] in humido partim extra humidum, quia ponitur humido leuius, videtur dirimi in duo diuersa pondera & differentet ponderantia: Et quia in humido est pars E. B, C. H. tum extra humidum pars B. V. C. N. diuersa grauitatum centra istæ partes nãciscentur: ipsa ergo sint R. & O. quæ iungens linea recta O. R. necessario transibit [b] per centrum grauitatis totius portionis. quod ideo est X. & est X. O. ad X. R. vt reciprocè pars in aëre ad partem in humido. Feretur ergo (concludit Archimedes) pars extra humidum per rectam R. L. deorsum & pars intra humidum sursum secundum lineam O. L. donec k. F. conuenerit cum L. N. Addo id fieri necessario: quia cum illæ duæ partes appendeant à puncto k. tanquam ab agina O. R. in radijs X. O, X. R. iungi oportet [c] in vna eademque recta linea centrum mundi L. centrum appensionis K. & X. centrum grauitatis magnitudinis: quod non eueniet quin linea k. F. axis nempè portionis, sit cum linea L. N. vt vult propositio.

[a] per 5 humid.
[b] per 8. l. 1. de æquip.
[c] per 90. sexta de quadr. parab.

Cæterum quod de hæmisphærio ostenditur, concludetur tam de portione maiori cuius v. g. basis, T. sit centrum, quam de maiori cuius centrum basis ponatur P. punctum. Etenim vtrobique valet superior ratio.



ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΟΧΟΥΜΕΝΩΝ. ΒΙΒΛΙΟΝ Β.

ARCHIMEDIS DE IIS QVÆ VEHVNTVR IN HVMIDO. LIBER II.

NOVIS DEMONSTRATIONIBVS ILLVSTRATVS.

ΠΡΟΤ. Α. ΘΕΩΡ. Α.

Εἴ τι μέγεθος κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, ἐς τὸ ὑγρὸν καθῆται· ἐν τῷ βάρει, λόγον πρὸς τὸ ὑγρὸν τὸ τοῦ ὄγκου ἴσου ἕξει, ὃ τὸ μέρος τοῦ μεγέθεος κατακεκλυσμένον ἔχει πρὸς τὸ ὅλον μέγεθος.

PROP. I. THEOR. I.

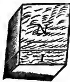
SI magnitudo aliqua humido leuior demittatur in humidum, eam in grauitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quam pars magnitudinis demersa habet ad totam magnitudinem.

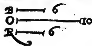
ΥΠΟΘΕ. Sit magnitudo humido leuior F.A. demissa in humidũ, ita vt pars humido A. demergatur, pars vero F. supereemineat: sit rursus N. I. corpus humidum paris molis atque F. A.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. F. esse ad N. I. vt est A. ad F. seu pars demersa humido, ad non demersam.

ΚΑΤΑ. Diuidatur N. I. corpus humidum æqualis molis cum A. F, in N. & I. similiter ac F. A. diuisum est, & sit N. pars æqualis ipsi F. Tum I. par ipsi A sit autem grauitas totius F. A. numeri B. Tum corporis N. numeri O. & corporis I. numeri R.







a per 5. primi huius. ΑΠΟΔ. Quam habet grauitatem magnitudo F. A. humido leuior, eandē habet a corpus I. quod est eiusdem molis ac pars demersa A. Verum B. est grauitas magnitudinis
b per fabr. F. A. & R. ipsius I. b sunt itaque B. & R. æquales. Et quoniam magnitudinis F. A. grauitas est B. Tum corporis N. I. grauitas est O. R. vt est F. A. ad N. I. sic est B. ad O. R. vel sic est R. ad O. R. Sed vt R ad O. R. ita est b I. ad N. I. Ergo I. est ad N. I. vt c F. A. ad N. I. Atqui vt I. ad N. I. ita est b A. ad F. A. ergo F. A. est c ad N. I. vt A. ad F. A.
c per 11 5. quod fuit probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

lib. 3. cap. 25 Seneca hanc ipsam rem meditatus, opere quæstionum naturalium hæc habet: *quamcumque vis rem expende, & contra aquam statue, dummodo vtrinsque par sit modus. Si aqua grauior est, leuiorem rem quàm ipsa est fert: & tantò supra se extollit, quantò erit leuior. At si aqua & eius rei, quam contra pensabis, par pondus erit, nec pessum ibit, nec extabit, sed æqualitur aquæ & natabile quidem sed penè mersa ac nulla eminens parte. Hoc est cur quædam tigna supra aquam penè tota efferantur, quædam ad medium summissa sint, quædam ad æquilibrium aquæ descendant. Nam cùm vtriusque pondus par est, neutra res alteri cedit, grauiora descendunt, leuiora gestantur: graue autem & leue est, non æstimatione nostra, sed comparatione eius quod vehi debet. Itaque vbi aqua grauior est hominis corpore aut saxi, non sinit id, quo non vincitur mergi.* Hæc Seneca, qui videtur his verbis propositionem Archimedis diffusiùs explicuisse, & cùm demonstrasset Geometra noster de leuiori corpore in humidum demisso, de reliquis corporibus quatenus penes leuitatem vel grauitatem ab humido differrent, statuere voluisse. Hoc itaque certum est humido existente medio gestationis corporum, deferri ea suprà vel infrà, quatenus leuiora humido vel grauiora sunt. Apparent autem sensibus nostris grauiora vel leuiora ex demersione eorum in humido, sicuti fit quoque in aëre, in quo aëre leuiora sursom ascendunt, grauiora deprimuntur. Hominem & saxum in exemplum sumit Seneca: nec absque ratione: cùm mare mortuum quod & lacus Asphaltites in Syria dicitur, iræ diuinæ vetus monumentum, humido sit adeo graui vt homines ipsi enatent, nec fundum
Architect. c. 3. l. 2. petere possint: Rursus memorat Vitruvius in Hispaniæ vlterioris Calcento, Galliarum Massilia & Asiæ Pitana quondam lateres formatos qui cùm erant ducti & arefacti, proiecti natarent: vt sic terra in lapides conuersa, humido fieret leuior, & ex leuitate supereminerer, non ex natura propria aut figura. Celebris etenim nostro seculo in Italia agitata quæstio est, num corporum figura demersioni in humido, aliquid adderet detraheretue. Et qui figuræ adscribunt rationem demersionis aut enatationis, obtrudunt duo corpora humido grauiora similis materiæ parisque ponderis, sed figuræ variæ: v. g. hinc sphærulam ex ebore vel ex Ebeno ligno, illinc laminam ex eadem materia, parique pondere, sed tenuissimam & diductissimam: oblatas autem in humidum demittunt & sphærulam quidem fundum statim petere, laminam verò enatare oculis testibus ostendunt: Atque hanc situs varietatem,
Vide Galileum Galilei qui Italicè scripsit de iis quæ attinent ad ea quæ in aqua insidēt. figuræ tribuunt, quæ sola in ipsis est diuersa. Qui contrà figuram eliminant è causis demersionis aut enatationis, negant laminam quantumuis subtiliter extensam; si materiæ fuerit humido grauioris, nō demergi, & mordicùs adseuerāt fundū aliquādo petere, quāuis lentè. Non quæritur enim nū tardiùs vel celeriùs descēdant hæc corpora, sed dūtaxat an demergantur. Celeritas autē vel tarditas immersionis non à leuitate aut grauitate, sed ab aquæ cessione liberiori aut difficiliori. Vt enim hæc corpora descendant, locum cedat aqua necesse est: Cæterùm plus aquæ minùs cedit tardiùsque mouetur cùm resedit, quàm paululum: lamina verò tenuissima multò maiorem aquam expellit aut premit, quàm globulus paris ponderis. Deinde addunt, quia si lamina sursum aquæ diutiùs remaneat, aëris soli tribuendum, à quo celeriter diuelli non potest, cùm aqua non statim subueniat vt locum repleat: quæ vbi ab vno latere ad aliud excurrerit, accelerari descensum. Vnde concludunt figuræ deberi duntaxat celeritatem vel tarditatem descensus ex maioris vel minoris aquæ occursu.

LEMMA.

Si parabolen contingat linea in puncto, sumatur verò in diametro paraboles linea æqualis ei quæ vsque ad axem: tum à puncto contactus ducatur linea æquedistans diametro, in quam ab initio lineæ assumptæ ducatur perpendicularis secans æquidistantem, & tandem à fine lineæ assumptæ per punctum sectionis æquidistantis ducatur linea in tangentem, ad eandem linea ducta erit perpendicularis.

ΑΠΟΔ.

ΥΠΟΘ. Tangat hinc inde (quia duobus modis hypothesis contingere potest) φ κ. Parabolem in punctis γ. & in diametro N.O. sumatur χ ν. æqualis ei quæ vsque ad axem, tum à puncto γ. ducatur æquedistans γ.ϖ in quam incidat perpendicularis χ.μ, & transeat per punctum μ. linea ν μ ι, vel ν ι μ.

ΣΥΜΠ. Dico lineam ν.μ.ι, vel ν.ι.μ, cadere perpendiculariter in κ φ.

ΚΑΤΑΣ. Producatur tàm diameter N. O. quã linea tangens quousque concurrant in κ. puncto, tum à puncto γ. decidant duæ κάθετοι, γ.β. ad diametrum, & γ.ψ. ad tangentem.

ΑΠΟΔΕΙ. Est γ.β. media proportionalis [a] inter κ.β. & β.ψ. quia angulus κ.γ.ψ. est rectus, & ab angulo recto in diametrum κ.ψ. decidit perpendicularis γ.β. scilicet quadratum γ β, æquale est rectangulo sub κ.β. & β.ψ. Verum idem quadratum γ.β. par est [b] rectangulo sub O.β. & latere recto paraboles, seu ea iuxta quam possunt ordinatim ductæ. Ergo hæc duo rectangula sub κ.β, β.ψ. & sub O.β, & latere recto, habent latera proportionalia, & vt est κ.β, ad O β. ita est latus rectum ad β ψ. Verùm κ.β. duplum est ipsius ο.β quia sunt [c] κ. O. & O.β. æquales. Ergo rectum latus est duplum ipsius β.ψ. Atqui idem latus duplum est eius quæ vsque ad axem, vt aliàs ostendimus [d]: Et ideo æquales sunt β.ψ, & χ.ν. æquales quoque sunt β.γ, χ μ, vt [e] iungentes perpendiculares, & anguli ad χ. & β. sunt ambo recti, vnde sequitur [f] reliqua latera γ.ψ, & μ ν. esse quoque æqualia, & angulos β. γ.ψ, & χ.μ.ν, esse pares, ac proinde parallelas esse [g] lineas β.γ. & ν.μ.ι, ac ideo tandem angulum μ.ι.γ. esse [h] rectum, qualis est ψ.γ φ. vt vult lemma.

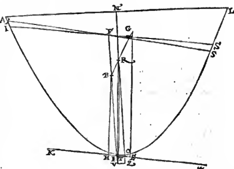
[a] per 13. l. 6. [b] per 11. l. 1. conic. [c] per 35. l. 1. conic. [d] lemm. 1. ad 4. de sphæroidib. & conoid. [e] per 33. l. 1. [f] per 4. l. 1. [g] per 28. l. 1. [h] per 29. l. 1.

ΠΡΟΤ. Β. ΘΕΩΡ Β.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ὁπότε ἂν τὸν ἄξονα ἔχῃ ἐλάσσονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ὅτινα λόγον ἔχον ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ βάρει, καθιέμενον ἐς τὸ ὑγρὸν, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ εἰς τὸ ὑγρὸν ἅπτεσθαι, καὶ ἐγκεκλιμένον, οὐ μενεῖ, ἀλλὰ ὀρθῶς ἀποκαταστήσεται. Ὀρθὸν δὲ λέγω καθεστάναι τοιοῦτο τμᾶμα, ὅταν τὸ ἐπίπεδον τὸ τετμηκὸς αὐτό, ᾖ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ὑγροῦ παράλληλον.

PROP. II. THEOR. II.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quàm sesquialterum eius quæ vsque ad axem, quamcumque proportionem habens ad humidum in grauitate: demissa in humidum, ita vt basis ipsius humidum non contingat, & posita inclinata non manebit inclinata, sed recta restituetur. Rectam dico consistere talem portionem quando planum quod ipsum secuit, superficiei humidi fuerit æquidistans.



ΥΠΟΘ. Sit portio rectangulæ conoidis A.O.L. cuius axis N.O. minor sit quàm sesquialter lineæ quæ est à sectione ad axem, (de qua aliàs[a], & quæ est semper dimidia eius secundum quã possunt ordinatim ductæ.) iaceatque in humido inclinata, siue grauior humido sit, siue leuior, siue tandem æquè grauis.

a ad 4 lib. de conoidib. & sphær. scilicet παρὰ τὰν ἄξονα lemm. præfixum propositioni.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico non remanere ipsam, sed restitui rectam.

ΚΑΤΑΣ. Imaginemur portionem totam plano secare per axem recto ad superficiem humidi, & sectionem conoidalem offerri A.O.L. rectam, quidem ad diametrum O.N. sed cuius pars insuccata humido sit I.O.S. inclineturque ita vt eius diameter P.F. non sit ad basim I.S. rectus, nec ipsa I.S. parallela basi A.L. nec recta ad N.O. ipsi verò I.S. ducatur æquidistans K ω. quæ tangat portionem in puncto P. Sumatur autem centrum grauitatis portionis totius, quod nimirum sit [b] in puncto R. diametrum ita diuidente, vt totus diameter sit sesquialter partis quæ est ad verticem, vel hæc pars sit dupla eius quæ ad basim. Partis verò adaquatæ centrum sit B. inuentum, vt centrum R. & ab ipso deducta linea per R. transeat ex hypothesi in G. centrum partis in aere manentis: scilicet existente [c] radio B.R, ad R.G. reciprocè, vt pars A.I.S.L. ad partem I.P.S. Et quoniam N.O. diameter totius portionis est tantum sesquialter partis R.O. ad eam verò quæ vsque ad axem minor est quàm sesquialter: sequitur [d] R. O. minorem esse τᾶς μέχρι τῶ ἄξονος. Fiat ergo R.Q. ea quæ vsque ad axem, & ducatur Q. V. ad R.Q. perpendicularis, & ideò parallela ipsi A.L. & incidat in F.P. vltra sectionem in V. (licet enim parallela ipsi A.L. duceretur ab O. caderet extra [e] sectionem, multo ergo citius Q.V.) Iam à puncto R. ad V. ducatur linea R. V. secans [f] perpendiculariter tangentem k.ω. in T. tum agantur ab alijs centris B. & G. aliæ perpendiculares H.B. & G.E.

b per χ’ρῆσιν 8 l. 2. de æquipond.

c per 8 l. de æquipond.

d per 8 l. 5.

e per 17 li. 1. Conic.

f per lemma præced.

ΑΠΟΔ. Quoniam linea à puncto R. ducta ad V. punctum incidit [f] perpendiculariter in k.ω. est in triangulo R P.T. angulus ad P. [g] acutus. Sed & angulus quem N.O. facit producta ad eandem tangentem k.ω. versus k. est quoque acutus, æqualis [h] nimirum angulo quẽ I.S. facit cũ N.O. ex supposita inclinatione. Ergo perpendicularis R.T. incidit necessario inter F.P. & N.O. Atqui tota moles ponderat secundum perpendicularem R.T, pars verò quæ in aqua, secundum perpendicularem B H, & altera extra aquam, secundum G. E: Atqui non constabit moles quin axis O.N. conueniat [i] cum perpendiculari R. T. Necessario ergo feretur deorsum G. à cuius partibus ponderat maior moles magnitudinis, & è contra assurget B. vt tandem conueniant N.O. & R.T. tum cum bis diameter F.P. vt nempè superficies humidi sit parallela plano basis A.L. quod fuit probandum.

g per coroll. 32 l. 1.

h per 29 l. 1.

i per 8 lib. præced.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc demonstrationem si retuleris ad examen librilis & statetæ, & vsus fueris ea ratione quàm antea desumpsimus ex scholio sextæ propositionis de quadratura paraboles, qua vt magnitudo stet ad facoma, tria puncta in eandem lineam efferri debere ostendimus centrum terræ, centrum grauitatis & appensionis punctum, nihil ab re feceris. Etenim ex illa ratione, debent rectò incidere centrum terræ, puncta R. & N. quo contingente, fiet quod proponit Archimedes, & fortasse vt ratio erit simplicior, eo censenda melior fuerit. Deinde huc respexisse Archimedem patet ex perpendiculari R.T. de qua exactissimè quærit, num hinc num ue illinc diametri incidat. Etenim cũ a qua parte sit, vt à latere I.O. minor absque dubio magnitudo grauitet, & pondus è contrario maius ab alia nempe O.L. reperiatur, propterea Archimedes concludit G. descendere, nempe propter maiorem grauitatis molem, & B. è contra ascendere, nempè vt leuiorem sarcinã. Et rursus in sequentibus hęc perpendicularis diligentissime exquiritur, hanc eandem ob causam. Cæterum ne errorem in contextu propositionis

ſuboleas: quia non ſuperbipartientem tertias inter diametrum & partem diametri à centro ad verticem, ſed videas adſcribi ſeſquialteram. Nam centrum grauitatis portionis comprehenſæ ſub recta & rectanguli coni ſectione, etſi non ſit in puncto ita diuidente diametrum, vt diameter totus ſit ad partem in qua vertex portionis, ſeſquialter: ſed ita dirimente diametrum vt pars in qua vertex, ſit ſeſquialtera reliquæ partis quæ ad baſim: Hoc enim demonſtrauit Archimedes octaua propoſitione lib. 2. περὶ ἰσορροπιῶν. Sic verò totus diameter, vt hic N.O. eſſet ad partem maiorem, vt ad R.O. in ratione ſuperbipartiente tertias, nempe vt quindecim ad nouem, vel vt 5. ad 3. ſicuti illic a collegimus, non verò vt 3. ad 2. Tamen retinenda eſt dupla ratio partis R.O. in qua vertex ad partem N.R. quæ eſt ad baſim: quia hic non agitur de corpore æqualis ſpiſſitudinis contento ſub ſectione parabolica, vt diximus proœmio 2. de æquipond. & cuius centrum grauitatis quæritur 8. propoſ. eiuſdem libri: at de corporea portione conoidis rectangulæ, cuius centrum grauitatis dirimit diametrum in partes quæ ſunt in ratione dupla, vt ad illam 8. diximos. a coroll. 1. prop. 8 l. 2. de æquip.

Cæterum antiqua σχήματα videntur addicere punctum R. in linea I.S. cum tamen alibi poſſit contingere vt I.S. aliquando deſcendere infra punctũ R. (quod eſt immobile) aliquando ſorſum aſcendere: hic potiſſimum vbi ratio magnitudinis ad humidum penes grauitatem non definitur.

ΠΡΟΤΑ. Γ.

ΘΕΩΡ. Γ.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁπότε ἂν τὸν ἄξονα ἔχῃ ἐλάσσονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ὅν τινα λόγον ἔχον ποτὶ τὸ ὑγρὸν, ἐν τῷ βάρει, καθημένον ἐς τὸ ὑγρὸν, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ εἶμεν ὅλαν ἐν τῷ ὑγρῷ, καὶ ἐγκλινόμενον, οὐ μένει ἐγκλινόμενον, ἀλλὰ οὕτως ἀποκαθισθήσεται ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ κατὰ κάθετον γίνεσθαι.

PROP. III.

THEOR. III.

Recta portio conoidis rectangulæ quando axem habuerit minorem quam ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem, quamcumque proportionem habens ad humidum in grauitate, demiſſa in humidum, ita vt baſis ipſius tota ſit in humido, & poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed ita reſtituetur, vt axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

ΥΠΟΘΕ. Repetatur figura præcedens eademque ſupponãtur, ſed inuertatur figura, & baſis quidem ſectionis conoidalis demergatur humido, vertex verò vergat in altum & inclinata ſectione inſuccetur pars A. I, S. L.

ΣΥΜΠΕ. Dico non manere nec ſtare ſectionem, verùm perpetuo moueri donec axis N. O. incidat in perpendicularem R. T. ductam à centro grauitatis totius.

ΚΑΤΑΣ. Maneant eadem in ſtructura quæ prius.

ΑΠΟΔ. Iiſdem omnino rationibus oſtẽdetur perpẽdicularẽ R. T. incidere inter puncta H. & O. diuerſaſque duci perpẽdiculares in ω. K. hoc eſt in ſuperficiẽ humidi I. S. à centris G. & B. & propterea non manere portionem, ſed æquilibriũ requirere, mouerique donec conueniant N.O. & perpendicularis T. R. Quod vt accidat pars adaquata furſum feretur ſecundum perpendicularem G. E. reliqua verò quæ in aëre deorſum tendet ſecundum perpendicularem B. H. & tandem N. O. fiet R. T. vt proponitur. Cæterùm tunc librile erit R. P. radij verò G. R. & R. B. fient in æquamento, ſcilicet aſcendente G. & deſcendente B. non vt centra, ſed vt puncta magnitudinis. Nam eandem centra trium grauitatum reperientur in diametro N. O. cum quo axes partium tam inſuccatæ quàm eius quæ in aëre, conuenient. Sunt verò in axibus grauitatum centra.

PROP. IV.
THEOR. IV.

Recta portio rectangulæ conoidis, quando fuerit humido leuior, & axem habuerit maiorem quàm sesquialterum eius, quæ vsque ad axem, si in grauitate ad humidum æqualis molis, non minorem proportionem habet ea, quam quadratum, quod fit ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ vsque ad axem, habet ad quadratum quod ab axe: demissa in humidum, ita vt basis ipsius humidũ non contingat, & posita inclinata, non manebit inclinata, sed recta restituetur.

ΠΡΟΤΑ. Δ.
ΘΕΩΡ. Δ.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁπότε ἂν κουφότερον γένηται τοῦ ὑγροῦ καὶ τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος· ἐὰν ἐν βάρει πρὸς τὸ ὑγρὸν τοῦ ἴσου ὄγκου, οὐκ ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ αὐτοῦ ἢ τὸ τετράγωνον τὸ γινόμενον ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὁ ἄξων μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἔχει πρὸς τὸ τετράγωνον ὁ ἀπὸ τοῦ ἄξονος, καθιμένον ἐς τὸ ὑγρόν, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ οὐκ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ καὶ ἐγκλινόμενον, οὐ μενεῖ ἐγκλινόμενον ἀλλὰ ὀρθῶς ἀποκαταστήσεται.

ΥΠΟΘ. Sit portio conoidis rectangulæ A.O.L humido leuior, & huius axis seu diameter sit N.O. maior quàm sesquialter lineæ v. g. R. H. quam supponimus esse eam, quæ dicitur vsque ad axem: habeat verò ea portio in grauitare ad humidum æqualis molis, non minorem proportionem quàm quadratum quod fit ab excessu quo axis maior est quã sesquialter eius quæ vsq; ad axem, ad quadratum quod ab axe, verbi gratia quam quadratum M. O, quam mox inueniemus, ad quadratum N. O. Et demittatur tandem in humidum vertice deorsum tendente, non rectò sed obliquè, ita vt superficies humidi, nempe I.S. non sit parallela ad A.L. sed inclinata ad axem N.O.

ΣΥΜΠ. Dico non manere nec consistere portionem, sed restitui ac moueri donec N.O. vergat rectò ad centrum terræ.

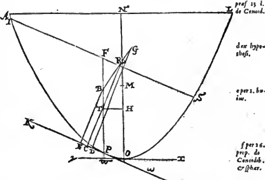
ΚΑΤΑΣ. Inueniatur centrũ grauitatis totius portionis quod sit [a] R. tũ portionis insuecatæ I. P. S. [a] quod sit B. & à centro B. imaginemur lineã per R. [b] duci ad cẽtrũ reliquæ portionis, quod sit G. Et quoniã inclinatur portio, & est F.P. parallela axi N.O. agatur [c] tãgens K. ω. in puncto P. & parallela basi I. S. Tũ posita R. H. ea quæ vsq; ad axẽ ducatur H T. rectò à pũcto H. in F.P. & à cẽtro R. emittatur per T. linea R.T.C. in tãgẽtẽ vt in eã sit [d] perpẽdicularis, tũ in eandẽ tangẽtẽ demittãtur aliæ perpendicula-

a Iuxta scholium 8. li. 2. de æquipond.
b iuxta 8. l 1. de æquipond.
c iuxta 17. l 1 Conic. & lemma præf. 11 l de Conoid.
d per lemma 2 huius

res à cętris B & G. incidentes in puncta E.D. Inueniatur tandē punctum M. sumpta nempe M.O. ad H.O. [a] sicuti est O.N. ad O.R. Etenim posita N.O. sesquialtera lineę R.O. erit quoq; M.O. sesquialtera ipsius H O. & ex consequenti reliqua M.N. reliqua R.H. sesquialtera erit [b] vt proinde sit M.O. excessus quo N.O. tota maior est quā sesquialtera ipsius R.H. Deniq; à puncto O. tangens sit χ.ψ. in quā incidat F.P. [c] producta in ϖ. extra sectionem.

a per 12. l. 6
b per 19. l. 5
c iuxta 17. l. 1 Conic. & lemma praef. 13. l. de Conoid.

ΑΠΟΔΕΙ. Portio tota ad humidum æqualis molis, non habet minorem rationem penes grauitatem, quàm quadr. [d] lineæ M.O. ad quadratum N.O. Atqui quam rationem habet portio ad humidum in grauitare eandem habet [e] demersa pars ad totam magnitudinem, & quam demersa pars ad totam magnitudinem, eandem habet [f] rationem quadratum F.P. ad quadratum N. O. Ergo quadratum P.F. non minorem habet rationem ad quadratum N.O. quam quadr. M.O. ad idem quadr. N.O. Quare P.F. non est minor ipsa M.O. Et propterea B.P. non est minor quā H O. Nam vt est O.R. ad O.N. sic est [g] H.O. ad O.M. & inuertendo [h] vt N.O. ad O.R. seu vt F.P. ad B.P. sic est M. O. ad O.H. Et si F.P. nō minor est quā M.O. equidē B. P. non est [i] minor quā H.O. Quod si F.P. fuerit æqualis ipsi M. O. erit [k] quoq. æqualis B.P. quartæ H.O. Sed B.ϖ egressa nēpè sectionē vt attingeret tangentem ψ.χ. est maior quā B. P. ergo maior quā H.O. cui æqualis est [m] T.ϖ. & ideo punctū T. cadit sub B. inter B & P. Quod si B.P. maior sit quā H.O. multo citiùs T. cadet sub B. Idcirco linea ducta ab R per T. in tangentē K.ω. faciet angulum T.C.ω. rectum, & ideo cū superficie [n] humidi I.S. Itaque minus pondus erit, à parte A. P. quā à parte L. P. & ideo, quod in humido est, ferretur sursum secundū perpendicularē B.E. & quod extra humidum. Agetur deorsum secundum G. D. perpendicularem donec N.O. incidat in perpendicularem R.T.C. vt vult propositio.



d ex hypothesi.
e per 1. huius.
f per 26. prop. de Conoidib. & sphaer.
g per fabr.
h per coroll. 4. l. 5. & iuxta defin. 13. eiusd.
i per 14. l. 5
l per 17. l. 1. Conicor.
m per 34. l. 1.
n per 29. l. 1
o per scholion praec.

LEMMA I.

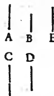
Si prima ad secundam non maiorem habuerit rationem, quam tertia ad quartam: habebit conuertendo secunda ad primam, non minorem proportionem quàm quarta ad tertiam.

ΥΠΟΘ. A. habeat ad B. non maiorem rationem quam C. ad D.

ΣΥΜΠ. Dico B. non minorem habere rationem ad A. quam D. ad C.

ΚΑΤΑΣ. Sit [p] E. ad B. vt C. ad D.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. A. (cum non maiorem,) habeat vel æqualem vel minorem rationem ad B. quam C. ad D. Si æqualem & sit vt A. ad B. sic C. ad D. erit [p] inuertendo B. ad A. vt D. ad C. & ita B. non habebit minorem rationem ad A. quam D. ad C. Si vero A. minorem habet ad B. quam C. ad D. & E. sit ad B. vt C. ad D. est [q] E. maior quam A. Ergo B. ad A. maiorem rationem habet [r] quàm ad E.



p per coroll. 4. l. 5.
q per 8. l. 5

Atqui cum vt E. ad B. sic C. ad D. inuertendo[b] B. est ad E. vt D. ad C. Ergo D. ad C. minorem rationem habet quam B. ad A. Ergo B. non minorem rationem habet ad A. quam D. ad C. quod fuit probandum.

LEMMA II.

Si fuerit tota ad partem sui in non minori ratione quam alia tota ad partem sui: erit quoque conuertendo tota prima ad sui reliquum in non maiori ratione quam secunda tota ad sui reliquum.

ΥΠΟΘ. Sit A. C. tota ad B. C. in non minori ratione quā D. F. ad E. F.

ΣΥΜΠ. Erit conuersim A. C. ad A. B. in non maiori ratione quam D. F. ad E. F.

A———B———C
D———E———F

a per 17. & 18. l. 5 ΑΠΟΔ. Etenim si A C. fuerit ad B. C. in æquali ratione, ac D. F. ad E. F. Erit[a] rursus A. C ad A. B. vt D. F. ad D. E. ac ideo in nō maiori ratione: si verò tota A. C. ad B. C. maiorem rationem habuerit quam tota D. F. ad E. F. erit diuidendo[a] A. B. ad B. C. in maiori ratione quam D. E. ad E. F. ideoque conuertendo habebit B. C. ad A. B. minorem rationem quam E. F. ad D. E. & demum componendo[b] A. C. erit ad A. B. in ratione minori (ideo non in maiori) quam D. F. ad D. E. vt vult lemma.
b per 30. l. 5 secundum Campan.

PROP. V.

THEOR. V.

Recta portio conoidis rectāgulæ quādo leuior humido axē habuerit maiorē quā sesquialterū eius, quæ vsque ad axē, si ad humidum in grauitate non maiorem proportionē habeat, quā excessus, quo quadratum quod fit ab axe maius est quadrato, quod ab excessu, quo axis maior est quā sesquialter eius quæ vsque ad axem, ad quadratum quod ab axe: demissa in humidum, ita vt basis ipsius tota sit in humido, & posita inclinata, nō manebit inclinata sed restituetur ita, vt axis ipsius secundum perpendicularem fiat.

ΠΡΟΤ. Ε.

ΘΕΩΡ. Ε.

Ὀρθὸν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὅταν κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος ἐὰν πρὸς τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ βάρει οὐ μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ ὑπεροχὰ ᾇ τὸ τετράγωνον ὃ γίνεται ἐκ τοῦ ἄξονος μεῖζόν ἐστι τοῦ τετραγώνου ὃ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὁ ἄξων μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος· καθημένον ἐς τὸ ὑγρὸν, ὥστε τὰν βάσιν ἦμεν τὰν ὅλαν ἐν τῷ ὑγρῷ, καὶ ἐγκλινόμενον, οὐ μένει ἐγκλινόμενον, ἀλλὰ καθισθήσεται ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ πρὸς κάθετον γίνεσθαι.

ΥΠΟΘ. Demittatur iam proposita portio A O. L. in humidum per basim, & basi insueeata tota, vertex maneat in aëre sed inclinate, ita vt superficies humidi S. I. non sit ad axem N. O. recta & sit R. H. ea quæ vsque ad axem & M. O. pars, qua axis N. O. est plusquam sesquialter ipsius R. H. nempè eius quæ vsque ad axem. Et quoniã quadr. N. O. maius est quadr. M. O. ponitur vero magnitudo seu portio proposita ad humidum in grauitate non maiorẽ proportionem habere, quã excessus quo quad. axeos N. O. excedit quad. M. O. seu lineæ qua axis plusquã sesquialter est ea quæ vsq; ad axẽ, ad quad. N. O. notetur ille excessus (lucis gratia) in Gnomone π. Y. seu M. Y. O. Centrũ autẽ partis demersæ sit G. eius vero quę in aëre sit B. totius demũ portionis sit R. Cęterũ quomodo inueniatur M. O. dictum est in præcedenti propositione: reliqua denique maneant vti illic.

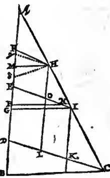
ΣΥΜΠΕ. Concluditur portionem in humido inclinatam, non cessare moueri, donec axis N. O. conueniat cum perpendiculari R. C. & vergat rectò ad centrum terræ.

ΑΠΟΔ. Portio ex hypothesi non maiorẽ proportionem habet ad humidum in grauitate quã gnomõ π. Y. habet ad quadr. N. O. Atqui quã rationẽ habet in grauitate portio ad humidum æqualis molis, eãdem habet [a] magnitudo insueeata, ad totã portionẽ. Propterea magnitudo insueeata non est in maiori ratione ad totam portionem quàm gnomon π. Y. ad quadr. N. O. Et proinde tota portio non est [b] ad insuecatam partem in minori ratione quàm quadratum N. O. ad gnomonem π. Y. Sequitur ergo totam portionem esse [c] ad sui reliquum, nempe ad partem quæ in aëre est & in qua vertex, nempe ad S. P. I. in non maiori ratione quam quadratum N. O. ad sui reliquum, nempe ad quadratum ex O. M. quod est O. π. Atqui quam rationem habet tota portio ad sui partem scilicet ad portionem S. P. I. eandem habet [d] quadratum N. O. ad quadratum P. F. Igitur quadratum N. O. non habet ad quadratum P. F. maiorem rationem quam ad quadratum ex M. O. Et propterea P. F. non est [e] minor ipsa O. M. nec ideo P. B. ipsa O. H. quia vt P. F ad P. B. ita M. O. ad O. H. ex præcedenti inuentione lineæ M. O. Cadit proinde perpendicularis H. T. inter P. & B. Et linea ab R. per T. ducta in K. ω. eadit (& quidem [f] perpendiculariter) inter K. & P. ita vt maior pars magnitudinis ac ponderis sit à parte ω. Vnde sequitur molem ferri deorsum secundum perpendicularem G. D. sed sursum à parte perpendicularis E. B. donec linea N. O. coincidat in perpendicularẽ R. C. & vergat rectò ad centrum terræ vt vult propositio.

a per 1 hu-ius.
b per 1. lemma præc.
c per 2. lemma præc.
d per 26 de conoidib. & sphær.
e per 8 l. 5.
f per lemma præsiũ-ti huius.

LEMMA.

In triangulo, si ab altera extremitate basis, linea ducatur quomodocumque secans oppositum latus: tum in latere à quo incepit duci linea, sumantur aliquot puncta à quibus singulis ducantur lineæ parallelæ cùm basi, tùm lineæ recens ductæ: omnes lineæ rectæ inter illas parallelas ductæ æquidistanter opposito lateri, sunt alternatim proportionales.



ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B.C. à cuius basis puncto C. ducatur C.D. secans latus A.B. oppositum in D. Tum à punctis I. & H. ducantur lineæ I.G. & H.M. parallelæ basi C.B. & ab ijsdem punctis lineæ I.E. & H.F. æquidistantes recens ductæ C.D. Tandem inter illas ducantur I.K. & H.O.L. parallelæ opposito lateri A.B.

ΣΥΜΠ. Dico lineas quæ inter illas æquidistantes ducũtur, vt inter parallelas basi, ad eas quæ inter æquidistantes recens ductæ, esse proportionales: nempè G.B. ad I.K. vel O.L. sicuti M.B. ad H.L.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim quoniam M.H. & G.I. sunt parallelæ basi B.C. vt est A.M. ad M.H. ita [a] A.G. ad G.I.
a per 2. l. 6. & A.B. ad B.C. Verum rursus quia lineæ sunt parallelæ aliæ alijs vt M.H. ad M.F. ita [b] G.I. ad G.E. & B.C. ad B.
b per 4. l. 6 D. Ex æquo ergo vt A.M. ad M.F. ita [c] A.G. ad G.E. &
c per 22. l. 5. A.B. ad B.D. & conuertendo [d] vt A.M. ad A.F. ita A.G.
d per coroll. 19 l. 5. ad A.E. & A.B. ad A.D. Cum igitur sit A.B. ad A.D. vt
e per 9. l. 5. A.G. ad A.E. erit reliqua [e] G.B. ad reliquam E.D. hoc est ad I.K. vel ad O.L. vt A.B. ad A.D. Rursus quoniam vt A.G. ad A.E. ita A.M. ad A.F. reliqua M.G. erit
f per 34. l. 1. [e] ad reliquam F.E. hoc est [f] H.O. vt A.G. ad A.E. hoc est vt A.B. ad A.D. Deniq; quia vt A.B. ad A.D. sic A.M. ad A.F. erit reliqua [e] M.B. ad reliquam F.D. seu H.L. vt A.B. ad A.D. Ergo sunt omnes alternatim proportionales vt vult lemma.

COROLLARIVM.

Hoc si fuerit, deducimus lineas illas parallelas esse basi & recens ductę ac tangere necessario apice anguli, quo à se abeunt, trianguli latus. Etenim si fieri potest sint duæ H.γ. & H.δ. non parallelæ duabus C.B. basi & C.D. recens ductæ & D.B. ad H.L. sicuti A.B. ad A.D. vel vt A.M. ad A.F. Nam cum iam ostenderimus M.B. esse ad H.L.
g per 8. l. 5 vt A.M. ad A.F. sequetur M.B. & γ.B. esse æquales, [g] hoc est totum parti quod est inconueniens. Adhuc sint si fieri potest duæ N.P. & E.N. basi & recenter ductæ lineæ parallelæ altera alteri, quæ non tangant apice anguli E.N.P. quo coniunguntur, latus A.C. & recto producatur E.N. in I. quousque occurrat lateri & ducatur I G. basi B.C. parallela. Etenim si ex hypothesi M.P. sit ad O H. vt A.B. ad B.D & vt ostensum est, sit M.G. ad eandem H.O. vt A.B. ad B.D. sequetur M.P. & M.G. esse æquales [g] & partem toti quod est impossibile.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc ex Commandino: qui ea arte huius propositionis demonstrationem aperuit. Nec enim aliter occurrebat in antiquo diagrammate Archimedis, quomodo P.I. ad P.H. vel eandem proportionem haberet quam habet N.ω ad ω.o. vel maiorem, hoc est in nostro diagrammate quod sequitur in propositionis demonstratione, quomodo N.C. ad C.k. vel eandem vel maiorem haberet rationem quàm H.G. ad G.B. hoc ergo artificio vtamur, fruamur. Cæterum si quid in hoc lemmate mutauerim, id consulto feci vt vsus & esset facilior & amplior.

PROP. VI. ΠΡΟΤ. ϛ.

THEOR. VI. ΘΕΩΡ. ϛ.

Recta portio conoidis rectangulæ, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialrerum eius, quæ vsque ad axem, minorem verò quàm vt ad eam quæ vsque ad axem proportionem habeat, quàm quindecim ad quatuor, in humidum demissa adeo vt basis ipsius contingat humidum, numquam consistet inclinata ita, vt basis in vno puncto humidum contingat.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα κωνοειδέος ὀρθογωνίου, ὅταν κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἐλάττονα δὲ ἢ ὥς πρὸς τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος λόγον ἔχῃ ἃ δεκαπέντε πρὸς τέσσαρα, ἐς τὸ ὑγρὸν καθημένον, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ τοῦ ὑγροῦ ἅπτεσθαι, οὐδέποτε καθισθήσεται ἐγκλινόμενον ὥστε τὰν βάσιν ἐν ἑνὶ σημείῳ τὸ ὑγρὸν ἅπτεσθαι.

ΥΠΟΘ. Sit portio conoidis rectangulæ M. B. SS. leuior humido, axem habens B. H. maiorem quàm sesquialterum eius quę vsque ad axem, quam (posito ξ. centro grauitatis magnitudinis, & scilicet B. ξ. dupla reliquæ ξ. H.) ponamus esse ξ ω. maiorem quidem quam ξ. G. ad quam ponamus H. B. esse vt 15. ad 4. quia supponimus *a per χόλιον 8. l. 2. de æquipond.*

H.B habere ad ξ.ω. nempè ad eam quæ vſque ad axem, minorem rationem quàm 15. ad 4. [b] & propterea ξ. ω eſſe maiorem quàm ξ. G. Demittatur verò portio in humidum vertice inuerſo & ita inclinato vt baſis tangat humidum in puncto M. ſuperficies vero humidi ſit M.N.RR. obliqua ad H.B.

b per 10 d. 5

ΣΥΜΠ. Dico portionem non conſiſtere ſed moueri donec ſtet rectò & axis H.B. vergat ad centrum terræ.

ΚΑΤΑΣ. Portionis demerſæ humido M.C.RR. diameter ſit C.N. diametro B.H. parallelus: ſit autem C.π. dupla π.N. vt ſcilicet [a] ſit π. centrum grauitatis, à quo per centrum totius magnitudinis ξ. agatur π.ξ.ρ. ad centrum partis SS. M. RR. quæ in aëre eſt. has autem lineas imaginamur in plano ſecante portionem per illa centra. Iam à puncto G. ducamus lineam G.K.L. parallelam baſi M.SS. & ſecantem C.N. in K. tangat autem portionem in puncto C. linea C.A. parallela baſi M.RR. & incidens in G.L. productam puncto I. Tangant [b] rurſus B.D. in B. & M Q. in M. occurrens diametro producto in Q. demùm à puncto C. ducatur C.F parallela tangenti B.D. ſumatur denique vſpiam in ſectione punctus S. à quo parallela tangenti A.C.I. ducatur S.OO.φ. occurrens ipſi Q.M. in X. à quo agatur X.Y. tum à puncto S. alia S.T. ambæque æquidiſtent tangenti B.D. & ipſi G.I. denique à puncto I. demittatur I γ. parallela diametro H.B.

a per 10 d. 5

b per l'ima praſſum proe 13 de C. noidib. & ſph.

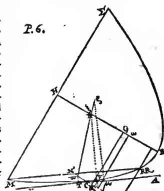
ΑΝΟΔ. Poteſt autem accidere tum ex quantitate portionis, tum ex ea quæ vſque ad axem, vt punctus G ita detur, vt fiat F B ad B.G. ſicuti B.G. ad B.H. & hoc ſi contigerit quæcumque fiat inclinatio, erit vt G.H. ad G.B. ita N.C. ad C.K. quod vt probemus ſic argumentemur: F.C, P.N. & H.E.M. æquidiſtant: Tum M.N.O. parallela eſt tangenti A.C. vnde trianguli A.F.C, O.P.N. & O.H.M. ſunt ſimiles [c] & eſt O.H. ad H.M. ſicuti O.P. ad P.N. vel A.F. ad F.C. & permutando [d] H.O. ad F.A. ſicuti H.M. ad F.C. At verò vt quadratum H.M. ad quadratum G.L. ita [e] linea H.B. ad lineam G.B. & rurſum quadratum G.L. ad quadratum F.C. vt linea G.B. [e] ad F.B. lineam: hypotheſis autem eſt tres B.F, B.G, B.H, continuè proportionales eſſe:

c per 4. l. 6
d per 16. l. 5
e per 20 l. 1 Conic.

propterea, vt quadratum H M. ad quadratum G L. ita a H. M. ad F. C. hoc est H. O. a per 10. defini. 1. 6.
ad F. A. (nam conclusum est H. O. ad F. A. vt H. M. ad F. C.) Atqui vt quadratum
H. M. ad quadr. G. L. ita b est H. B. ad B. G. scilicet B. G. ad B F. ex hypothesi: est ita- b per 20. 1 Conic.
que c H. O. ad F. A. vt B. G. ad B. F. & vicissim d H. O. ad B. G. vt F. A. ad B. F. Ve- c per 11. l. 5.
rum F. A. est dupla e lineæ B. F. quia sunt F. B, B. A. æquales ergo H. O. est dupla lineæ d per 16. l. 5.
B. G. Quod concluderetur pariter etiamsi fieret inclinatio maior vel minor: imo si ca- e per 35. l. 1. Conic.
deret punctum O. in punctum G. Cæterum tres trianguli A. F. C, O. N. P. & O. M.
H. sunt similes ex structura figuræ: ex qua similiter P. N. & F. C. sunt f æquales, vnde f per 34. l. 1.
patet P. O. & F. A. esse quoque pares: & ergo P. O. duplam etiam ipsius B. F. Pro-
ptereaque cum H. O. sit ipsius B. G. dupla, vt mox conclusimus, sequitur reliquam
P. H. reliquæ F. G. duplam esse, ac medietatem P. R. ipsi F. G. æquari: ita vt si vtrique
ipsarum addatur communis G. P. maneant æquales F. P. & G. R. Quoniam verò H.
B. est ad G. B. vt G B ad F. B. conuertendo g erit B. H. ad G. H. vt B. G. ad F. G. Est g per coroll. 19. l. 5.
autem Q. H. ipsius H B. dupla: & ergo Q. H. ad H. B. vt H. O. ad G. B. & rursus in
primo ordine H B. ad G. H. vt in secundo G. B. ad F. G. sequitur ex æquo h esse Q. h per 22. l. 5.
H. ad G. H. vt O. H. ad F. G. hoc est ad H. R. æqualem: & vicissim d Q. H. ad O. H.
vt G. H ad H R. Et demum conuertendo g Q. H. ad reliquum Q. O. vt G. H. ad
reliquum G K. hoc est ad, æqualem P. F. nempe ad f C. N. Vnde concludimus neces- i per 8. l. 5.
sario ex corollario præcedēti lineas G. I. & A I parallelas esse basi H. M. nēpe G. I. & re-
cens ductæ M. O. nempe I A. & item apicem anguli A. I. G. incidere in lineam Q. M.
Habemus ergo Q. H. ad Q. O. vt G. H. ad C. N. Nunc ostendēdū G. H. esse ad G. B.
vt C. N ad C. K Mox dicebamus H. Q. esse ad Q. O. vt H. G. ad C. N. Verum sunt
f C. N. & A. O. æquales, dicamus ergo Q. H. esse ad Q. O. vt ablata H. G ad ablatam
O A. Et proinde reliquam Q. G. esse ad reliquam g Q. A. itidem vt totum Q. H. ad
totum Q. O. verum vt G. Q. ad Q. A. sic est l H. G. ad I. ψ. seu f ad C. N. seu ad A. O. l per præc. lemma.
& seu demum ad F. P. componitur vero Q. G. ex Q. B. vel si mauis ex H. B. & ex B.
G. Tum quia Q. B & B. H. sunt æquales & ambæ A. B, B. F. æquales, his duabus abla-
tis supersunt æquales Q. A. & F. H. Habemus ergo hinc H. B. & B. G. illinc vero F.
H. Et quidem à duabus H. B & B. G. si abstuleris G. H. remanebit bis B. G. hoc est
H. O. ostensum enim est H. O. duplam esse lineę G. B. Tum ex F. H. si rescindens P.
F. remanebit H. P. nempe dupla P. R. Dicamus ergo quoniam Q. H. est ad Q. O.
vt Q G ad Q A vel ad F. H & vt Q. G. ad Q. A. sic ablatum H. G ad ablatum F. P.
sequi reliquum O. H. esse ad reliquum H. P. vt Q. G. ad Q. A. hoc est l vt H. Q. ad
Q. O hoc est i vt H. G. ad N. C. Atqui vt O. H. ad H. P. nempe duplum ad duplum,
sic est m simplex G. B. ad simplicem C. K. Ergo vt H. G. ad N. C. ita est G. B. ad C. K. m per 15. l. 5.
& vicissim g vt H G. ad G. B. sic est N. C. ad C. K. quod fuerat primò ostendēdū. Ve-
rum si posuerimus portionem, minorem vel maiorem ita vt ratio hæc continua trium
linearum H. B, G. B, B. F. euanescat, vt si basis fuerit T. S. superficies verò aquæ ex
inclinatione S. λ. OO. ρ. Erit maior ratio C. λ. (Tunc enim C. λ. fit diameter partis de-
mersæ) ad C. K. quam T. G. ad G. B. Etenim Y. G maior est quam T. G. Atqui Y.
G. est r ad C. λ. vt H. G. ad N. C. scilicet vt G. B. ad C. K. ex mox demonstratis. Et vi-
cissim h Y. G. est ad G. B. vt C. λ. ad C. K. Sed T. G. minorem rationem, habet vt mi-
nor ad G. B. quam Y. G. ad eandem G. B. Ergo C. λ. habet ad C. K. maiorem ratio-
nem quam T. G. ad G. B. Hoc modo ostenderetur sumpta portione maiori vel minori
quam M. B. SS. vel sumptis aliis quibuslibet punctis quam M. sectionem fieri in N.
C. diametro portionis insuccatæ, ita vt tota diametrus ad portionem verticis, habeat
maiorem rationem quam sit ea quæ inter portiones est diametri totius. Iam H. G. est
sesquialtera reliquæ G B. Nam posito B. H. tota 15, pars H. ξ. est 5. & ξ. G. 4 proinde
tota H. G. 9. & reliqua G. B. supererit 6. Sequitur ergo C. N. vel sesquialteram esse
partis C. K. vel maiorem quàm sesquialteram & ex consequenti esse N. K. vel duplam
ipsius K C. vel minorem quam duplam: hoc est vel centrum incidere in K. vel magis
accedere ad basim portionis. Sit proinde in ϖ. vti ex fabrica construximus. Quoniam
vero ξ. ω. est ea quæ vsque ad axem, & à puncto ω ducitur perpendicularis ω. ψ in paral-
lelam diametro B H. sequitur n lineam ξ. ψ productam in tangentem A. I. incidere n per lēma
[illegible]. Ergo est perpendicularis ξ. ψ. μ. quæ ideo relinquit à parte verticis B. maiorē præpositum huius.
portionis partem. Proinde pondus à parte B. deorsum verget secundum perpendicula-
rem ductam à centro ρ. in tangentem A. C. Reliqua verò portionis pars, quæ à parte

M. sursum feretur secundum perpendicularem ductam à puncto ϖ. in eandem tangentem A. I. & donec portio mouebitur basisque SS. M. assurget ab humido omnino donec H. B. conueniat cum ξ. μ. vt proponebatur.

Cæterum Archimedes altero schemate supponit tantam leuitatem esse portionis eáque inclinationem vt linea ducta à puncto G. inuento vt prius, producta ad limbum portionis orthogonaliter ad diametrum, nõ incidat in lineam N. C. sed supra versus apicem B. puncto K. Hoc autem posito & cæteris vt priùs manentibus, sicuti in figura videre est, idem ὑπεναντία ποιεῖν. Etenim sequetur ξ. V. lineam esse perpendicularem ad tangentem A. I. & propterea partem portionis in qua vertex, ponderare deorsum secus perpendicularem ρ. μ. ductam à centro ρ. reliquam vero partem efferri secundum ϖ. T. aliam ductam πρὸς ὀρθὰς in eandem A. I. tangentem, à centro ϖ. τ. quousque rursus diameter H. B. & linea ξ. V. conueniant vt prius.



PROP. VII.

THEOR. VII.

Recta portio conoidis rectangulæ, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialterum eius, quæ vsque ad axem, minorem verò, quàm vt ad eam quæ vsque ad axem proportionem habeat, quàm quindecim ad quatuor: in humidum demissa, adeo vt basis ipsius tota sit in humido, numquam consistet, ita vt basis contingat humidi superficiem, sed vt tota in humido sit & nullo modo eius superficiem contingat.

ΠΡΟΤ. Ζ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα κωνοειδέος ὀρθογωνίου, ὅταν κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἐλάττονα δὲ ἢ ὥς πρὸς τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος λόγον ἔχῃ δὺ δεκαπέντε πρὸς τέσσαρα· ἐς τὸ ὑγρὸν καθιεμένον ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ ὅλαν εἶμεν ἐν τῷ ὑγρῷ οὐδέποτε καθιστασήσεται, ὥστε τὰν βάσιν ἅπτεσθαι τᾶς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ἀλλὰ ὡς ὅλας ἐν τῷ ὑγρῷ ἦ καὶ οὐδενὰ τρόπον τᾶς τοῦ αὐτοῦ ἐπιφανείας ἅπτηται.

ΥΠΟΘ. Repetatur præcedens διάγραμμα, hoc tantum mutato: quod cum superius vertice mergeretur in humido, hic basi in humidum demittatur, & cæteris omnino suppositis.

ΣΥΜΠ. Dicitur portionem non manere, sed moueri, ita vt basis quæ ex hypothesi puncto M. vel S tangit superficiem humidi, nullo modo eam attingat & tota assurgat ab humido, donec diameter H. B. vel T. B. rectò vergat ad centrum terræ & conueniat cum perpendiculari ξ. μ.

ΚΑΤΑ Fabrica sit omnino eadem quæ superius.

ΑΠΟΔ. Poterit rursus contingere vt portione secta plano per diametrum maneat basi, sectionis M. SS. ita vt ex centro ξ. dirimente diametrum H. B. in partes duas quarum a altera sit alterius dupla & ex inclinatione portionis in humido, accidat vt sint H. B, G. B, F. B. continuè proportionales & inde concludamus, vt in præcedenti demonstratione C. N esse ad C. k. vt H. G. ad G. B. & proinde C. N. esse vel sesquialteram ipsius C k. vel maiorem quam sesquialteram, seu N. k vel duplam esse partis C. k. vel minorem quam duplam: hoc est, vel centrum incidere in k. vel magis accedere ad basim portionis vt in ϖ. Denique eruemus hinc lineam ξ. μ. ductam à centro ξ per punctum 4 (quo perpendicularis ab extremitate eius quæ vsque ad axem secat parallelam diametro & producitur in tangentem) cadere ad angulos rectos & in eam & in superficiem humidi, & proinde totam portionis molem ponderare secundum ipsam ξ. μ. inæqualiter, propterea que maius pondus à parte ϖ. inclinari secus perpendicularem à centro ϖ. ductam: reliquum verò euehi secundum perpendicularem erectam à puncto ρ. scilicet quousque diameter H. B. conueniat cum perpendiculari ξ. μ. & radij ρ ξ & ξ. ϖ. fiant in æquilibrio cum librili ξ. μ. & tandem æquales à centris æqualium magnitudinum. Cæterum si basis fuerit S. T. X. idem sequetur vt antea demonstrauimus.

a per coroll. lemmatis præsim 2. huius.

Cæterum si veluti priùs, sit portio adeo leuis, vt demissa in humidum tantula pars insuccetur, vt linea G. K. non secet N. C. sed habeat infra se punctum C. tamen reliqua sequentur: quoniam perpendicularis ostenditur ξ V. & radios ρ ξ. & ξ. ω ad ipsam esse ad angulos impares, propterea æquilibrium requiri quod fiet trudente humido quousque linea ξ. V. incidat in diametrum H. B. vti proponitur.

PROP. VIII.

THEOR. VIII.

Recta portio conoidis rectãgulæ quando axem habuerit maiorem quidem quam sesquialterũ eius quæ vsque ad axem, minorem verò quàm vt ad eam quæ vsque ad axem proportionem habeat quam quindecim ad quatuor: si in grauitate ad humidum habeat proportionem minorem ea quam quadratum, quod fit ab excessu quo axis maior est quam sesquialter illus quæ vsque ad axem, habet ad quadratum quod ab axe, demissa in humidum, ita vt basis ipsius humidum non contingat: neque in rectum restituetur neque manebit inclinata, nisi quando axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualem ei, de quo infra dicetur.

ΠΡΟΤ. Η.

ΘΕΩΡ. Η.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ὅταν τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὥς ἂν πρὸς τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος τὸν λόγον ἔχῃ ἂν δεκαπέντε πρὸς τέσσαρα· ἐὰν ἐν τῷ βαρεῖ πρὸς τὸ ὑγρὸν λόγον ἔχῃ τοῦ ἐλάττονα ὃν τὸ τετράγωνον ὃ γίγνεται ἐκ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὁ ἄξων μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἔχει πρὸς τὸ τετράγωνον ὃ ἀπὸ τοῦ ἄξονος· καθιεμένον ἐς τὸ ὑγρὸν ὥστε τὰν αὐτοῦ βάσιν τοῦ ὑγροῦ ἅπτεσθαι οὔτε ὀρθῶς ἀποκαθισταθήσεται οὔτε μενεῖ ἐγκλινόμενον, αἰ μὴ ὅταν ὁ ἄξων μετὰ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας γωνίαν ποιῇ ἴσαν τῷ αὐτῷ περὶ οὗ αὖθις λεχθήσεται.

TROGE. Sit portio A. O. L. conoidis rectangulæ, cuius diameter N. O. centrum grauitatis punctum T. [a] posita nimirum T. O. dupla reliquę T. N. Sit vero diameter N. O. maior quam sesquialter eius quæ est vsque ad axem T. ω. [b] sed minor quam vt ad

[a] inuentum per 10 de centro grauita. Commandini.
[b] inuenta per coroll. lemmatis prefixi ad 2. huius.

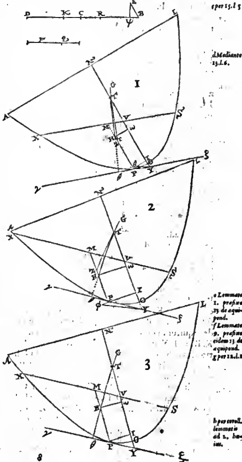
T. ω. sit vt 15. ad 4. nempe sit ω T. ω maior quam $\frac{4}{15}$ ipsius N. O. Et vt facilius assumatur tota hypothesis ponatur D. B. æqualis axi N. O. & diuidatur in K. ita vt sit B. K. dupla reliquæ k. D. fiat verò k. R. æqualis ipsi T. ω. ei scilicet quæ vsque ad axem, & partis R. B. sit sesquialtera ablata B. C. & reliquum C. D. reliquæ k. R. a sumptis nimirum separatim & inter se collatis lineis D. B. & k. B. Etenim cum k. R. sit ei quæ vsque ad axem æqualis & ad eam sit D. C. sesquialtera, remanet C. B. excessus, quo diameter N. O. maior est quam sesquialtera T. ω eius scilicet quæ vsque ad axem. Quam autem rationem habet exhibita portio ad humidum in grauitate eam habeat quadratum lineæ F, Q. ad quadratum D. B. & sit F. dupla ipsius Q. & tota F. Q. sesquialtera partis F. Non dubium enim est secundum hypothesim rationem portionis ad humidum in grauitate, minorem esse quam sit ratio quadrati C. B. ad quadratum D. B. proindeque quadratum lineæ F. Q. in minori ratione esse ad quadratum D. B. quam quadratum C. B. ad idem quadr. D. B. & ex consequenti F. Q. minorem esse b quam C. B. & demum F. partem minorem ipsa k. R. seu T. ω. ea quæ vsque ad axē. Nam sicuti C. B. est sesquialtera ipsius k. R. sic quoque F. Q. est sesquialtera ipsius F. Vt igitur C. B maior est quam F: c est vtique k. R. maior quam F. Potest itaq. in R. B repetiri F. Nā licet k. R. tota caperetur in C. B. reliquū ex C. B. maius esset parte F. itaque sit R. ψ. æqualis ipsi F. & ad punctum ψ. linea erigatur ψ. E. linea ὀρθία & hæc ψ. E. possit d dimidium rectāguli sub k. R, ψ. B. comprehensi & iungatur E. B. Demum portio huiusmodi demittatur & inclinetur in humidum per verticem, ita vt basis humidum non attingat.

a per 8. l. 5
a per 19. l. 5
b per 5. l. 5
c per 15. l. 5
d Mediante 13. l. 6.

ΣΥΜΠΕ. Dico non manere portionem sed perpetuo moueri donec axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualem angulo B.

ΚΑΤΑ. Posita inclinatione in angulo X. V. N. superficiei nimirum humidi cum diametro N. O. portionis inæquali angulo B. sit primo hic angulus inclinationis, vt in primo diagrammate maior angulo B. secetur autem portio plano per axem recto ad superficiem humidi & sit sectio A. O. L. scilicet parabola: e sectio verò superficiei humidi sit X. S. cui parallela ducatur ϛ. ζ. tangēs sectionem in P. à quo ducatur f παρὰ axi N. O. linea P. M. sectionis X. P, S. diameter, g tum P. I. in axem perpendicularis, occurrat verò tangenti producta N. O. in Y. Et quoniam T. est centrum portionis & T. ω. h ea quæ vsque ad axem, ducatur παρὰ ω. H. in P. M. Nam producta à T. per H. in tangentē ϛ. ζ linea T. H. i, perpēdicularis

e Lemmate 1. prefixo 13 de aquipond.
f Lemmate 9. prefixo eidem 13 de aquipond.
g per 12. l. 1.
h per coroll. lemmatis ad 2. huius.



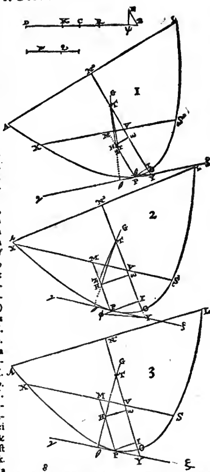
a per diffi lemma ad 2 huius. b inuentum per 29 de centro grauita commandini.

erit. a Denique à centro Z. (inuento b per diuisionem diametri P. M in partes duas, quarum P. Z. sit dupla reliquæ Z. M.) ducatur linea per T. ad centrum G. grauitatis reliquæ partis portionis. Et quoniam ponitur hic angulus X. V. N. seu internus & oppositus ei ad easdem partes P. Y. I. angulo B. maior, fiat I. Y. ß. eidem B. æqualis.

c per 4 l 6. d per coroll 21 l.1. e per 8.l.5.

ΑΠΟΔ. Nam trianguli E. ψ. B. & ß. I. Y. sunt æquiãguli. Etenim ad I. & ψ anguli sunt recti: proinde vt c ß. I. ad I. Y. sic est, E. ψ. ad ψ. B. Sed P. I. est maior quam ß. I. d proinde P. I. maiorem rationem haber e ad I. Y. quam E. ψ. ad ψ. B. & ex consequenti, quadratum P. I. ad quadratum I. Y. in maiori ratione est, quam quadratum E. ψ ad quadratum ψ. B. Atqui quadratum P. I. est f æquale rectangulo contento sub I. O. & linea iuxta quam possunt quæ in sectione ordinatim ducuntur, hoc est & sub linea dupla ipsi T. ω g seu (quod idem est) contento sub dupla linea ipsius I. O. nempe I. Y. & simplice T. ω. Sed vt rectangulum sub T. ω. & I. Y. ad quadratum I. Y. ita est h basis T. ω. ad basim I. Y. Ergo quoque vt quadratum P. I. ad quadratum I. Y. ita est T. ω. seu K. R. illi æqualis, ad I. Y. Tum quadratum E. ψ ex fabrica, æquale est dimidio rectanguli sub K. R. & ψ B. hoc est ei quod sub dimidia ipsius K. R. & linea ψ. B. continetur. Et vt est hoc rectangulum sub dimidia k. R. & ψ B. ad quadratum ψ. B. ita est dimidia h K. R. ad ψ. B. Et propterea, vt quadratum E ψ. æquale huic rectangulo sub dimidia K. R. & ψ B. ad quadratum ψ. B ita est dimidia K R ad lineam ψ. B Vnde sequitur maiorem babere rationem quadratum P. I. ad quadratum I Y. seu lineam K. R. ad I. Y. quam dimidiam K. R. ad lineam ψ. B. & inde lineam ad quam k. R. rationem habebit, quam habet dimidia k. R. ad ψ B. maiorem esse e quam sit linea I. Y.

f per 11. l.1. Conic. g per lema 1 ad 4. de sphæroid. & Conoid. h per 1.l.6.



i per 15 l.5. l per 35. l.1. Conico. m per 1, huius. n per 26 de con idib & sphær. o per 6 l 5.

At verò quã rationem habet dimidiũ K. R. ad ψ B. eã haber e K. R ad duplã ψ. B. proinde dupla ψ. B. maior est quam I. Y. & ex consequenti simplex ψ. B. maior est i quam I. O. dimidium scilicet l ipsius I. Y Rursusque cum O. ω. posita sit æqualis ipsi B. R. (Nam in D. B. æquali ipsi N. O. sumptæ sunt D. k. & k. R. æquales duabus N. T. & T. ω) si ex B. R. tollatur ψ. B & ex O. ω. auferatur I. O. manebit I. ω. maior quam ψ. R. seu maior quam F. cui R. ψ facta est æqualis. Cęterum portio ad humidum in grauitate ex hypothesi se habet vt quadratum F. Q ad quadratum D. B. Verum vt portio ad humidũ in grauitate ita est m pars demersa X. P. S. ad totã portionẽ, scilicet, sic est n quad. P. M. ad quad. O. N. Vnde cõstat quadr. P. M. esse ad quadr O. N. vt quadr. F Q. ad quad. D. B. hoc est ad quad. N. O. & ideirco F. Q. & P. M. esse o æquales. Verũ mox o-

ſtédimus I ω. hoc eſt illi æqualẽ P.H. eſſe maiorẽ quã F. & eſt F. $\frac{2}{3}$ lineæ F.Q. hoc eſt lineæ P.M. proinde P.H. eſt maior quã duæ tertię lineæ P.M. & H.M. minor quã $\frac{1}{3}$ lineæ P.M. Sumitur autem M.Z. pro $\frac{1}{3}$ totius P.M. Eſt ergo M.Z. maior quam M.H. & centrum partis demerſæ eſt infra H. verſus P. linea verò T.H.θ. eſt perpendicularis tam ad γ.ζ. tangentem quam ad ſuperficiem humidi X.S. & tota portio in ea perpendiculari grauitat: ſi verò per Z. & G. duę parallelæ agantur ipſi T. H.θ. illæ erunt[a] rurſus perpendiculares tam ad tangentem quàm ad ſuperficiem humidi. Et quoniam ſunt Z. & G centra grauitatum ſcilicet partis demerſæ, Z. partis verò ſiccæ, G. nec conueniunt in eadem perpendiculari cum centro totius, non manebit portio ſic inclinata vti poſitum eſt, ſed ambæ perpendiculares per Z. & G. ductæ, current ad primam T.H. ſicque partes portionis quæ ad A. deorſum ferentur, & quæ ad L. ſurſum, vt centrum Z. aſcendat & G deſcendat, quouſque tres concurrant in vnam. Et quoniam ſic non erit recta portio non reſtituetur rectò, Nam cum tria centra grauitatum conueniant in vna recta linea perpendiculari, manebit tota moles & ſtabit ſine nutu.

a per 29 l. 1
b per ſcholium 6. de quadrat. parabolæ.

Iam ponamus inclinationem eſſe huiuſmodi & angulus ſuperficiei humidi X.S. cũ diametro portionis nempe X V.N. ſit minor angulo B.

ΣΥΜΠ. Dico rurſus portionem non manere nec tamen rectò ferri.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam angulus X.V.N. eſt minor angulo B etiam eodem minor eſt angulus P.Y.I. fiat ergo[c] angulus φ.Y.I. eidem B æqualis & producatur I.P. quouſque occurrat lineæ Y.φ. Reliqua verò maneant vt ſuperius.

c per 23. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Trianguli I.φ.Y. & E.ψ.B. ſunt æquianguli & eſt[d] φ.I. ad I.Y. vt E.ψ. ad ψ.B. Verum φ.I. ad I.Y. maiorem rationem habet,[e] quam P.I. ad eandem I.Y. Propereaque P.I. ad I.Y. minorem habet rationem quam E.ψ. ad ψ.B. ſeu quadratum P.I. ad quadratum I.Y. quam quadratum E.ψ. ad quadratum ψ.B. hoc eſt quam dimidium lineæ K.R. ad lineam ψ.B. Nam quadratum P.I. eſt[f] æquale rectangulo contento ſub I.O. & linea iuxta quàm poſſunt quæ in ſectione ordinatim ducuntur, hoc eſt[g] linea dupla ipſi T.ω. Sed vt rectangulum ſub T.ω. & I.Y. ad quadratum I Y. ita eſt[h] T.ω. ſeu K.R. æqualis, ad I.Y. Tum quadratum E.ψ ex fabrica, æquale eſt dimidio rectanguli ſub K.R. & ψ B hoc eſt ei quod ſub dimidia ipſius K.R. & linea ψ.B. continetur. Et vt eſt hoc rectangulum ſub dimidia K.R & ψ B. ita eſt dimidia K R. ad ψ.B Et propterea vt quadratum E.ψ. æquale huic rectangulo ſub dimidia k.R. & ψ.B ad quadratum ψ.B. ita eſt[i] dimidia k.R. ad lineam ψ B. Vnde ſequitur minorem habere rationem quadratum P.I. ad quadratum I.Y. ſeu lineam k.R. ad I.Y. quam dimidiam k.R. ad lineam ψ B. & inde lineam ad quam k R. rationem habebit quam habet dimidia k R. ad ψ.B. minorem eſſe quam I.Y. At verò illa linea eſt dupla ψ.B. Proinde dupla linea ψ.B. minor eſt linea I.Y. & ex conſequenti ſimplex ψ.B. minor eſt dimidio lineæ I.Y. nempe[l] I.O. Propterea ex æqualibus B.R. & ω.O. ſi aufferrentur inæquales I.O. & ψ.B. remaneret ψ.R. ſeu F. illi ęqualis maior, quam I.ω. ſeu quam P.H. par ipſi I.ω. Verum poſſunt, vt ſuperius, oſtendi æquales F.Q. & P.M. Proinde ſi ex P.M. abſtulerimus P.H. & ab F.Q. portionem F, remanebit M.H. maior quam ſit Q. hoc eſt remanebit M.H. maior quam ſit $\frac{1}{3}$ totius P.M. Nam Q. eſt $\frac{1}{3}$ ipſius F.Q. ſeu ipſius P.M. æqualis. Eſt itaque M.Z. ſcilicet $\frac{1}{3}$ totius P.M minor quam M.H & Z. centrum grauitatis inſuccatæ portionis, magis accedit ad M. quam punctum H. & proinde perpendiculares ductæ à centris Z & G. non conueniunt cum perpendiculari T.H. ſed quæ per G exit à parte L. quæ verò per Z. tranſit à parte A. Mouebitur itaque portio & titubabit nec quieſcet quin tres perpendiculares in vnam abeant. Hoc autem fiet quando angulus inclinationis ſuperficiei humidi & axis portionis nempe X.V.N. æqualis erit angulo B. Sic enim fiet quoque angulus P.Y.I eidem B. æqualis & P.I. ad I.Y. ſicuti E.ψ ad ψ. B. & quadratum P.I hoc eſt rectangulum ſub I.O & dupla T ω. ſeu dupla k.R. vel rectangulum ſub dupla I.O. nempe I.Y. & k.R. ad quadratum I.Y vti quadratum ψ. E: hoc eſt rectangulum ſub dimidia k.R. & ψ.B. ad quadratum ψ. B: hoc eſt vt dimidia k R ad ψ: B. hoc eſt vt k R ad duplam ψ.B. Sed rectangulum ſub k R & I.Y. ad quadratum I.Y. eſt vt k.R. ad I.Y. Ergo k.R. ad I.Y. eſt vt eadem k.R. ad duplam F.B. Proinde dupla ψ.B. eſt I.Y. æqualis & ψ.B. par I.O. Ita vt ſi ab

d per 4 l. 6
e per 8 l. 5.
f per 11 l. 1. Conic.
g per lemma 1 ad 4 de Sphæroidib. & C nod.
h per 1 l. 6.
i per 11 l. 5.
l per 35. l. 1. Conic.

æqualibus R. B. & O. ω. auferantur æquales I. O. & ψ. B remaneant æquales ω. I. & R. ψ. seu F. Sed F. ϙ. & P.M. sunt æquales, tum O. I. & H. P. & ideo F. quoque æquales: Proinde si ab æqualibus F. ϙ. & P. M. auferantur H. P. & F. pares, remanebũt H. M. & ϙ. æquales. Et ideo H. M. est ⅔ totius P. M. Centrum itaque portionis insuccatæ est in H. & proinde sunt tria centra H. T. G. in eadem perpendiculari. Non ergo motitabit a portio sed quiescet ponderans omni sui parte secundum perpendicularem G. T. H. ι. quod fuit probandum.

a per χλιοτ 6. de quad. parabolet.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc autem linea perpendicularis G. T. H. ι. quod rectò tendat ad centrum Mundi, nemo dubitauerit, qui animaduerterit tangentem γ. ζ. parallelam esse superficiei humidi & propterea horizonti, ideoque quæ ad eam stat ad normam directè ferri ad terræ meditullium. Ipsa ergo est perpendicularis secundum quam hæc grauia ponderant.

PROP. IX.

THEOR. IX.

Recta portio conoidis rectangulæ, quando axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialterum eius, quæ vsque ad axem, minorem verò quàm vt ad eam quæ vsque ad axem proportionem habeat, quàm quindecim ad quatuor; & in grauitate ad humidum proportionem habeat maiorem quàm excessus, quo quadratum quod fit ab axe maius est quadrato quod ab excessu, quo axis est maior quàm sesquialter eius, quæ vsque ad axem, habet ad quadratum, quòd ab axe: in humidum demissa adeo, vt basis ipsius tota sit in humido & posita inclinata, nec conuertetur ita vt axis ipsius secundum perpendicularem sit, nec manebit inclinata, nisi quando axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualem angulo similiter vt prius, assumpto.

ΠΡΟΤ. Θ.

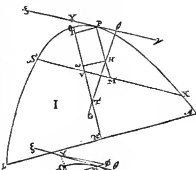
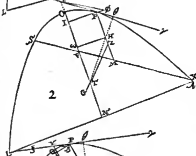
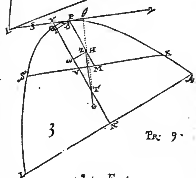
ΘΕΩΡ. Θ.

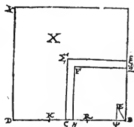
Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος ὀρθογωνίου, ὅταν τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὥς πρὸς τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος λόγον ἔχῃ ἃ δεκαπέντε πρὸς τέσσαρα, καὶ ἐν τῷ βάρει πρὸς τὸ ὑγρὸν, λόγον ἔχῃ μείζονα ἢ ἃ ὑπεροχὰ ᾧ τὸ τετράγωνον ὃ γίνεται ἀπὸ τοῦ ἄξονος μεῖζόν ἐστι τοῦ τετραγώνου ὃ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὁ ἄξων μείζων ἐστὶ ἢ ἡμιόλιος τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἔχει πρὸς τὸ τετράγωνον ὃ ἀπὸ τοῦ ἄξονος, ἐς τὸ ὑγρὸν, καθιέμενον ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ ὅλαν εἶμεν ἐν τῷ ὑγρῷ, καὶ ἐγκλινόμενον οὔτε ἀναστρεφθήσεται ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ κατὰ κάθετον εἶμεν, οὔτε μενεῖ ἐγκλινόμενον αἰ μὴ ὁ ἄξων μετὰ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας τὰν γωνίαν ποιῇ ἴσαν τᾷ γωνίᾳ, ὁμοίως ὡς πρότερον καταλαμβανομένᾳ.

ΤΡΙΤΟΝ. Repetantur figuræ præcedentes aliquibus tamen mutatis: Nempe portio sumatur cuius diameter N. O. cui sit æqualis D. B. vt antea, & in ea k. B. dupla reliqui k. D. Tum k. R. æqualis ei quæ vsque ad axem, nempe ipsi T ω. & adhuc C. B. sit sesquialtera B. R. Quam verò rationem habet portio ad humidum in grauitate eam habeat excessus quo quadratum ex B. D. nempe B. X. excedit quadratum ex F. Q. nempe H. Q. qui excessus est Gnomon F. X. ad ipsum B. D. quadratum. Excessus autem quo quadratum ex B. D. excedit quadratum ex F. Q. maior est quam excessus quo idem quadratum ex B. D superat quadratum ex B. C. scilicet ex quo Axis O. N. est maior quam sesquialter lineæ T. ω. eius quę est vsque ad axem, qui quidem excessus est gnomon Σ. X. Nam portio est [a] ad humidum in grauitate vt gnomon F. X. ad quadratum X. B. Eadem verò portio habet ad humidum in grauitate rationem maiorem quàm habeat gnomon Σ. X. ad idem quadratum X. B. nempe quadratum D. B. seu axeos N. O. Proinde gnomon F. X. in maiori ratione est ad quadr. D. B. quàm gnomon Σ. X. ad idem quadr. D. B. & propterea ille hoc maior est[b] & è contrario quadratū F. B. scilicet quad. ex F. Q. minus est quadrato Σ. B. nempe lineæ C. B. vnde manet lineam F. Q. minorem quàm sit linea C. B. Atqui est F. dupla Q. & R. B. dupla[c] C. R. proinde F. rursus minor est quā R. B. Posita itaq; in R. B. linea R. ψ. æqualis ipsi F. remanebit ψ. B. Et erecta ad punctum ψ. perpendicularis ψ. E. quæ possit [d] dimidium rectanguli sub k. R. & ψ. B. iunctaque E. B. fiet angulus E. B. ψ. de quo hæc conclusio sequitur.

ΣΥΜΠ. Portionem non moueri sed quiescere demissā in humidū secus basim, si fuerit ea inclinatio vt superficiei humidi cū axe portionis angulus idē qui E. B. ψ. moueri verò nec stare, si fuerit vel ma-

[a] ex hypot.
[b] per 10. l. 5
[c] per 15. l. 5
[d] per 13. l. 6




PR. 9.



vel minot nec manere quousque fuerit factus ipsi par.

ΚΑΤΑ. Sit eadem structura figurarum quæ fuit superius & sic argumentemur posito primo angulo X. V. N. æquali angulo E. B ψ.

a per 29. l. 1 ΑΠΟΔ. Quoniam angulus X. V. N. est æqualis angulo E. B. ψ. eidem par est a angulus I. Y. P. cumque duo anguli ad ψ. & I. sint recti, vt est E. ψ. ad ψ. B. sic est b P. I. ad I.
b per 4. l. 6 c per 11. d. 1. Conic. Y & quadratum P. I. (hoc est, c rectangulum sub O. I. & dupla T. ω. seu sub linea iuxta quam possunt lineæ ordinatim ductæ, hoc est rectangulum sub T. ω. vel K. R. & L. Y.
d per fabr. dupla ipsius I. O.) est ad quadr. I. Y. vt quadratum E. ψ. hoc est d rectangulum sub dimidia K. R. & ψ B. est ad quadratum ψ. B. Vetum vt rectangulum sub K. R. & I. Y. ad
e per 1. l. 6. quadrat. I. Y. sic est e k. R. ad I. Y & vt quadratum sub dimidia k. R. & ψ. B. ad quadr. ψ. B. sic est e dimidia k. R. ad ψ. B. & sic est tota k. R. ad duplam ψ. B Proinde vt k. R.
f per 9. l. 5. ad I. Y. sic eadem k. R. ad duplam ψ. B. & ex consequenti, sunt f dupla ψ. B. & I. Y. aut ψ. B. & I. O. æquales quæ ideo si auferantur ex æqualibus R B & O. ω supererunt I. ω.
g per 1 huius & per 26 de Conoidib. & Sphaeroid. seu P. H. & R. ψ. seu F. æquales. Atqui sunt ex ante demonstratis g P. M & F. Q. æquales: proinde cum F. auferat P. H. sequitur Q. auferre H. M. & esse H. M. semissem ipsius P. H. & demum H. centrum grauitatis portionis extra humidum. Igitur li-
h per lemma ad 2. huius. nea G. T. H. coniungens centra grauitatum est h perpendicularis ad γ. ζ & ad superficiem humidi & ea secundum quàm tota portio grauitat. Non mutabitur i ergo sed quiescet in hoc statu.

i per 2. huius. k per χ᾿ sexta de quadr. parab. l per 19. l. 5. Quod si angulus X. V. N. positus fuerit primò minor angulo E. B ψ. sed ipsi æqualis I. Y. k sequetur quadratum ψ E. esse ad quad. I. Y. in eadem ratione, ac quad. E. ψ. ad quad. ψ. B. proindeque quad. P. I. ad idem quad. I. Y. minorem habere l rationem quam quadrat. E. ψ. ad quad. ψ. B. Hinc iuxta præcedentes rationes concludemus, k. R. maiorem habere rationem ad duplam B ψ. quã eadem k. R. habeat ad I Y. & proinde I. O. semissem totius I. Y. esse maiorem quã ψ. B. vnde I. ω. seu P H. in secunda figura manebit minor quã F. sed F. & P. Z. sunt æquales, vt scilicet ambæ ⅔ æqualium F. Q. & P. M. Proinde punctũ H. non incidit io Z. nec ideo perpendicularis T. H. secundum quam tota moles grauitat, non transit per centrum grauitatis Z. partis nõ insuccatæ, nec ergo transit eadem perpendicularis per G. Mouitabit ergo & mouebitur donec hæ perpendiculares conueniant. Idem prorsus concludetur posito angulo X. V. N. maiori angulo ψ. B. E. vt in tertia figura. Nec discrimen erit, nisi quod Z. centrum, ascendet super H. punctum per quod perpendicularis transit: illic verò descendat. Nam ostendetur I. O. minorẽ esse quam B. ψ Et proinde I. ω. seu P. H. maiorẽ quam F. Portio etenim ad humidum in grauitate, cam posita est habere rationem quã Gnomon F. X. ad quadr. B. X. & eandem rationem habet rursus pars demersa g ad totam portionem. Proinde vt reliquum quadr. F. B. quod ex F. Q. est ad totum quadr. X. B. quod ex N. O. sic est portio l extra humidum vt reliqua ad totam portionem scilicet sic est quad. P. M. ad idem quad. ex N. O. & proinde sunt F. Q. & P. M. æquales. Sed F. est ⅔ totius F. Q. vt P. Z. ⅔ totius P. M. Proinde P. Z. est minor quã P. H. Proinde perpendiculares transeunt per diuersa puncta, nec proinde stat portio sed mouetur donec incidant in inuicem, quod accidit quãdo inclinatio est in aogulo E. B. ψ. vt ostensum est.

PROP. X.
THEOR. X.

Recta portio conoidis rectã- guli quando leuior humido axẽ habuerit maiorem quàm vt ad eam, quę vsque ad axem rationem habeat quam quindecim ad quatuor, in humidũ demissa, ita vt basis ipsius non contingat humidũ: nonnũquã quidẽ recta consistet: nonnunquam

ΠΡΟΤΑ. Ι.
ΘΕΩΡ. Ι.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα κωνοειδέος ὀρθογωνίου, ὅταν κουφότερον τοῦ ὑγροῦ ἐὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα ἢ ποτὶ τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος λόγον ἔχει ἂν δεκαπέντε ποτὶ τέσσαρα· ἐς τὸ ὑγρὸν καθιέμενον, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ οὐχ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, ἐνίοτε μὲν ὀρθὸν καθισταθήσεται, ἄλλοτε δὲ οὕτως ἐγκλινό-

μένον, ὥστε τὴν βάσιν αὐτοῦ ἐν ἑνὶ σημείῳ ἅπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας· καὶ τὸ αὐτὸ γενήσεται ἐν δύο διατυπώσεσι· ἐνίοτε μὲν ἵνα ἁ βάσις ἐς τὸ ὑγρὸν κατακλύζηται, ἄλλοτε δὲ ἵνα οὐδένα τρόπον τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας ἅπτηται, κατὰ τὸν λόγον ὃν ἔχει ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ βάρει. Εἰρημένων δὲ τὰ ἕκαστα ἐντεῦθεν ἀποδεικνυθήσεται.

inclinata, vt basis ipsius in vno puncto contingat superficiem humidi, idque in duabus dispositionibus: interdum quidem ita vt basis in humidum magis demergatur: interdum verò, ita vt superficiem humidi nullo modo contingat, secundum proportionem, quam habet ad humidum in grauitate. Eorum quæ dicta sunt, singula inferius demonstrabuntur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc propositio in multas distribuitur conclusiones, prout hypotheses ipsius variæ sunt. Sunt autem quinque & diuersæ hypotheses, & diuersæ conclusiones, quæ deinceps demonstrabuntur ordine. Ad primam itaque veniamus.

ΥΠΟΘ. Offeratur portio A.B.L. in diagrammate, quod omnibus conclusionibus repetetur & vocabitur prima figura: & sit hæc portio exposita leuior humido, cuius diameter B.D. descriptus in plano secante portionem per centrum, & perpendiculari ad basim sicuti rectæ aliæ lineæ ad demonstrationem necessariæ. Habeat autem portio exposita ad eam quæ vsque ad axem maiorem rationem quam 15. ad 4. & demittatur in humidum, ita vt basis non tangat superficiem humidi.

ΣΥΜΠΕ. Conclusionis in quinque partes distributæ ab Archimede, hæc prima pars est, nempe portionem propositam aliquando stare, & rectam consistere.

ΚΑΤΑΣ. Diameter secetur in K. ita vt B.K. dupla sit partis K.D. Contineat autem linea K.CC. ipsius diametri $\frac{4}{15}$, quæ propterea sit[a] maior quàm ea quæ vsque ad axem, ad quam B.D rationem habet maiorem quam 15. ad 4. quæque propterea sit K.R. Sumatur D S. sesquialtera ipsius k.R. vt cum tota D.B. sit sesquialtera totius D.k. & pars D.S. sesquialtera partis k R, remaneat[b] reliqua S.B. reliquæ R.B. sesquialtera. Iam iungatur A.B in quam à puncto CC. æquidistanter basi exeat C C. E. & ab E. cadat in basim parallela diametro E.Z. & diuidatur bifariam A.B. in T. à quo demittatur alia T.H. parallela rursus diametro D.B. Tum datis diametris E.Z, T.H. describantur[c] à puncto G communi duæ portiones parabolicæ similes priori A.B.L. quæ sint A.T.D. & A.E.I. quæ vltima necessario transibit per k. Nam transit per punctum lineæ D.B quo fit D.B ad partem inter B. & sectionem A.E.I, vt A.Z, ad Z.D.[d] ita vt cùm sit diameter B D. ad B k. sesquialter, ostendendum sit A.Z. esse ad Z.D. in ratione sesquialtera, & vt tria ad duo. Est itaque B.D. ad D.k. vt 3. ad 1. seu potius vt 15. ad 5 sed k CC. sunt illarum 15. partium, 4. & ideo tota D.CC. earumdem complectitur 9. vnde supersunt 6 in CC.B. & est CC.B. ad B.D. hoc est[e] CC.E. seu D.Z æqualis, ad D.A vt 6 ad 15. & diuidendo est D.Z. ad Z A. vt 6. ad 9 hoc est vt 2. ad 3. Inuertendo ergo est A.Z. ad Z.D. vt tria ad 2. quod fuerat ostendendum, vt sciremus sectionem A E I transire per k. Est autem D.R. minor quàm D.CC. & proinde, linea ab R. producta παράλληλος ipsi CC.E, secat sectionem A.E.I. putà in punctis G. & Y. à quibus decidant parallelæ diametro B D. lineæ G.N. & Y.Q quæ efferantur vsque ad primã

a per 10. l. 5
b per 19. l. 5
c per problema additum ad 5. de quadrat. parabol.
d per 5. de quadr. parab.
e per 34. l. 1.

ſectionem A.B.L. cui occurrant in O.& P. ſed ſecent tertiam ſectionem A.T.D. in F. & X. denique tangant ſectionem A.B.L. lineæ X.γ, & φ.ζ in punctis O.& P.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam D Z. eſt ad Z.A ſeu ad Z.I. vt 2. ad 3. ſequitur D.I. eſſe 1. & A.D hoc eſt D.L. ad D.I. eſſe vt 5. ad 1. vnde I.L. remanet pro 4. Eſt autem D.Z. duo: proinde vt L.A dupla eſt ipſius D.A. ſic L.I. dupla eſt D.Z. Et ergo eſt L A. 10. eũq; L.I. ſit 4. eſt L.I. ad L.A. vt 4. ad 10. vel vt 2. ad 5. Atqui hic tres habemus portiones ſimiles, in eadem linea recta baſes habentes, & ab eodem puncto communi A. eductæ, & ſunt lineæ parallelæ diametro N.M, X.G.O. & Q.F, Y.P, in quibus O.G. eſt a ad G.X. in ratione compoſita L.I. ad L.A. & ex ea quam habet A.D. ad D.I. hoc eſt compoſita ex ratione 2. ad 5. & ex ratione 5 ad 1. & eſt propterea O.G. ad G.X, vt 2. ad 1. Nam ratio 2. ad 1. componitur b ex ijſdem rationibus 2. ad 5. & 5. ad 1. Eadem de cauſa, quia O.G. eſt dupla ipſius G.X. eſt quoque P.Y. dupla ipſius Y.F. Atque his ſic demonſtratis pro omnibus quæ ſequuntur eruendis concluſionibus ſic dicamus: Primò quoniam D.S. ſumpta eſt ſeſquialtera ipſius k.R. eius, ſcilicet quæ vſque ad axem, propterea B.S. eſt exceſſus quo B.D. diameter maior eſt quàm ea quæ eſt vſque ad axem: Si portio habuerit ad humidum in grauitate non minorem proportionem, hoc eſt vel eam quã habet quadratum B.S ad quadratum B D. vel quidem maiorem in humidum demiſſa, ita vt baſis ipſius non contingat humidum, recta conſiſtet, vt probatum eſt antea. c Et hæc ſit prima concluſio.

a per 3 coroll. prop 5. de quadrat. parab.

b per lemm. 2. ad 4. l. 2. de ſphæra & cyl.

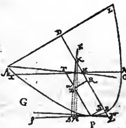
c in 4. huius.

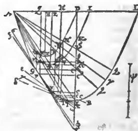
CONCLVSIO II.

Si portio ad humidum in grauitate minorem quidem proportionem habeat, quam quadratum S.B. ad quadratum B.D. maiorem verò quam quadratum X.O. ad quadratum B.D. demiſſa in humidum, adeo inclinata, vt baſis ipſius non contingat humidum, inclinata conſiſtet, ita vt baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat, & axis cum humidi ſuperficie angulum faciat maiorem angulo X.

ΣΥΜΠΕΡ. Β.

Ἐὰν τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν βαρεῖ ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχῃ τοῦ, ὃν τὸ τετράγωνον Σ.Β. ποτὶ το τετράγωνον Β.Δ. ἔχει, μείζονα δὲ τοῦ ὃν τὸ τετράγωνον ξ.ο. ποτὶ τὸ τετράγωνον β.δ. καθιέμενον ἐς τὸ ὑγρὸν ἐγκλινόμενον, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ. οὐχ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, ἐγκλινόμενον καταστήσεται, ὥστε τὰν βάσιν τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας οὐχ ἅπτεσθαι, καὶ ὁ ἄξων μετὰ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας μείζονα ποιέεσθαι γωνίαν τᾶς γωνίας χ.





ΥΠΟΘ. Repetita figura prima præcedenti, in qua eſt O.X. linea, habeat portio ad humidum in grauitate rationem maiorem quam quadratum X.O. ad quadratum B.D. minorem verò quàm quadratum S.B. ad idem quadratum B.D. Et tãdem quam rationem habeat portio ad humidum in grauitate, eam ipſam habeat quadratum lineæ ψ ad quadratum B.D. Sic verò linea ψ. erit maior quidem quàm X.O. minor verò quam B.S.

Proinde si quæpiam linea æqualis ipsi ψ. aptetur inter portiones A.B.L. & A.T.D. parallela ipsi B.D. erit inter O.X. & B.D. veluti M.N. secans mediam portionem A.E.I. in H. & lineam R.G. in V. Ita vt M.H. sit ᵃ dupla ipsius H.N. & V.N. maior, quam H.N. A puncto M. sit perpendicularis M.C. in B.D. Demittatur verò portio in humidum inclinatè, ita vt superficies humidi sit A.N.Q.

ᵃ per 5. de quadr. parab. & adiecta coroll.

ΣΥΜΠ. Dico quoniam basis A. tangit humidum in puncto A. portionem non manere, sed moueri quousque basis non contingat humidum & axis B.D. faciat cum A.Q. vel cum superficie humidi angulum æqualem angulo X.

ΚΑΤΑΣ. A puncto M. ducatur tangens ᵖ.M.Y. & M.C. perpendicularis in diametrũ B.D. Et vt facilius demonstretur conclusio eadem portio proposita plano acto per diametrum, referat nobis superficiem sectionis A.P.B.O.L. in qua superficies humidi sit A.O. in angulo L.A.O. æquali ipsi L.A.Q. in prima figura. Intelligatur verò B.D. sectus in K. & R. vt priùs, ducatur quoque P.G. æquidistans ipsi A.O. tangensque sectionem in P. à quo ducatur P.T. parallela diametro B.D. & P.S eidem B.D. perpendicularis. Rursus à puncto R. ducatur perpendicularis R.Z. Fiat tandem P.ω. dupla ipsius ω.T. & à centro ω ducatur ᵇ ω.K. vsque in E. centrum reliquæ partis, quæ in aere.

ΑΠΟΔ. Portio ad humidum in grauitate eam rationem habet ᶜ quàm quadratum lineæ ψ. ad quadratum B D. quam verò rationem habet portio ad humidum in grauitate, eam habet ᵈ quoque pars ipsius demersa ad totã portionem, hoc est eam habet ᵉ quadratum P.T. ad quadratum B.D. & proinde P.T. & linea ψ seu M.N. sunt æquales, & bases ac portiones itidem æquales. ᶠ Sed & sunt æquales Y.B, Q.B. seu B.C. & B.S. Tum ex consequenti C.R, & S.R. propterea M.V, P Z. & adhuc V.N, Z T. Quod etsi demonstratione non egeat, quia sectio A.P.O.L. sumpta est in eadem portione, ac sectio A.M.B.L. tamen vt pertinacioribus satisfiat dicamus: quoniam in æqualibus & similibus sectionibus A.P O.L. & A.M.B.L. ab extremitatibus basium ducuntur A.ι.Q. & A ι.O. angulus paribus, cum basibus & anguli ad D. sunt recti, sequitur triangulos A.D.ι. & A.D.ι. esse ᵍ similes. Deinde quia tangens P.Q. lineæ A.O. & tangens M.Y. lineæ A.N.Q est parallela. Tum ambæ M C. & P.S. quoque basibus æquidistantes: sunt rursus similes trianguli C M.Y, & S.P.Q. Proinde vt A.D. ad A.ι. ita est ʰ A.D. ad A.H. & permutãdo ʰ vt D.A, ad A.D. æqualis ad æqualem sic A.ι. est ad A.H. & sunt ideo æquales A.ι. & A.H. Sed bases A.O, A.Q. sunt æquales, earumque medietates ⁱ A.N. & A.T. Ergo & reliquæ N.ι. & T.H. sunt æquales. His verò sunt æquales æquidistantes ˡ ipsis M.Y, & P Q. Et quia est Y.M. ad M.C vt P.Q. ad P S & viciſſim ʰ, sequitur quoque æquales esse P.S. & C.M & tandem reliquas C.Y, & S.Q. earumque dimidias ᵐ B.C. & B.S. & adhuc reliquas æqualibus C.R. & S.R. seu M.V. & P.Z demum Z.T. & V.N. Cæterum, quoniam M.H. in prima figura est dupla lineæ H.N. ⁿ erit M.V. minor, quàm dupla M.H. ergo & multo minor quàm dupla V.N. constat ergo P.Z. ipsius Z.T. minorem esse quam duplam, & ω punctum (quo ita secatur P.T. vt P ω. sit dupla ω.T.) accedere ad T. propius quam Z. Linea verò K.Z. producta in tangentem P.Q. vt k.Z.γ. erit perpendicularis ⁿ, & proinde tota moles grauitat secundum eam: pars verò demersa secundum perpendicularem Z β. & demum reliqua extra humidum secundum rectam E.ι. Non ergo manebit portio, sed agitabitur, donec hæ lineæ conueniant in vnam: Quod fiet ascendentibus partibus ad A. quia perpendicularis Z.β. est ad partes A. & descendentibus partibus quæ ad L. quia alia E.ι. perpendicularis vergit ad L. Quod si sursum feratur ex parte A. punctus A. attolletur supra superficiem humidi, vt supra lineam κ. λ. & fiet angulus κ. H. D. maior angulo A H D. & ideo maior angulo P Q S. ita vt ducta tangente parallela ipsi κ.λ. incidat infra Q. vt in π. eritque angulus ρ.π.S. maior, ᵖ quam angulus P.Q. S. seu quam M.Y.C. sed M.Y.C. est ᵖ maior angulo M X.C. ergo angulus κ. H. D. qui fiet cum requiescet portio, erit multo maior quàm angulus M.X.C. vt vult conclusio secunda.

ᵇ per 8 l. 1. de æquipõd. ᶜ per fabricam. ᵈ per 1. huius. ᵉ per 26. lib. de conoidib. & sphæroid. ᶠ per 25. de conoid. & sphær. ᵍ per 4. l. 6. ʰ per 16. l. 5. ⁱ per lemm. iunctum prop. 5 l. de quadr. parab. ˡ per 33 l. 1. ᵐ per 35. l. 1. conic. ⁿ per lemm. ad 2. huius. ᵒ per χόλιον 6. de quad. parab. ᵖ per 32. l. 1.

ΣΥΜΠΕΡ. Γ.	CONCLVSIO III.
Εάν τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ βαρεῖ λόγον ἔχῃ ὃν τετράγωνον ξ.ο. ποτὶ	Si portio ad humidum in grauitate eam habeat proportionem quam quadratum X.O.

quitur æquales esse ᵃX.O.& T.P. In figura ergo notata 1. sumatur linea O.X. parallela *a per 9.1.5.*
ipsi T.P. ac diametro, & ducatur A.X.ω Q. cui parallela sit I.V. secans diametrum in ω.
& adhuc tangens O.χ occurrens diametro in χ. tãdem ducatur O.C perpendicularis.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam portionum I.P.M. & A.O Q. diametri X.O.& T.P. sunt æqua-
les, ipsæ sunt æquales: ᵇpropterea punctum Q. accedit propiùs ad verticem quam *b ex 25.1 de conoidib. & sphær.*
punctum M. ne si cecideret versus L. fiat pars æqualis toti: Est autem ᶜangulus I.ω.D
minor angulo I. 6. D. & æqualis angulo A ω. D. qui proinde A. ω.D. minor est angulo *c per 1.2.1.*
I.6.D. Est autem P.N. parallela ipsi I.T.M. vnde sequitur angulum I.6.D. æqualem
esse ᵈangulo P.N.B. Tum tangens O. χ. æquidistat lineæ A.X.Q. & proinde est ᵈan- *d per 29.1.E*
gulus χ. æqualis angulo A ω.D. propterea angulus P.N.B. intra est ᵉ& punctus χ. ex-
tra cadit, & est χ.B. maior quam N.B. seu ᵉB.C. medietas ipsius χ.B. maior quam B.S. *e per 35 1.1. conic.*
& ideo C.R. minor quàm S.R. seu quàm P.Z. sed C.R. & O.G. sunt ᶠæquales, quia à *f per 33 1.1.*
puncto R. ducitur linea rectó secans portionem mediam in G.& Y. in primo schema-
te. Proinde O.G. minor est quoque quam P Z. & ergo G.X. maior quam T.Z. Vnde
constat P.Z. maiorem esse quam duplam lineæ Z.T. Si ergo P.H. fiat dupla lineæ H.
T. accedet punctus H. propiùs ad P quam Z. Erit autem H. centrum grauitatis par-
tis immersæ humido, vt punctus k. est centrum totius portionis & ϖ. centrum reliquæ:
Et quidem à centro k. ducta perpendicularis ad humidi superficiem, seu ad tangentem
P.N. transierit ᵍper Z. quæ ergo non conueniet cum alijs perpendicularibus à centris *g per lemm. ad 2. huius.*
k. & ϖ. Vnde constat portionem non consistere, sed moueri donec conueniant.ʰ Hoc
autem quando basis ipsius vno puncto attinget superficiem humidi. Nam in portioni- *h per χό-λιον 6. de quad pa-rab.*
bus æqualibus & similibus A.O.Q.L, & A.P.M.L. ducentur ab extremitatibus ba-
sium A.Q. in illa, & A.M. in hac: scilicet quando post commotionem superficies ab I.
inciderit in A.& punctus Z in H.& totus diameter O.X. in P.T.& lineæ A.Q & A.M.
ab extremitatibus basium eductæ, angulos efficient pares ad diametrum, vt iam antea
ostendimus in demonstratione secundæ partis. Quibus existentibus anguli quoque ad
χ. & N. fient vnus & idem, & ideo perpendicularis à K. centro ad superficiem humidi
transibit per H. ergo & per aliud centrum ϖ. Quare manebit portio, cùm tota super
eadem perpendiculari, & in eodem centro grauitet.ʰ

Iam habeat portio ad humidum eam rationem quam habet quadratum P.F ad qua-
dratum B.D.& demittatur in humidum, ita vt basis ipsius non contingat humidum, vt
in figura notata 2.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Concluditur portionem non consistere, quin basis in vno puncto
humidi superficiem contingat, & axis cum ipsa faciat angulum angulo φ. æqualem.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur in primo schemate linea A.F.q. & lucis gratia agatur planum per
diametrum, quod nobis similem & æqualem portionem A.M.B.L. portioni A.P.B.L.
resecet. Inclinetur autem in humidum, ita vt basis humidum non attingat, & sit su-
perficies humidi I.β. cui parallela sit ⁱtangens M.N. & à puncto contactus ducatur *i per 32.1 1.*
M.T. æquidistans ˡdiametro B.D.& M.S. in diametrum perpendicularis.ˡ Tum aga- *l per 12.1.1*
tur R Z. in M.T. rectò, scilicet diuiso diametro, vt priùs in K.& R. Diuidatur verò M.
T. in H. ita vt M.H dupla sit reliquæ H.T.& centra tria, partis insiccatæ H. totius
portionis K & reliquæ ϖ iungantur recta linea ϖ. K.H. Tandem à puncto A. ducatur ᵐ *m per 23.1.1*
A.γ. similiter vt in primo schemate, & ad æqualem angulum cum basi A.L. Tum à
medio partis ipsius A.γ quæ in portione, scilicet puncto F. ducatur F.P. æquidistans ⁿ *n per 33.1.1. conic.*
ipsi M.T.& denique tangens ⁿ P.φ, & perpendicularis P.C. in diametrum B.D.

ΑΠΟΔ. Portio ad humidum eam habet rationem quam quadratum P.F. ad quadra-
tum B D. hoc est ᵒquam pars extra humidum ad partem in humido, hoc est ᵖquàm *o per 1. hu-ius.*
quadratum M.T, ad quadratũ B.D. vnde P.F.& M.T. sunt æquales,ʰ & inde portiones
quarũ diametri sũt P.F.& M.T. sunt pares: vnde fit vt γ. magis recedat à B. diametri quã *p per 26 de conoidib. & sphær.*
β. ita vt producta ab A. occurrat diametro quoque educto in γ. vt ab I. in β. & angulus A.
γ D. hoc est angulus P.φ.D. est minor angulo I.β D. seu M.N.D.& inde cnstat φ.B. ma-
iorem esse quàm N.B. seu ᵉ B.C. maiorem quam B.S.& proinde R.C. seu P.Y. in primo
schemate, minorem quam R.S. seu quam Z.M. Atqui P.Y. primæ figuræ secat ita P.F.
vt sit P.Y. dupla reliquæ Y.F. Ergo ⅔ ipsius P.F. hoc est ipsius T.M. sunt minores quam
Z.M Et proinde punctum H. accedit propius ad verticem M. quàm Z. Sed perpen-
dicularis ducta à centro K. ad superficiem humidi transit per Z. Ergo perpendiculares,
quibus ponderant centra Z.& ϖ in hoc situ, non conueniunt cum perpendiculari to-

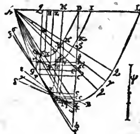
tius. Motitabit ergo portio, quousque superficies humidi ex I.ß. fiat A. γ. Tunc enim C.R. fiet æqualis ipsi P.Y. hoc est ⅔ totius P.F. & proinde punctum Z incidet in centrum insuccatæ portionis, fietque trium centrorum vnica perpendicularis, qua tota moles deferetur ad centrum terræ. Tunc verò superficies aquæ æquidistans tangenti P.φ. angulum faciet cum B.D. æqualem angulo φ. Ergo quiescet portio inclinata, ita vt superficies humidi vno puncto tangat basim, & cum diametro angulum faciat æqualem angulo φ. quod erat probandum.

CONCLVSIO IIII.

Si portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionem habeat, quam quadratum F.P. ad quadratum B.D. minorem verò quam quadratum X.O. ad B.D. quadratum: in humidum demissa, & adeo inclinata, vt basis ipsius non contingat humidum, consistet & manebit ita, vt basis in humidum magis demergatur.

ΣΥΜΠΕΡ. Δ.

Ἐὰν τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ βαρεῖ μείζονα μὲν λόγον ἔχῃ ἢ τὸ τετράγωνον Φ.π. ποτὶ τὸ τετράγωνον β.δ. ἐλάσσονα δὲ ἢ τὸ τετράγωνον ξ.ο ποτὶ τὸ τετράγωνον β.δ. καθιεμένον ἐς τὸ ὑγρόν, ὥστε τὰν αὐτοῦ βάσιν μὴ τοῦ ὑγροῦ ἅπτεσθαι, ἀποκαθιστήσεται καὶ μενεῖ ὥστε τὰν βάσιν ἐς τὸ ὑγρὸν κατακλύζεσθαι.

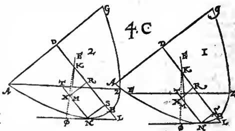


ΥΠΟΘ. Sumatur iam portio A.B.L. habens ad humidum in grauitate maiorem rationem quam quadratum F.P. ad quadratum B.D. minorem verò quàm X.O. ad idem quadratum B D. & inclinetur in humido, ita vt superficies humidi non attingat basim, vti videre est in schemate notato t.

ΣΥΜΠΕ. Dico non consistere portionem, sed moueri quoad adeo inclinetur, vt pluribus vno punctis basis attingat humidum.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur linea ψ. cuius quadratum sit ad quadratum B.D. vt est portio in grauitate ad humidum. Ipsa autem ψ. maior quidem erit a quā P.F. sed minor quam X.O. Accommodata itaque inter sectiones A B.L. & A.F.D. ἐναρμόζεται ad B.D. cadet inter P.F. & O.X. sit ipsa I.V. secta à media sectione A.E.I. in Y. ita vt V.Y. dupla sit b partis Y.I. Tum ducatur A. I. Q. resecans portionem A.V.Q à tota A.B. L. & ducatur c tangens ι. V. ω. occurrens axi B.D. in ω Intelligatur autem portio secta plano per axem, & fieri sectionem A.B.G. notatam I. & demersa portione in humidum superficiem aquæ designati lineā E.Z. quæ basim non tangit. Huius autem sectionis A.B.G. diameter

a per 10.15 | b per 1 li. de quadr. parab | c per 33 l.1. conic.



sit D B. diuisus vt antea in punctis K.& R.& demersæ partis diameter sit N T. in quam rectò cadat R.X.& à qua decidat etiam κάθετος N.S. & ipsam tangens N.L. occurrat diametro B.D in L. demum diuidatur N.T. in M. ita vt N.M. dupla sit ipsius M.T. & tandem transeat à centro K. iuncto ambobus centris M demersæ partis, & E. non demersæ vinculo lineæ E.K.M. linea K φ. transiens d per X. & proinde perpendicularis ad L.φ. & ideò ad E.Z.

d per lemm. ad 1 lemm.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam portio est in grauitate ad humidum, sicuti quadratũ ψ. ad quadratum B.D. hoc est sicuti quadratum T.N. ad idem quadratum D.B. sunt necessario T.N. & ψ. lineæ æquales, & proinde N.Γ. rursus est æqualis^a ipsi V.I. in prima figura. *a per 9 l.5.* Vnde concluditur portiones A.V.Q. in prima figura, & E.N.Z. esse æquales. Cum itaque in æqualibus & similibus portionibus A.V.Q.L. & A.N.Z.G. lineæ A.Q. & E.Z. æquales portiones auferant, scilicet A.Q. ab extremitate basis, sed E.Z. non ab extremitate, imo intacta base, sequitur A.Q. secare B.D. diametrum minori angulo quàm E.Z. quod vt prius fecimus,^b ostendere facile est: Illi autem æqualis est angulus ω. tãgentis, huic verò angulus L. quoq; tãgentis: proinde angulus L. angulo ω. maior est, & inde consequitur lineã L.B. vel B.S. minorem esse quàm ω.B vel quam B.C. primę figurę, & contra S.R. seu N.X maiorem quam C.R. & ex cõsequenti maiorem linea V.Y. minore quã C.R. Vnde superest I.Y. ⅔ totius I.V. vel totius N.T. maiorem esse quã T.X. & proinde punctum M esse inter X. & N. Perpendiculares itaque actæ per centra grauitatum M. & E. non cõuenient cum perpendiculari K.X.^φ nec proinde stabit portio. *b scilicet in demonstratione conclusionis.*

Ponamus iam adeo motã esse vt iam superficies humidi attingat basim, vt apparet in schemate notato 2. Non propterea quiescet. Nam positis quæ supra ostensa sunt de æqualitate sectionum & portionum, quoniam in portionibus æqualibus & similibus A.V.Q.L, & A.N.Z.G. Lineæ A.Q. & A.Z. auferunt portiones æquales, æquales angulos cum diametris B.D. continebunt. Vnde fiet vt triangulorum N.L.S, & V.ω.C. primæ figuræ, anguli sint ad ω. & L æquales, & B,S. recta rectæ B.C. sit æqualis: tum ex consequenti S.R. seu N.X. & C.R. sint æquales. Verùm V.Y. in prima figura minor est quàm C.R. quia linea ducta perpendiculariter ab R. per G. ad Y. secat mediam sectionem A.B.I & proinde lineam Y.I. ita vt Y.I. maior sit quàm T.X. Sed est Y.I. ⅔ totius I V. vel totius N T: Proinde punctum M adhuc est intra X. & N. nec perpendicularis acta à puncto K. per X. incidet in M. sed aliæ erunt eæ quæ agentur per M. & E. Et proinde nondum consistet portio donec resecuerit A.Z. superficies humidi tantũ basis, vt puncta M. & X. in vnum coeant, & deinde perpendiculares, quod fuit probandum.

ΣΥΜΠ. Ε.

Ἐὰν τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν βάρει λόγον ἔχῃ ἐλάσσονα ἢ τὸ τετράγωνον φ.π. ποτὶ τὸ τετράγωνον β.δ. καθιέμενον ἐς τὸ ὑγρὸν καὶ ἐγκλινόμενον, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ τοῦ ὑγροῦ ἅπτεσθαι, καταστάσεται ἐγκλινόμενον, ὥστε τὸν αὐτοῦ ἄξονα μετὰ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας γωνίαν ποιεῖν τᾶς γωνίας φ. ἐλάσσονα, καὶ τὰν βάσιν οὐδέποτε τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας ἅπτεσθαι, καὶ μένει ὥστε τὰν βάσιν ἐς τὸ ὑγρὸν μᾶλλον κατακλύζεσθαι.

CONCLVSIO V.

Si portio ad humidum in grauitate proportionem habeat minorem, quàm quadratum F.P. ad quadratum B.D. demissa in humidum, & posita inclinata adeo vt basis ipsius, non contingat humidum: consistet inclinata, ita vt axis ipsius cum humidi superficie angulum faciat minorem angulo φ. & basis nullo modo superficiem humidi contingat.

ΥΠΟΘ. Tandem habeat exposita portio ad humidum in grauitate minorem rationem quã quadratum F.P. ad quadratum B.D & demittatur in humidum obliquè, & ita vt basis non contingat superficiem humidi.

ΣΥΜΠ. Dico consistere inclinatam, ita vt axis ipsius cum humidi superficie angulum faciat minorem angulo φ & basis nullo modo superficiem humidi contingat.

ΚΑΤΑΣ. Quam rationem habet portio ad humidum in grauitate, eam habeat quadratum lineę

a per 10. l. 5. ψ. ad quadratum B.D. vnde ψ. linea fit a minor quam P.F. & in prima figura adaptetur linea G.ω. inter sectiones primam & vltimam æqualis ipsi ψ. & quam secent primum linea G.Y. egressa ex sectione media & producta vsque ad maximam. Tum

b mediante 33 l. 1 conic. c per 5 & ad eam lemmata de quad para. in puncto γ media sectio vt appareat G.γ. maior quā G.Y. Tū ducatur b G ς. contingens sectionē in G. & occurrēs diametro B.D. in ς. item agatur G.C. ad B.D. perpēdicularis. Tādem ab A. per ω linea A.ω.q. ita vt sint A.ω. & ω.q c æquales. Rursus plano acto per B.D. diuidatur portio expôsita, & fiat sectio A.Z.B.L seu ea quæ notatur charactere 1. cuius axis D.B. superficies humidi A.Z. tangens basim portionis in vno puncto A. seceturque axis B.D. in K. & R. vt prius & diuisa A.Z. bifariam, agatur T.N. axis portionis quæ est in humido, & à vertice N. agatur tangens, N.F. occurrens diametro B.D. in F. tum N.S. in axem B.D. κάθετος. Diuidatur N.T. in M ita vt N.M. sit dupla reliquæ M.T. & per k. centrum grauitatis totius, ducatur M.K.E. ad centrū partis quæ extra humidum. Tandem ab R. sit perpendicularis in N.T. linea R.X.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam portio habet ad humidum in grauitate eam rationem quā quadratum quod fit à linea ψ. ad quadratum B.D. Ea verò ratio est quadrati N.T. ad quadratum D.B. sequitur N.T. & G.ω esse equales, ideoque portiones A N Z, A.G.q. esse pares. In his autem paribus portionibus diametri ducti ab extremitatibus basium ad pares angulos efficiunt quoque cum diametro B.D. producto æquales angulos, scilicet F. & ς. Vnde sequitur lineas ς.C & F.S seu semisses B.C. & B S. esse æquales, item S.R. & C.R. seu G Y. & N.X esse pares Sed G.Y. est minor quam $\frac{2}{3}$ totius G.ω nempe quam G.γ. seu totius N T. Proinde N.X. minor quoque est quàm $\frac{2}{3}$ lineæ N.T. Non erit ergo X. centrum, nec M. incidet in punctum X. sed propius accedet ad T. Perpendicularis autem ducta à centro K. ad centrum terræ, seu ad tangentem F. N. seu ad superficiem humidi transit per M. Ergo aliæ perpendiculares secundum quas duæ partes, ea quæ in humido & ea quæ extra humidum, non conuenient cum perpendiculari totius. Motitabit ergo portio nec stabit in hoc situ. Ostendēdū est nunc eam ipsam stare quando ita inclinata fuerit, vt basis nullo modo tangat superficiem aquæ, & eius axis cum superficie humidi angulū fecerit minorem angulo φ. Etenim si fieri potest, admittamus inclinari portionem, ita vt faciat superficies aquæ E.Z. producta in ζ cum diametro angulum Z ζ B. parem angulo φ & cætera vt priùs maneāt in figura notata numero 2. Etenim N.T. ostendetur æqualis ipsi G.ω. Et quoniam ponitur angulus Z.ζ.B. hoc est angulus F. æqualis angulo P.φ.C. primæ figuræ, non erit B.F. maior quam B.φ. seu B.S. quam B.C. nec S.R minor quàm C.R. neque N X. minor quàm P.Y. Sed P.F. cum sit maior quam G.ω. & proinde quam N.T. sitque P.E sesquialtera P.Y. erit N.T. minor, quam sesquialtera ipsius N.X. & inde N.X. maior quam $\frac{2}{3}$ ipsius N T cumque N.M. sit ad M.T. dupla, sequitur M. punctum recedere à T. plusquā X. propterea non conuenire perpendiculares ductas à centris E.k. & M. nec ideo stare portionem, vt ostendendum erat.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In præcedenti diagrāmate notato 1. facta inter sectione diametri B.D. & superficiei humidi A.Z. seu tangentis ipsi parallelæ ad angulum F. seu ς punctum X accedebat ad T. plusquam punctum M. Hic verò posita dicta inter sectione B.D. cum e Z. ad angulum φ. idem punctum X. recedit à puncto T. plusquam centrum M. Ergo vt conueniant necesse est fieri inclinationem, ita vt sectio fiat diametri B.D. & superficiei humidi in angulo maiore quidem, quàm sit angulus ς. vel F. sed in minore quàm sit angulus φ. vt vult conclusio.

Cæterum



ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΕΞΩΤΕΡΙΚΑ.
ARCHIMEDIS OPERA
EXTERNA.

PRÆFATIVNCVLA.



VLTA nobis occurrissent addenda libris de insidentibus humido, quæ vel pondus humidorum, vel motum, vel librationem vel deductionem, vel elationem vel depreßionem, vel denique naturam & proprietates aut actiones quæ circa ea exercentur, attigissent, nisi nos aliò alia vocassent, & vi officij, quod deserere piaculum est & nefas, abripuissent. Saltem complenda fuisset proposito decima & parabolica portio demittenda in humidum secundum basim, sicuti ab Archimede per verticem, positisque iisdem hypothesibus, quæ quinque vltimis Συμπεράσμασι præmissę fuerint, eruere consequentias, quæ nos scientia edocuisset. Verùm hoc etiam in secundam editionem (scilicet si res hæc cordi fuerit, & opera quantulacunque nostra harum scientiarum studiosis arriserit) rejecimus, quantociùs potuimus ad exitum properantes. Attamen quocunque tandem cursu abripiamur non adnotasse non possumus (nisi velimus grauißimè peccare in Archimedis Manes,) aliquot veluti externa ipsius opera quorum sola nobis memoria superest, vel à se vel a grauißimis authoribus tradita, qui antiquitus de his mentionem in scriptis suis fecerunt: quæ licet antea forsan leuiter attigerimus, expetunt tamen à nobis vt ea paulò diffusiùs indicemus, & Authorum locos afferamus.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΣΤΕΦΑΝΗΣ.
DE RATIONE INVENIENDÆ MIXTIONIS auri & argenti in Corona.

VERBA VITRVVII.



RCHIMEDIS verò cum multa miranda inuenta & varia fuerint, ex omnibus etiam infinita solertia, id quod exponam videtur esse expressum nimiùm. Hiero enim Syracusis auctus regia potestate,[a] rebus bene gestis, cùm auream coronam votiuam, diis immortalibus in quodam fano constituisset ponendam, immani[b] pretio locauit faciendam, & aurum ad sacôma appendit redemptori. Is ad

A
B

tempus, opus manufactum subtiliter, regi approbauit, & ad sacoma pondus
C coronæ visus est præstitisse. Posteaquam c indicium est factum, dempto auro tantumdem argenti in id coronarium opus admixtum esse, indignatus Hiero se contemptum, neque inueniens qua ratione id furtum deprehenderet, rogauit Archimedem, vti in se sumeret sibi de eo cogitationem. Tunc is cum haberet eius rei curam, casu venit in balneum, ibique cùm in solium
D d descenderet, animaduertit quantum corporis sui in eo insideret, tantum aquæ extra solium effluere. Itaque cum eius rei rationem explicationis offendisset, non est moratus, sed exiliuit gaudio motus de solio, & nudus vadens domum versus, significabat clara voce inuenisse quod quæreret. Nam
E currens identidem Græcè clamabat εὕρηκα εὕρηκα e. Tum vero ex eo inuentionis ingressu duas dicitur fecisse massas æquo pondere, quo etiam fuerat corona, vnam ex auro, alteram ex argento. Cum ita fecisset, vas amplum ad summa labra impleuit aqua, in quo demisit argenteam massam. Cuius quanta magnitudo in vase depressa est, tantum aquæ effluxit. Ita exempta massa,
F quanto minùs factum fuerat refudit, sextario f mensus, vt eodem modo quo prius fuerat ad labra æquaretur. Ita ex eo inuenit, quantùm ad certum pondus argenti certa aquæ mensura responderet. Cum id expertus esset, tum auream massam similiter pleno vase dimisit, & ea exempta, eadem ratione mensura addita, inuenit ex aqua non tantùm defluxisse, sed tantùm minùs, quantùm minùs magno corpore eodem pondere auri massa esset quàm ar-
G genti. g Postea vero repleto vase in eadem aqua ipsa corona demissa, inuenit plus aquæ defluxisse in coronam, quàm in auream eodem pondere massam, & ita ex eo quod plus defluxerat aquæ in corona, quàm in massa, ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mixtionem, & manifestum furtum redemptoris.

IN VERBA VITRVVII.

ΣΧΟΛΙΑ.

A *Auctus regia potestate.* Non enim, Hiero secundus huius nominis Syracusanorum Rex de quo hic sermo est, iure natiuitatis & hæreditatis regnum adeptus fuerat; licet ex antiqui Hieronis quondam Regis & Gelonis primi successoris, stirpe esset oriundus: sed electione ad hoc honoris fastigium euectus est, propter maximas quibus pollebat virtutes: ob quas primùm factus Prætor ab exercitu admodum iuuenis, ea in ætate, tanta in eo reluxit animi magnitudo, ingeniique solertia, vt omnibus gratissimus postmodum regnum fuerit consequutus, quo potitus scientiis, literatisque immanes fauores maximè Archimedi impertiuit. De eo Polybius armorum Scipionis Africani non duntaxat comes, sed veluti ἀκροατής, sic scribit, χρόνοις ὕστερον αἱ δυνάμεις τῶν Συρακοσίων δυσχερᾶναι πρὸς τοὺς ἐν τῇ πόλει. καὶ διατρίβουσαι περὶ τὴν Μεργάνην κατέστησαν ἐξ αὑτῶν ἄρχοντας, Ἀρτεμίδωρόν τε καὶ τὸν μετὰ ταῦτα βασιλεύσαντα τῶν Συρακοσίων Ἱέρωνα, νέον μὲν ὄντα κομιδῇ, πρὸς δέ τινα φύσιν εὐφυῆ βασιλικῆς καὶ πραγματικῆς οἰκονομίας &c. Historiar. lib. 1. Porrò Hiero Rex creatus est anno 3. Olympiad. 123 scilicet Vrbis conditæ 467. ob Mamertinos fusos fugatósque, eorúmque duces captos. Et fortassis huius victoriæ pretium diis suis fecit votum Coronæ, de qua hic sermo est.

B *Immani pretio locauit.* An immani pretio, seu manupretio fuerit legendum, tum σήκωμα vel sacoma quid sit, multi in Vitruuium scriptitarunt, nec id ad nos quicquam attinet.
a lib. 4. cap. 24. nisi interim dixerimus σήκωμα ab Hyperide referri à Iulio a Polluce & ἀντισηκῶσαι dici aliquem cum leuiori parti quicquam addit ad æquilibrium. Æquipondium porro habetur diffusissimè explicatum libris de æquiponderantibus, quò lectorem remittimus.

Postquam indicium est factum. Primum indicium quod fieri potuit ab oculo fuit: quia fulgor qui auro puro puto & obrizo est, extinguitur immixtione argenti, aliusue metalli. Nihilominus quoniam in argento splendor quoque natiuus est, qui licet albescat nihilominus lucet, & radiis immixtus radiantis auri quod etiā ἤλεκτρον dicitur, fallit, & nisi quāritate abundet, vix solo intuitu deprehēditur. Sed si fallantur oculi in corpore lucente, certiori iudicio indiciū fit ab heraclio seu Lydio lapide, cui vis est, vt inquit Theophrastus βασανίζει τὸν ἄργυρον (καὶ τὸν χρυσόν) ὥσπερ ἡ καλουμένη λίθος ἡρακλεία καὶ ἡ λυδή. vnde & appellatur χρυσῖτις. Color enim metalli lapidi impactus & superficiei corporis lapidei minus splendidi adhærens, facilius discernitur, & mixtio clarius apparet. Verum si adhuc fallitur lapis, & mixtio ea ratione temperata sit, vt ne coticula quidem deprehendatur, sono tentati potest, qui in singulis metallis singularis est. Sed rursus etiam auris fallitur sæpissimè, itaut aliò recurrendum fuerit; Tunc incisione, vel fusione, vel separationis aqua vtendum est, quæ fit ex sale nitro & triplo aluminis destillatis simul igne forti. Ea enim est huius aquæ Chrysulcę vis vt infusum argentum resoluat in se ipsam, auri verò instar pulueris in fundum vasis remittat: itaut versa aqua facillimè habeatur. Argentum verò diffusum non recuperatur, nisi prius aqua in vaporem conuersa: grauitate enim sua & tenacitate natiua partium essentialium, qua obsistit igni, argentum non fertur in auras, sed in imum vas recipit se & illic colligitur. Quidam addunt plumbum & ceritium pro indiciis auri: verum quia odorem plumbi argentum sustinet, Chrysulca certior est. Cæterùm ex his indiciis solus lapis lydius potuit Hieroni vsui fuisse: cætera enim opus labefactassent, quod fartum tectum tueri fuerat animus. Cæterùm notanda sunt Vitruuij verba, *dempto auro tantundem argenti in id coronarium opus admixtum*, Nam vt furtum poruerit deprehendi artificio Archimedeo, necesse fuit dari metalla quorum mixtio facta fuerat Etenim ex tribus metallis diuersorum sub eadem mole ponderum vt auri, argenti & æris, possibile est duas massas conficere diuersis mixtionibus quæ fuerint tamen eiusdem ponderis & molis: Sint v g. O. A. C. tria metalla ita inter se affecta, vt libra O. sit ad libram A. mole vt 2. ad 3.: ad libram vero C. vt 2. ad 4. Si itaque libram ex O. cum libra ex A miscuero, efficiam molem 5. siue digitorum, siue aliarum quarumlibet mensurarum: Rursus si cum libra & semisse O miscuero semissem C. efficiam corpus 2. librarum & voluminis 5. quoque digitorum, vel aliarum expositarum mensurarum. Nam si 1. libra O. dat molem 2. digitorum: $1\frac{1}{2}$ ponderis dabit 3. molis: Tum si 1. ponderis C. dat 4. molis, $\frac{1}{2}$ ponderis, dabit 2. molis.

Ponderis 1.	O	2.	Molis	Ponderis	1	O	2	Molis	Ponderis	$1\frac{1}{2}$ O	3
	A	3.			1	A	3			$\frac{1}{2}$ A	2
	C	4.									Molis

Mixtio itaque in genere metallorum cognosci debuit vt inuentio Archimedi stare potuerit. Et certè aurum & argentum notat Vitruuius.

Ibique cum in solium descenderet Ingressu solij Archimedes deprehendit modum quo prouinciam sibi à Rege demandatam absolueret. Etenim cùm solium vas esset quo in balneis antiqui vterentur, & in quo sedentes lauarentur, atque ligneū esset, vnico excauabatur trunco vt solidius esset (quod forsan ideo dictum est solium quasi solidum, & Augustus Hispanico verbo *duretam* vocauit) Aqua verò implebatur ad labrum vsque: quæ proinde ingrediente eo qui lauandus erat, effluebat, & quidem tanta quātitate quanta latis esset dimensionibus. Cessisse quippe locum prementi & aduenienti corpori etiam didicimus ex his quæ de vectis in humido superiùs dicta sunt. Latius itaque corpus, plus aquæ emittebat, exilius verò minùs? Hinc coniectura deprehendendi furti. Quippe duo sunt quæ naturam metallorum potissimùm manifestant, pondus & color. Quamuis enim omnia sint ponderosissima, quia maximè terrena, tamen quo puriora sunt & perfectiora, scilicet essentiæ compactioris, tenacioris & humidi magis ignei, grauiora sunt: Aurum proinde quod omnium purissimum est & minimùm solubile, vtque humidissimum. sic maximè diductibile cæterorum est, & mole ponderosissimum vt inde manifestum fiat, si duæ massæ offerantur paris ponderis, illa auri, hæc argenti, auream minori mole esse breuioribúsque dimensionibus: itaut cum alternatim dimittentur, in plenum vas, minùs ex aurea diffundatur aquæ, quàm ex argentea.

Margin: C — *Libro de lapidibus fere initio.* — D — *Suetonius in Augusto*

E *Tum verò ex eo inuentionis ingressu.* Hinc Plutarchus elegantissimè ostendit quanta voluptate veritatis studium ἡ τῆς ἀληθείας ἀγάπη, exuperet corpoream ingluuiem. Inter alia enim exempla delectationum quas profert scientiæ & sapientiæ assidua perquisitio, Archimedem in medium adducit, & ait ἢ λουόμενος (ὥς φασιν) ἐκ τῆς ὑπερχύσεως ἐννοήσας τὴν τοῦ στεφάνου μέτρησιν οἷον ἔκ τινος κατοχῆς ἢ ἐπιπνοίας ἐξαλλόμενος βοῶν εὕρηκα, καὶ τοῦτο πολλάκις φθεγγόμενος ἐβάδιζεν, οὐδενὸς δὲ ἀκηκόαμεν γαστριμάργου περιπαθῶς, βέβρωκα βοῶντος, πεφίληκα.

Plutarc. οὐδὲ ζῆν ἔστιν ἡδέως κατ' Ἐπίκουρ.

F *Sextario mensus.* An sextario mensus fuerit Archimedes refusam aquam, an alia mensura liquidorum, nihil interest, dummodo quantitatem ipsius ritè & apprimè cognouerit. Et quidem nihil censerem in hac scrupulosissima mensuratione commodius & exquisitius, pondere & bilance. Nec enim moles æquè numeris conuenit ac pondus & vt mensuras quæ mole constant, vt sextarius apud Romanos, Congius, vrna, Amphora, culleare, vel infra sextarium hemina seu Cotyla: Quartarius, Acetabulum, Cyathus & huiusmodi, nisi reuocētur ad librā libræq; partes, non bene cognoscuntur.

G *Postea vero repleto vase.* Omnis itaque ars deprehendendi furti Archimedi fuit, à proportione effusarum aquarum scrupulosissime obseruata. Quippe massa argenti plus aquæ effudit ex vase, quam aurea paris ponderis: Corona vero vtriusque naturæ particeps & æqui rursus ponderis, minùs quàm argentea, plus vero quàm aurea, & quidem ea ratione qua mixtionem fecerat χρυσοχόος. Vt vero experiamur artem, ponamus effusam ab auro aquam esse O. & ab argento A. itaut moles auri ad molem argenti se habeat vt O. ad A. Vt vero A. ad C. ita sit moles argēti ad molem Coronæ. Excessus vero A. super O sit B. eiusdem A. super C. sit D. Demum ipsius O. super C. sit E Et quoniam Corona item massa quæque, alicuius est ponderis: Dedit enim Hiero aurum ad Sacoma.

O 3
B $1\frac{1}{2}$
A $4\frac{1}{2}$
E $\frac{3}{4}$ F 5. G $3\frac{1}{3}$
D $\frac{1}{4}$
C $3\frac{3}{4}$
H $4\frac{1}{6}$ P $4\frac{1}{6}$
K $\frac{5}{6}$ Q $\frac{5}{6}$

Ponatur pondus illud esse F. in numero noto, qui diuidatur per B. & cōstituat G. Tum G. ducatur in D. & fiat H Demum idem G. multiplicetur per E. & producatur, K. Tandem diuidatur F bifariam in ratione H ad K. Etenim quod contigerit à latere K. nēpe Q. pars erit auri; quod vero successerit ipsi H. erit pars argenti mixti Coronæ quæ quærebatur. Pluribus hanc artem persequi locus fortasse requireret: sed quia mēs est hæc exotica summis duntaxat digitis nunc attingere, eadem si Deus dederit aliquando luculentiùs explanaturi, & rem indicasse sufficiet, & lectorem interim remittere ad innumeros penè harum scientiarum artifices, qui difficultatem hanc soluerunt, maximè ad Ghetaldum Patricium Rhagusinum, qui paucis ab hinc annis hac in parte Archimedem plurimum & doctissimè promouit.

Ex massis autem auri & argenti etiam inæqualibus inter se & coronæ potuit Archimedes rationes molium vtriusque metalli deprehēdere. Quamuis enim corona 8. fuisset pondo, sed auri duntaxat copia ponderis vnius libræ, ex effusa ab auro aqua collegisset effundendam aquam ab octuplo auri. Idem censendum de argento. Cæterùm sicuti diuersa moles auri & argenti etiam sensibus perceptibilis ex illa effusa aqua, consequitur idem pondus in vtroque metallo; vice versa eandem molem sequitur diuersum pondus, itaut non minori facilitate ex diuersis ponderibus corporum similis molis, mixtio deprehendi possit, quàm ex diuersis molis æqualis ponderibus: Et est eadem ars. Sit mixta auro & argento quædam figura pōderis A. cui proplastica arte fundātur duæ aliæ mole æquales, vna aurea grauitatis B, altera argentea pondo C.: excessus vero B & C. sit D. tum C. & A. sit E. Demū A. & B. sit F. supponatur autem A. quātitatis G. diuidātque ipsum G. excessus D & fiat M Tum M. multiplicet E. & fiat O. deinde F fiatque P. Etenim A cōponetur auro & argento secundum rationem O. ad P. eritque in A auri Q. argenti R. Notatis itaque diligentissimè ponderū metallorum differentiis, non tantum duorū sed etiam plurium simul mixtorū quantitas singularis arte deprehendetur, potissimum si appendantur in aqua in qua motus grauius fit lentior & perceptibilior; & rationes ponderū & molium

B 5
D $1\frac{2}{3}$
C $3\frac{1}{3}$ F 1. G 10. M $6\frac{2}{3}$
E $\frac{2}{3}$
A 4
O $3\frac{1}{3}$. Q. $1\frac{2}{3}$
P $6\frac{2}{3}$ R $2\frac{2}{3}$

dignoscantur. Monebimus interim videri fuisse Archimedi perdifficile, ita ad vnguem colligere effusas aquas, vt rationes metallorum ad amussim seruati possent: nec enim plenitudo vasis statim oculis percipitur, tum effusio vbi desinat vix quoque sentitur. Censerem itaque illi fuisse conducibilius, vasi primum corpora demisisse, tum aquam infudisse quoad vas fuisset plenissimum. Ex differentiis etenim plenitudinum aut exceptarum cum massis & Corona differenter aquarum, de quantitate mixtionis certius tulisset indicium.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΚΟΧΛΙΑΣ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Negotium humidi, & aquarum conuenientissimè sequetur Machina Archimedea, quam κοχλίαν appellauit Diodorus Siculus, κόχλιον Athenæus, qui & inuentionibus, & officiis distinguit inter Helicen & Cochlion binas machinas quas Archimedi tribuit, alteram ponderibus trahendis & omnino mouendis propriam; alteram ad aquas exhauriendas maximè aptam. De Helice postea, de Cochlio vero hæc habet.

Athenæus περὶ τοῦ Κοχλίου.

Ἡ δὲ ἀντλία καίπερ βάθος ὑπερβάλλον ἔχουσα, δι' ἑνὸς ἀνδρὸς ἐξηντλεῖτο διὰ Κοχλίου, Ἀρχιμήδους εὑρόντος.

DE COCHLIO ARCHIMEDIS.

Sentina porro, licet profundissima, ab vno homine exhauriebatur Cochlio, quod Archimedis inuentum fuit. *Athen.* Δειπνοσοφιστῶν lib. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic Athenæo sermo est de stupendo illo Nauigio quod Hiero iussit confici operar trecentorum hominum præter administros, spatio anni vnius (τεσσαράκοντα ὄντων τῶν τῶν ὅλων ἐργαζομένων τεχνιτῶν χωρὶς τῶν ὑπηρετούντων) & cuius fabricæ Ἀρχιμήδης ἦν (ait) ὁ γεωμέτρης ἐπόπτης, sed Moschion descriptor libro singulari, ex quo idem Athenæus exscripsit totam non solum contignationem, sed omnia ædificij ornamenta, quæ apud eum legi possunt. Cæterùm adeo immane erat onus, vt in ipsius dimidia parte in mare detrahenda cum esset πολὺ (ait) ζήτημα, Archimedes solus eam deduxit. Sed sentina non potuit non esse capax multæ aquæ, & tamen licet profundissima esset, ab vnico homine exhauriebatur, beneficio Cochlij inuenti ab Archimede, quo non tantum vsi sunt Syracusani, sed & ipsi etiam Ægyptij, & post ipsos Iberi, & tandem Hispani, authore Diodoro.

Diodorus περὶ τοῦ Κοχλίου τοῦ Ἀρχιμήδους.

Καὶ τὸ πάντων παραδοξότατον. ἐξαντλοῦσι γὰρ τὰς ῥύσεις τῶν ὑδάτων τοῖς αἰγυπτιακοῖς λεγομένοις Κοχλίαις, οὓς Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος εὗρεν, ὅτε παρέβαλεν εἰς Αἴγυπτον. Διὰ δὲ τούτων συνεχῶς ἐκ

DE COCHLIO ARCHIMEDIS.

Et quod est præ omnibus incredibile: illos aquarum effluxus exhauriunt Cochleis, quæ dicuntur Ægyptiæ, quas Archimedes Syracusius inuenit, quando in Ægyptum se contulit. Per hæc ergo continua successione, aquam

ad ostium vsque promouentes fodinæ locum exsiccant, aptúmque ad operis sui tractationem præparant. Cùm enim hoc instrumentum sit ingeniosius quàm fuerit credibile facile, hac mirabili industria ingens vis aquarum euacuatur, & omnis fluuij affluxus ab imo ad superficiem vsque effunditur. Mirabitur vero iure meritissimo quis, ingenium artificis, non solùm in his Cochleis, sed in aliis quoque multis, & quidem maioribus, quæ toto Orbe celebrantur. De quibus speciatim, cum ad Archimedis ætatem peruenerimus, diligenter agemus. *Bibliotheca lib. 5.*

διαδοχῆς παραδιδόντες μέχρι τοῦ στομίου τῶν μετάλλων τόπον ἀναξηραίνουσι, καὶ κατασκευάζουσιν εὔτεχνον πρὸς τὴν τῆς ἐργασίας πραγματείαν. Φιλοτέχνου δ' ὄντος τοῦ ὀργάνου καθ' ὑπερβολὴν, διὰ τῆς τυχούσης ἐργασίας ἄπλετον ὕδωρ ἀναῤῥιπτεῖται παραδόξως, καὶ πᾶν τὸ ποτάμιον ῥεῦμα ῥαδίως ἐκ βυθοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Θαυμάσαι δ' ἄν τις εἰκότως τοῦ τεχνίτου τὴν ἐπίνοιαν, οὐ μόνον ἐν τούτοις, ἀλλὰ καὶ ἐν ἄλλοις πολλοῖς καὶ μείζοσι, διαβεβοημένοις κατὰ πᾶσαν τὴν οἰκουμένην. περὶ ὧν τὰ κατὰ μέρος, ὅταν ἐπὶ τὴν Ἀρχιμήδους ἡλικίαν ἔλθωμεν, ἀκριβῶς διέξιμεν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic Diodorus multa paucis comprehendit: Archimedis peregrinationes tangit, ingenium patefacit, Cochlij formam & effectus indicat, tum vsum instrumentorum Archimedeorum plurimis Orbis locis receptum cum admiratione industriæ qua constabant, testatur. Equidem vt mira fuit Archimedes perspicacia mentis, ingenióque diuino, sic incredibili discendi cupiditate, docendique charitate fuit Cupidus sciendi ad Ægyptios se contulit, fortassis ad alias quoque Asiæ & Africæ gentes, quarum fama scientiarum nomine, omnem Europam peruagata fuerat: scilicet hoc fecit exemplo Pythagoræ, Platonis, antiquorumque omnium Græcorũ, qui tempora Archimedis præcesserant, quique propter illinc exportatas artes, immortalem sibi gloriam comparauerant. Sed Archimedes non capiebat, quin identidem porrigeret, & sua industria quod discebat, persolueret. Præter alia ergo plurima quæ credibile est Archimedem contulisse Ægyptiis Mathematicarum cupidissimis, hæc Cochlia est, quæ miro illis vsui fuit. Cùm enim Nilus peruadit Ægyptum, lacunas vbique replet, quæ recedente fluuio, stagnantes manent cum magno incolarum dispendio, nisi instrumentorum copia adfuerit quibus aquam in profluuios dimanent, locáque exsiccent. His ergo lacunis vacuandis, non toti Ægypto desiccandæ (vt quidam malè putauit) hoc organum inseruiit. Iberi postea idem receperunt ab Ægyptiis, & in Hispaniam detulerunt cum arte metallica, & tandem omnibus Nationibus in communem vsum collatum est. Vsus vero, imo instrumenti forma, ex duobus Diodori verbis colligitur. Ait enim, ἐκ βυθοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Etenim si à fundo ad supremam loci superficiem, aqua deferretur hac Cochlia, superest ea fabrefactam arte fuisse, vt aqua motu circulari paulatim superiùs ascenderet: quod non potuit aliter quàm circumuoluto quodam canali circa axem instrumenti, ex cuius reuolutione nomen etiam Κοχλίας vel Κοχλὶς accepisset. Porro antiquæ κοχλίδος ne vestigia quidem organi supersunt: & fuit denuò excogitanda, vt hinc aliquid vtilitatis caperemus. Qui solertiùs hac in parte laborarunt, tale χῦμα cùm ex officio tum ex nomine commenti sunt. Sit fluuius

Cardanus de subtil. Diodor ibidem.



quidam, lacus, palus, sentina, aut quid simile vacuandum aquis N O. sumatur rignum A. M. teres ad circinum, quo latiori crassitudinis diametro, eo fuerit accommodatius. Circa ipsum canalis, si visum fuerit, æneus in spiram obducatur B. C. H. L. qui vt longior, sic complicatior est, & sinuosior, proptereáque dum machina super polis extremitatum A & M. agitatur effluente alueo ac fluxu proripiente pinnacidia D. E. F. G. I. K. aqua ingressa per L. faciliùs defertur per gyros spiræ ad exitum in B Etenim quæ primo erant elatiores machinæ partes, rotatione fiunt depressiores, & Helices Meandri à summo ad imum rectiores, ita vt aqua suo pondere celeriùs decidens majori vi in sinus proximos deferatur, & tandem successione summi & imi partium conuolutarum perueniat foras. Commoditas itaque Cochlij pendet cum à lõgitudine canalis in spiralem contorti, tum ab obliquitate cylindri A. M. Quò etenim obliquius constituetur machinæ corpus ad superficiem humidi, & canalis circumuolutior erit circa cylindrum, eò leuiori opera sursum aqua euehetur Quod si applicetur Cochlium istud ad idé opus ad quod primùm Archimedes ipsum inuenit, scilicet ad repurgandam nauigij sentinam, vt Athenæus refert, vel ad desiccandos lacus, & educendas aquas è profundioribus locis quibus substitissent, inutilia essent pinnacidia, nec profluente aquá agitaretur machina. Tunc vero addita rota in parte elatiori vt in A. facillimè iumenti opera in vsum reduceretur vel etiam hominis, quod notat Athenæus δι' ἑνὸς ἀνδρὸς ἐξηντλεῖτο (inquit.) Sed tunc capiti rotæ infigerentur styli ferrei vel lignei in orbem, quibus vel calcante pedibus homine, vel manibus attrahente fierent versationes. Cæterùm Vitruuius artem non componendi solum Cochlij, sed ad vsum disponendi, aperuit. *Cap. 11. lib. 10. Archit.* Vult itaque cylindri exactè rotundi capita diuidi in quadrantes vel in octantes, vel ad libellam lineas duci rectas à capite ad caput, punctis ad amussim oppositis: tum lineas longitudinis diuidi æqualibus spatiis, iis quibus in latitudinem distant: ita vt in rotundatione & in longitudioe paria interstitia fiant, notata punctis super omnibus lineis in longitudinem æquidistanter protractis, sumi tandem jubet saligneam tenuem aut de vitice, id est amèrina salice regulam: (ego carracea vterer) eáque addita in primo puncto vnius linearum, obliquè deduci (hæc saltem videtur esse mens ipsius) ad secundum punctum sequentis, & deinde ad tertium tertiæ, ac ita consequenter vsque ad octauum, octauæ & vltimæ lineæ, *vt eo modo* (inquit) *quantum progreditur obliquè per spatium, & per octo puncta, tantumdem in longitudine procedat ad octauum punctum. Eadem ratione per omne spatium longitudinis & rotũditatis singulis decussationibus obliquè fixæ regulæ per octo crassitudinis diuisiones inuolutos facit canales & iustam Cochleæ naturalémque imitationem.* Crèderem tamen non requiri tam exactam diuisionis æqualitatem secundum longitudinem & latitudinem: sed quò strictiores fient diuisiones in longitudinem, & spira obliquior circa rignum, commodiùs aquam efferri Erectionem autem machinæ ad inclinationem sic censet collocandum, *vt sicut Pythagoricum trigonum orthogonium describitur, sic id habeat responsum: id est vti diuidatur longitudo in partes quinque earum trium extollatur caput Cochleæ, ita erit à perpendiculo ad imas nares eius partes quatuor.* Sensus est; sumatur trigonum Pythagoticum orthogonium scilicet cuius cathetus sit 3. basis 4 hypotenusa 5. & ponatur obliquitas machinæ veluti angulus B. C. A. in superiori figuca æqualis angulo basis & hypotenusæ, in dicto triangulo. Etenim si maior obliquitas fuerit, vix fiet vt aqua vorsuris & spiris canalis deferatur. Propterea quando in altiora loca aqua deferenda est, habendum est organum plurimis compositum Cochleis, quarum aliæ aliis aquam suggerentes, eam altissimè porrigant. Sed totam machinam eo artificio constare oportet vt vnico rigno perpendiculariter erecto, capita omnium infigantur. eóque conuoluto omnes simul cochleæ reuoluantur. Talem retulit ac deformauit Cardanus Augustalem lib. 1. subtilitatis.



DE HELICA ARCHIMEDIS.

Abſolutam igitur eam partem, in mare detrudi (Hiero) iuſſit, & tantiſper dum fluctibus madeæret, alteram perfici. At in demittenda ea in aquam, cùm non minima eſſet ambiguitas, Archimedes machinarius eam ſolus demiſit paucis inſtrumentis. Cùm enim præparaſſet helicem machinam, tam ſtupendum nauigium in mare detruſit. Primus ergo Archimedes inuenit organum quod dictum eſt Helix. *Athen.* Δειπνοσοφιστῶν, *lib.* 5.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΕΛΙΚΟΣ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

Athenæi verba.

Τοῦτο μὲν οὖν τὸ μέρος εἰς τὴν θάλασσαν καθέλκειν προσετέτακτο τὴν λοιπὴν κατασκευὴν, ἵν' ἐκεῖ λαμβάνῃ· ὡς δὲ περὶ τὸν καθελκυσμὸν αὐτοῦ τὸν εἰς τὴν θάλασσαν πολλὴ ζήτησις ἦν, Ἀρχιμήδης ὁ μηχανικὸς μόνος αὐτὸ κατήγαγε δι' ὀλίγων σωμάτων. Κατασκευάσας γὰρ ἕλικα, τὸ τηλικοῦτον σκάφος εἰς τὴν θάλασσαν κατήγαγε. Πρῶτος δ' Ἀρχιμήδης εὗρε τὴν τῆς ἕλικος κατασκευήν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc ἑλικῶν inſtrumentum, Helices nomine appellatum, qualenam fuerit nemo dicere certò poteſt, cùm figuræ Archimedeæ non ſuperſint. Tamen etiam à nomine imaginamur haud longè aliam fuiſſe machinam ab ea quam vulgus Cochleam ſeu Helicen infinitam vocat, cuius vires immenſæ ſunt. Hac enim etſi admodum ſimplici, ſolui poteſt, ſi quaquam alia, antiquum Archimedis problema, idque plurimùm audenti arte propoſitum, τῇ δοθείσῃ δυνάμει τὸ δοθὲν βάρος κινῆσαι: ea enim ratione etiam infinita dicitur, quia virium poſſit quantarumcunque propoſitarum confici, nec ſit conſtituendæ potentiæ ipſius vllus definitus terminus. Conſtat vero duabus partibus rota, nempe & cylindro, vt appoſito diagrammate videre eſt: in quo A. B. rota eſt dentes excauata ad angulos æquales angulo obliquitatis lineæ Helices deformatæ in cylindro C. D: Capſula in qua tanquam diapegmate in officio continentur & rota & cylindrus, eſt G. O., manubrium quo Cylindrus vertitur eſt E. F. Cæterùm partes ipſius, & partium rationes vel officia diligentiùs adſcribere, rei tritæ & omnium operariorum manibus verſatæ communis vſus non permittit. Deinde alibi rem enucleatiùs agitauimus, multique Artifices qui de machinis ſcripſerunt, inter Antiquos Pappus, helicem multis docuerunt. De aliis demum helicis lineis, volutis & huiuſmodi corollis antea opere ſingulari egit Archimedes. Cæterùm ſi hac helice ſoluatur hoc problema, vt certè faciliùs poteſt quàm Βαρουλκῷ Heronis Alexandrini, quod refert Pappus, nec vlla aliarum quinque facultatum mechanicarum ſcilicet, nec axis in peritrochio, nec vecte, nec polyſpaſto, nec cuneo: dicenda fuerit quadrageſimum inuentum Archimedis. Hoc enim inuento, quadrageſimo datum pondus data potentia mouiſſe, ſcribunt antiqui.



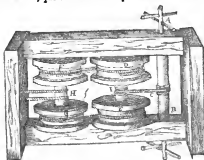
Collect. Math. lib. 8 prop. 10.

ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΤΡΙΣΠΑΣΤΟΥ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
Ioannes Zetzes, Chilliad. 2. histor. 35.

Ὅστις εἰργάσατο πολλὰς μηχανικὰς δυνάμεις,	Qui fabricatus eſt multas mechanicas vires.
Καὶ τῇ τρισπάστῳ μηχανῇ χειρὶ λαιᾷ καὶ μόνῃ,	Et Triſpato machina manu læua ſoláque,
Γ' ἑπταμυριομέδιμνον καθεῖλκυσεν ὁλκάδα.	Septem & mille modiorum attrahebat pondus.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Triſparum ſeu vt alij habent Triſpaſtum communiter Archimedi tribuitur, & vires habuiſſe maximas adſeuerant omnes eum authore hoc noſtro, qui Archimedem hac machina mille modios frumenti attraxiſſe vel extuliſſe ſola manu ſiniſtra & quidem leui opera perhibet. Polyſpaſti quidem meminit Pappus, adpingitque & deſcribit, ſed ſolius Triſpaſti rationem non dedit vt nec quilibet quem legerim antiquorum. Oribaſius tamen opere, quod conſcripſit de machinis medicis, Triſpaſtum citat & depingit medicis operationibus accommodatum, quod fuiſſe ait vel Apellidis vel Archimedis Figuram autem hanc quam profert, vix cenſetur vllas vires habere. Nam cùm motus incipiat à Sucula A B. Scytalis A. mota funiſque C. circa ipſam reuoluatur qui attrahit & deuoluit axem I., quo deinde tympani cōuoluuntur D E. tum G. E. & tandem axis H. circa quem duo funes complicantur, quibus videtur adduci pondus: Nihil aut parum ſic fieri, rationes artis mechanicæ docent. Nam cùm diameter ſuculæ A B. minor ſit quam tympanorum D. E. vel G. F. vis mouentis minuitur ea ratione, qua axis primo mouens minor eſt moto, vt ars machinalis docet Ea fortaſſe cauſa fuit, cur Ariſtion ſuccenſuit patri Paſicrati (qui primus inſtrumentum accommodauit chirurgicis adinuentionibus) vt ignoranti antiquam inſtrumenti ſtructuram. Verba aliqua Oribaſij placuit ex manuſcripto regio, addere, ex quibus non quidem antiquum Archimedis, ſed accommodatum medicis operationibus inſtrumentum detegatur Multa quidem dicit, ſed hæc magis ad rem.



VERBA ORIBASII.

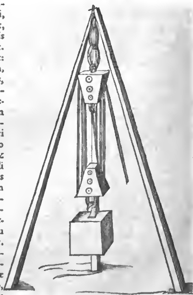
Ἀρίστων δὲ ὁ τοῦ Πασικράτους υἱὸς ὑπαντήσας τῷ πατρὶ ἠγνοηκότι τὴν ἀρχαίαν τοῦ ὀργάνου κατασκευήν. ἐν γὰρ τῇ ἀρχαίᾳ φησὶν ὀργανοποιΐᾳ, οὐκ ἐν	Ariſtion vero filius Paſicratis modeſtè occurrit Patri, ignoranti antiquam inſtrumenti fabricam. In veteri enim (ait) organi ſtructura, non in cauita-

tes laterum mouebantur, sed in ansis affixis lateribus cauitates spirales habentibus; sicuti videre est in machinis ad hauriendas aquas accommodatis, quæ facillimè ex constitutione mouent; neque vero rotæ coneauæ sunt, sed supereminentes. Cum igitur mortariolis eitea ansas moueantur, & rotæ supereminenant, mouentibus facillimè axibus, non impedientur, licet funis manu trahatur. Propterea enim Trispastum appellatur organum, quoniam tres aguntur funes: vnus quidem exterior, duo vero celati. Ista vero hucusque credibilia sunt.

κοιλότησι πλευρῶν ἐκινοῦντο οἱ ἄξονες, ἀλλὰ περὶ κνώδακας προσηλωμένους τοῖς πλευροῖς· κοιλότητας ἔχοντας ἑλικοειδεῖς, ὥσπερ ἔστι θεάσασθαι τὸ τοιοῦτον γινόμενον ἐπὶ τῶν ὑδραγωγῶν ὀργάνων, διὰ τὴν κατασκευὴν ῥᾳδίως στρεφομένων· οὐδὲ μὴν οἱ τροχοὶ κοῖλοί εἰσιν, ἀλλ' ὑπερέχοντες· ἐπείπερ οὖν ὀλμίσκοις περὶ κνώδακας κινοῦνται, καὶ οἱ τροχοί εἰσι μετέωροι, εὐχερέστατα τῶν ἀξόνων κινουμένων, ἀνεμπόδιστοι ἔσονται· κἂν χειρὶ ἕλκηται ὁ κάλως. διὰ γὰρ αὐτὸ τοῦτο καὶ Τρίσπαστον προσηγορεύθη τὸ ὄργανον. ὅτι τρεῖς εἰσιν οἱ ἐνεργοῦντες κάλοι εἷς μὲν ἔξωθεν δύο δὲ κρυπτοί. Ταῦτα μὲν ὑπὸ τούτου πεπιθανολόγηται.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod Aristion arguerit Patrem Piscicatem erroris in describendo Archimedis Trispasto quia axes rotarũ mortariolis infixerit excauatis in lateribus organi, nec ansas seu Cnodaces addiderit, quibus extremitatibus axium receptis faciliorem rotis motum præbuerit, non magnopere hinc æstimandus est: nec enim Cnodaces ad hoc officium, laudabiliores sunt quàm cauitates, quibus axium capita firmiùs & immutabilius retinentur, fitque motus & rectior & ordinatior, cùm axes iisdem semper punctis adhæreant. Funes vero illi tres ex quibus nomen Trispasti ortum esse vult, sunt quidem in illo supra addito diagrammate primus & euidens C. I. Alij vero celati sunt illi qui primo complicati circa tympanos D. F. & E. G exeunt deinde in axem H. vt tãdem ipsis membra ægroti torqueantur. Celatos vocat eos seu interiores, quia in axẽ H. reuoluuntur circa ipsũ, quod veteri & licèt rudi manu exarata figura, clarissimè ostenditur. Quod autem triplex iste funis Trispastum formauerit, non potiùs tria virium instrumenti organa vt Coechleæ aut Trochleæ, non mihi persuadeo, censeoque Trispastum Archimedis



instrumentũ fuisse petitum ex Polyspasto,compositúmq; ex tribus Cochleis superioribus & tribus inferioribus, vt hoc schemate videre est, cuius vsus adeo frequens est,vt offerri solummodo sufficiat. Non est tamen credendum hoc solo instrumento, cuius vires definiuntur,tanta pondera attrahi aut efferri posse, quanta videtur innuere Zetzes. Etenim his tribus solis trochleis vires hominis sextuplicantur,hoc est,vnus homo efferet aut attrahit tantum solus, quantùm sex homines absque instrumento : vt si communiter homo gerit aut mouet 200. libras, Trispasto geretet aut moueret 1200. quæ multum distant à pondere 7000. modiorum : quæ propterea si Trispasto essent efferenda, forent organo jungendæ trochleæ, quibus vires multiplicari possent, aut addenda Ergata eum Chelonis vel Helice seu Cochlea, vel aliquod simile instrumentum,quo Trispasti vis mirum in modum augeretur.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ἐπινοημάτων πρὸς πάντα τὰ μηχανήματα Μαρκέλλου τε καὶ Ἀππίου, ἐν τῇ τῶν Συρακουσίων πολιορκίᾳ.

DE ARCHIMEDIS inuentis aduersus omnes Marcelli & Appij machinas in obsidione Syracusarum.

VERBA POLYBII.

Ὁ δὲ περιειρημένος ἀνήρ,(Ἀρχιμήδης) παρεσκευασμένος ὄργανα πρὸς ἅπαν ἐμβελὲς διάστημα, πόρρωθεν μὲν ἐπιπλέοντας τοῖς εὐτονωτέροις καὶ μείζοσι λιθοβόλοις καὶ βέλεσι τιτρώσκων, εἰς ἀπορίαν ἐνέβαλε καὶ δυσχρηστίαν. ὅτε δὲ ταῦθ᾽ ὑπερπετῆ γίνοιτο, τοῖς ἐλάττοσι κατὰ λόγον ἀεὶ πρὸς τὸ παρὸν ἀπόστημα χρώμενος, εἰς τοιαύτην ἤγαγε διατροπὴν, ὥς τε καθόλου κωλύειν αὐτῶν τὴν ὁρμὴν καὶ τὸν ἐπίπλουν· ἕως ὁ Μάρκος δυσθετούμενος, ἠναγκάσθη λάθρα νυκτὸς ἐπιποιήσασθαι τὴν παραγωγήν. γινομένων δ᾽ αὐτῶν ἐντὸς βέλους πρὸς τῇ γῇ, πάλιν ἑτέραν ἡτοιμάκει παρασκευὴν πρὸς τοὺς ἀπομαχομένους ἐκ τῶν πλοίων. ὡς ἀνδρομήκοις ὕψους κατεπύκνωσε τρήμασι τὸ τεῖχος, ὡς παλαιστιαίοις τὸ μέγεθος κατὰ τὴν ἐκτὸς ἐπιφάνειαν· οἷς τοξότας καὶ σκορπίδια παραστήσας ἐντὸς τοῦ

Verùm vir ille (Archimedes) de quo antè diximus, tormentis ad quoduis interuallum mittendi rela præparatis, intentioribus quidem & maioribus quà ballistis quà catapultis procul inuadentes Romanos vulnerans, eò difficultatum adigebat, vt quò se verterent, nescirent. vbi verò hæc tormenta vltra hostem tela mittere cœperunt, minoribus pro ratione præsentis interualli subinde vtens, vsque adeo Romanum confudit, vt imperum illius atque inuasionem penitus impediret. ad extremum M. Marcellus his difficultatibus circumuentus, clàm silenrio noctis naues propius admouere est coactus. quæ postquam intra teli iactum terræ appropinquassent, alium rursus apparatum aduersus eos qui è nauibus dimicabant, idem vir præstruxerat. murum crebris cauis ad humanæ staturæ modum: sed quæ exrrinsecus palmares essent, aperuit. ibi sagittariis ac scorpiunculis ab interiore

A

B

C

muri parte appositis, per istos petens hostem, inutiles nauium Romanarum epibatas reddebat. ex quo eueniebat, vt inimicos & procul positos & in proximo stantes, non solùm quicquam eorum exsequi vetaret quæ proposuerant, sed etiam plurimos illorum occideret.
D Porrò vbi Sambucas conarentur erigere, tormenta per totum murum disposuerat, quæ reliquo tempore non apparebant: verùm quando opus erat ab interiore parte supra mœnia se attollebant, & longè vltra propugnacula vltimo suo rostro prominebant. Horum alia non minora decem pondo saxa gestabant: alia, plumbi libramenta. quando igitur appropinquabant Sambucæ, tum enimuero tormentorum istorum rostra fune carchesio per machinam schaste-
E riam circumacta prout postulabat vsus, saxum in fabricam demittebant. ita fiebat, vt non machina dumtaxat confringeretur, sed & nauis quoque ipsa & qui in ea essent, grauissimè periclitarentur. Erant rursus alia machinamenta, quæ in hostes inuadentes & pluteis munitos, atque eorum ope aduersus tela è muro missa tutos, trabes saxáque ita commensuratè librabant, vt dimicantes in prora fugere cogerent. Simul etiam manum ferream catenâ religatam demittebat, per quam is qui rostra machinarum velut nauis gubernacula regebat, vbi prehendisset proræ partem quæ prehendi commode poterat, machinæ calcem, (quæ erat pars altera eius intra mœnia) deorsum adducebat. postquam autem prorâ in altum sublatâ nauigium

τείχους, καὶ βάλλων διὰ τούτων, ἀχρήστους ἐποίει τοὺς ἐπιβάτας. ἐξ οὗ καὶ μακρὰν ἀφεστῶτας, καὶ σύνεγγυς ὄντας τοὺς πολεμίους, οὐ μόνον ἀπράκτους παρεσκεύαζε πρὸς τὰς ἰδίας ἐπιβολάς, ἀλλὰ καὶ διέφθειρε τοὺς πλείστους αὐτῶν. ὅτε δὲ τὰς σαμβύκας ἐγχειρήσαιεν ἐξαίρειν, ὄργανα παρ' ὅλον τὸ τεῖχος ἡτοιμάκει, τὸν μὲν λοιπὸν χρόνον ἀφανῆ, κατὰ δὲ τὸν τῆς χρείας καιρὸν ἐκ τῶν ἔσω μερῶν ὑπὲρ τοῦ τείχους ἀνιστάμενα καὶ προπίπτοντα πολὺ τῆς ἐπάλξεως ταῖς κεραίαις. ὧν τινὰ μὲν ἐβάσταζε λίθους οὐκ ἐλάττους δέκα ταλάντων· τινὰ δὲ σηκώματα μολίβδινα. λοιπόν, ὅτε συνεγγίζοιεν αἱ σαμβῦκαι, τότε περιαγόμεναι καρχησίῳ πρὸς τὸ δέον αἱ κεραῖαι διά τινος σχαστηρίας, ἀφίεται εἰς τὸ κατασκεύασμα τὸν λίθον. ἐξ οὗ συνέβαινε μὴ μόνον αὐτὸ συνθραύεσθαι τοὔργανον, ἀλλὰ καὶ τὴν ναῦν, καὶ τοὺς ἐν αὐτῇ κινδυνεύειν ὁλοσχερῶς. τινά τε τῶν μηχανημάτων πάλιν ἐπὶ τοὺς ἐφορμῶντας καὶ προβεβλημένους γέρρα, καὶ διὰ τούτων ἠσφαλισμένους πρὸς τὸ μηδὲν πάσχειν ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ τείχους φερομένων βελῶν, ἠφίει μὲν καὶ λίθους συμμέτρους πρὸς τὸ φεύγειν ἐκ τῆς πρώρας τοὺς ἀγωνιζομένους. ἅμα δὲ καὶ καθίει χεῖρα σιδηρᾶν ἐξ ἁλύσεως δεδεμένην, ᾗ δραξάμενος ὁ τὴν κεραίαν οἰακίζων ὅθεν ἐπιλάβοιτο τῆς πρώρας, κατῆγε τὴν πτέρναν τῆς μηχανῆς ἐντὸς τοῦ τείχους. ὅτε δὲ κουφίζων τὴν πρώραν ὀρθὸν ποιήσειε τὸ σκάφος

σκάφος ἐπὶ πρύμναν, τὰς μὲν πρῴρας τῶν ὀργάνων εἰς ἀκίνητον καθίστα· τὴν δὲ χεῖρα καὶ τὴν ἅλυσιν ἐκ τῆς μηχανῆς ἐξέραινε διὰ τινος χαστηρίας. ὧν γινομένων, ἔνια μὲν τῶν πλοίων πλάγια κατέπιπτε, ἔνια δὲ καὶ κατεστρέφετο· τὰ δὲ πλεῖστα τῆς πρῴρας ἀφ' ὕψους ῥιφθείσης βαπτιζόμενα, πλήρη θαλάττης ἐγίγνετο καὶ ταραχῆς.[f] Μάρκος δὲ δυσχρηστούμενος ἐπὶ τοῖς ἀπαντωμένοις ὑπ' Ἀρχιμήδους, καὶ θεωρῶν μετὰ βλάβης καὶ χλευασμοῦ τοὺς ἔνδον ἀποτριβομένους αὐτοῦ τὰς ἐπιβολὰς, δυσχερῶς μὲν ἔφερε τὸ συμβαῖνον· ὅμως δ' ἐπισκώπτων τὰς αὐτοῦ πράξεις ἔφη, ταῖς μὲν ναυσὶν αὐτοῦ κυαθίζειν ἐκ θαλάττης Ἀρχιμήδη· τὰς δὲ σαμβύκας ῥαπιζομένας, ὥσπερ ἐκσπόνδους μετ' αἰσχύνης ἐκπεπτωκέναι. καὶ τῆς μὲν κατὰ θάλατταν πολιορκίας τοιοῦτον ἀπέβη τὸ τέλος. Οἱ δὲ περὶ τὸν Ἄππιον εἰς παραπλησίους ἐμπεσόντες δυσχερείας, ἀπέστησαν τῆς ἐπιβολῆς· ἔτι μὲν γὰρ ὄντες ἐν ἀποστήματι,[g] τοῖς τε πετροβόλοις καὶ καταπέλταις τυπτόμενοι διεφθείροντο, διὰ τὸ θαυμάσιον εἶναι τὴν τῶν βελῶν κατασκευὴν, καὶ κατὰ τὸ πλῆθος, καὶ κατὰ τὴν ἐνέργειαν· ὡς ἂν Ἱέρωνος μὲν χορηγοῦ γεγονότος, ἀρχιτέκτονος δὲ καὶ δημιουργοῦ τῶν ἐπινοημάτων Ἀρχιμήδους. συνεγγίζοντές γε μὴν πρὸς τὴν πόλιν, οἱ μὲν ταῖς διὰ τοῦ τείχους τοξότισιν, ὡς ἐπάνω προεῖπον, κακούμενοι, συνεχῶς εἴργοντο τῆς προσόδου. οἱ δὲ μετὰ τῶν γέρρων βιαζόμενοι, ταῖς τῶν κατὰ κορυφὴν λίθων καὶ δοκῶν ἐμβολαῖς διεφθεί-

in puppim erexerat, machinarum proras immotas reddebat: manum verò & catenam tunc ope schasteriç è machina eximebat. quo facto, pars nauium in latus concidebat: pars in os vertebantur: pleræque prorâ ex alto deiectâ demersæ maris aqua pariter ac tumultu complebantur. Hisce Archimedis inuentis quum ad consilij inopiam redigeretur Marcellus, quúmque sua omnia incepta ab oppidanis eludi non absque damno suo & opprobrio videret: etsi casum hunc iniquo animo ferebat: tamen facta propria subsannans, Archimedem dixit, nauibus suis ceu trullis aquam haurire: Sambucas verò suas colaphis percussas ceu fœdere exclusas cum ignominia è compotatione esse eiectas. Ac mari quidem tentatæ oppugnationis exitus hic fuit. sed & Appius quum in easdem difficultates incidisset, incepto destitit. cuius milites dum adhuc longius aberant, petrariis & catapultis icta concidebantur. erat namque telorum apparatus tam copia quàm vsu atque efficacia admirabilis: vt pote ad quem Rex Hiero sumptus præbuerat, industriam verò atque inuentionem Archimedes, operum illorum architectus & opifex. vbi verò propius murum subibant Appij milites, alij è fenestris muralibus de quibus antè dictum, continuis vulneribus acceptis, accessu prohibebantur: alij, qui pluteis tecti vi conabantur irrumpere, quà saxis quà trabibus recta in caput immissis tru-

F

G

H cidabantur. afferebant & illæ è machinis manus de quibus antè diximus, damnum haut mediocre.

ροντο. [b] καὶ ὀλίγα δὲ ἐκ ταῖς χερσὶ ταῖς ἐκ τῶν μηχανῶν ἐκακοποίουν, ὡς καὶ πρότερον εἶπα.

Σχολια in verba Polybij.

A Ὁ δ' ἐπιστημων. Multi veterum scriptorum obsidionem Syracusarum à Marcello, scriptis retulerunt. Sed inter alios textum Polybij selegimus & hic adscripsimus, quia author fuit tempori proximus, natus nimirum 30. circiter pòst annis, nempe V. C. 569. itaut anno V. C. 606. quo Scipioni Africano comes adiunctus est transeunti in Africam aduersus Carthaginiẽses, esset circiter 37. annorum. Sic verò potuit ab iis qui obsidioni Syracusarũ adfuerãt, intellexisse quæcunque illic contigerant, eáque certissimè in scripta referre. Ea enim Polybius religione fuit in historia, vt nihil quàm quod viderit vel ab ocularis testibus acceperit, scripserit: ἐξ οὗ συμβαίνει (inquit) τοῖς μὲν αὐτοὺς ἡμᾶς παραγεγονέναι, τὰ δὲ παρὰ τῶν ἑωρακότων ἀκηκοέναι· τὸ γὰρ ἀνωτέρω προσλαμβάνειν τοῖς χρόνοις, ὡς ἀκοὴν ἐξ ἀκοῆς γράφειν, οὐκ ἐφαίνεθ' ἡμῖν ἀσφαλεῖς ἔχειν οὔτε τὰς διαλήψεις, οὔτε τὰς ἀποφάσεις. Deinde cùm vixerit & charissimus adfuerit Scipioni, qui bellum ex Italia in Africam detulit aduersus Carthaginienses secundo bello Punico, mansit cum Scipione aliquot diebus in Sicilia dum omnia transitui necessaria præpararentur; ac interim potuit sciscitari à Syracusanis ipsis quid Syracusis in obsidione acciderat. Remotiores itaque ab hoc seculo scriptores ea à Polybio didicerunt vt ipsi maior sit fides adhibenda quam illis.

lib. 4 ferè initio.

B ὀξυτόνοις καὶ μείζονα λιθοβόλοις καὶ βέλεσι. Perpulerat Hiero Archimedem vt machinas instrueret ad quamlibet oppugnandi rationem (πρὸς πᾶσαν ἰδέαν πολιορκίας) accommodatas, quibus vel ad propulsandum periculum, vel ad oppugnandas, vrbes, vteretur. Inter istas itaque machinas erant καὶ πετροβόλοι καὶ ἀγχέμαχοι & ad quoduis interuallum mittendi tela præparatæ: itaut cum Romani consilium cœpissent inuadendi muros & cominùs subeundi, existimantes interuallum requiri Archimedi explicandis funibus machinarum, cùm iam propè essent & tenebrarum beneficio accessissent ad mœnia, inuenerunt instructa & accommodata ad omne interuallum tormenta, quæ tela breuiora quidem, sed dẽsiora, multáque & crebra vulnera inferrent, παρεσκευασμένος ὀργάνων τι συμμέτρους πρὸς πᾶν διάστημα κινήσεις καὶ βέλη βραχέα, &c. (inquit Plutarchus.) Quibus conuenientissimè Liuius ait. *In eas quæ procul erant naues saxa ingenti pondere emittebat: propiores leuioribus eóque magis crebris petebat telis.*

Plutarch.

lib. 4. ab V.C.

C οἷς τόξοις καὶ σκορπιδίοις. Sic Liuius. *Postremo vt sui vulnere intacti tela in hostem ingerent, murum ab imo ad summum crebris cubitalibus fere cauis aperuit: per quæ caua pars sagittis, pars scorpionibus modicis ex occulto petebant hostem.* Scorpionum istiusmodi meminit quoque Plutarchus. πολλοὶ τε καὶ συνεχεῖς ἐφαίνοντο οἱ σκορπίοι, βραχύτονοι μὲν ἀπὸ τῶν πήχεων περισσότερον, ἄφαντοι τοῖς πολεμίοις. Et certè quia crebris ictibus ferit, & subtilibus spiculis hoc militare instrumentum mortem infert, scorpionisque similitudinem refert, nomen sortitum est antiquitus: arcubalistam nunc interpretamur, cuius arcus hinc atque illinc chelarum similitudine præ se ferunt caudæ spiculum. Nostri pridem patres etiam vsi sunt his armis, & caua illa quæ Polybius & Liuius Archimedem referunt in muro aperuisse, vt scorpionibus emitterentur tela, apparent adhuc in antiquis ciuitatum mœnibus. Cæterum alia quoque Archimedes parauerat, quæ non ex muro irruerent, sed ex alto saxa ad omne interuallum, & ad perpendiculum in capita oppugnantium, dimitterent.

D ἐπὶ δὲ τὰς σαμβύκας ἐγχείρησαν. Sambuca erat antiquis genus machinæ militaris qua vrbes expugnabantur, & Romani potissimum ea vtebantur: sic dicta à dispositione funium & intensione vt vires suas exercet, quæ erat talis fere, qualis est chordarum in musico organo. σαμβύκη μὲν ἐκαλεῖτο δι' ὁμοιότητά τινα σχήματος πρὸς τὸ μουσικὸν ὄργανον, inquit Plutarchus. Erat enim Sambuca propriè instrumentum musicum trigonum, quod ex neruis tum longitudine tum crassitie inæqualibus constabat, solebátque leuiori carminum generi adhiberi. Nam eius sonus erat acutus etiam teste Athenæo, qui quatuor tendi fidibus refert ex Ephorione, & vsitatum fuisse Parthis, & Troglodytis ἰδίᾳ ὁ Μαζίειος ἐξευρῆσθαι τὸ μουσικὸν ὄργανον σαμβύκην (inquit) &c. Qui & paulò pòst innuit instrumentum quoque fuisse

Ptolomeus Marm.

lib 14. dipnos.

militare, cuius figuram & structuram Biton expressisset in libro de machinis ad Attalum: admoueri vero solitam aduersariorum mœnibus duabus Suculis (ὑπὸ δυὸ ὄνων) & cùm erecta fuerit eius formam similem esse nauium scalis foras projectis & expansis: porro eius inuentorem fuisse Heraclidem Tarentinum. Vegetius autem de Sambuca ait, in eius trabe quæ prope turrim statuitur, funes esse qui de superiore parte trochleis scalas laxent ad murum de scensuras vt per eas bellatores egressi, turre transeant ad inuadenda mœnia. Non vero erat Sambuca naualis machina potiùs quam terrestris nec id Polybius censuit, vt putat in Athenæum Dalechampius, sed hac Marcellus vsus est è mari vrbem oppugnans cùm ponte nauium muro appropinquauit ἐπὶ τῶν ζεύγματος ἐπὶ μηχανῆς (inquit Plutarc.) sicuti egisset de terra si illinc obsedisset.

τῆς περιαγομένης κεραίας καρχησίῳ πρός τινα διὰ τροχιλίας. *Tunc circumactæ antennæ Carchesio per quandam trochleam.* Aduersus machinas Marcelli, alia machinamenta parauerat Archimedes, quibus eludebat Romanorum conatus: Inter alia vero memoratur illud quod Liuius Tollenonem vocat, describitque his verbis: *In eas Tollenone super murum eminente, ferrea manu firma cathenæ illigata, cum iniecta proræ esset, grauique libramento plumbi recelleret ad solum suspensa prora nauim in puppim statuebat, dein remissa subito velut ex muro cadentem nauim cum ingenti trepidatione nautarum, ita vndæ affligebat vt etiamsi recta recederet, aliquantum aquæ acciperet.* Eodem fere sensu Plutarchus vult, naues, cùm editæ essent repente ex muris antennarum cornua, partim graui impulsas superne libramento fuisse depressas: partim ferrea manu vel rostro ad gruini modum (τὰς δὲ χερσὶ σιδηραῖς ἢ στόμασιν εἰκασμένοις γεράνων, inquit,) cùm suspendissent ex prora in puppim statutas, tum demersas, aut attractas & in contrarias partes rotatas, præruptis deinde saxis quæ prominebant sub mœnibus cum ingenti classiariorum pernicie, elisas. Imo aliquoties nauim in sublime elatam visu horrendum: (θέαμα φρικῶδες ἦν) huc atque illuc reuolutam suspensámque donec dejectis nautis atque confixis, muro inanis impingeret, vel remissa decideret. Hoc & Polybius noster adstruit, ita ut qui verba eius notauerit facile machinam Archimedeam conjectauerit. Nec enim aliam figurã habuit quàm illa Architectoribus nostris vulgaris, huius antiquo nomine appellata Et constitit duabus potissimùm partibus καρχησίῳ scilicet & κεραίᾳ. Carchesium etenim sumitur pro præalta illa stipite, quæ perpendiculariter erecta altitudinem constituit Tollenonis & in cuius apice transuersa agitur antenna rostrum gruis hinc inde tolutim & decussatim in gyrum infernè ac supernè delatum, referens: Et in anteriori quidem parte oblongas cathenas gerebat in formam ferreæ manus desinentes, quæ certis quibusdam cathenulis, artis schasteriæ ministerio, & exportectionibus, ac firmis compressionibus nauigia & quæcunque machinamenta abripiebant & in altum efferebant, quantæcunque tandem fuissent molis: ope scilicet grauissimi libramenti ex plumbo, & ferro, aliove ingenti pondere quo tanquam immani sacomate interiùs librabantur, & quò vellent Syracusij, exporrigebatur. Hinc Liuius cõuenientissimè machinam hanc Tollenonem vocat à similitudine eius instrumenti, quo eodem nomine, authore Festo, hauritur aqua in alterã partem prægrauante pondere vt ancillulæ norunt & Olitores, Topiarijque, qui Tollenonũ haustibus cõtinuò irrigant. Cæterùm hic Polybius καρχησίῳ vtitur quamquam sit suprema mali pars: quia prominentem supra muros partem solam notat, cùm tamen & Ptetna & Trachylus aliæ duæ mali partes, occultarentur ponè mœnia. Nec enim sine fortissimo malo, imo tignis & capreolis robustissimis innixo, tota machina & ingẽs antenna sustineri potuisset. Porro χειρία vocabulum quo vsus est Polybius, designat & funes & trochleas, & denique organa quibus tam antenna, quam manus ferrea, vel demittebatur vel laxabatur, vel intendebatur aut remittebatur secundum opus & intẽtionem artificis. Etiam significat artem qua tota opera stupendæ istiusmodi demersionis nauium & attritionis ad proximas rupes, dirigebatur. E

Μάρκος δὲ δυσχρηστούμενος. Mirum quàm valeat hostilis etiam apud hostem, virtus. Marcellus omnes conatus suos irritos sentiebat, & grauissime animo suo ferebat, nec tamen Archimedi succensebat: Sed eius potiùs diuinam artem miratus suis dicteriis inimici gloriam prædicabat, nec impediebatur opprobrio suo, quin iocatus nunc diceret τοὺς μὲν ναῦς αὐτοῦ κυαθίζειν ἐκ θαλάττης Ἀρχιμήδη, nunc vero τὰς σαμβύκας ῥαπιζομένας, ὥσπερ ἐκ σπονδῆς μετ᾽ αἰσχύνης ἐκπεπτωκέναι: nunc rursus ὑποσχόμενα πρὸς τὸν γεωμετρικὸν τὸν Βριάρεων πολεμοῦντας. nunc adhuc, τοὺς μυθικοὺς ἑκατόγχειρας ὑπερβάλλειν, τοσαῦτα βάλλει ἅμα βέλη καθ᾽ ἡμῶν. & tandem similia. F

G τοῖς τε πετροβόλοις καὶ καταπέλταις τοῖς μέγιστον ἀφιεῖσιν. Non tantùm à partibus quibus Appius oppugnabat Petrobolis & catapultis ingentes lapides emittentibus vsus est Archimedes, sed etiam à quibus Marcellus. Scribit enim Plutarchus in Sambucam Marcelli lapidem excussum decem talentorum pondo, λίθοι δεκαταλάντου inquit. Talentum vero apud antiquos Siculos fuit minarum 24. Mina vero superat libram 12. vnciarum, semiuncia seu 4. dragmis, itaut cum Mina æquiualeat 100. dragmis, dragmæ vero octo vnciam constituant, sequatur talentum Atticum apud Siculos antiquitus, Romanarum librarum fuisse 25, lapidémque 10. talentorum appendisse 250. libras. Et hoc quidem fuerit minima talẽti æstimatione: siquidem apud quosdam, & quidem tempore Plutarchi cuius verba referimus, talentum fuit, 120. librarum, Suida & Hesychio testibus, qua æstimatione λίθος δεκατάλαντος fuisset librarum 1200. & immissus ruinas horrendas excitasset.

Suidas in dictione Talentum.

H εκ ὀλίγα δὲ καὶ ταῖς χερσί. Non itaque Tolenones & manus ferreæ tantùm aduersus Marcellum, Marcellique naues vsui erant, sed etiam contra Appium, qui sicuti Marcellus propterea recedere ab vrbe, nec amplius vim experiri coactus est: adeo senex Syracusius arte sua potuit. Cæterùm ad has machinas mouendas & exercendas plurimo vsui fuere Barulca quæ memorantur his versibus, quos Suidas è Georgio Pisida Iambographo laudat:

Τὰς πέντε δυνάμεις Ἀρχιμήδης εἰς μίαν,	*Cum quinque vires Archimedes vnicam*
Ὁλκὴν συνάψας, εἰς τὸ κινῆσαι μόλις	*In machinam conferret, & sic ponderis*
Τῶν δυσβαστάκτων ἐξοχῶν τὰ φορτία.	*Immanis onera de loco vix truderet.*

DE SPECVLIS VSTORIIS ARCHIMEDIS.

Hoc vtique modo aiunt, puto, Archimedem per comburentia specula hostium triremes incendisse. Succenditur verò facilè à comburente speculo, & lana & stuppa, & ellychnium, & ferula, & quidquid denique similiter est aridum & rarum. *Galenus περὶ κράσεων lib. 3.*

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ πυρείων.

Οὕτω δήπως οἶμαι καὶ τὸν Ἀρχιμήδην φασὶ διὰ τῶν πυρείων ἐμπρῆσαι τὰς τῶν πολεμίων τριήρεις· ἀνάπτεται δ' ἑτοίμως ὑπὸ τοῦ πυρείου καὶ ἔριον καὶ στυππεῖον καὶ θρυαλλὶς, καὶ νάρθηξ καὶ πᾶν ὅτι ἂν ὁμοίως ᾖ ξηρὸν καὶ χαῦνον.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Miror quid Thomæ Linacro librorum Galeni de temperaturis interpreti, in mẽtem induxerit vt πυρεῖα Galeni, pyritas lapides fuerit interpretatus, aut qua ratione putauerit, lapidibus flammam fortasse cõcipientibus, Archimedem in triremibus inimicorum Romanorum, tantos excitasse ignes, vt eas succenderit. Etenim pyritæ illi lapides flammis micant si atterantur, nec alioquin ignes emittunt: quod & Galenus subjungit ἐξάπτουσι δὲ φλόγα καὶ λίθοι παραγεγραμμένοι, ἐ μᾶλλον ἂν θεῖόν τε αὐτοῖς ὑπάρχοι. Quis itaque in triremibus Romanorum Pyritas lapides attriuisset? aut quomodo attriti è muris Syracusanorum, tam longè flammas excussissent, & tanta abundantia vt in medio mari exussissent inimicas naues? Equidem multò conuenientius est per hujusmodi comburentia, intelligere vstoria specula, quibus Archimedes mediante sole ineuitabiles & inextinguibiles flammas excitasse refertur: Cui interpretationi & Galenus ipse adstipulatur, qui de domo quadam in Mysia Asiæ parte igne combusta, in eam à sole excitato, mediante fimo columbino & resina: media enim æstate, cùm sol plurimus incidisset accendit (inquit) tum resinam, tum ligna, primum tecti, à quo in totam deinde domum excurrit. His itaque cum statim subjungat quæ de hac inflammatione nauium Marcelli scripsit, quis negauerit eum loqui de igne à Sole excitato? An vero de comburen-

tibus speculis aliquid Archimedes ediderit. Plutarchus videtur negare, cùm eum nihil de mechanicis scripsisse asserit: verum testatur Pappus librum edidisse περὶ ζυγῶν, quod si de libra scripserit, in qua fundamentum habetur demonstrationum omniũ mechanicarum, citaueritque idem Pappus ipsius quadragesimum inuentum mechanicum, in quo dixerit, δός μοι ποῦ στῶ καὶ κινῶ τὴν γῆν· non dubitandum est quin Archimedes multa demonstrauerit de modis conficiendorum organorum præcipuè militarium, quorum scientia virum principem maximè decet. Et certè sunt qui vetustissimũ opus de speculis comburentibus, quod sub nomine cuiusdam Gogauæ interpretis & illustratoris teritur manibus, Archimedi tribuant. Nam licet hic libellus nobis non sit traditus ex sermone Græco, sed ex Arabico in Latinum conuersus: deinde nominetur in prima propositione Apollonius, qui longis temporibus Archimede fuit posterior, responderi potest, plurimos Græcorum libros primùm datos fuisse ab Arabibus, longè antequam Græce nobis loquerentur: Præterea nomen illud Apollonij fortasse ab interprete in demonstrationem irrepsit, præter mentem antiqui Auctoris. Quidquid sit nemini dubium esse potest Archimedem specula vstoria construxisse, quibus naues Marcelli consumeret: hoc etiam testatur noster Zetzes qui ex priorum temporum fama proiectionem radiorum ad distantiam quanta est iactus arcus, sic describit.

Ὡς Μάρκελλος δ' ἀπέστησε βολὴν ἐκείνας
 τόξου,
Ἐξάγωνόν τι κάτοπτρον ἐτέκτηνεν ὁ γέρων.
Ἀπὸ δ' διαστήματος συμμέτρου τοῦ κατόπτρου,
Μικρὰ τοιαῦτα κάτοπτρα θεὶς, τετραπλᾶ γωνίαις
Κινούμενα λέπισι τὲ καί τισι γιγγλυμίοις
Μέσον ἐκεῖνο τέθεικεν ἀκτίνων τῶν ἡλίου
Μεσημβρινῆς καὶ θερινῆς καὶ χειμεριωτάτης.
Ἀνακλωμένων δ' λοιπὸν εἰς τοῦτο τῶν ἀκτίνων
Ἐξαψις ἤρθη φοβερὰ πυρώδης ταῖς ὁλκάσι.
Καὶ ταύτας ἀπετέφρωσεν ἐκ μήκους τοξοβόλου.

Cum autem Marcellus remouisset illas ad iactum
 arcus.
Hexagonum aliquod speculum fabricauit senex:
A distantia autem commensurati speculi
Parua talia specilla cum posuisset quadrupla angulis:
Quæ mouebantur laminis & quibusdã sculpturis,
Medium illud posuit radiorum solis,
Australis & æstiualis & hiemalis:
Refractis deinceps in hoc radiis
Exarsio sublata est formidabilis ignita nauibus,
Et has in cinerẽ redegit longitudine arcus iactus.
Histor. 35. Chil. 2.

Hic quidem Zetzes plurima tangit quæ pertinent ad doctrinam speculorum vstoriorum, quæ non possunt explicari paucis verbis. Propterea in commodius otium remittenda sunt, cum aliis plurimis quæ ratione horum operum exoticorum Archimedis afferri potuissent, nisi absoluisse vrgeremur.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΠΝΕΥματικῶν τε καὶ ὑδροσκοπικῶν.

DE MACHINIS ARCHImedis aëre & aqua mouentibus.

IOANNIS ZETZIS VERSVS.

πνευματικὰ, τὰς ὑδροσκοπικάς τε
Καὶ τούτου δ' τοῦ γέροντος τὴν βίβλον Ἀρχιμήδους.

spiritalem aquarúmque specimina
Idque ex senis libris Archimedis.
Chili. 2. Hyst. 35.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Notat hic apertissimè & Pneumatica Archimedis & hydroscopica: imò de iis libros edidisse, nec tantum organa construxisse Archimedem, disertis verbis dicit. Quò rursus videntur recidere quæ Pappus scripsit Archimedem μηχανικῶν τε καὶ ὑδροσκοπικῶν causas ac rationes cognouisse. Vbi enim dixit, antiquos vocasse eos mechanicos, qui admirationem parerent; alij quidem per spiritus artem exercentes, qualis fuit Hero cuius *Proœmio lib. 8. collect. mathem.*

adhuc pneumatica habemus; alij per neruos & funes animatorum motus imitantes, ficuti rurfus Hero αὐτομάτοις καὶ ζῳδίοις; alij per ea quæ in aqua veherentur, vti Archimedes ὀχουμένοις vel horologiis per aquam constructis, quemadmodum idem Hero ὑδρίοις; alij per confectiones sphærarum à quibus imago cœli construeretur per æqualem & circularem aquæ motum: fubiungit deinde ex quorundam dictis: horum omnium caufas & rationes cognouiſſe Syracuſanum Archimedem: refertque ex Gemino Mathematico, ipſum ſolum illis temporibus varia & natura & intelligentia vſum eſſe ad omnia perſcrutanda. Exemplar artis ſuæ in his pneumaticis & hydroſcopicis Archimedes demonſtrauit in hydraulico illo tam celebri cuius mentionem fecit Tertullianus *Specta*, (inquit) *portentoſiſſimam Archimedis munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot partes, tot compagines, tot itinera vocum, tot compendia ſonorũ, tot commercia modorũ, tot acies tibiarum, & vna moles erant omnia.* Hoc ſpecimine artis vtitur presbiter hic Carthaginenſis, vt vnitatẽ animæ demõſtret, facultatéſque oſtendat ipſius quidẽ varias aſſignari, pro diuerſitate operationũ, quas incluſus in nobis ſpiritus exerit, nec tamen partes eſſe, ſed vnius eſſentiæ alias atque alias potentias: ſicuti, licet ſint in Archimedeo hydraulico multi ſoni, variíque modi, vna tamen fit ars, vnuſque ſpiritus qui *illic de tormento aquæ anhelans* commercia illa ſonorum educit foras; mediantibus diuerſis organis, & aliis atque aliis partibus quę operi deſeruiunt: ita ſunt in nobis actiones quinque ſenſuũ, imo motoriæ, cogitatotiæ, intellectiuæ, quibus omnibus & ſi certa ſingulis domicilia in corpore determinata ſint, non ideirco hæc quoque diſtributio animæ ſectio eſt. Cæterùm Pneumatica & hydraulica conjungimus cùm vix alia ab aliis ſeparentur, & pauca ſint organa quæ ex aëre & ſpiritu motus vllos, ſonum aut cantum habeant quæ aqua ſimul non vtantur: vt vice verſa nulla ſint aquarum ſpecimina, quæ aëre & cantu non expleantur. Hoc experimur magnificis illis pneumaticis & hydraulicis, quæ HENRICVS MAGNVS nunquam ſatis laudatus extruxit in ſuperba illa ſcala (cui ſimile ædificium non nouit ſuprema ætas) qua pro foribus ſumptuoſiſſimarum ædium inferiorum S. Germani Layenſis aſpectu quidẽ ſtupendo, arte mira & ſumptibus verè regiis, ad amœniſſimos placidiſſimóſque hortos, alios penſiles, alios verò æquè libratos, qui ſecus littus Sequanæ ſunt, deſcenſus eſt. Caueis enim gradus & aulæa ſuſtinentibus tot organa, totque machinæ [illegible] motus, pugnas, ſonos, cantus incluſo ſpiritu & aqua agitante edunt, tantámque vndarum copiam fiſtulis apertis promunt, vt opus eſſe dicas vel Archimedis vel Cteſibij, qui etiam huiuſmodi artificiis claruit.

Tertul lib. de Anima.

Plinius lib. 7. cap 27.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΟΠΟΙΙΑΣ.

ARCHIMEDIS DE COMPOSITIONE SPHÆRÆ MATERIALIS.

Verſus Claudiani Poëtæ.

Iura poli rerúmque fidem, legéſque Deorum,
Ecce Syracuſius tranſtulit arte ſenex.
Incluſus variis famulatur ſpiritus aſtris,
Et viuum certis motibus vrget opus.
Percurrit proprium mentitus ſignifer annum.
Et ſimulata nouo Cynthia menſe redit.
Iámque ſuum voluens audax induſtria Mundum,
Gaudet, & humana Sidera mente regit.

Inter Epigrammata.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

De sphærico instrumento quo Archimedes effotmauit molem cœlestem, cœlorúmque motus, multa iam diximus in vita Authoris. Equidem artificium operis requireret iustum volumen, adeo vis ingenij in eo primum inueniendo, rum disponendo & suis partibus partiúmque rationibus cöeinnandis elucescit. Hoc Archimedes ediderat, sed periit, nec quisquam deinde alius damnum resarciit, licet Posidonius eundem laborem insumpserit, cuius etiā operæ monumenta perdidimus. Cæterùm hæc literaria naufragia, eò leuiora censentur, quò certius est non deesse qui conatus illos obsecundent & motus sphærarum omnium superiorum astrorúmque configurationes instrumentis per se mobilibus & automaris adumbrent, imò forsitan accuratioribus periodis definiant, cùm nobis iam cœlum meliùs quàm antiquis innotescat, & multa rimari sint posteriores Astronomi & animaduerterint, quæ clàm prioribus fuerant. Absit tamen quicquam veteribus detrahamus, qui nos primi in illas Deorum sedes deduxerūt, astra tueri confirmarunt, & semitas beatarum mentium docuerunt, licet deinde quasdam nondum illis peruias detexerimus, sed illis primis Authoribus pari quam discipulis gloria. Cæterùm vt de libris Archimedis quid sentiendum sit dicamus, & interim susceptum hunc laborem concludamus, refert Pappus ex Carpo Antiochensi, Archimedem Syracusanum vnum duntaxat librum mechanicum composuisse de sphæropoeia: de aliis vero sibi scribendum non existimasse: quamuis apud multos ob mechanicam facultatem summo in honore semper fuerit, & admirabilis magno quodam ingenio habitus sit, sed de iis quæ præcipuè Geometricam Arithmeticámque contemplationem continent, diligenter conscripsisse, adeóque harum scientiarum amore inflammatum fuisse, vt nihil extrinsecus in eas introducendum statuerit. Cæterùm alij Authores, imò ipse Pappus alios Archimedis libros de re Mechanica agnoscunt, præter hunc de Sphæropoeia, ut notauimus antea. Verùm scripserit, necne: certissimum est in mechanicis maximam vt in speculatiuis consequutum esse gloriam, quam nulla vnquam deletura est obliuio.

Cicero lib. 2. de Nat. Deorum.

Proœmio lib. 7.

Ἡ δὲ δόξα τῷ Θεῷ εἰς αἰῶνας τῶν αἰώνων.



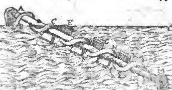
ad ostium vsque promouentes fodinæ locum exsiccant, aptúmque ad operis sui tractationem præparant. Cùm enim hoc instrumentum sit ingeniosius quàm fuerit credibile facile, hac mirabili industria ingens vis aquarum euacuatur, & omnis fluuij affluxus ab imo ad superficiem vsque effunditur. Mirabitur vero iure meritissimo quis, ingenium artificis, non solùm in his Cochleis, sed in aliis quoque multis, & quidem maioribus, quæ toto Orbe celebrantur. De quibus speciatim, cum ad Archimedis ætatem peruenerimus, diligenter agemus. *Bibliotheca lib.5.*

διαδοχῆς παραδιδόντες μέχρι τοῦ στομίου τῶν μετάλλων τόπον ἀναξηραίνουσι, καὶ κατασκευάζουσιν εὔτεχον πρὸς τὴν τῆς ἐργασίας πραγματείαν. Φιλοτέχνου δ' ὄντος τοῦ ὀργάνου καθ' ὑπερβολὴν, διὰ τῆς τυχούσης ἐργασίας ἄπλετον ὕδωρ ἀναῤῥιπτεῖται παραδόξως, καὶ πᾶν τὸ ποτάμιον ῥεῦμα ῥᾳδίως ἐκ βυθοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Θαυμάσαι δ' ἄν τις εἰκότως τοῦ τεχνίτου τὴν ἐπίνοιαν, οὐ μόνον ἐν τούτοις, ἀλλὰ καὶ ἐν ἄλλοις πολλοῖς καὶ μείζοσι, διαβεβοημένοις κατὰ πᾶσαν τὴν οἰκουμένην. περὶ ὧν τὰ κατὰ μέρος, ὅταν ἐπὶ τὴν Ἀρχιμήδους ἡλικίαν ἔλθωμεν, ἀκριβῶς διέξιμεν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic Diodorus multa paucis comprehendit: Archimedis peregrinationes tangit, ingenium patefacit, Cochlij formam & effectus indicat, tum vsum instrumentorum Archimedeorum plurimis Orbis locis receptum cum admiratione industriæ qua constabant, testatur. Equidem vt mira fuit Archimedes perspicacia mentis, ingenióque diuino, sic incredibili discendi cupiditate, docendíque charitate fuit Cupidus sciendi ad Ægyptios se contulit, fortassis ad alias quoque Asiæ & Africæ gentes, quarum fama scientiarum nomine, omnem Europam peruagata fuerat: scilicet hoc fecit exemplo Pythagoræ, Platonis, antiquorumque omnium Græcorũ, qui tempora Archimedis præcesserant, quique propter illinc exportatas artes, immortalem sibi gloriam comparauerant. Sed Archimedes non capiebat, quin identidem porrigeret, & sua industria quod discebat, persolueret. Præter alia ergo plurima quæ credibile est Archimedem contulisse Ægyptiis Mathematicarum cupidissimis, hæc Cochlia est, quæ miro illis vsui fuit. Cùm enim Nilus peruadit Ægyptum, lacunas vbique replet, quæ recedente fluuio, stagnantes manent cum magno incolarum dispendio, nisi instrumentorum copia adfuerit quibus aquam in profluuios dimanent, locáque exsiccent. His ergo lacunis vacuandis, non toti Ægypto desiccandæ (vt quidam malè putauit) hoc organum inseruijt. Iberi postea idem receperunt ab Ægyptiis, & in Hispaniam detulerunt cum arte metallica, & tandem omnibus Nationibus in communem vsum collatum est. Vsus vero, imo instrumenti forma, ex duobus Diodori verbis colligitur. Ait enim, ἐκ βυθοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Etenim si à fundo ad supremam loci superficiem, aqua deferretur hac Cochlia, superest ea fabrefactam arte fuisse, vt aqua motu circulari paulatim superiùs ascenderet: quod non potuit aliter quàm circumuoluto quodam canali circa axem instrumenti, ex cuius reuolutione nomen etiam Κοχλίας vel Κοχλὶς accepisset. Porro antiquæ χνάιδος ne vestigia quidem organi supersunt: & fuit denuò excogitanda, vt hinc aliquid vtilitatis caperemus. Qui solertiùs hac in parte laborarunt, tale χῦμα cùm ex officio tum ex nomine commenti sunt. Sit fluuius

Cardanus de subtil. Diodor. ibidem.



quidam, laeus. palus, sentina, aur quid simile vacuandum aquis N O. sumarur tignum A. M. reres ad circinum, quo latiori crassitudinis diametro, eo fuerit accommodatius. Circa ipsum canalis, si visum fuerit, æneus in spiram obducatur B. C. H. L. qui vt longior, sic complicatior est, & sinuosior, propreréaque dum machina super polis extremitatum A. & M. agirarur effluenre alueo ac fluxu proripiente pinnacidia D. E. F. G. I. K. aqua ingressa per L. faciliùs defertur per gyros spiræ ad exitum in B. Etenim quæ primo erant elariores machinæ partes, rotatione fiunt depressiores, & Helices Meandri à summo ad imum rectiores, iraut aqua suo pondere celeriùs decidens majori vi in sinus proximos deferatur, & tandem successione summi & imi partium conuolurarum perueniar foras. Commoditas itaque Cochlij pendet cum à lõgitudine canalis in spiralem contorti, rum ab obliquitare cylindri A. M. Quò etenim obliquius constituetur machinæ corpus ad superficiem humidi, & canalis circumuolurior erit circa cylindrum, eò leuiori opera sursum aqua euehetur Quod si applicetur Cochlium istud ad idẽ opus ad quod primùm Archimedes ipsum inuenit, scilicet ad repurgandam nauigij sentinam, vr Athenæus refert, vel ad desiccandos lacus, & educendas aquas è profundioribus locis quibus substitissent, inutilia essent pinnacidia, nec profluente aqua agiraretur machina. Tunc vero addita rota in parte elariori vt in A. facillimè iumenti opera in vsum reduceretur vel etiam hominis, quod notat Athenæus δι ἑνὸς ἀνδρὸς ἐξαντλεῖν (inquit.) Sed tunc capiti rotæ insigerenrur styli ferrei vel lignei in orbem, quibus vel calcante pedibus homine, vel manibus attrahente fierent versationes Cæterùm Vitruuius artem non componendi solum Cochlij, sed ad vsum disponendi, aperuit. Vult itaque cylindri exactè rotundi capita diuidi in quadrantes vel in octantes, vel ad libellam lineas duci rectas à capite ad caput, punctis ad amussim oppositis: tum lineas longitudinis diuidi æqualibus spatiis, iis quibus in latitudinem distant: itaut in rotundatione & in longitudine paria intetstitia fiant, notata punctis super omnibus lineis in longitudinem æquidistanter protractis, sumi tandem iubet saligneam tenuem aut de virice, id est amerina salice regulam: (ego cartacea vterer) eáque addita in primo puncto vnius linearum, obliquè deduci (hæc saltem videtur esse mens ipsius) ad secundum punctum sequentis, & deinde ad tertium tertiæ, ac ita consequenter vsque ad octauum, octauæ & vltimæ lineæ, *vt eo modo* (inquit) *quantum progreditur obliquè per spatium, & per octo puncta, tantumdem in longitudine procedat ad octauum punctum. Eadem ratione per omne spatium longitudinis & rotũditatis singulis decussationibus obliquè fixæ regulæ per octo crassitudinis diuisiones inuolutos facit canales & iustam Cochleæ naturalémque imitationem.* Crederem tamen non requiri tam exactam diuisionis æqualitatem secundum longitudinem & latitudinem: sed quò strictiores fient diuisiones in longitudinem, & spira obliquior circa tignum, commodiùs aquam efferri. Erectionem autem machinæ ad inclinationem sic censet collocandum, *vt sicut Pythagoricum trigonum orthogonium describitur, sic id habeat responsum: id est vti diuidatur longitudo in partes quinque earum trium extollatur caput Cochleæ, ita erit à perpendiculo ad imas nares eius partes quatuor.* Sensus est; sumatur trigonum Pythagoricum orthogonium scilicet cuius carhetus sit 3. basis 4 hypotenusa 5. & ponarur obliquiras machinæ veluti angulus B. C. A. in superiori figura æqualis angulo basis & hyporenusæ, in dicto triangulo. Etenim si maior obliquitas fuerit, vix fiet vt aqua vorsuris & spiris canalis deferatur. Propterea quando in altiora loca aqua deferenda est, habendum est organum plurimis compositum Cochleis, quarum aliæ aliis aquam suggerentes, eam altissimè porrigant. Sed totam machinam eo artificio constare oportet vt vnico tigno perpendiculariter erecto, capita omnium insiganrur, eóque conuoluto omnes simul cochleæ reuoluantur. Talem retulit ac deformauit Catdanus Augustalem lib. 1. subtilitatis.

Cap. 11. lib. 10. Archit.



DE HELICA ARCHIMEDIS.

Absolutam igitur eam partem, in mare detrudi (Hiero) iussit, & tantisper dum fluctibus maderet, alteram perfici. At in demittenda ea in aquam, cùm non minima esset ambiguitas, Archimedes machinatius eam solus demisit paucis instrumentis. Cùm enim præparasset helicem machinam, tam stupendum nauigium in mare detrusit. Primus ergo Archimedes inuenit organum quod dictum est Helix. *Athen.* Δειπνοσοφιστῶν, *lib.* 5.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΕΛΙΚΟΣ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

Athenæi verba.

Τοῦτο μὲν οὖν τὸ μέρος εἰς τὴν θάλασσαν καθελκεῖν προσετέτακτο τὴν λοιπὴν κατασκευὴν, ἵν᾽ ἐκεῖ λαμβάνῃ· ὡς δὲ περὶ τὸν καθελκυσμὸν αὐτοῦ τοῦ εἰς τὴν θάλασσαν πολλὴ ζήτησις ἦν, Ἀρχιμήδης ὁ μηχανικὸς μόνος αὐτὸ κατήγαγε δι᾽ ὀλίγων σωμάτων. Κατασκευάσας γὰρ ἕλικα, τὸ τηλικοῦτον σκάφος εἰς τὴν θάλασσαν κατήγαγε. Πρῶτος δ᾽ Ἀρχιμήδης εὗρε τὴν τῆς ἕλικος κατασκευήν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc [illegible] instrumentum, Helices nomine appellatum, qualenam fuerit nemo dicere certò potest, cùm figuræ Archimedeæ non supersint. Tamen etiam à nomine imaginamur haud longè aliam fuisse machinam ab ea quam vulgus Cochleam seu Helicen infinitam vocat, cuius vites immensæ sunt. Hac enim etsi admodum simplici, solui potest, si quaquam alia, antiquum Archimedis problema, idque plurimùm audenti arte propositum, τῇ δοθείσῃ δυνάμει τὸ δοθὲν βάρος κινῆσαι: ea enim ratione etiam infinita dicitur, quia virium possit quantarumcunque propositarum confici, nec sit constituendæ potentiæ ipsius vllus definitus terminus. Constat vero duabus partibus tota, nempe & cylindro, vt apposito diagrammate videre est: in quo A. B. rota est dentes excauata ad angulos æquales angulo obliquitatis lineæ Helices deformatæ in cylindro C. D: Capsula in qua tanquam diapegmate in officio continentur & rota & cylindrus, est G. O., manubrium quo Cylindrus vertitur est E. F. Cæterùm partes ipsius, & partium rationes vel officia diligentiùs adscribere, rei tritæ & omnium operariorum manibus versatæ communis vsus non permittit. Deinde alibi rem enucleatiùs agitauimus, multique Artifices qui de machinis scripserunt, inter Antiquos Pappus, helicem multis docuerunt. De aliis demum helicis lineis, volutis & huiusmodi corollis antea opere singulari egit Archimedes. Cæterùm si hac helice soluatur hoc problema, vt certè faciliùs potest quàm Βαρουλκῷ Heronis Alexandrini, quod refert Pappus, nec vlla aliarum quinque facultatum mechanicarum scilicet, nec axis in peritrochio, nec vecte, nec polyspasto, nec cuneo: dicenda fuerit quadragesimum inuentum Archimedis. Hoc enim inuento, quadragesimo datum pondus data potentia mouisse, scribunt antiqui.



Collect. Math. lib. 8 prop. 10.

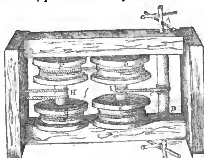
ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΤΡΙΣΠΑΣΤΟΥ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

Ioannes Zetzes, Chilliad. 2. histor. 35.

Ὅστις εἰργάσατο πολλὰς μηχανικὰς δυνάμεις,	Qui fabricatus est multas mechanicas vires.
Καὶ τῇ τελσπάτῳ μηχανῇ χειρὶ λαιᾷ καὶ μόνῃ,	Et Trispato machina manu læua soláque,
Γεντεμυελσμέδιμνον καθείλκυσεν ὁλκάδα.	Septem & mille modiorum attrahebat pondus.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Trispatum seu vt alij habent Trispastum communiter Archimedi tribuitur, & vires habuisse maximas adseuerant omnes cum authore hoc nostro, qui Archimedem hac machina mille modios frumenti attraxisse vel extulisse sola manu sinistra & quidem leui opera perhibet. Polyspasti quidem meminit Pappus, adpingitque & describit, sed solius Trispasti rationem non dedit. vt nec quilibet quem legerim antiquorum. Oribasius tamen opere, quod conscripsit de machinis medicis, Trispastum citat & depingit medicis operationibus accommodatum, quod fuisse ait vel Apellidis vel Archimedis. Figuram autem hanc quam profert, vix censetur vllas vires habere. Nam cùm motus incipiat à Sucula A B. Scytalis A. mota funisque C. circa ipsam reuoluatur qui attrahit & deuoluit axem I., quo deinde tympani conuoluuntur D E. tum G. E. & tandem axis H. circa quem duo funes complicantur, quibus videtur adduci pondus: Nihil aut parum sic fieri, rationes artis mechanicæ docent. Nam cùm diameter suculæ A B. minor sit quam tympanorum D. E. vel G. F. vis mouentis minuitur ea ratione, qua axis primo mouens minor est moto, vt ars machinalis docet. Ea fortasse causa fuit, cur Aristion succensuit patri Pasicrati (qui primus instrumentum accommodauit chirurgicis adinuentionibus) vt ignoranti antiquam instrumenti structuram. Verba aliqua Oribasij placuit ex manuscripto regio, addere, ex quibus non quidem antiquum Archimedis, sed accommodatum medicis operationibus instrumentum detegatur. Multa quidem dicit, sed hæc magis ad rem.



VERBA ORIBASII.

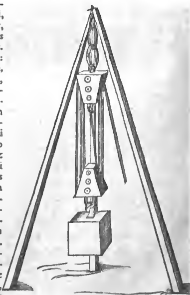
Ἀριστίων δὲ ὁ τοῦ Πασικράτους υἱὸς ὑπόντησε τῷ πατρὶ ἠγνοηκότι τὴν ἀρχαίαν τοῦ ὀργάνου κατασκευήν. ἐν γὰρ τῇ ἀρχαίᾳ φησὶν ὀργανοποιίᾳ, καὶ ἐν	Aristion vero filius Pasicratis modestè occurrit Patri, ignoranti antiquam instrumenti fabricam. In veteri enim (ait) organi structura, non in cauita-

tes laterum mouebantur, sed in ansis affixis lateribus cauitates spirales habentibus; sicuti videre est in machinis ad hauriendas aquas accommodatis, quæ facillimè ex constitutione mouent; neque vero totæ concauæ sunt, sed supereminentes. Cum igitur mortariolis circa ansas moueantur, & totæ supereminent, mouentibus facillimè axibus, non impedientur, licet funis manu trahatur. Propterea enim Trispastum appellatur organum, quoniam tres aguntur funes: vnus quidem exterior, duo vero celati. Ista vero hucusque credibilia sunt.

κοιλότησι πλευρῶν ἐκινοῦντο οἱ ἄξονες, ἀλλὰ περὶ κνώδακας προσηλωμένους τοῖς πλευροῖς· κοιλότητας ἔχοντας ἑλικοειδεῖς, ὥσπερ ἐστὶ θεάσασθαι τὸ τοιοῦτον γινόμενον ἐπὶ τῶν ὑδραγωγῶν ὀργάνων, διὰ τὴν κατασκευὴν ῥᾳδίως στρεφομένων· οὐδὲ μὴν οἱ ὀχοὶ κοῖλοί εἰσιν, ἀλλ' ὑπερέχοντες· ἐπείπερ οὖν ὀλμίσκοις περὶ κνώδακας κινοῦνται, καὶ οἱ ὀχοὶ εἰσὶ μετέωροι, εὐχερέστατα τῶν ἀξόνων κινουμένων, ἀνεμπόδιστοι ἔσονται· κἂν χειρὶ ἕλκηται ὁ κάλως. διὰ γὰρ αὐτὸ τοῦτο καὶ Τρίσπαστον προσηγορεύθη τὸ ὄργανον. ὅτι τρεῖς εἰσιν οἱ ἐνεργοῦντες κάλοι εἷς μὲν ἔκθετος δύο δὲ κρυπτοί. Ταῦτα μὲν ὑπὸ τούτου πεπιθανολόγηται.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod Aristion arguerit Patrem Piscratem erroris in describendo Archimedis Trispasto quia axes rotarū mortariolis infixerit excauatis in lateribus organi, nec ansas seu Cnodaces addiderit, quibus extremitatibus axium receptis faciliorem rotis motum præbuerit. non magnopere hinc æstimandus est: nec enim Cnodaces ad hoc officium, laudabiliores sunt quàm cauitates, quibus axium capita firmiùs & immutabilius retinentur, fitque motus & rectior & ordinatior, cùm axes iisdem semper punctis adhæreant. Funes vero illi tres ex quibus nomen Trispasti ortum esse vult, sunt quidem in illo supra addito diagrammate primus & euidens C. I. Alij vero celati sunt illi qui primo complicati circa tympanos D. F. & E. G exeunt deinde in axem H. vt tādem ipsis membra ægroti torqueantur. Celatos vocat eos seu interiores, quia in axē H. reuoluuntur circa ipsū, quod veteri & licèt rudi manu exarata figura, clarissimè ostenditur. Quod autem triplex iste funis Trispastum formauerit, non potiùs tria virium instrumenti organa vt Coehleæ aut Trochleæ, non mihi persuadeo, censeoque Trispastum Archimedis



instrumentū fuisse petitum ex Polyspasto, compositúmq; ex tribus Cochleis superioribus & tribus inferioribus, vt hoc schemate videre est, cuius vsus adeo frequens est, vt offerri solummodo sufficiat. Non est tamen eredendum hoc solo instrumento, cuius vires definiuntur, tanta pondera attrahi aut effetti posse, quanta videtur innuere Zetzes. Etenim his tribus solis trochleis vires hominis sextuplicantur, hoc est, vnus homo effert aut attrahit tantum solus, quantùm sex homines absque instrumento: vt si communiter homo gerit aut mouet 200. libras, Trispasto gereret aut moueret 1200. quæ multum distant à pondere 7000. modiorum: quæ propterea si Trispasto essent efferenda, forent organo jungendæ trochleæ, quibus vires multiplieari possent, aut addenda Ergata eum Chelonis vel Helice seu Cochlea, vel aliquod simile instrumentum, quo Trispasti vis mirum in modum augeretur.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ἐπινοημάτων πρὸς πάντα τὰ μηχανήματα Μαρκέλλου τε καὶ Ἀππίου, ἐν τῇ τῶν Συρακουσίων πολιορκίᾳ.

DE ARCHIMEDIS inuentis aduersus omnes Marcelli & Appij machinas in obsidione Syracusarum.

VERBA POLYBII.

Ὁ δὲ προειρημένος ἀνήρ, (Ἀρχιμήδης) παρεσκευασμένος ὄργανα πρὸς ἅπαν ἐμβελὲς διάστημα, πόρρωθεν μὲν ἐπιπλέοντας τοῖς εὐτονωτέροις καὶ μείζοσι λιθοβόλοις καὶ βέλεσι τιτρώσκων, εἰς ἀπορίαν ἐνέβαλε καὶ δυσχρηστίαν. ὅτε δὲ ταῦθ᾽ ὑπερπετῆ γίνοιτο, τοῖς ἐλάττοσι κατὰ λόγον ἀεὶ πρὸς τὸ παρὸν ἀπόστημα χρώμενος, εἰς τοιαύτην ἤγαγε διατροπήν, ὥστε καθόλου κωλύειν αὐτῶν τὴν ὁρμὴν καὶ τὸν ἐπίπλουν· ἕως ὁ Μάρκος δυσθετούμενος, ἠναγκάσθη λάθρα νυκτὸς ἐπιποιήσασθαι τὴν παραγωγήν. γενομένων δ᾽ αὐτῶν ἐντὸς βέλους πρὸς τῇ γῇ, πάλιν ἑτέραν ἡτοιμάκει παρασκευὴν πρὸς τοὺς ἀπομαχομένους ἐκ τῶν πλοίων. ὡς ἀνδρομήκοις ὕψους κατεπύκνωσε τρήμασι τὸ τεῖχος, ὡς παλαιστιαίοις τὸ μέγεθος κατὰ τὴν ἐκτὸς ἐπιφάνειαν. οἷς τοξότας καὶ σκορπίδια παραστήσας ἐντὸς τοῦ

Verùm vir ille (Archimedes) de quo antè diximus, tormentis ad quoduis interuallum mittendi tela præparatis, intentioribus quidem & maioribus quà ballistis quà catapultis procul inuadentes Romanos vulnerans, eò difficultatum adigebat, vt quò se verterent, nescirent. vbi verò hæc tormenta vltra hostem tela mittere cœperunt, minoribus pro ratione præsentis interualli subinde vtens, vsque adeo Romanum confudit, vt impetum illius atque inuasionem penitus impediret. ad extremum M. Marcellus his difficultatibus circumuentus, clàm silentio noctis naues propius admouere est coactus. quæ postquam intra teli iactum terræ appropinquassent, alium rursus apparatum aduersus eos qui è nauibus dimicabant, idem vir præstruxerat. murum crebris cauis ad humanæ staturæ modum: sed quæ extrinsecus palmares essent, aperuit. ibi sagittariis ac scorpiunculis ab interiore

A B C

σκάφος ἐπὶ πρύμναν, τὰς μὲν πρώρας τῶν ὀργάνων εἰς ἀκίνητον καθίστα· τὴν δὲ χεῖρα καὶ τὴν ἅλυσιν ἐκ τῆς μηχανῆς ἐξέραινε διά τινος χαστηρείας. τοῦ δὲ γινομένου, τινὰ μὲν τῶν πλοίων πλάγια κατέπιπτε, τινὰ δὲ καὶ κατεστρέφετο· τὰ δὲ πλεῖστα τῆς πρώρας ἀφ' ὕψους ῥιφθείσης βαπτιζόμενα, πλήρη θαλάττης ἐγίνετο καὶ ταραχῆς.[f] Μάρκος δὲ δυσχρηστούμενος ἐπὶ τοῖς ἀπαντωμένοις ὑπ' Ἀρχιμήδους, καὶ θεωρῶν μετὰ βλάβης καὶ χλευασμοῦ τοὺς ἔνδον ἀποτελευμένους αὐτοῦ τὰς ἐπιβολάς, δυσχερῶς μὲν ἔφερε τὸ συμβαῖνον· ὅμως δ' ἐπισκώπτων τὰς αὐτοῦ πράξεις ἔφη, ταῖς μὲν ναυσὶν αὐτοῦ κυαθίζειν ἐκ θαλάττης Ἀρχιμήδη· τὰς δὲ σαμβύκας ῥαπιζομένας, ὥσπερ ἐκσπόνδους μετ' αἰσχύνης ἐκπεπλωκέναι. καὶ τῆς μὲν κατὰ θάλατταν πολιορκίας τοιοῦτον ἀπέβη τὸ τέλος. Οἱ δὲ περὶ τὸν Ἄππιον εἰς παραπλησίους ἐμπεσόντες δυσχερείας, ἀπέστησαν τῆς ἐπιβολῆς· ἔτι μὲν γὰρ ὄντες ἐν ἀποστήματι,[g] τοῖς τε πετροβόλοις καὶ καταπέλταις τυπτόμενοι διεφθείροντο, διὰ τὸ θαυμάσιον εἶναι τὴν τῶν βελῶν κατασκευήν, καὶ κατὰ τὸ πλῆθος, καὶ κατὰ τὴν ἐνέργειαν· ὡς ἂν Ἱέρωνος μὲν χορηγοῦ γεγονότος, ἀρχιτέκτονος δὲ καὶ δημιουργοῦ τῶν ἐπινοημάτων Ἀρχιμήδους. συνεγγίζοντές γε μὴν πρὸς τὴν πόλιν, οἱ μὲν ταῖς διὰ τείχους τοξότισιν, ὡς ἐπάνω προεῖπον, κακούμενοι, συνεχῶς εἴργοντο τῆς προσόδου. οἱ δὲ μετὰ τῶν γέρρων βιαζόμενοι, ταῖς τῶν κατὰ κορυφὴν λίθων καὶ δοκῶν ἐμβολαῖς διεφθεί-

in puppim erexerat, machinarum proras immotas reddebat: manum verò & catenam tunc ope schasteriç è machina eximebat. quo facto, pars nauium in latus concidebat: pars in os vertebantur: pleræque prorâ ex alto deiectâ demersæ maris aqua pariter ac tumultu complebantur. Hisce Archimedis inuentis quum ad consilij inopiam redigeretur Marcellus, quúmque sua omnia incepta ab oppidanis eludi non absque damno suo & F
opprobrio videret: etsi casum hunc iniquo animo ferebat: tamen facta propria subsannans, Archimedem dixit, nauibus suis ceu trullis aquam haurire: Sambucas verò suas colaphis percussas ceu fœdere exclusas cum ignominia è compotatione esse eiectas. Ac mari quidem tentatæ oppugnationis exitus hic fuit. sed & Appius quum in easdem difficultates incidisset, incepto destitit. cuius milites dum adhuc longius aberant, petrariis & catapultis icta concidebantur. erat namque telorum apparatus tam copia quàm vsu atque efficacia admirabilis: vt pote ad quem Rex Hiero sumptus præbuerat, industriam verò atque inuentionem Archimedes, operum illorum architectus G
& opifex. vbi verò propius murum subibant Appij milites, alij è fenestris muralibus de quibus antè dictum, continuis vulneribus acceptis, accessu prohibebantur: alij, qui pluteis tecti vi conabantur irrumpere, quà saxis quà trabibus rectà in caput immissis tru-

H cidabantur. afferebant & illæ è machinis manus de quibus antè diximus, damnum haut mediocre.

ροντο. ὑπὸ ὀλίγα δὲ τῆς χερσὶ τῶν ἐκ τῶν μηχανῶν ἐκακοποίουν, ὡς καὶ πρότερον εἶπα.

Σχόλια in verba Polybij.

A Ὁ δὲ πολιορκοῦντες. Multi veterum scriptorum obsidionem Syracusarum à Marcello, scriptis retulerunt. Sed inter alios textum Polybij selegimus & hic adscripsimus, quia author fuit tempori proximus, natus nimirum 30. circiter pòst annis, nempe V.C. 569. itaut anno V.C. 606. quo Scipioni Africano comes adiunctus est transeunti in Africam aduersus Carthaginiẽses, esset circiter 37. annorum. Sic verò potuit ab iis qui obsidioni Syracusarũ adsuetãt, intellexisse quæcunque illic contigerant, eáque certissimè *lib. 4. ferè initio.* in scripta referre. Ea enim Polybius religione fuit in historia, vt nihil quàm quod viderit vel ab oculatis testibus acceperit, scripserit: ἐὰν συμβαίνῃ (inquit) τὰς μὲν αὐτοὺς ἡμᾶς παραγεγονέναι, τὰ δὲ παρὰ τῶν ἑωρακότων ἀκηκοέναι· τὸ γὰρ ἀνώτερον προσλαμβάνειν τοῖς χρόνοις, ὡς ἀκοὴν ἐξ ἀκοῆς γράφειν, οὐκ ἐφαίνεθ' ἡμῖν ἀσφαλεῖς ἔχειν οὔτε τὰς διαλήψεις, οὔτε τὰς ἀποφάσεις. Deinde cùm vixerit & charissimus adfuerit Scipioni, qui bellum ex Italia in Africam detulit aduersus Carthaginienses secundo bello Punico, mansit cum Scipione aliquot diebus in Sicilia dum omnia transitui necessaria præpararentur; ac interim posuit sciscitari à Syracusanis ipsis quid Syracusis in obsidione acciderat. Remotiores itaque ab hoc seculo scriptores ea à Polybio didicerunt vt ipsi maior sit fides adhibenda quam illis.

B *Plutarch.* Λιθοβόλους καὶ μείζονας καταπέλτας καὶ βέλη. Perpulerat Hiero Archimedem vt machinas instrueret ad quamlibet oppugnandi rationem (πρὸς πᾶσαν ἰδέαν πολιορκίας) accommodatas, quibus vel ad propulsandum periculum, vel ad oppugnandas, vrbes, vteretur. Inter istas itaque machinas erant καὶ παλτόβολοι καὶ ἀγχίμαχοι & ad quoduis interuallum mittendi tela præparatæ: itaut cum Romani consilium cœpissent inuadendi muros & cominùs subeundi, existimantes interuallum requiri Archimedi explicandis funibus machinarum, cùm iam propè essent & tenebrarum beneficio accessissent ad mœnia, inuenerunt instructa & accommodata ad omne interuallum tormenta, quæ tela breuiora quidem, sed dẽsiora, multáque & crebra vulnera inferrent, παρεσκευασμένης ὀργάνων τι συμμέτρους πρὸς τὸ διάστημα κινήσεις καὶ *lib. 4. ab V.C.* βέλη βραχέα, &c. (inquit Plutarchus.) Quibus conuenientissimè Liuius ait. *In eas quæ procul erant naues saxa ingenti pondere emittebat: propiores leuioribus eóque magis crebris petebat telis.*

C τοὺς ξένους καὶ σκορπίδια. Sic Liuius. *Postremo vt sui vulnere intacti tela in hostem ingerent, murum ab imo ad summum crebris cubitalibus fere cauis aperuit: per quæ caua pars sagittis, pars scorpionibus modicis ex occulto petebant hostem.* Scorpionum istiusmodi meminit quoque Plutarchus. πολλοὶ τε καὶ συνεχεῖς ἐσφενδόνων οἱ σκορπίοι, βραχύτονοι μὲν ἀνέδην δὲ πλῆξαι παρεσχημένοι, ἀοράτως τοὺς πολεμίους. Et certè quia crebris ictibus ferit, & subtilibus spiculis hoc militare instrumentum mortem infert, scorpionísque similitudinem refert, nomen sortitum est antiquitus: arcubalistam nunc interpretamur, cuius arcus hinc atque illinc chelarum similitudine præ se ferunt caudæ spiculum. Nostri pridem patres etiam vsi sunt his armis, & caua illa quæ Polybius & Liuius Archimedem referunt in muro aperuisse, vt scorpionibus emitterentur tela, apparent adhuc in antiquis ciuitatum mœnibus. Cæterum alia quoque Archimedes parauerat, quæ non ex muro irruerent, sed ex alto saxa ad omne interuallum, & ad perpendiculum in capita oppugnantium, dimitterent.

D ἐπὶ δὲ τὰς σαμβύκας ἐγχειροῦντες. Sambuca erat antiquis genus machinæ militaris qua vrbes expugnabantur, & Romani potissimum ea vtebantur: sic dicta à dispositione funium & intensione vt vires suas exerceret, quæ erat talis fere, qualis est chordatum in musico organo. σαμβύκαι μὲν ἐκαλοῦντο δι' ὁμοιότητα τοῦ σχήματος πρὸς τὸ μουσικὸν ὄργανον, inquit Plutarchus. Erat *Ptolomeus Marm.* enim Sambuca propriè instrumentum musicum trigonum, quod ex neruis tum longitudine tum crassitie inæqualibus constabat, solebátque leuiori carminum generi adhiberi. Nam eius sonus erat acutus etiam teste Athenæo, qui quatuor tendi fidibus *lib 14. dipnos.* refert ex Ephorione, & vsitatum fuisse Parthis, & Troglodytis εἶναι ὁ Μαζέας ὀξύφθογγον τὸ μουσικὸν ὄργανον σαμβύκην (inquit) &c. Qui & paulò pòst innuit instrumentum quoque fuisse

militare, cuius figuram & structuram Biton expressisset in libro de machinis ad Attalum: admoueri vero solitam aduersariorum mœnibus duabus Suculis (ἐπὶ δύο ὄνων) & cùm erecta fuerit eius formam similem esse nauium scalis foras projectis & expansis: porro eius inuentorem fuisse Heraclidem Tarentinum. Vegetius autem de Sambuca ait, in eius trabe quæ prope turrim statuitur, funes esse qui de superiore parte trochleis scalas laxent ad murum descensuras vt per eas bellatores egressi, turre transeant ad inuadenda mœnia. Non vero erat Sambuca naualis machina potiùs quam terrestris nec id Polybius censuit, vt putat in Athenæum Dalechampius, sed hac Marcellus vsus est è mari vrbem oppugnans cùm ponte nauium muro appropinquauit ἐπὶ τῷ ζεύγματι ἐπὶ μηχανῇ (inquit Plutarc.) sicuti egisset de terra si illinc obsedisset.

τὴν περιαγομένην καρχησίῳ πρός τι διὰ αἱ κεραίας ἐξάλλοντες χαλαστείας. *Tunc circumactæ antennæ Carchesio per quandam trochleam.* Aduersus machinas Marcelli, alia machinamenta parauerat Archimedes, quibus eludebat Romanorum conatus: Inter alia vero memoratur illud quod Liuius Tollenonem vocat, describitque his verbis: *In eas Tollenone super murum eminente, ferrea manu firmæ cathenæ illigata, cum iniecta proræ esset, grauique libramento plumbi recelleret ad solum suspensa prora nauim in puppim statuebat, dein remissa subito velut ex muro cadentem nauim cum ingenti trepidatione nautarum, ita vndæ affligebat vt etiamsi recta recederet, aliquantum aquæ acciperet.* Eodem fere sensu Plutarchus vult, naues, cùm edita essent repentè ex muris antennarum cornua, partim graui impulsas supernè libramento fuisse depressas: partim ferrea manu vel rostro ad gruini modum (τὰς δὲ χερσὶ σιδηραῖς ἢ στόμασιν εἰκασμένοις γεράνων, inquit,) cùm suspendissent ex prora in puppim statutas, tum demersas, aut attractas & in contrarias partes rotatas, præruptis deinde saxis quæ prominebant sub mœnibus cum ingenti classiariorum pernicie, elisas. Imo aliquoties nauim in sublime elatam visu horrendum: (θέαμα φρικῶδες ἦν) huc atque illuc reuolutam suspensámque donec dejectis nauticis atque confixis, muro inanis impingeret, vel remissa decideret. Hoc & Polybius noster adstruit, itaut qui verba eius notauerit facile machinam Archimedeam conjectauerit. Nec enim aliam figurã habuit quàm illa Architectoribus nostris vulgaris, huius antiquo nomine appellata Et constitit duabus potissimùm partibus καρχησίῳ scilicet & κεραίᾳ. Carchesium etenim sumitur pro præalta illa stipite, quæ perpēdiculariter erecta altitudinem constituit Tollenonis, & in cuius apice transuersa agitur antenna rostrum gruis hinc inde volutim & decussatim in gyrum infernè ac supernè delarum, referens: Et in anteriori quidem parte oblongas cathenas gerebat in formam ferreæ manus desinentes, quæ certis quibusdam cathenulis, arris schasteriæ ministerio, & exporrectionibus, ac firmis compressionibus nauigia & quæcunque machinamenta abripiebant & in altum efferebant, quantæcunque tandem fuissent molis: ope scilicet grauissimi libramenti ex plumbo, & ferro, aliove ingenti pondere quo tanquam immani sacomate interiùs librabantur, & quò vellent Syracusij, exporrigebãtur. Hinc Liuius cõuenientissimè machinam hanc Tollenonem vocat à similitudine eius instrumenti, quo eodem nomine, authore Festo, hauritur aqua in alterã partem prægrauante pondere vt ancillulæ norunt & Olitores, Topiarijque, qui Tollenonũ haustibus cõtinuò irrigant. Cæterùm hic Polybius καρχησίῳ vtitur quamquam sit suprema mali pars: quia prominentem supra muros partem solam notat, cùm tamen & Pterna & Trachylus aliæ duæ mali partes, occultarentur ponè mœnia. Nec enim sine fortissimo malo, imo tignis & capreolis robustissimis innixo, tota machina & ingẽs antenna sustineri potuisset. Porro χαλαστεία vocabulum quo vsus est Polybius, designat & funes & trochleas, & denique organa quibus tam antenna, quam manus ferrea. vel demittebatur vel laxabatur, vel intendebatur aut remittebatur secundum opus & intẽtionem artificis. Etiam significat artem qua tota opera stupendæ istiusmodi demersionis nauium & attritionis ad proximas rupes, dirigebatur.

Μάρκος δὲ δυσχρηστούμενος. Mirum quàm valeat hostilis etiam apud hostem, virtus. Marcellus omnes conatus suos irritos sentiebat, & grauissime animo suo ferebat, nec tamen Archimedi succensebat: Sed eius potiùs diuinam artem miratus suis dictoriis inimici gloriam prædicabat, nec impediebatur opprobrio suo, quin iocatus nunc diceret τὰς μὲν ναῦς αὐτοῦ κυαθίζειν ἐκ θαλάττης Ἀρχιμήδη, nunc vero τὰς σαμβύκας ῥαπιζομένας, ὥσπερ ἐκ πότου μετ' αἰσχύνης ἐκπεπτωκέναι: nunc rursus οὐ παυσόμεθα πρὸς τὸν γεωμετρικὸν τοῦτον Βριάρεων πολεμοῦντες. nunc adhue, τοὺς μυθικοὺς ἑκατόγχειρας ὑπερβάλλει, τοσαῦτα βάλλων ἅμα βέλη καθ' ἡμῶν. & tandem similia.

G τοῖς πετροβόλοις καὶ καταπέλταις [illegible]. Non taotùm à partibus quibus Appius oppugnabat Petrobolis & catapultis ingentes lapides emittentibus vius est Archimedes, sed etiam à quibus Marcellus. Scribit enim Plutarchus io Sambucam Marcelli lapidem excussum decem talentorum pondo, λίθον δεκατάλαντον ioquit. Taleotum vero apud antiquos Siculos fuit minarum 24. Mioa vero superat libram 12. vnciarum, semiuncia seu 4. dragmis, itaut cum Mina æquiualeat roo. dragmis, dragmæ vero octo vnciam constituant, sequatur talentum Atticum apud Siculos antiquitus, Romanarum librarum fuisse 25, lapidémque 10. talentorum appendisse 250. libras. Et hoc quidem fuerit minima talēti æstimatione: siquidem apud quosdam, & quidem tempore Plutarchi cuius verba referimus, taleotum fuit, 120. librarum, Suida & Hesychio testibus, qua æstimatione λίθος δεκατάλαντος fuisset librarum 1200. & immissus ruinas horrendas excitasset.

Suidas in dictione Talentum.

H [illegible] ταῖς χερσί. Non itaque Tolenones & manus ferreæ tantùm aduersus Marcellum, Marcellique naues vsui erant, sed etiam contra Appium, qui sicuti Marcellus propterea recedere ab vrbe, nec amplius vim experiri coactus est: adeo senex Syracusius arte sua potuit. Cæterùm ad has machinas mouendas & exercendas plurimo vsui fuere Batulca quæ memorantur his versibus, quos Suidas è Georgio Pisida Iambographo laudat:

Τὰς πέντε δυνάμεις Ἀρχιμήδης εἰς μίαν,
Ὁλκὴν συνάψας, εἰς τὸ κινῆσαι μόλις
Τῶν δυσραχήλων ἐξοχῶν τὰ φορτία.

Cum quinque vires Archimedes vnicam
In machinam conferret, & sic ponderis
Immanis onera de loco vix truderet.

DE SPECVLIS VSTORIIS ARCHIMEDIS.

Hoc vtique modo aiunt, puto, Archimedem per comburenria specula hostium triremes incendisse. Succenditur verò facilè à comburenre speculo, & lana & stuppa, & ellychnium, & ferula, & quidquid denique similiter est aridum & rarum. *Galenus περὶ κράσεων lib. 3.*

ΠΕΡΙ ΤΟΝ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ πυρείων.

Οὕτω δήπως οἶμαι καὶ τὸν Ἀρχιμήδην φασὶ διὰ τῶν πυρείων ἐμπρῆσαι τὰς τῶν πολεμίων τριήρεις· ἀνάπτεται δὲ ἑτοίμως ὑπὸ τοῦ πυρείου καὶ ἔριον καὶ στυππεῖον καὶ θρυαλλὶς, καὶ νάρθηξ καὶ πᾶν ὅτι ἂν ὁμοίως ᾖ ξηρὸν καὶ χαῦνον.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Miror quid Thomæ Linacro librorum Galeoi de temperaturis interpreti, in mētem induxerit vt πυρεῖα Galeoi, pyritas lapides fuerit interpretatus, aut qua ratione putauerit, lapidibus flammam fortasse cōcipientibus, Archimedem io triremibus inimicorum Romanorum, tantos excitasse ignes, vt eas succenderit. Eteoim pyritæ illi lapides flammis micant si atterantur, nec alioquin ignes emittunt: quod & Galenus subjungit ἐκλάμπουσι δὲ φλόγα καὶ λίθοι παρατριβόμενοι, [illegible]. Quis itaque in triremibus Romanorum Pyritas lapides attriuisset? aut quomodo attriti è muris Syracusanorum, tam longè flammas excussissent, & tanta abundantia vt in medio mari exussissent inimicas naues? Equidem multò conuenientius est per hujusmodi comburentia, iotelligere vstoria specula, quibus Archimedes mediante sole ineuitabiles & inextinguibiles flammas excitasse refertur: Cui interpretationi & Galenus ipse adstipulatur, qui de domo quadam in Mysia Asiæ parte igne combusta, in eam à sole excitato, mediante fimo columbino & resina: media en im æstate, cùm sol plurimus incidisset accendit (inquit) tum resioam, tum ligna, primum tecti, à quo in totam deinde domum excurrit. His itaque cum statim subjungat quæ de hac inflammatiooe nauium Marcelli scripsit, quis oegauerit eum loqui de igne à Sole excitato? An vero de comburen-

tibus ſpeculis aliquid Archimedes ediderit. Plutarchus videtur negare, cùm eum nihil de mechanicis ſcripſiſſe aſſerit: verum teſtatur Pappus librum ediſſe περὶ ζυγῶν. quod ſi de libra ſcripſerit, in qua fundamentum habetur demonſtrationum omniũ mechanicarum, citaueritque ideo Pappus ipſius quadrageſimum inuentum mechanicum, in quo dixerit, δός μοι ποῦ στῶ καὶ κινῶ τὴν γῆν· non dubitandum eſt quin Archimedes multa demonſtrauerit de modis conficiendorum organorum præcipuè militarium, quorum ſcientia virum principem maximè decet. Et certè ſunt qui vetuſtiſſimũ opus de ſpeculis comburentibus, quod ſub nomine cuiuſdam Gogauæ interpretis & illuſtratoris teritur manibus, Archimedi tribuant. Nam licet hic libellus nobis non ſit traditus ex ſermone Græco, ſed ex Arabico in Latinum conuerſus: deinde nominetur in prima propoſitione Apollonius, qui longis temporibus Archimede fuit poſterior, reſponderi poteſt, plurimos Græcorum libros primùm datos fuiſſe ab Arabibus, longè antequam Græce nobis loquerentur: Præterea nomen illud Apollonij fortaſſe àb interprete in demonſtrationem irrepſit, præter mentem antiqui Auctoris. Quidquid ſit nemini dubium eſſe poteſt Archimedem ſpecula vſtoria conſtruxiſſe, quibus naues Marcelli conſumeret: hoc etiam teſtatur noſter Zetzes qui ex priorum temporum fama proiectionem radiorum ad diſtantiam quanta eſt iactus arcus, ſic deſcribit.

Ὡς Μάρκελλος δ' ἀπέστησε βολὴν ἐκείνας τόξου,
Ἑξάγωνόν τι κάτοπτρον ἐτέκτηνεν ὁ γέρων.
Ἀπὸ δὲ διαστήματος συμμέτρου τοῦ κατόπτρου,
Μικρὰ τοιαῦτα κάτοπτρα θεὶς, τετραπλᾶ γωνίαις
Κινούμενα λεπίσι τε καί τισι γιγγλυμίοις
Μέσον ἐκεῖνο τέθεικεν ἀκτίνων τοῦ ἡλίου
Μεσημβρινῆς καὶ θερινῆς καὶ χειμεριωτάτης.
Ἀνακλωμένων δὲ λοιπὸν εἰς τοῦτο τῶν ἀκτίνων
Ἐξάψις ἤρθη φοβερὰ πυρώδης ταῖς ὁλκάσι.
Καὶ ταύτας ἀπετέφρωσεν ἐκ μήκους τοξοβόλου.

Cum autem Marcellus remouiſſet illas ad iactum arcus.
Hexagonum aliquod ſpeculum fabricauit ſenex:
A diſtantia autem commenſurati ſpeculi
Parua talia ſpecilla cum poſuiſſet quadrupla angulis:
Quæ mouebantur laminis & quibuſdã ſculpturis,
Medium illud poſuit radiorum ſolis,
Auſtralis & æſtiualis & hiemalis:
Refractis deinceps in hoc radiis
Exarſio ſublata eſt formidabilis ignita nauibus,
Et has in cinerẽ redegit longitudine arcus iactus.

Hiſtor. 35. Chil 2.

Hic quidem Zetzes plurima tangit quæ pertinent ad doctrinam ſpeculorum vſtoriorum, quæ non poſſunt explicari paucis verbis. Propterea in commodius otium remittenda ſunt, cum alijs plurimis quæ ratione horum operum exoticorum Archimedis afferri potuiſſent, niſi abſoluiſſe vrgeremur.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΠΝΕΥματικῶν τε καὶ ὑδροσκοπικῶν.

DE MACHINIS ARCHImedis aëre & aqua mouentibus.

IOANNIS ZETZIS VERSVS.

πνευματικὴν, τάς ὑδροσκοπικάς τε
Κἀκ τούτου δὲ τοῦ γράφοντος τῶν βιβλίων Ἀρχιμήδους.

ſpiritalem aquarúmque ſpecimina
Idque ex ſenis libris Archimedis.

Chili. 2. Hyſt. 35.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Notat hic apertiſſimè & Pneumatica Archimedis & hydroſcopica: imò de iis libros ediſſe, nec tantum organa conſtruxiſſe Archimedem, diſertis verbis dicit. Quò rurſus videntur recidere quæ Pappus ſcripſit Archimedem πνευματικῶν τε καὶ ὑδροσκοπικῶν cauſas ac rationes cognouiſſe. Vbi enim dixit, antiquos vocaſſe eos mechanicos, qui admirationem parerent, alij quidem per ſpiritus artem exercentes, qualis fuit Hero cuius

Proœmio lib. 8. collect. mathem.

adhuc pneumatica habemus; alij per neruos & funes animatorum morus imitantes, ficuti rurfus Hero αὐτομάτοις καὶ ζυγίοις; alij per ea quæ in aqua veherentur, vti Archimedes [illegible] vel horologiis per aquam constructis, quemadmodum idem Hero [illegible]; alij per confectiones fphærarum à quibus imago cœli conftrueretur per æqualem & circularem aquæ morum: fubiungit deinde ex quorundam dictis: horum omnium caufas & rationes cognouiffe Syracufanum Archimedem: refertque ex Gemino Mathematico, ipfum folum illis temporibus varia & natura & intelligentia vfum effe ad omnia perfcruranda. Exemplar artis fuæ in his pneumaticis & hydrofcopicis Archimedes demonftrauit in hydraulico illo tam celebri cuius mentionem fecit Tertullianus *Specta,*(loquit) *portentofiffimam Archimedis munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot*

Tertul. lib. de Anima. *partes, tot compagines, tot itinera vocum, tot compendia fonorũ, tot commercia modorũ, tot acies tibiarum, & vna moles erant omnia.* Hoc fpecimine artis vtitur presbiter hic Carthaginenfis, vt vnitatẽ animæ demõftret, facultatéfque oftendat ipfius quidẽ varias affignari, pro diuerfitate operationũ, quas inclufus in nobis fpiritus exerit, nec tamen partes effe, fed vnius effentiæ alias atque alias potentias: ficuti, licet fint in Archimedeo hydraulico multi foni, variíque modi, vna tamen fit ars, vnufque fpiritus qui *illic de tormento aquæ anhelans* commercia illa fonorum educit foras; mediantibus diuerfis organis, & aliis atque aliis partibus quę operi deferuiunt: ita funt in nobis actiones quinque fenfuũ, imo motoriæ, cogitatoriæ, intellectiuæ, quibus omnibus & fi certa fingulis domicilia in corpore determinata fint, non ideirco hæc quoque diftributio animæ fectio eft. Cæterùm Pneumatica & hydraulica conjungimus cùm vix alia ab aliis feparentur, & pauca fint organa quæ ex aëre & fpiritu motus vllos, fonum aut cantum habeant quæ aqua fimul non vtantur: vt vice verfa nulla fint aquarum fpecimina, quæ aëre & cantu non expleantur. Hoc experimur magnificis illis pneumaticis & hydraulicis, quæ HENRICVS

Plinius lib. 7 cap 37. MAGNVS nunquam fatis laudatus extruxit in fuperba illa fcala (cui fimile ædificium non nouit fuprema ætas) qua pro foribus fumptuofiffimarum ædium inferiorum S. Germani Layenfis afpectu quidẽ ftupendo, arte mira & fumptibus verè regiis, ad amœniffimos placidiffimóſque hortos, alios penfiles, alios verò æquè libratos, qui fecus littus Sequanæ funt, defcenfus eft. Caueis enim gradus & aulæa fuftinentibus tot organa, totque machinæ [illegible] καὶ [illegible] motus, pugnas, fonos, cantus inclufo fpiritu & aqua agitante edunt, tantámque vndarum copiam fiftulis apertis promunt, vt opus effe dicas vel Archimedis vel Ctefibij, qui etiam huiufmodi artificiis claruit.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΟΠΟΙΙΑΣ.

ARCHIMEDIS DE COMPOSITIONE SPHÆRÆ MATERIALIS.

Verfus Claudiani Poëtæ.

Iura poli rerúmque fidem, legéſque Deorum,
Ecce Syracufius tranftulit arte fenex.
Inclufus variis famulatur fpiritus aftris,
Et viuum certis motibus vrget opus.
Percurrit proprium mentitus fignifer annum.
Et fimulata nouo Cynthia menfe redit.
Iámque fuum voluens audax induftria Mundum,
Gaudet, & humana Sidera mente regit.

Inter Epigrammata.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

De sphærico instrumento quo Archimedes efformauit molem cœlestem, cœlorúmque motus, multa iam diximus in vita Authoris. Equidem artificium operis requireret iustum volumen, adeo vis ingenij in eo primum inueniendo, tum disponendo & suis partibus partiúmque rationibus cócinnandis elucescit. Hoc Archimedes ediderat, sed periit, nec quisquam deinde alius damnum resarciit, licet Posidonius eundem laborem insumpserit, cuius etiã operæ monumenta perdidimus. Cæterùm hæc literaria naufragia, eò leuiora censentur, quò certius est non deesse qui conatus illos obscurent & motus sphærarum omnium superiorum astrorúmque configurationes instrumentis per se mobilibus & automatis adumbrent, imò forsitan accuratioribus periodis definiant, cùm nobis iam cœlum meliùs quàm antiquis innotescat, & multa rimari sint posteriores Astronomi & animaduerterint, quæ clàm prioribus fuerant. Absit tamen quicquam veteribus detrahamus, qui nos primi in illas Deorum sedes deduxerũt, astra tueri confirmarunt, & semitas beatarum mentium docuerunt, licet deinde quasdam nondum illis peruias detexerimus, sed illis primis Authoribus pari quam discipulis gloria. Cæterùm vt de libris Archimedis quid sentiendum sit dicamus, & interim susceptum hunc laborem concludamus, refert Pappus ex Carpo Antiochensi, Archimedem Syracusanum vnum duntaxat librum mechanicum composuisse de sphæropoeia: de aliis vero sibi scribendum non existimasse: quamuis apud multos ob mechanicam facultatem summo in honore semper fuerit, & admirabilis magno quodam ingenio habitus sit, sed de iis quæ præcipuè Geometricam Arithmeticámque contemplationem continent, diligenter conscripsisse, adeóque harum scientiarum amore inflammatum fuisse, vt nihil extrinsecus in eas introducendum statuerit. Cæterùm alij Authores, imò ipse Pappus alios Archimedis libros de re Mechanica agnoscunt, præter hunc de Sphæropoeia, ut notauimus antea. Verùm scripserit, necne: certissimum est in mechanicis maximam vt in speculatiuis consequutum esse gloriam, quam nulla vnquam deletura est obliuio.

Cicero lib. 2. de Nat. Deorum.

Proœmio lib. 7.

Ἡ δὲ δόξα τῷ Θεῷ εἰς αἰῶνας τῶν αἰώνων.





TECNICHE D'INTERVENTO

- Collazione e numerazione a matita.
- Smontaggio e spolveratura delle carte.
- Misurazione del ph pag. 10, prima 3 dopo 6 ,
- Lavaggio in acqua a 40° e deacidificazione in soluzione acquosa di bicarbonato di calcio, di tutte le carte;
- Rinforzo delle carte con soluzione acquosa (1 o 2%) di Tylose Mh300p;
- Restauro con carta giapponese n° 502, 504, 517 e 660 (ditta Vangerow);
- Cucitura con refe.
- Cordoni su canapa.
- Capitelli cuciti su canapa con filo neutro.
- Cartone adatto alla conservazione, non acido (ditta Vangerow);
- Indorsatura con tessuto in cotone.
- Pelle di capra conciata al vegetale (ditta Lui).
- Adesivo per il restauro delle carte: Tylose Mh300p al 4% in soluzione acquosa;
- Adesivo per la legatura Tylose Mh300p al 4% + Vinavil 59 al 15%;
- Realizzazione di un contenitore per la conservazione della coperta (ditta C.P.R. di Roma)

Laboratorio di restauro ROSSI FRANCESCA - Ardea (RM) - Anno 2005